

Angewandte Mathematik



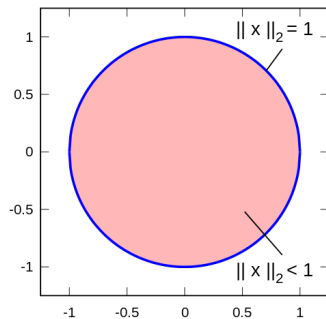
Dr. rer. nat. Johannes Riesterer

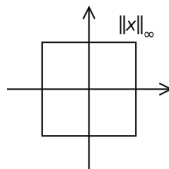
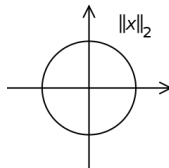
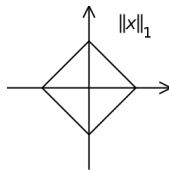
Normen

$$\|x\|_1 := |x_1| + |x_2| + \cdots + |x_n|$$

$$\|x\|_2 := \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + \cdots + x_n^2}$$

$$\|x\|_\infty := \max_i |x_i|$$





Normen

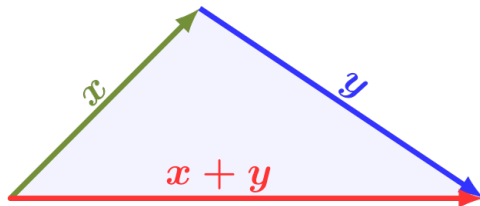
$$x, y \in \mathbb{R}^n, a \in \mathbb{R}$$

$$\|\cdot\| : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$$

$$\|x\| = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

$$\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$$

$$\|a \cdot x\| = |a| \cdot \|x\|$$



Normen sind äquivalent

Alle normen auf dem \mathbb{R}^n lassen sich gegeneinander abschätzen.

Normen

Man kann skalierte Kugeln der verschiedenen Normen ineinander schachteln....

Skalarprodukt

$$x, y, z \in \mathbb{R}^n, a, b \in \mathbb{R}$$

$$\langle \cdot, \cdot \rangle: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$$

$$\langle x + y, z \rangle = \langle x, z \rangle + \langle y, z \rangle$$

$$\langle x, y + z \rangle = \langle x, y \rangle + \langle x, z \rangle$$

$$\langle a \cdot x, b \cdot y \rangle = a \cdot b \cdot \langle x, y \rangle$$

Skalarprodukt

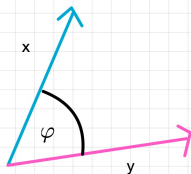
$$\langle x, y \rangle_2 = x_1 \cdot y_1 + x_2 \cdot y_2 + \cdots + x_n \cdot y_n$$

Skalarprodukt

$$\|x\|_2 = \sqrt{\langle x, x \rangle_2}$$

Skalarprodukt

$$\langle x, y \rangle = \frac{\cos(\varphi)}{\|x\| \cdot \|y\|}$$



Abstand

$$d(x, y) := \|x - y\|$$

Abstand

$$d(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$$

$$d(x, y) > 0 \Leftrightarrow x \neq y$$

$$d(x, z) \leq d(x, y) + d(y, z)$$