

Цель работы:

- Изучить корректирующие коды, в том числе коды Хэмминга
- Применить данные методы на практике

Задание №1. Построить код Хэмминга X' для заданного сообщения X . Внести одиночную ошибку замещения в i -й разряд и, произведя декодирование, подтвердить место ошибки:

1. а) $X = 11001010$ ($i = 6$)
2. б) $X = 10110011$ ($i = 4$)
3. в) $X = 00110101$ ($i = 9$)
4. г) $X = 11101001$ ($i = 10$)
5. д) $X = 1010011$ ($i = 5$)

1. а) $X = 11001010$ ($i = 6$):

- **Исходный код Хэмминга:**
 - **Проверочные биты:**
 - $p_1: 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0.$
 - $p_2: 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 0.$
 - $p_4: 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 1.$
 - $p_8: 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 0.$
 - **Код:** 0 0 1 1 1 0 0 0 1 0 1 0.
- **Внесение ошибки в 6-й бит:** 0 0 1 1 1 1 0 0 1 0 1 0.
- **Синдром:**
 - $s_1: 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0.$
 - $s_2: 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1.$
 - $s_4: 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 1.$
 - $s_8: 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 0.$
 - **Синдром** $s_8s_4s_2s_1 = 0110_2 = 6_{10} \rightarrow$ ошибка в 6-й позиции.

2. б) $X = 10110011$ ($i = 4$):

- **Исходный код Хэмминга:**
 - **Проверочные биты:**
 - $p_1: 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1.$
 - $p_2: 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0.$
 - $p_4: 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1.$
 - $p_8: 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0.$
 - **Код:** 1 0 1 1 0 1 1 0 0 0 1 1.
- **Внесение ошибки в 4-й бит:** 1 0 1 0 0 1 1 0 0 0 1 1.
- **Синдром:**
 - $s_1: 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0.$
 - $s_2: 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1.$
 - $s_4: 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 1.$
 - $s_8: 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 0.$
 - **Синдром** $s_8s_4s_2s_1 = 0100_2 = 4_{10} \rightarrow$ ошибка в 4-й позиции.

3. в) $X = 00110101$ ($i = 9$):

- Исходный код Хэмминга:

- Проверочные биты:

- $p_1: 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 1.$

- $p_2: 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 1.$

- $p_4: 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1.$

- $p_8: 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0.$

- Код: $11010110\mathbf{0}101.$

- Внесение ошибки в 9-й бит: $11010110\mathbf{1}101.$

- Синдром:

- $s_1: 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 1.$

- $s_2: 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 0.$

- $s_4: 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 0.$

- $s_8: 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1.$

- Синдром $s_8s_4s_2s_1 = 1001_2 = 9_{10} \rightarrow$ ошибка в 9-й позиции.

4. г) $X = 11101001$ ($i = 10$):

- Исходный код Хэмминга:

- Проверочные биты:

- $p_1: 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1.$

- $p_2: 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 0.$

- $p_4: 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1.$

- $p_8: 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 0.$

- Код: $101111001\mathbf{0}01.$

- Внесение ошибки в 10-й бит: $101111001\mathbf{1}01.$

- Синдром:

- $s_1: 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 0.$

- $s_2: 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1.$

- $s_4: 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 0.$

- $s_8: 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1.$

- Синдром $= 1010_2 = 10_{10} \rightarrow$ ошибка в 10-й позиции.

5. д) $X = 1010011$ ($i = 5$)

- Исходный код Хэмминга:

- Проверочные биты:

- $p_1: 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1.$

- $p_2: 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0.$

- $p_4: 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1.$

- $p_8: 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0.$

- Код: $0011\mathbf{0}100011.$

- Внесение ошибки в 5-й бит: $0011\mathbf{1}100011.$

- Синдром:

- $s_1: 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1.$

- $s_2: 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0.$

- $s_4: 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 1.$

- $s_8: 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0.$

- Синдром $s_8s_4s_2s_1 = 0101_2 = 5_{10} \rightarrow$ ошибка в 5-й позиции.

Задание №2. Принят некоторый код с ошибкой замещения, подтвердить место ошибки:

А) принят код 111100; исправлено 110100 – ошибка по корректирующему числу в разряде 4;

Б) принят код 111010; исправлено 101010 – ошибка по корректирующему числу в разряде 5;

В) принят код 100000; исправлено 000000 – ошибка по корректирующему числу в разряде 6.

1. Принят код 111100, исправлено 110100 – ошибка в разряде 4.

- **Вычисление проверочных битов:**

- $p_1 = b_1 = 1.$

- $p_2 = b_2 = 1.$

- $p_4 = b_4 = 1.$

- **Вычисление синдрома:**

- $s_1 = p_1 \oplus b_3 \oplus b_5 = 1 \oplus 1 \oplus 0 = 0.$

- $s_2 = p_2 \oplus b_3 \oplus b_6 = 1 \oplus 1 \oplus 0 = 0.$

- $s_4 = p_4 \oplus b_5 \oplus b_6 = 1 \oplus 0 \oplus 0 = 1.$

- **Синдром:** $s_4s_2s_1 = 100_2 = 4_{10} \rightarrow$ ошибка в 4-м разряде, место ошибки подтверждено.

2. Принят код 111010, исправлено 101010 – ошибка в разряде 5.

- **Вычисление проверочных битов:**

- $p_1 = b_1 = 1.$

- $p_2 = b_2 = 1.$

- $p_4 = b_4 = 0.$

- **Вычисление синдрома:**

- $s_1 = p_1 \oplus b_3 \oplus b_5 = 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1.$

- $s_2 = p_2 \oplus b_3 \oplus b_6 = 1 \oplus 1 \oplus 0 = 0.$

- $s_4 = p_4 \oplus b_5 \oplus b_6 = 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1.$

- **Синдром:** $s_4s_2s_1 = 101_2 = 5_{10} \rightarrow$ ошибка в 5-м разряде, место ошибки подтверждено.

3. Принят код 100000, исправлено 000000 – ошибка в разряде 6.

- **Вычисление проверочных битов:**

- $p_1 = b_1 = 1.$

- $p_2 = b_2 = 0.$

- $p_4 = b_4 = 0.$

- **Вычисление синдрома:**

- $s_1 = p_1 \oplus b_3 \oplus b_5 = 1 \oplus 0 \oplus 0 = 1.$

- $s_2 = p_2 \oplus b_3 \oplus b_6 = 0 \oplus 0 \oplus 0 = 0.$

- $s_4 = p_4 \oplus b_5 \oplus b_6 = 0 \oplus 0 \oplus 0 = 0.$

- **Синдром:** $s_4s_2s_1 = 001_2 = 1_{10} \rightarrow$ ошибка в 1-м разряде, место ошибки не подтверждено.

Вывод: в результате работы были изучены корректирующие коды, в том числе коды Хэмминга.