Rebeca Jaramillo Camarillo

Matricula: 2132988

Materia: Investigación de operaciones   Grupo: 032

FCFM FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

A3 - Modelado matemático

Problema 1. Un compromiso de negocios requiere 5 semanas de traslado continuo entre Fayetteville (FYV) y Denver (DEN). Los viajes se realizan saliendo de Fayetteville los lunes y regresando los miércoles. Un boleto redondo regular cuesta $400, pero hay un descuento del 20% si el viaje cubre un fin de semana. Un boleto sencillo cuesta el 75% del precio de un boleto regular. Existen tres alternativas conocidas para minimizar el costo del traslado:

- Comprar cinco boletos regulares FYV-DEN-FYV.
- Comprar un boleto FYV-DEN, cuatro boletos DEN-FYV-DEN que incluyan fines de semana, y uno DEN-FYV.
- Comprar un boleto FYV-DEN-FYV para la primera semana y última semana, y cuatro boletos DEN-FYV-DEN para los viajes restantes.

Identifique una cuarta alternativa factible que cumpla con las restricciones del problema.

- Comprar 5 boletos sencillos FYV-DEN y 5 boletos DEN-FYV

Parámetros

- Precio boleto redondo regular = $400
- Precio boleto redondo regular que incluye un fin de semana (descuento del 20%) = $320
- Precio boleto sencillo (75% del precio de un boleto regular) = $300
- 5 semanas de traslado continuo entre Fayetteville (FYV) y Denver (DEN)
- Los viajes se realizan saliendo de Fayetteville los lunes y regresando los miércoles.

Variables de decisión

- $x_1 = boletos\ redondos\ regulares$ FYV − DEN − FYV
- $x_2 = boletos\ redondos\ regulares$ DEN − FYV − DEN

- $x_3 = boletos\ redondos\ regulares\ con\ fin\ de\ semana\ \text{FYV} - \text{DEN} - \text{FYV}$
- $x_4 = boletos\ redondos\ regulares\ con\ fin\ de\ semana\ \text{DEN} - \text{FYV} - \text{DEN}$
- $x_5 = boletos\ sencillos\ \text{FYV} - \text{DEN}$
- $x_6 = boletos\ sencilos\ \text{DEN} - \text{FYV}$

Función objetivo

- Minimizar el costo de traslado
- $z = 400x_1 + 400x_2 + 320x_3 + 320x_4 + 300x_5 + 300x_6$

Restricciones

- 5 viajes de ida $2x_1 + 2x_3 + x_5 = 5$
- 5 viajes de regreso $2x_2 + 2x_4 + x_6 = 5$

```python
from scipy.optimize import linprog

# Coeficientes de la función objetivo (costos de los boletos)
c = [400, 400, 320, 320, 300, 300]


# Matriz de restricciones de igualdad (A_eq) y valores correspondientes (b_eq)
A = [
    [1, 0, 1, 0, 1, 0],  # Viajes de ida
    [-1, 0, -1, 0, -1, 0],
    [1, 1, 0, 1, 0, 1],   # Viajes de regreso
    [-1, -1, 0, -1, 0, -1]
]
b = [5,-5,5,-5]

# Resolver el problema
resultado = linprog(c, A_eq=A, b_eq=b, bounds=(0, None), method='highs')

# Mostrar resultados
if resultado.success:
    print("Solución óptima encontrada:")
    print(f"Boletos redondos regulares FYV-DEN-FYV (x1): {resultado.x[0]}")
    print(f"Boletos redondos regulares DEN-FYV-DEN (x2): {resultado.x[1]}")
    print(f"Boletos redondos con fin de semana FYV-DEN-FYV (x3):
{resultado.x[2]}")
    print(f"Boletos redondos con fin de semana DEN-FYV-DEN (x4):
{resultado.x[3]}")
    print(f"Boletos sencillos FYV-DEN (x5): {resultado.x[4]}")
    print(f"Boletos sencillos DEN-FYV (x6): {resultado.x[5]}")
    print(f"Costo total mínimo: ${resultado.fun}")
else:
    print("No se pudo encontrar una solución óptima.")
```

```
Solución óptima encontrada:
Boletos redondos regulares FYV-DEN-FYV (x1): 5.0
Boletos redondos regulares DEN-FYV-DEN (x2): 0.0
Boletos redondos con fin de semana FYV-DEN-FYV (x3): 0.0
Boletos redondos con fin de semana DEN-FYV-DEN (x4): 0.0
Boletos sencillos FYV-DEN (x5): -0.0
Boletos sencillos DEN-FYV (x6): 0.0
Costo total mínimo: $2000.0
```

Problema 2. Un trozo de alambre de longitud L pulgadas debe utilizarse para formar un rectángulo con área máxima. El ancho y la altura del rectángulo están relacionados por la restricción: 2(w + h) = L

Donde w es el ancho y h la altura, ambas en pulgadas. Además, el ancho y la altura deben ser valores no negativos.

Parámetros

- w = ancho
- h = altura
- el ancho y la altura deben ser valores no negativos

Variables de decisión

- $w = ancho\ del$ rectángulo
- $h = largo\ del$ rectángulo

Función objetivo

- Maximizar el área del rectángulo
- $A = w * h$

Restricciones

- $w + h = \frac{L}{2}$
- $w, h \geq 0$ (el ancho y la altura deben ser valores no negativos)

a) Identifique dos soluciones factibles, es decir, dos combinaciones de w y h que satisfagan las restricciones.
   Solución 1: $w = \frac{L}{4}; h = \frac{L}{4}$
   Solución 2: $w = \frac{2L}{10}; h = \frac{3L}{10}$
b) Indique cual de estas soluciones es mejor con base en el área del rectángulo.
   El área de la solución 1 es L^2/16 y el área de la solución 2 es 3L^2/50, por lo tanto. La solución 1 es la mejor.

Problema 3. Continuando con el problema anterior, determine la solución óptima del problema, maximizando el área del rectángulo. Sugerencia: Exprese la función objetivo (el área) en términos de una sola variable usando la restricción dada, y aplique cálculo diferencial para encontrar el máximo.

Función objetivo: $A = w * h$

Restricción: 2 (w + h) = L

Despejar w de la restricción

$$w = \frac{L}{2} - h$$

Función objetivo en términos de h

$$A = \left(\frac{L}{2} - h\right) * h$$

$$A = \frac{hL}{2} - h^2$$

Derivar a función para encontrar el máximo

$$\frac{dA}{dh} = \frac{d}{dh}\left(\frac{hL}{2} - h^2\right) = \frac{d}{dh}\left(\frac{hL}{2}\right) - \frac{d}{dh}(\, h^2)$$

$$\frac{dA}{dh} = \frac{L}{2} - 2h$$

$$\frac{L}{2} - 2h = 0$$

$$\frac{L}{2} = 2h$$

$$\frac{L}{4} = h$$

Sustituir para encontrar w

$$w = \frac{L}{2} - h = \frac{L}{2} - \frac{L}{4}$$

$$w = \frac{L}{4}$$

Área máxima del rectángulo

$$A = w * h = \frac{L}{4} * \frac{L}{4}$$

$$A = \frac{L^2}{16}$$