

## 變頻驅動系統延遲時間對電流控制性能影響之實務研究

# Practical Research on the Influence of Delay Time of Variable Frequency Drive System on Current Control Performance

葉志鈞  
Chih-Chun Yeh

曾啟銘  
Chi-Ming Tseng

林士軒\*  
Shyh-Shiuan Lin

光寶科技股份有限公司工業自動化作業部  
台灣 新北市  
Industrial Automation SBU, LITE-ON TECHNOLOGY CORPORATION  
New Taipei City, Taiwan, R.O.C.

\*Sean.SH.Lin@liteon.com

### 摘要

電機向量控制系統之電流控制器，其性能主要取決於控制器的頻寬設計，不論是傳統或現代控制理論都未實際考量系統之軟體延遲時間，導致設計出的控制器頻寬在實務上會與規格不符，無法達到所需之控制性能，本篇論文針對系統延遲時間( $T_d$ )對電流控制器設計與頻率響應之影響進行探討與分析並且提出解決方案，並透過HIL(Hardware-in-the-loop)平台驗證本方法，結果證實本方法之有效性。

關鍵詞：電流控制、頻率響應、延遲時間。

### Abstract

The performance of current controllers of the vector control system mainly depends on the bandwidth design of the controllers. However, the bandwidth of the current controllers can not conform to the required one if the system time delay is not taken into account in advance in design phase. This paper discusses and analyzes the influence of the system delay time ( $T_d$ ) on the frequency response of the current controller, and proposes solutions.

The method was verified by the HIL (Hardware-in-the-loop) the validation the proposed solution.

**Keywords:** Current Control、Frequency Response、Time Delay。

### I. 前言

近年來隨著工業控制技術演進與市場需求日漸提升，自動化成為了最熱門的研究主題，在自動化技術發展的過程中如何有效率的驅動馬達變成是核心的技術之一，其中感應馬達因構造簡單、成本便宜與維護的便利性成為了最廣泛使用的馬達之一，許多人針對感應馬達的控制提出了研究與探討[1-2]。

在眾多感應馬達控制方法中，磁場導向控制(Field Oriented Control, FOC)[3-4]因可分別控制馬達之轉矩與磁通使得交流馬達達到類似直流馬達的特性而受到

注目，由於在控制時將馬達之電壓與電流以向量的方式表示因此又稱為向量控制(Vector Control)，藉由向量控制的方式感應馬達可分別控制轉矩與磁通電流，增加在低速時轉矩的穩定性與系統整體的動態響應，使得感應馬達在工業應用上更為彈性。

傳統控制系統(Control Systems)的理論上，對於電流迴路的控制器設計主要是藉由比例-積分控制器(Proportional Integral Controller, PI Controller)進行控制[5-6]，並利用電機參數與預設頻寬計算控制器增益，因此電流控制的性能有大部分取決於控制器的頻率響應(Frequency Response)，但傳統控制系統理論進行控制器參數設計時並未考量到許多因素(例如：功率開關的延遲時間、數位處理的計算延遲、類比訊號的取樣延遲)，導致設計出的控制器頻寬在變頻器實務控制上偏移原先設計的頻寬，無法實現理想的電流控制[7]。

文獻[7]針對前項所述之延遲原因稱之為系統總延遲時間，並對迴路頻寬的影響進行了分析與探討，根據傳統控制器設計結合系統總延遲時間 $T_d$ ，推導含有 $T_d$ 之電流控制器轉移方程式，經過比較與化簡後可重新設計控制器參數，使得控制器頻寬不因系統延遲而造成失真，並針對此方法進行模擬與驗證，實驗可證實系統延遲時間與系統頻寬之關係，並可改善由系統延遲時間所造成的頻寬失真。

### II. 電流控制器之設計

為了避免系統延遲時間 $T_d$ 所造成之影響，應在設計電流控制器時考量到系統延遲時間 $T_d$ ，本章節分別介紹傳統控制系統理論之電流控制器設計與考慮到系統延遲時間 $T_d$ 之電流控制器設計。

#### 2.1 傳統控制系統理論之電流控制器設計

傳統控制系統理論中，電流控制器主要是利用比例-積分控制器的架構，並利用受控體馬達電機參數與預設的頻寬進行控制器增益計算，以 d 軸電流控制器為例，將電流命令 $I_{d\_cmd}$ 與電流回授 $I_{d\_fbk}$ 相減得到電流誤差 $I_{d\_err}$ ，將電流誤差值做為 PI 控制器之輸入源，透過 PI 控制器進行補償與收斂如圖 1 所示。

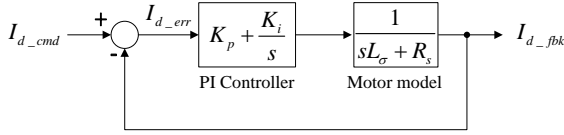


圖 1. d 軸電流控制器

因此可將電流回授與輸入相除，得到電流控制迴路轉移函式  $T(s)$  如式(1)所示

$$T(s) = \frac{I_{d\_fbk}}{I_{d\_cmd}} = \frac{\frac{K_p s + K_i}{s(L_\sigma + R_s)}}{1 + \frac{K_p(s + \frac{K_i}{K_p})}{s(L_\sigma + R_s)}} = \frac{\frac{K_p(s + \frac{K_i}{K_p})}{s(L_\sigma + R_s)}}{1 + \frac{K_p(s + \frac{K_i}{K_p})}{s(L_\sigma + R_s)}} \quad (1)$$

其中  $K_i$  為電流控制器積分增益  
 $K_p$  為電流控制器比例增益  
 $L_\sigma$  為總漏感係數  
 $R_s$  為定子相電阻

為了將轉移函式簡化為一階的型式，可將增益假設為式(2)所示，透過極零點對消法將電流控制迴路轉移函式由式(1)改寫為式(3)，其中  $\omega_i$  為電流迴路頻寬

$$\frac{K_i}{K_p} = \frac{R_s}{L_\sigma} \quad (2)$$

$$T(s) = \frac{\frac{K_p(s + \frac{K_i}{K_p})}{s(L_\sigma + R_s)}}{1 + \frac{K_p(s + \frac{K_i}{K_p})}{s(L_\sigma + R_s)}} = \frac{\frac{K_p}{L_\sigma}}{s + \frac{K_p}{L_\sigma}} = \frac{\omega_i}{s + \omega_i} \quad (3)$$

根據式(3)所得到的關係，再將式(2)分別代入可得到電流控制器比例與積分增益  $K_p$ 、 $K_i$  如式(4)與式(5)所示

$$K_p = \omega_i \times L_\sigma \quad (4)$$

$$K_i = \omega_i \times R_s \quad (5)$$

## 2.2 考慮系統延遲時間 $T_d$ 之電流控制器設計

實務上變頻器驅動的過程中對於電流訊號的處理從電流的取樣、RC低通濾波電路、MCU(Microcontroller Unit, MCU)計算的時間、PWM的中斷時間、Gate Driver光耦合訊號傳輸等皆是造成系統延遲的原因，變頻器驅動系統之延遲時間方塊示意圖如圖 2 所示。

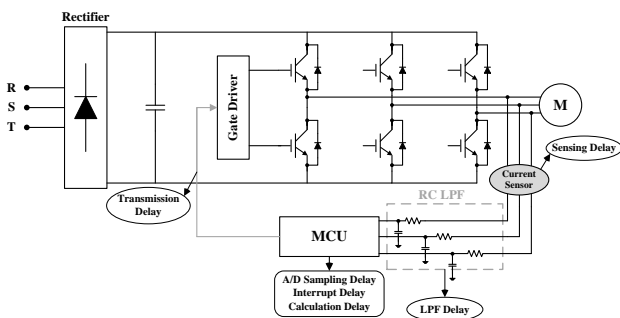


圖 2. 變頻器驅動系統之延遲時間方塊示意圖

文獻[7]將所有電流控制迴路當中的系統延遲時間視為一延遲時間  $T_d$  進行分析，考慮  $T_d$  之電流迴路方塊圖如圖 3 所示。

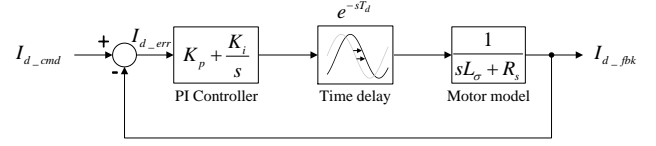


圖 3. 考慮系統延遲時間  $T_d$  之 d 軸電流控制器

將圖 3 以開迴路轉移函數型式表示，可得到考慮  $T_d$  之開迴路轉移函式  $G_o(s)$  為式(6)

$$G_o(s) = \frac{K_p + \frac{K_i}{s}}{sL_\sigma + R_s} \times e^{-sT_d} = \left( \frac{K_p(s + \frac{K_i}{K_p})}{sL_\sigma(s + \frac{R_s}{L_\sigma})} \times e^{-sT_d} \right) \quad (6)$$

利用式(2)之關係，透過極零點對消法將轉移函式簡化為一階的型式如式(7)所示

$$G_o(s) = \left( \frac{K_p}{sL_\sigma} \times e^{-sT_d} \right) \quad (7)$$

將分子分母同乘以  $T_d$  則可將式(7)改寫並以頻域表示式(8)

$$G_o(j\omega) = \left( \frac{K_p T_d}{j\omega L_\sigma T_d} \times e^{-j\omega T_d} \right) \quad (8)$$

接著令  $\alpha = \frac{K_p T_d}{L_\sigma}$ ， $\beta = \omega \times T_d$ ，將式(8)進行簡化為式(9)

$$G_o(j\omega) = \alpha \frac{e^{-j\beta}}{j\beta} \quad (9)$$

將式(9)以閉迴路型式表示得到閉迴路轉移函式  $G_c(j\omega)$  如式(10)所示

$$G_c(j\omega) = \frac{\alpha \frac{e^{-j\beta}}{j\beta}}{1 + \alpha \frac{e^{-j\beta}}{j\beta}} = \frac{\alpha}{\alpha + j\beta e^{j\beta}} \quad (10)$$

藉由尤拉公式  $e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$  [8]，可將式(10)改寫為式(11)

$$G_c(j\omega) = \frac{\alpha}{\alpha - \beta \sin(\beta) + j\beta \cos(\beta)} \quad (11)$$

若將轉移函式  $G_c(j\omega)$  設計在截止頻率點，則截止頻率點之幅值如式(12)所示

$$|G_c(j\omega)| = \left| \frac{\alpha}{\alpha - \beta \sin(\beta) + j\beta \cos(\beta)} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (12)$$

因此可推導  $\beta$  值與  $\alpha$  值之關係如式(13)所示(推導過程如附錄所示)

$$\alpha = \beta(\sqrt{\sin^2(\beta) + 1} - \sin(\beta)) \quad (13)$$

根據先前之假設 $\alpha$ 值可求得調整後之電流控制器增益值  
 $K_{pC}$ 、 $K_{iC}$ 如式(14)與式(15)所示

$$K_{pC} = \frac{L_{\sigma}\alpha}{T_d} \quad (14)$$

$$K_{iC} = \frac{R_s\alpha}{T_d} \quad (15)$$

其中  $K_{iC}$  為將 $T_d$ 導入電流控制器設計後之積分增益  
 $K_{pC}$  為將 $T_d$ 導入電流控制器設計後之比例增益

### III. 模擬結果

本節根據第二節所引用之兩種電流控制器設計方法進行模擬，並針對不同系統延遲時間對控制器頻率響應之影響進行分析與探討。在 3.3 節時根據 2.2 節所提出之方法結合 HIL(Hardware-in-the-loop)模擬馬達真實系統，結果證實將系統延遲時間 $T_d$ 導入控制器設計之後可改善由系統延遲時間所造成的頻寬失真。

#### 3.1 傳統控制系統理論之電流控制器模擬

本節對 2.1 節所提出之傳統電流控制器進行模擬，將電流控制迴路頻寬設計為 300Hz，模擬電流迴路於不同系統延遲時間 $T_d$ 之頻率響應，頻率響應之模擬方塊圖如圖 4 所示。

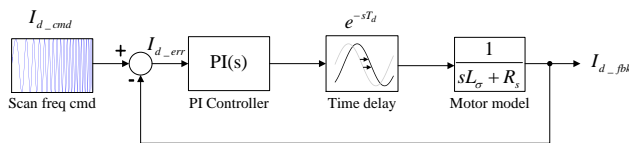


圖 4. 頻率響應模擬示意圖

頻率響應之模擬主要是利用可變化頻率之弦波電流命令，將頻率範圍設定為 100Hz 至 1500Hz 之間進行頻率變化，量測輸入與輸出之大小繪製成波德圖。

傳統控制系統之電流控制器波德圖如圖 5 所示，其中對系統延遲時間的模擬條件分別為無系統延遲時間(藍色線段)，模擬系統延遲時間為 250 $\mu$ s(綠色線段)，模擬系統延遲時間為 375 $\mu$ s(紅色線段)。從藍色線段可看出利用傳統控制系統之設計方法，可使頻寬穩定在 300Hz，但加入系統延遲時間(250 $\mu$ s)後，使得頻率在 631Hz 時才進入截止頻率點，當系統延遲時間改為 375 $\mu$ s 時，會使得系統在 700Hz 時才進入截止頻率點，系統延遲時間越大造成頻寬失真的狀況越嚴重，證實了系統延遲時間確實會影響頻率響應。

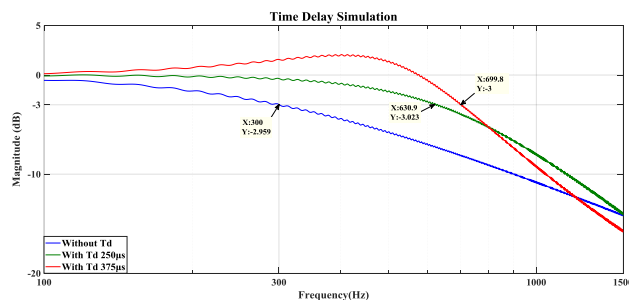


圖 5. 傳統控制系統之電流控制器波德圖

#### 3.2 考慮 $T_d$ 之電流控制器模擬

本節對 2.2 節所提出之考慮 $T_d$ 之電流控制器進行模擬，其中將電流控制迴路頻寬設計為 300Hz，模擬電流迴路於系統延遲時間 $T_d$ 為 250 $\mu$ s 時之頻率響應。頻率響應之模擬與 3.1 節相同，利用可變化頻率之弦波電流命令，將頻率範圍設定為 100Hz 至 1500Hz 之間進行頻率變化，量測輸入與輸出之大小繪製成波德圖。

將系統延遲時間 $T_d$ 導入電流控制器設計之波德圖如圖 6 所示，模擬在同樣系統延遲時間(250 $\mu$ s)的狀況下，不同控制器設計方法之波德圖，其中模擬條件分別為無系統延遲時間之傳統控制器設計方法(藍色線段)，系統延遲時間為 250 $\mu$ s 時之傳統控制器設計方法(綠色線段)與考慮系統延遲時間 $T_d$ 之設計方法(紅色線段)。從圖上可看出將系統延遲時間 $T_d$ 導入控制器設計之後可以幫助頻率響應改善至原先設計的截止頻率點(300Hz)，在截止頻率點之表現接近沒有延遲時間時之傳統控制器，消除由系統延遲時間所造成的不良響應。

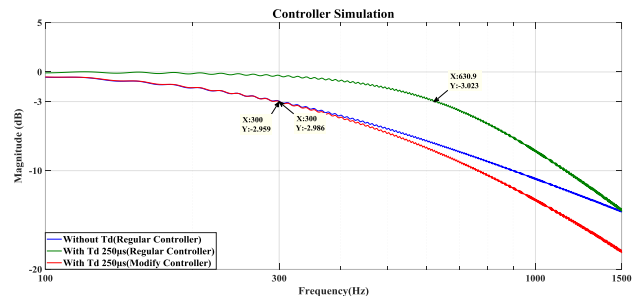


圖 6. 將 $T_d$ 導入電流控制器設計之波德圖

#### 3.3 HIL 驗證結果

本節對 2.2 節所提出之考慮 $T_d$ 的電流控制器設計方法進行驗證，將電流控制迴路頻寬設計為 300Hz，驗證電流迴路於系統延遲時間 $T_d$ 為 250 $\mu$ s 時之頻率響應。

在驗證系統中，馬達的部分使用凱登智動科技所生產之硬體模擬平台(MR2)，本系統可針對使用者所提供之馬達參數與負載資訊產生模擬平台，模擬馬達在實際系統上的運作。

驗證的方法與 3.1 節及 3.2 節相同，利用可變化頻率之弦波電流命令，將頻率範圍設定為 100Hz 至 1500Hz 之間進行頻率變化，量測輸入與輸出之大小繪製成波德圖，驗證結果之波德圖如圖 7 所示，其中驗證條件分別為無系統延遲時間之傳統控制器設計方法(藍色線段)，系統延遲時間等於 250 $\mu$ s 時之傳統控制器設計方法(綠色線段)與考慮 $T_d$ 之設計方法(紅色線段)。

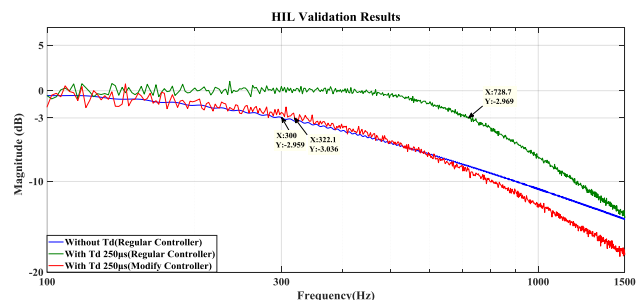


圖 7. HIL 模擬之波德圖

利用控制系統理論進行電流控制器設計時，由於變頻器系統的延遲時間，導致系統在 728Hz 時才進入截止頻率點。將系統延遲時間  $T_d$  導入電流控制器設計之後，系統在 322Hz 進入截止頻率點(和原先設計 300Hz 相比偏移 7%)，大幅降低因系統延遲時間而造成頻寬失真。

在低頻響應時，由於取樣點數的關係會造成波形跳動與誤差偏大之結果，在文獻[7]的模擬當中也能看出此現象，但不影響在系統截止頻率點(300Hz)附近之結果，從圖上可看出將系統延遲時間  $T_d$  導入電流控制器設計與無延遲時間之傳統控制器設計結果相當接近，雖然還是有 7% 的頻寬誤差，但已可驗證將系統延遲時間  $T_d$  導入電流控制器設計可以改善由系統延遲時間所造成的頻寬失真。

#### IV. 結論

本篇論文針對變頻器在實務上設計之頻寬與實際不符進行探討，並在相同延遲時間的狀況下，透過模擬比較傳統控制器設計與考慮系統延遲時間  $T_d$  之控制器設計方法，最後結合硬體模擬平台(HIL)進行驗證。驗證結果證實，若採用傳統控制系統理論進行控制器設計，由於系統延遲時間之影響，造成系統偏離原先設計之頻寬，而將系統延遲時間  $T_d$  導入控制器設計後確實可改善系統延遲時間所造成的頻寬失真。

#### V. 附錄

關於式(13)之詳細推導如下所示：

$$|G_c(j\omega)| = \left| \frac{\alpha}{\alpha - \beta \sin(\beta) + j\beta \cos(\beta)} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

將分母進行平方後開根號取純量之值

$$\frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 - 2\alpha\beta \sin(\beta) + [\beta \sin(\beta)]^2 + [\beta \cos(\beta)]^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

將左右兩邊進行平方如下式所示

$$\frac{\alpha^2}{\alpha^2 - 2\alpha\beta \sin(\beta) + \beta^2 \sin^2(\beta) + [\beta^2 \cos^2(\beta)]} = \frac{1}{2}$$

接著根據三角函數公式  $\cos^2(\beta) = 1 - \sin^2(\beta)$  將方程

式進行化簡

$$\frac{\alpha^2}{\alpha^2 - 2\alpha\beta \sin(\beta) + \beta^2 \sin^2(\beta) + [\beta^2(1 - \sin^2(\beta))]} = \frac{1}{2}$$

將方程式進行整理後可得到

$$\alpha^2 + 2\alpha\beta \sin(\beta) - \beta^2 = 0$$

利用一元二次分程式之公式求解並取正根之值，求

得根為下式所示

$$\alpha = \frac{-2\beta \sin(\beta) + \sqrt{(2\beta \sin(\beta))^2 + 4\beta^2}}{2}$$

將上方根式進行化簡後可得到下式

$$\alpha = \frac{-2\beta \sin(\beta) + 2\beta \sqrt{(\sin(\beta))^2 + 1}}{2}$$

進行約分後可得到解為下式所示

$$\alpha = \beta \left( \sqrt{(\sin(\beta))^2 + 1} - \sin(\beta) \right)$$

#### 參考文獻

- [1] M. P. Kazmierkowski, H. Kopeke, "A simple control system for current source induction motor drives", IEEE Trans. Industry Applications, vol. 1A-21, no. 4, pp. 617-623, May/June 1985.
- [2] T. Ohtani, N. Takada, K. Tanaka, "Vector control of induction motor without shaft encoder", IEEE Trans. Industry Applications, vol. 28, pp. 157-164, Jan./Feb. 1992.
- [3] R. D. Lorenz, D. B. Lawson, "Performance of feedforward current regulators for field oriented induction machine controllers", IEEE Trans. Industry Applications, vol. 1A-23, no. 2, pp. 597-602, July/August 1987.
- [4] D. Novotny, T. A. Lipo, Vector Control and Dynamics of AC Drives, U.K., Oxford:Clarendon, 2000.
- [5] B. C. Kuo, F. Golnaraghi, Automatic Control Systems8/e, John Wiley & Sons, Inc., 2003.
- [6] S. K. Sul, Control of Electric Machine Drive Systems, Wiley-IEEE Press., 2011.
- [7] J. Bocker, S. Beineke, A. Bahr, "On the control bandwidth of servo drives", 2009 13th European Conference on Power Electronics and Applications, pp. 1-10, 2009.
- [8] S. J. Sangwine, Todd A. Ell, arXiv:1001.4379.