⊛ Divisão e conquista

- Divisão: dividir uma entrada grande em partes menores
- Conquista: usa o método recursivamente para resolver subproblemas

Ex: multiplicação de matrizes
↳ divide por 4
↳ Strassem

⊛ Programação dinâmica

O que é? quebrar problemas e resolve-los apenas 1 vez
↳ guarda em uma memória (matriz)

Duas matrizes $A: n \times m$ e $B: m \times K$ podem ser multiplicadas usando nmK multiplicações

B C → 1, 40 × 40, 10 400

1, 10 × 10, 25 250

$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \cdot [1\ 2\ 3\ 4]$ 3×4 1, 25 × 30, 1

1, 1 ?

Procuramos uma sequencia ótima para multiplicar matrizes

B D
30 1 40 10 25
A C

30 × 40	1 × 10	40 × 25
AB	BC	CD
1200	400	10000

Seja $M(i,j)$ o número mínimo de multiplicações necessárias $\prod_{k=i}^{j} A_k$

Para $(i \leq k < j)$ a solução ótima da sequencia (i,j) de matrizes é formada por soluções ótimas das duas subsequencias (i,k) e $(k+1,j)$

Se todos os k são verificados, temos a recorrência:

$$M(i,i) = 0$$

$$M(i,j) = \min_{i \leq k < j} \{ M(i,k) + M(k+1,j) + \underbrace{d_{i-1} d_k d_j}_{\text{custo da última multiplicação}} \}$$

$i = 1$ e $j = n$

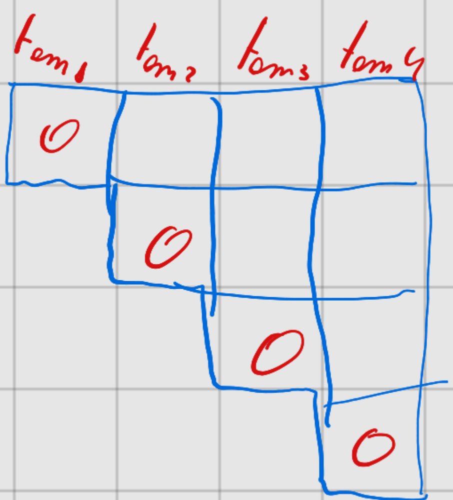
A implementação recursiva é exponencial, muita computação redundante ocorre, no entanto, o número de subproblemas distintos é consideravelmente menor.

Botton-up

Preenche o caso base (diagonal principal) com zeros

↳ Preenche a matriz triangular superior com os resultados

$$\frac{n(n+1)}{2}$$



Algoritmo:

Ordem($d_0 \dots d_n$): (são $n+1$ elementos)

```
para i = 1 até i <= n:
    M[i, i] = 0
para l = 2 até l <= n:                 colunas
    para i = 1 até n - l + 1:          diagonal corrente
        j = i + l - 1
        M[i, j] = ∞ (valor alto)
        para k = i até j - 1: (--)
            q = M[i, k] + M[k+1, j] + d_{i-1} · d_k · d_j
            se q < M[i, j] então:
                M[i, j] = q
                c[i, j] = k
return M, c
```

$d_{i-1} \cdot d_k \cdot d_j$: $\underbrace{d_{i-1} \cdot d_k \cdot d_j}_{m\,n\,k}$

(3 matrizes)

Ex: $n = 3$

	0	1	2	3
0				
1		0	$d_0 d_1 d_2$	$M(2,3) + d_0 \cdot d_1 \cdot d_3$
2			0	$d_1 \cdot d_2 \cdot d_3$
3				0

$A_1 : x_1 \times x_2 \quad A_2 : x_2 \times x_3 \quad A_3 : x_3 \times x_4$

$d_1 \times d_2 = A_2$

$$d = [\underbrace{x_1 \; x_2}_{\substack{d_0 \times d_1 \\ A_1}} \; \underbrace{x_3 \; x_4}_{\substack{d_2 \times d_3 \\ A_3}}]$$

$$d = [30, 1, 40, 10, 25]$$