

WSI Algorytm Ewolucyjny

Konrad Karpiuk

18.03.2024

1. Opis zadania

Zaimplementować klasyczny algorytm ewolucyjny z selekcją turniejową i sukcesją genetyczną. Dostępny budżet to 10000 ewaluacji funkcji celu. Minimalizacja dotyczy funkcji numer 2 i 13 z CEC 2017 w 10 wymiarach. Ograniczenia kostkowe przestrzeni to -100, 100. Liczba iteracji = budżet / wielkość populacji.

2. Strategia działania

Krok 1: Znalezienie rozsądnej wielkości populacji.

W tym celu przyjąłem stały parametr sigma równy 3, a wielkości populacji jako kolejne potęgi liczby 2. Aby ograniczyć wpływ losowości na wyniki eksperymentu, dla każdej kombinacji przeprowadziłem 50 symulacji, zapisałem najniższą wartość funkcji obliczoną w każdej symulacji oraz policzyłem średnią z tych wartości. Jako rozsądną wielkość populacji wybrałem tę, która cechowała się najniższą średnią.

Krok 2: Znalezienie najlepszego parametru sigma.

Mając wielkość populacji znalezioną w poprzednim kroku, wyznaczyłem najniższe średnie wartości funkcji dla parametrów sigma z przedziału [0,1 ; 4,9] z krokiem 0,1. Wartość parametru sigma, dla której ta średnia była najniższa, przyjąłem jako najlepszą.

Krok 3: Test zwiększonego budżetu.

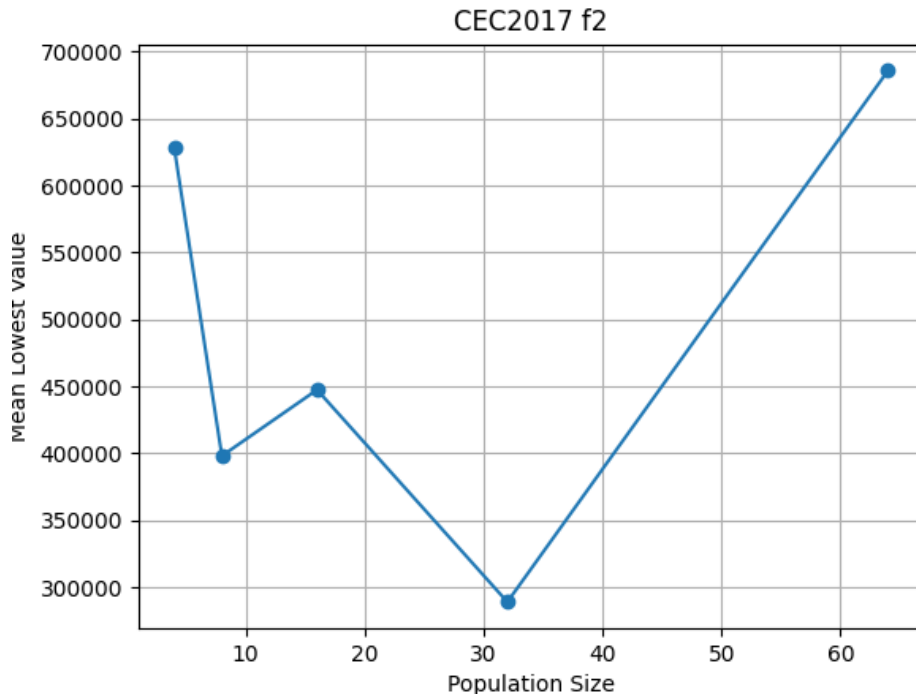
W tym kroku dla wielkości populacji znalezionej w kroku 1. oraz parametru sigma znalezionej w kroku 2. Przeprowadziłem symulacje dla budżetu zwiększonego pięciokrotnie.

3. CEC 2017 f2

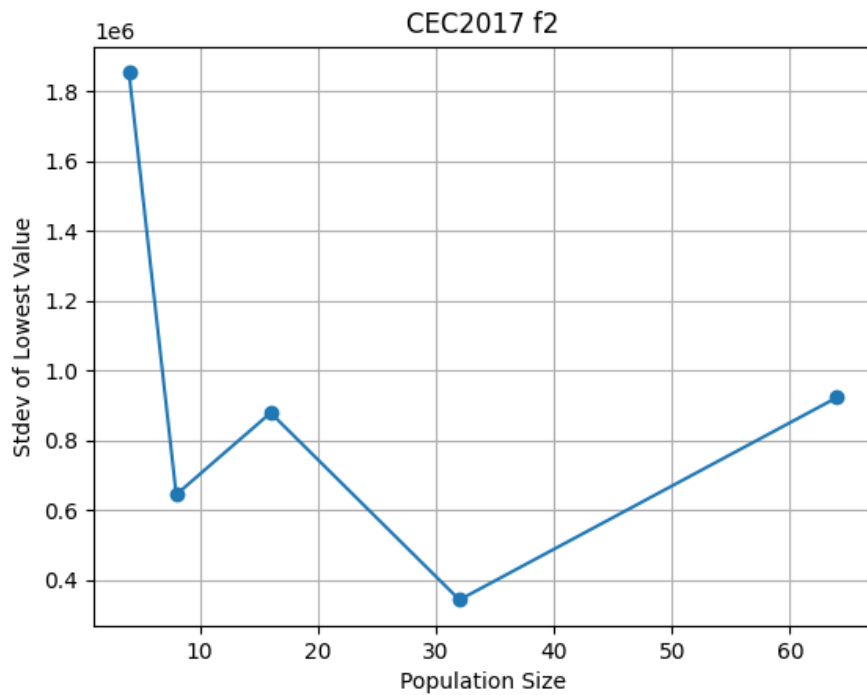
Krok 1: Znalezienie rozsądnej wielkości populacji. Sigma = 3.

Wielkość populacji	Minimalna wartość	Maksymalna Wartość	Średnia	Odchylenie Standardowe
2	207642,68	40541257,95	6892827,69	9823635,05
4	20423,00	13138758,22	627934,49	1852186,31
8	4621,20	3114643,97	398036,43	643950,57
16	7848,73	5880771,12	447403,04	878153,76
32	7779,28	1365469,65	288944,75	342688,91
64	6594,22	4215119,17	685818,91	922319,09
128	15399,57	273274096,52	14319518,22	42329929,94
256	6976,04	2710095427,50	110637294,17	388257123,26
512	80418,58	12678599038,41	1152985781,52	2554861680,48

Dla populacji większych niż 64 zarówno średnia jak i odchylenie standardowe drastycznie się zwiększa. Według mnie jest to spowodowane zbyt małą liczbą iteracji. Odpowiednio duża liczba iteracji jest potrzebna, aby mechanizm mutacji miał możliwość doprowadzić osobnika z populacji do jej minimum. Z kolei dla małych populacji problemem jest zbyt niskie początkowe pokrycie przestrzeni. W przypadku funkcji 10 wymiarowej przy wylosowaniu zaledwie dwóch osobników, szansa na to, że któryś znajdzie się blisko minimum jest bardzo mała. Dlatego populacja powinna być dostosowana do wymiarowości problemu.



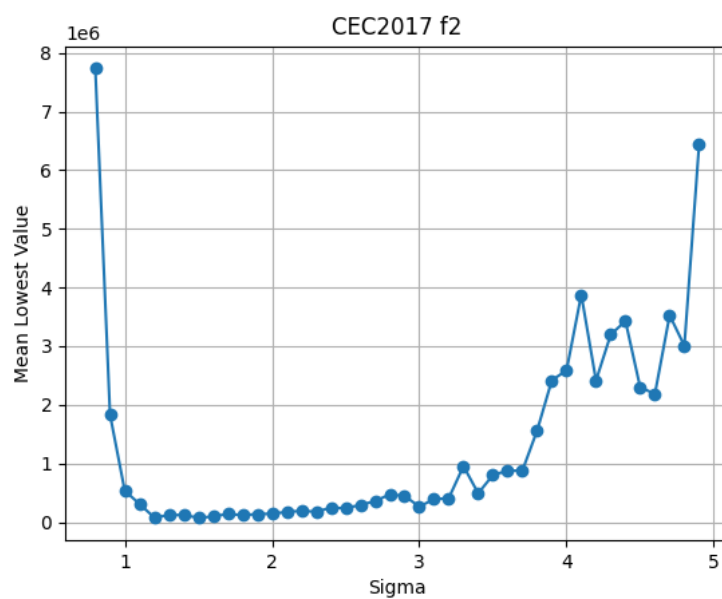
Wykres średniej z najniższych wartości z 50 prób w zależności od wielkości populacji.



Wykres odchylenia standardowego z najniższych wartości z 50 prób w zależności od wielkości populacji.

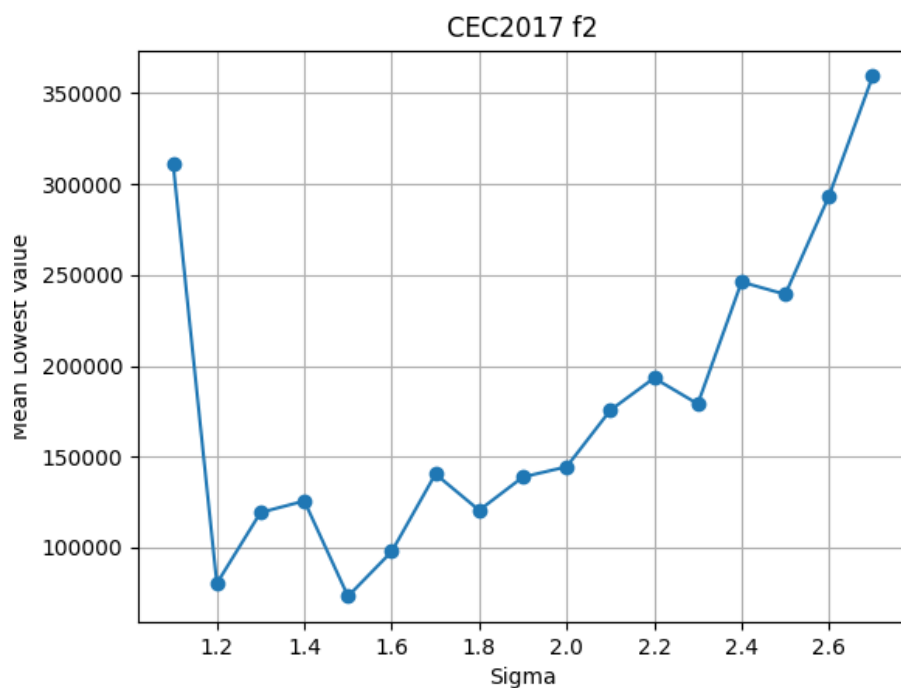
Jako najlepszą wielkość populacji wybrałem 32 ze względu na najmniejsze wartości średniej i odchylenia standardowego spośród wszystkich populacji.

Krok 2: Znalezienie najlepszego parametru sigma. Wielkość populacji = 32.

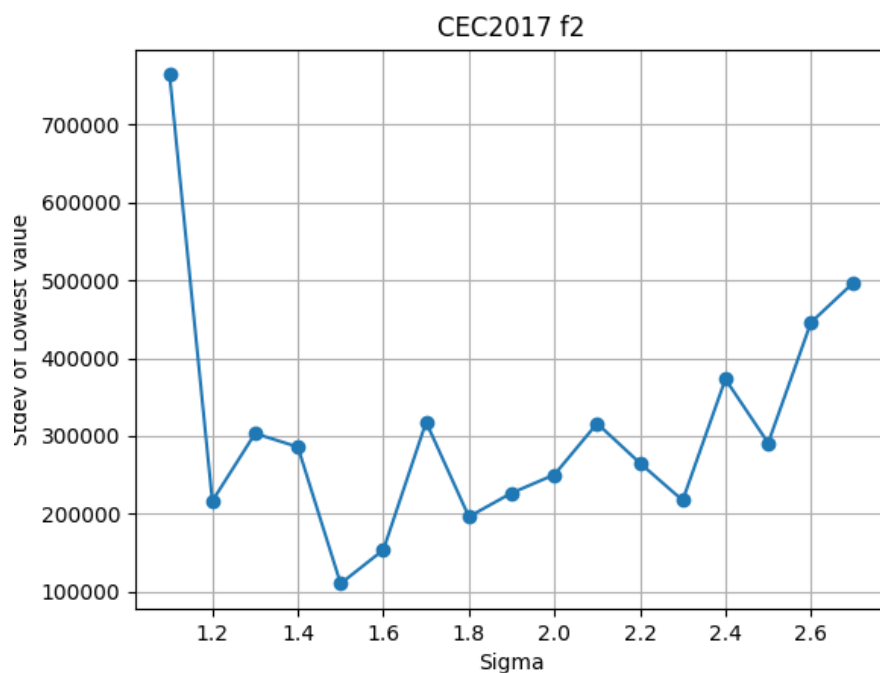


Wykres średniej z najniższych wartości z 50 prób w zależności od wielkości sigma.

Powyższy wykres pokazuje cały badany przedział parametru sigma. Aby zwiększyć czytelność wykresu przedstawię wycinek pozbawiony skrajnych wartości sigma zarówno dla średniej jak i dla odchylenia standardowego:



Wykres średniej z najniższych wartości z 50 prób w zależności od wielkości sigma.



Wykres odchylenia standardowego z najniższych wartości z 50 prób w zależności od wielkości sigma.

Sigma	Minimalna wartość	Maksymalna Wartość	Średnia	Odchylenie Standardowe
0,4	213,55	5809388488568,09	216485143594,51	915447383102,14
0,5	480,86	3721840207,68	336887889,31	742390902,18
0,6	291,17	15602691373,98	571624902,23	2338091438,28
0,7	1059,17	1505887920,70	72831220,81	268951445,55
0,8	245,80	251591672,22	7731822,90	36162778,86
0,9	512,66	41603111,03	1832105,47	6507046,03
1,0	372,35	17992282,26	536207,90	2570162,70
1,1	256,90	3805078,66	311374,16	764244,84
1,2	355,43	1413676,04	80215,65	216472,14
1,3	539,72	2059072,61	119249,80	303243,35
1,4	471,42	1808028,68	125601,00	285970,85
1,5	413,37	609315,65	73146,73	110379,55
1,6	3215,90	794312,54	97771,58	153681,91
1,7	937,97	1899803,04	140458,84	317938,03
1,8	1020,38	921994,96	120466,10	196329,46
1,9	809,98	1059642,56	138784,30	226770,30
2,0	2770,07	1553712,50	144417,78	250289,61
2,1	615,92	1730982,20	175564,42	316165,53
2,2	1227,04	1088229,47	193263,95	265248,70
2,3	1689,53	849831,78	179027,85	217320,27
2,4	2339,14	1672822,54	246136,37	373109,69
2,5	1774,81	1255880,35	239337,58	291022,03
2,6	5668,24	1771322,24	293418,25	445818,02
2,7	2407,08	1876638,46	359430,69	497359,66
2,8	6586,68	1981902,20	474015,19	541436,92
2,9	7360,36	4386342,48	448009,22	805925,59
3,0	1938,42	1395788,42	265295,82	350164,62

Dla wartości parametru sigma mniejszych niż 1 średnia i odchylenie standardowe są dużo większe niż dla wartości większych od 1. Parametr sigma odpowiada za to jak bardzo zaburzone zostaną wartości wektora x . Jeśli ten parametr jest bliski zeru, osobniki nie mają możliwości odpowiedniej eksploracji wielowymiarowej przestrzeni, więc jeśli w pierwszym pokoleniu nie wylądowały blisko minimum, nie poradzą sobie z jego znalezieniem.

Ciekawą obserwacją jest to, że spośród wszystkich wartości parametru sigma, w 50 symulacjach dla każdego, najmniejszą wartość uzyskano dla sigma = 0,4. Oczywiście niski parametr sigma zapewnia bardzo dobrą eksploatację kawałka przestrzeni, co w połączeniu z przypadkowym i szczęśliwym początkowym położeniem punktu blisko minimum funkcji, zapewnia bardzo dobre zbieganie do niego. Za to maksymalna wartość, średnia i odchylenie standardowo jasno pokazują, że sigma = 0,4 nie jest dobrą wartością dla badanego problemu. Przypadek ten pokazuje jak ważne jest przeprowadzenie odpowiedniej liczby symulacji w celu prawidłowej oceny działania algorytmu.

Wartości sigma większe od 4 wykazują się znacznie gorszymi wynikami od tych mniejszych (jest to widoczne na pierwszym wykresie tego kroku). Przy dużym parametrze sigma algorytm wykazuje się bardzo dobrą eksploracją przestrzeni, przez co znacznie zwiększa prawdopodobieństwa znalezienia się w pobliżu minimum, natomiast wykazuje się również słabą

eksploatacją, przez co nawet będąc w pobliżu minimum nie jest w stanie skutecznie do niego zbiegać.

Do ostatniego kroku wybrałem wartość $\sigma = 1,5$.

Krok 3: Test zwiększonego budżetu. Wielkość populacji = 32, $\sigma = 1,5$.

W tym kroku dostępny budżet to 50000.

Budżet	Minimalna wartość	Maksymalna Wartość	Średnia	Odchylenie Standardowe
10000	413,37	609315,65	73146,73	110379,55
50000	246,07	26730,70	6440,63	7779,57

Zgodnie z oczekiwaniami dzięki pięciokrotnemu zwiększeniu liczby iteracji osiągnięto zdecydowaną poprawę działaniu algorytmu. Zarówno średnia jak i odchylenie standardowe są bardzo niskie, co świadczy o wysokiej powtarzalności dobrych wyników algorytmu.

Najlepszy znaleziony osobnik:

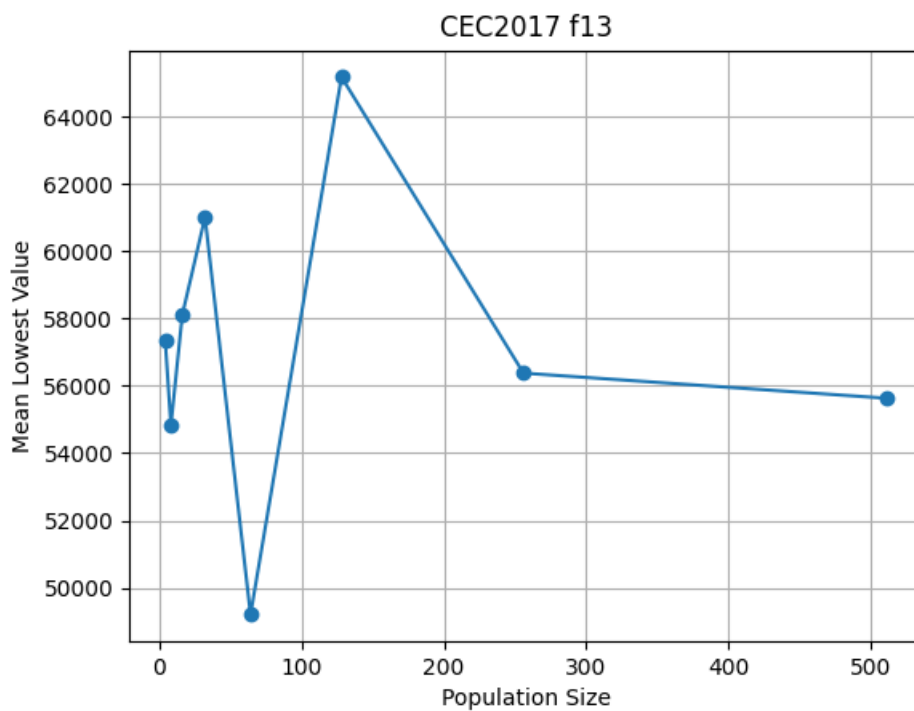
X0	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	f2(X)
-28,24	-17,33	-45,71	0,58	4,32	-36,81	45,90	75,45	-61,64	72,78	246,07

4. CEC 2017 f13

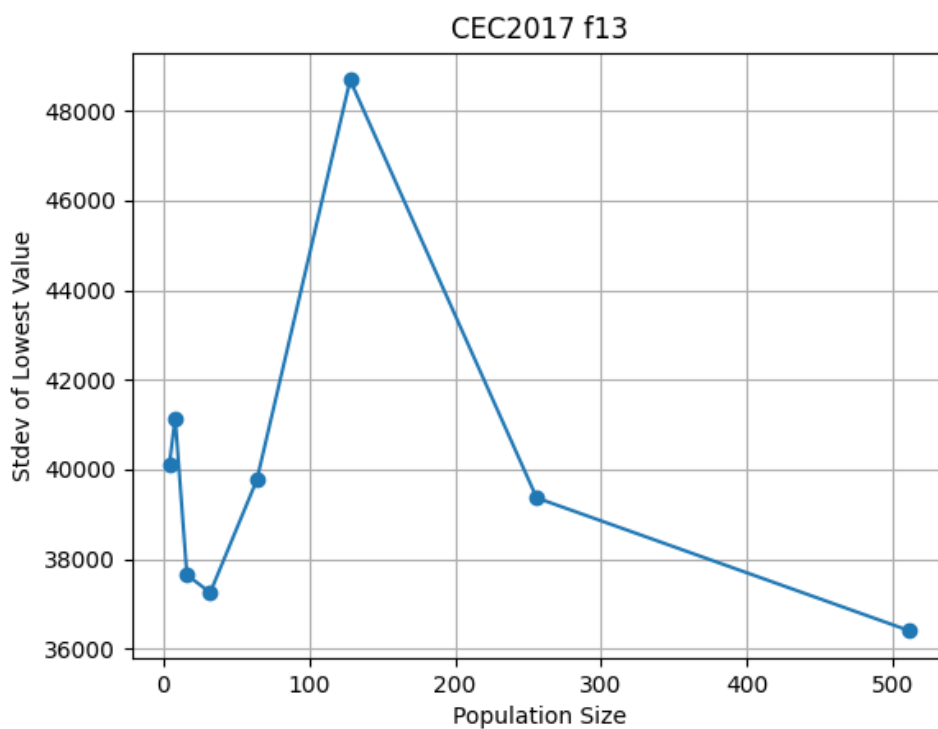
Krok 1: Znalezienie rozsądnej wielkości populacji. $\sigma = 3$.

Wielkość populacji	Minimalna wartość	Maksymalna Wartość	Średnia	Odchylenie Standardowe
2	8769,70	460829,13	97356,39	94056,98
4	7698,30	198725,70	57348,30	40112,76
8	3776,94	165841,15	54826,18	41149,25
16	7127,89	184509,51	58106,98	37648,78
32	6234,24	156916,16	61012,86	37252,36
64	3320,95	182602,83	49203,14	39767,49
128	1888,71	192778,30	65175,07	48688,57
256	4813,37	180781,49	56378,81	39365,73
512	5508,93	146968,94	55630,66	36398,98

Tak jak wcześniej małe populacje mają trudności ze znalezieniem się blisko minimum, natomiast ciekawy wydaje się trend spadkowy średniej i odchylenia standardowego po przekroczeniu liczby 128 osobników. Mimo takiego trendu zrezygnowałem z poszukiwania populacji o jeszcze większej liczebności osobników, ze względu na ograniczony budżet. Idea algorytmu ewolucyjnego polega na odnalezieniu minimum funkcji głównie dzięki mutacjom, a im większa populacja, tym mniej ich zajdzie. Przy populacji rzędu 1000 osobników odbyłoby się zaledwie 10 mutacji, co przypomina bardziej strzelanie na ślepo niż algorytmiczne znajdowanie optymalnego rozwiązania.



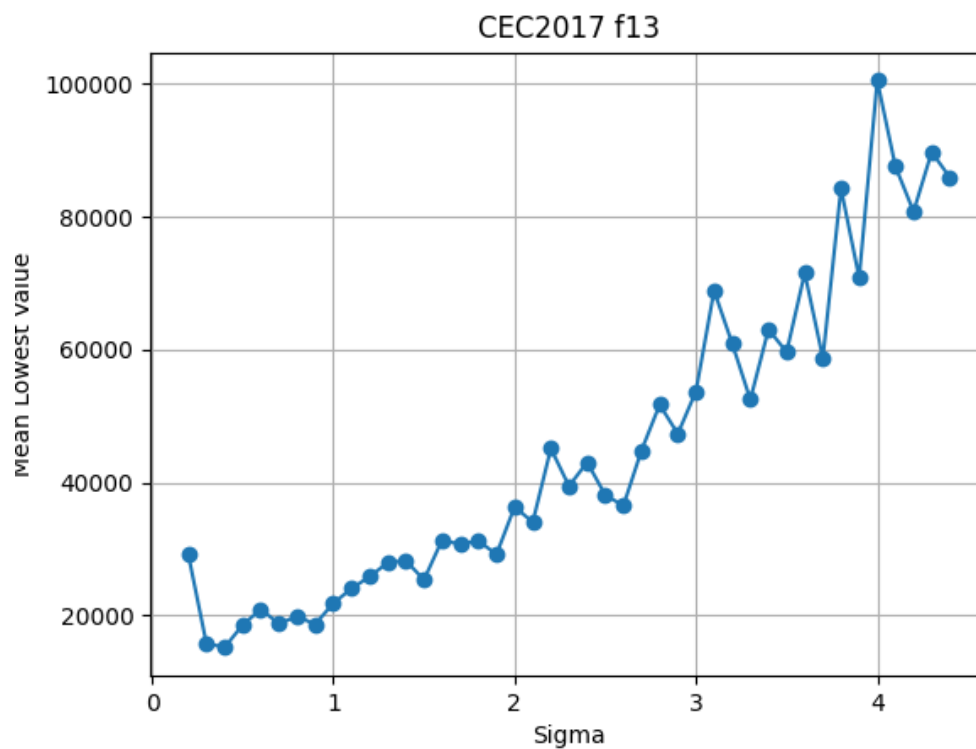
Wykres średniej z najniższych wartości z 50 prób w zależności od wielkości populacji.



Wykres odchylenia standardowego z najniższych wartości z 50 prób w zależności od wielkości populacji.

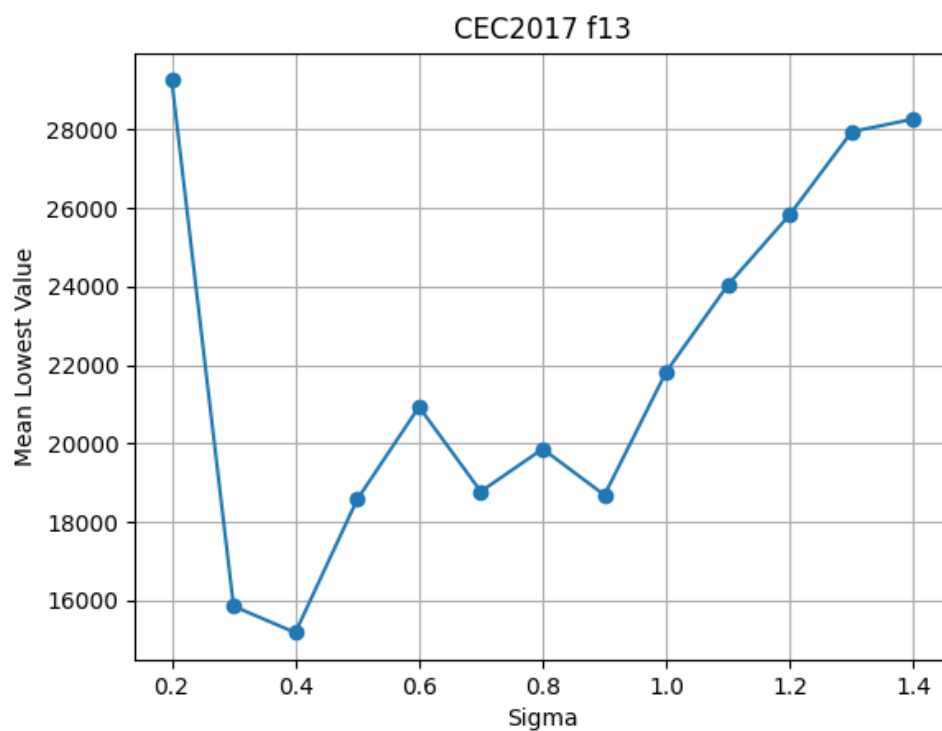
Do kolejnego kroku wybrałem wielkość populacji o wartości 64 ze względu na najniższą średnią.

Krok 2: Znalezienie najlepszego parametru sigma. Wielkość populacji = 64.

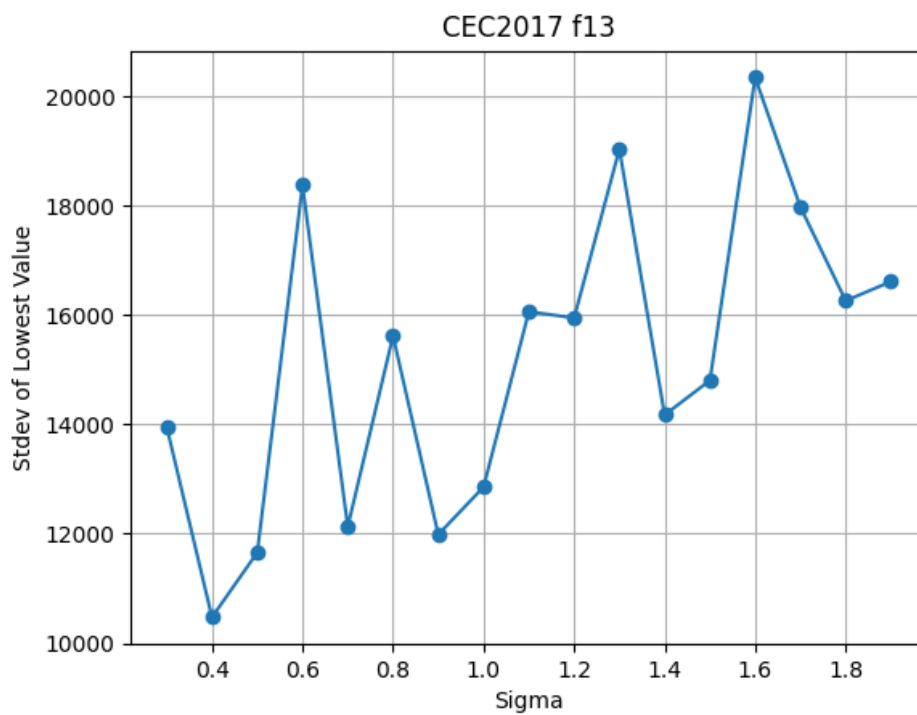


Wykres średniej z najniższych wartości z 50 prób w zależności od wielkości sigma.

Powyższy wykres wskazuje na to, że optymalnego sigma powinniśmy szukać wśród najniższych wartości tego parametru. Dlatego następne dwa wykresy skupiają się właśnie na tym fragmencie.



Wykres średniej z najniższych wartości z 50 prób w zależności od wielkości sigma.



Wykres odchylenia standardowego z najniższych wartości z 50 prób w zależności od wielkości sigma.

Sigma	Minimalna wartość	Maksymalna Wartość	Średnia	Odchylenie Standardowe
0,1	2149,99	919879864,50	58736306,92	184842336,86
0,2	2101,43	627769,08	29257,71	87508,08
0,3	2544,77	80543,51	15849,43	13955,53
0,4	2105,72	53974,81	15176,46	10473,67
0,5	2784,80	48568,88	18569,6	11655,66
0,6	2824,40	82303,05	20931,48	18376,22
0,7	2658,31	57337,95	18773,60	12129,55
0,8	2535,38	87891,38	19859,20	15618,96
0,9	3216,73	49052,73	18683,75	11986,34
1,0	2736,73	49381,13	21830,20	12855,38
1,1	2668,22	73931,16	24044,92	16062,77
1,2	5256,76	79364,96	25837,77	15948,65
1,3	5099,45	105964,87	27946,95	19035,03
1,4	4121,79	62923,06	28270,92	14174,08
1,5	3724,93	78864,46	25361,65	14805,61
1,6	2668,76	83593,17	31357,85	20346,91
1,7	5395,41	82026,36	30700,74	17976,28
1,8	3782,19	79067,27	31235,38	16263,98
1,9	5251,58	77281,65	29198,11	16613,57
2,0	7540,27	119999,94	36359,64	21538,46
2,1	2904,04	124925,88	34032,41	26531,09
2,2	6305,20	102364,86	45140,89	24791,71
2,3	4257,48	136234,22	39455,39	26429,36
2,4	3054,46	114503,05	43065,90	29477,51
2,5	9318,11	95978,47	38114,57	20843,49
2,6	2564,21	97109,57	36532,28	21533,30
2,7	8449,67	116461,16	44858,02	28265,93

Ponownie bardzo małe wartości sigma (0,1) nie mają żadnego sensu, gdyż osobniki nie mają możliwości eksploracji otoczenia. Ciekawe jest, że najlepsze wyniki średniej i odchylenia są dla wartości sigma równej 0,4. Świadczy to o zupełnie innej naturze funkcji f13 w porównaniu do f2. Tutaj parametry sigma większe od 1 osiągają gorsze wyniki niż te blisko 0,4. To znaczy, że w przypadku funkcji f13 premiowana jest eksploatacja nad eksploracją. Prawdopodobnie jest to funkcja wielomodalna, w której łatwo trafić na jakieś minimum lokalne, dlatego zdolność do eksploracji nie jest taka ważna, natomiast duży parametr sigma może przeszkadzać w zbieganiu do najbliższego minimum.

Do ostatniego kroku przyjmę parametr sigma równy 0,4.

Krok 3: Test zwiększonego budżetu. Wielkość populacji = 64, sigma = 0,4.

W tym kroku dostępny budżet to 50000.

Budżet	Minimalna wartość	Maksymalna Wartość	Średnia	Odchylenie Standardowe
10000	2105,72	53974,81	15176,46	10473,67
50000	1854,55	41245,37	13820,96	9205,50

Zgodnie z oczekiwaniami dzięki pięciokrotnemu zwiększeniu liczby iteracji osiągnięto poprawę działania algorytmu. Nie jest to natomiast tak wielka różnica jak dla funkcji f2. Być może przez tak mały parametr sigma mocno ograniczony został wpływ iteracji na zdolności algorytmu.

Najlepszy znaleziony osobnik:

X0	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	f13(X)
-38,19	-78,43	-6,72	-36,61	62,43	4,50	-55,35	-62,90	95,37	72,18	1854,55

5. Wnioski końcowe

Powyższe przykłady pokazały, że nie istnieje uniwersalny algorytm, który by dobrze działał dla wszystkich funkcji. Do każdego problemu należy dobierać parametry algorytmu indywidualnie. Dodatkową trudność stanowi wzajemna zależność parametrów. Niekoniecznie parametr sigma, który okazał się być najlepszy dla danej wielkości populacji przy budżecie 10000 będzie najlepszym parametrem dla tej samej populacji przy zwiększonym budżecie.