Álgebra Lineal Aplicada a Investigación de Operaciones

4.1 Repaso de sistemas de ecuaciones lineales

1. Resuelva el siguiente sistema de ecuaciones usando eliminación de Gauss-Jordan:

$$\begin{cases} 3x - y + 2z = 7 \\ -2x + 4y + z = -3 \\ 5x + 2y - 3z = 10 \end{cases}$$

2. Determine todas las soluciones del siguiente sistema homogéneo:

$$\begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x - y + 3z = 0 \\ -x + 4y + 2z = 0 \end{cases}$$

4.2 Matrices, determinantes y rango

3. Encuentre la inversa de la matriz si existe:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & -2 \\ 3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

4. Determine si la siguiente matriz es ortogonal:

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

4.3 Propiedades de matrices relevantes para programación lineal

- 5. Explique la importancia de las matrices en la optimización lineal y resuelva un problema de transporte con matrices.
- 6. Determine el rango de la siguiente matriz y explique su significado en un contexto de programación lineal:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 3 & 6 & 9 & 12 \end{bmatrix}$$

4.4 Problemas adicionales

7. Encuentre la factorización LU de la siguiente matriz:

$$D = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$$

8. Resuelva el siguiente sistema mediante factorización LU:

$$\begin{cases} x + 2y + z = 6 \\ 2x + 3y + 3z = 14 \\ y + 4z = 8 \end{cases}$$

9. Determine si la matriz siguiente es diagonalizable y justifique su respuesta:

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

10. Explique y aplique el método de Jacobi para resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 10x + 2y - z = 27 \\ -3x - 6y + 2z = -61 \\ x + y + 5z = -21 \end{cases}$$