

Relatório

Atividade 05: Integração por Quadratura de Gauss-Legendre

Rebeca Amorim Penha

06 de julho de 2025

Objetivo

Aplicar a quadratura de Gauss-Legendre para aproximar integrais definidas, utilizando os zeros dos polinômios de Legendre como pontos de amostragem e os pesos correspondentes calculados numericamente.

Descrição do Código

- **legendre_poly(n, x)**: avalia o polinômio de Legendre de grau n no ponto x de forma recursiva;
- **legendre_roots(n)**: calcula numericamente as raízes do polinômio de Legendre de grau n utilizando o método de Newton-Raphson com aproximação inicial baseada na fórmula de Chebyshev;
- **gauss_weights(xi, n)**: calcula os pesos da quadratura baseando-se na derivada do polinômio de Legendre em cada raiz ξ_i ;
- **gauss_quad(f, a, b, n)**: executa a quadratura de Gauss para a função f no intervalo $[a, b]$ com n pontos.

Exemplo de Execução

- Função: $f(x) = x^2$
- Intervalo: $[-1, 1]$
- Número de pontos: $n = 3$

Resultado obtido:

- Integral aproximada: 0.6666666667
- Valor exato: $\frac{2}{3} = 0.\overline{6}$

Conclusão

A quadratura de Gauss-Legendre é um método extremamente preciso para calcular integrais definidas, especialmente quando a função é suave. Neste experimento, a aproximação da integral de x^2 no intervalo $[-1, 1]$ com apenas 3 pontos forneceu um resultado praticamente exato.

O código desenvolvido mostra a implementação detalhada dos elementos fundamentais da quadratura de Gauss, incluindo a obtenção das raízes e pesos dos polinômios de Legendre.