UANL

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FCFM

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

Licenciatura en Ciencias Computacionales

# Laboratorio de Repaso de Probabilidad y Estadística

Materia: Investigación de Operaciones

Maestro: Luis Ángel Gutiérrez Rodríguez

Rebeca Jaramillo Camarillo

Matricula: 2132988

Grupo: 032

San Nicolás, N.L. 16 de febrero de 2025

## 1 - Tipos de datos y Medidas de tendencia central

En una empresa se han recolectado los siguientes datos de 10 empleados:

| Nombre | Edad (años) | Área de trabajo |
|---|---|---|
| Ana | 25 | Ventas |
| Luis | 30 | Administración |
| Marta | 40 | Producción |
| Carlos | 35 | Ventas |
| Elena | 28 | Recursos Humanos |
| Juan | 50 | Producción |
| Sofía | 45 | Administración |
| Pedro | 38 | Ventas |
| Daniel | 33 | Producción |
| Laura | 27 | Recursos Humanos |

1. Variables cualitativas = área de trabajo

   Variables cuantitativas = edad

2. Media = $\frac{(25+30+40+35+28+5045+38+33+27)}{10} = 35.1$

   Orden de edades: 25, 27, 28, 30, 33, 35, 38, 40, 45, 50

   Mediana = $\frac{(33+35)}{2} = 34$

   Moda = no existe

## 2 - Medidas de dispersión

Dado el siguiente conjunto de datos correspondiente a las calificaciones de 8 estudiantes en un examen:

$$X = 70,85,90,95,88,92,75,80$$

1. **Varianza**

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}$$

Obtener media y sustituir en la formula

$$\bar{x} = 84.375$$

$$\sigma^2 = \frac{(70-84.375)^2 + (85-84.375)^2 + \ldots + (75-84.375)^2 + (80-84.375)^2}{8}$$

$$\sigma^2 = 66.234$$

2. **Desviación Estándar**

$$\sigma = \sigma^2 = \sqrt{66.234}$$

$$\sigma = 8.138$$

## 3 - Probabilidades y Teorema de Bayes

Una empresa de tecnología ha identificado que el 60% de sus empleados son programadores, y el 40% son diseñadores. Se sabe que el 70% de los programadores tienen conocimientos de inteligencia artificial (IA), mientras que solo el 30% de los diseñadores tienen estos conocimientos.

Si se elige un empleado al azar y se sabe que tiene conocimientos de IA, ¿cuál es la probabilidad de que sea programador?

**Paso 1: Definir eventos**

Evento A → El empleado es programador

Evento B → El empleado tiene conocimiento de IA

**Paso 2: Aplicar el Teorema de Bayes**

$$P\left({}^{A}/_{B}\right) = \frac{P\left({}^{B}/_{A}\right) \cdot P(A)}{P(B)}$$

**Paso 3: Desarrollar $P\left({}^{B}/_{A}\right)$**

$$P\left({}^{B}/_{A}\right) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{P(B) \cdot P(A)}{P(A)} = P(B)$$

Nota: Como los eventos A y B son independientes, entonces

$$P(B \cap A) = P(A) \cdot P(B)$$

**Paso 4: Resolver para P(B)**

$$P(B) = P(\text{El empleado tiene conocimiento de IA})$$

$$P(B) = P\left({}^{IA}/_{Programador}\right) \cdot P(Programador) + P\left({}^{IA}/_{Programador}\right) \cdot P(Diseñador)$$

$$P(B) = (0.6 \cdot 0.7) + (0.4 \cdot 0.3) = 0.42 + 0.12$$

$$P(B) = 0.54$$

**Paso 5: Sustituir valores en $\boldsymbol{P\left({}^{A}/_{B}\right)}$**

$$P\left({}^{A}/_{B}\right) = \frac{0.7 \cdot 0.6}{0.54} = 0.778$$

**Conclusión:**

Hay un 77.8% de probabilidad de que un empleado que tiene conocimiento de IA sea programador.

## 4 - Distribuciones de probabilidad

Suponga que el número de defectos en un lote de producción sigue una distribución de Poisson con media λ = 3 defectos por lote.

1. Calcule la probabilidad de que un lote tenga exactamente 2 defectos.

   $$P(x = 2) = f(2) = \frac{3^2 e^{-3}}{2!} = 0.224$$

   Hay un 22.4% de probabilidad de que el lote tenga exactamente 2 defectos.

2. Calcule la probabilidad de que un lote tenga al menos 1 defecto.

$$P(x \geq 1) = 1 - P(x = 0) = 1 - f(0)$$

$$f(0) = \frac{3^0 e^{-3}}{0!} = 0.049$$

$$1 - f(0) = 1 - 0.049 = 0.95$$

Hay un 95% de probabilidad de que el lote tenga al menos 1 defecto

## 5 - Funciones de densidad y distribución acumulativa

Sea X una variable aleatoria con distribución normal de media μ = 50 y desviación estándar σ = 10.

1. Determine la probabilidad de que X tome un valor menor que 45.

$$P(x < 45) = P\left(\frac{x - 50}{10} < \frac{45 - 50}{10}\right) = P(z < -0.5) = 0.3085$$

$$P(x < 45) = 0.3085$$

2. Determine la probabilidad de que X esté entre 40 y 60.

$$P(40 < x < 60) = P\left(\frac{40 - 50}{10} < \frac{x - 50}{10} < \frac{60 - 50}{10}\right) = P(-1 < z < 1)$$

$$= 1 - 0.1587 - 0.1587 = 0.6826$$

$$P(40 < x < 60) = 0.6826$$

## 6 - Probabilidad condicional

Un dado justo de seis caras se lanza dos veces. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número par en el segundo lanzamiento, dado que en el primero salió un número impar?

**Paso 1: Definir eventos**

Evento A → Número par en el segundo lanzamiento

Evento B → Número impar en el primer lanzamiento

**Paso 2: Utilizar la fórmula de probabilidad condicional**

$$P\left({}^{A}/_{B}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \cdot P(B)}{P(B)} = P(A)$$

Nota: Como los eventos A y B son independientes, entonces:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Entonces,

$$P\left({}^{A}/_{B}\right) = P(A) = \frac{3}{6} = 0.5$$

**Conclusión:**

Hay un 50% de probabilidad de obtener un número par en el segundo lanzamiento.

## 7 - Distribución binomial

$$f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

Un examen de opción múltiple tiene 5 preguntas, cada una con 4 posibles respuestas, de las cuales solo una es correcta. Un estudiante responde al azar.

1. ¿cuál es la probabilidad de que el estudiante acierte exactamente 3 respuestas?

   $$P(x=3) = f(3) = \binom{5}{3}(0.25)^3(1-0.25)^{5-3} = 10(0.25)^3(0.75)^2 = 0.087$$

   Hay un 8.7% de probabilidad que acierte exactamente 3 respuestas.

2. ¿cuál es la probabilidad de que acierte al menos una respuesta?

   $$P(x \geq 1) = 1 - P(x=0) = 1 - f(0)$$

   $$f(0) = \binom{5}{0}(0.25)^0(1-0.25)^5 = 1(0.75)^5 = 0.237$$

   $$P(x \geq 1) = 1 - 0.237 = 0.7626$$

   Hay un 76.26% de probabilidad de que acierte al menos 1 respuesta

## 8 - Regla de Laplace

Regla de Laplace = $\frac{casos\ faborables}{casos\ posibles}$

Una urna contiene 5 bolas rojas y 7 bolas azules. Se extrae una bola al azar.

1. Determine la probabilidad de que la bola extraída sea roja.

$$P(roja) = \frac{5}{12} = 0.4167$$

   Hay un 41.6% de probabilidad de extraer una bola roja.

2. Si se extraen dos bolas sin reemplazo, ¿cuál es la probabilidad de que ambas sean azules?

$$P(2\ azules) = \frac{7}{12} \cdot \frac{6}{11} = \frac{7}{22} = 0.318$$

   Hay un 31.8% de probabilidad de extraer 2 bolas azules.

## 9 - Esperanza matemática

Suponga que una persona juega una lotería donde el premio es de 1000 dólares con una probabilidad de 0.01, y el costo del boleto es de 10 dólares.

$$E(x) = P_i \cdot x_i$$

Al comprar un boleto tienes 10 dólares menos y tus probabilidades son las siguientes:

- Probabilidad de ganar = 0.01
- Probabilidad de perder = 0.99

$$E(x) = (0.01)(1000) + (0.99)(-10) = 10 - 9.9 = 0.1$$

La ganancia del jugador seria 0.1 dólares

## 10 - Ley de los grandes números

Un experimento consiste en lanzar una moneda justa 1000 veces y calcular la frecuencia relativa de obtener cara.

1. ¿Cuál es el valor esperado de la frecuencia relativa de obtener cara?
2. ¿Cómo se relaciona esto con la Ley de los Grandes Números?

La ley de los grandes números dice que se debe comparar la frecuencia relativa con la probabilidad teórica. En otras palabras, si repetimos muchas veces un experimento, la frecuencia de que suceda cierto evento tiende a aproximarse a la probabilidad de este.

La probabilidad de obtener cara al lanzar una moneda es:

$$P(x = cara) = 0.5$$

Por lo tanto, el valor esperado de la frecuencia relativa de obtener cara es 0.5