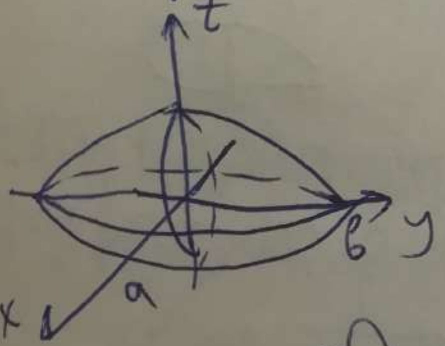
Білет 16

① Поверхні другого порядку в простор

<u>Еліпсоїд</u>

Еліпсоїд - поверхня, яка в деякій системі координат задається рівнянням $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$

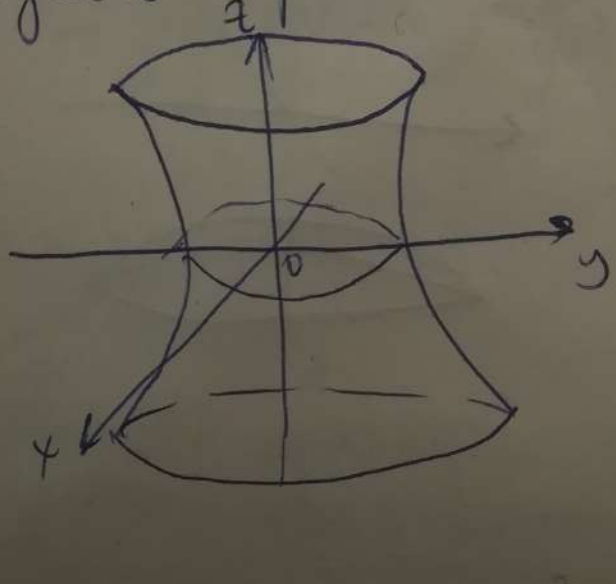
$a>0, b>0, c>0.$



Якщо $a=b=c$, отримуємо сферу

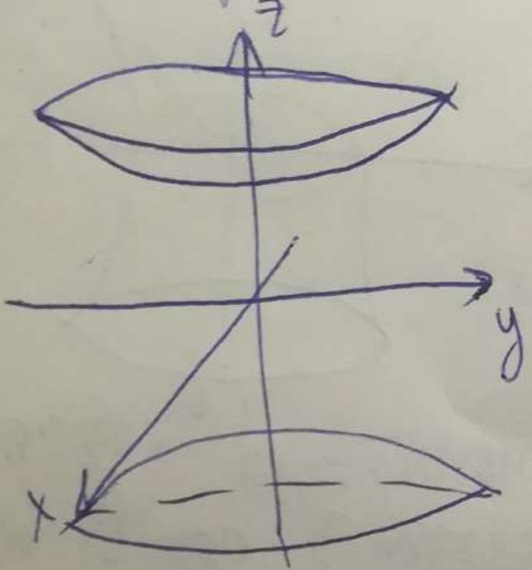
Однопорожнинний гіперболоїд

Поверхня, яка в деякій системі координат задається рівнянням $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$, $a,b,c>0$



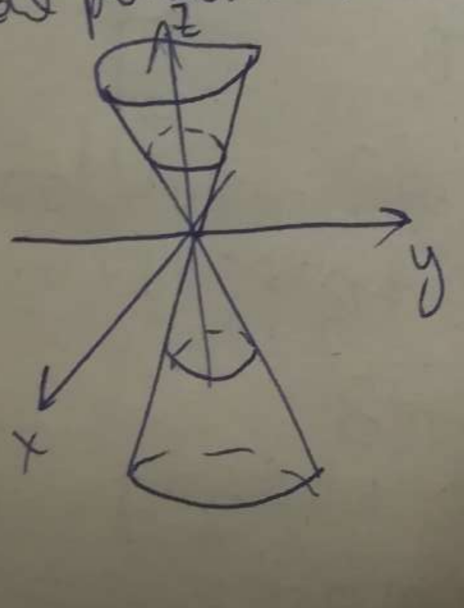
Двопорожнинний гіперболоїд

Поверхня, яка в деякій системі координат задається рівнянням: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=-1$, $a,b,c>0$



Конус другого порядку

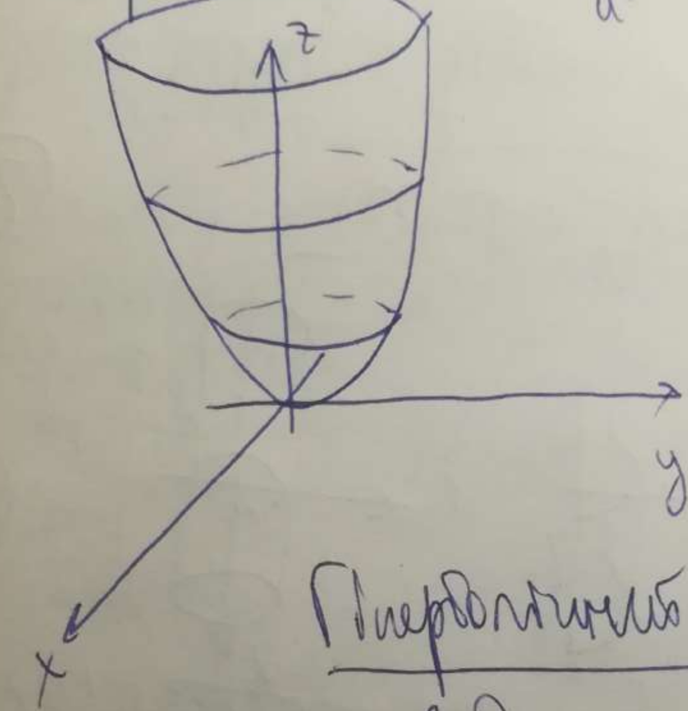
Поверхня, яка в деякій системі координат задається рівнянням $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=0$, $a,b,c>0$



Якщо $a=b$, конус наз. круговим

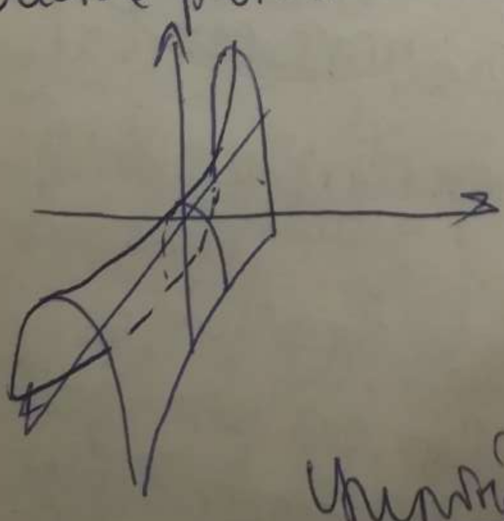
Еліптичний параболоїд

Поверхня, що в деякій системі координат задається рівнянням $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=2pz$, $a>0, b>0, p>0$



Гіперболічний параболоїд

Поверхня, яка в деякій системі координат задається рівнянням $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=2pz$, $a, b, p>0$

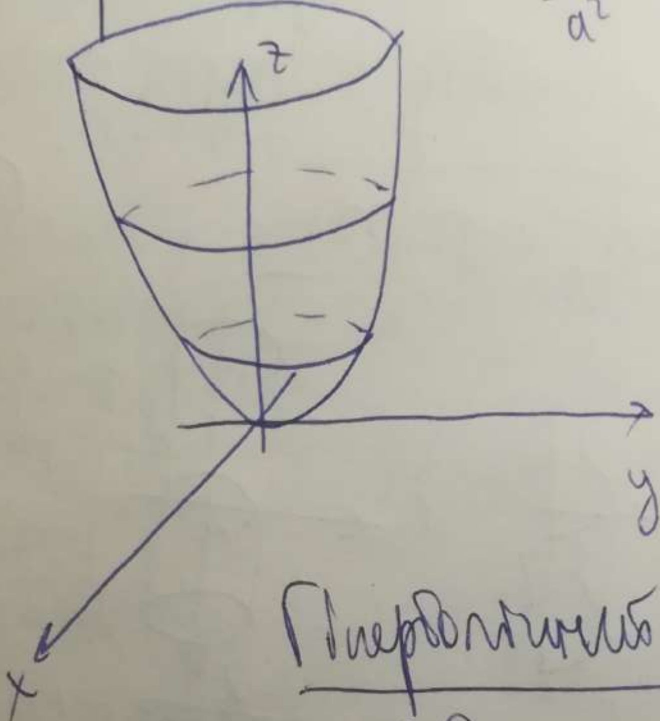


Циліндричні поверхні

Нехай на площині xOy задана деяка лінія l

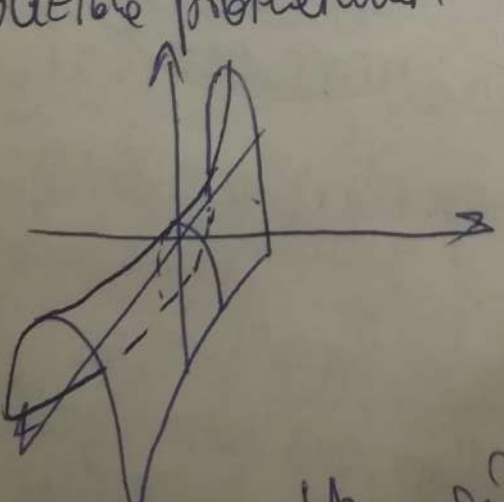
Еліптичний параболоїд

Поверхня, що в деякій системі координат задається рівнянням $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=2pz$, $a>0, b>0, p>0$



Гіперболічний параболоїд

Поверхня, яка в деякій системі координат задається рівнянням $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=2pz$, $a,b,p>0$



Циліндричні поверхні

Нехай на площині xOy задана деяка лінія l

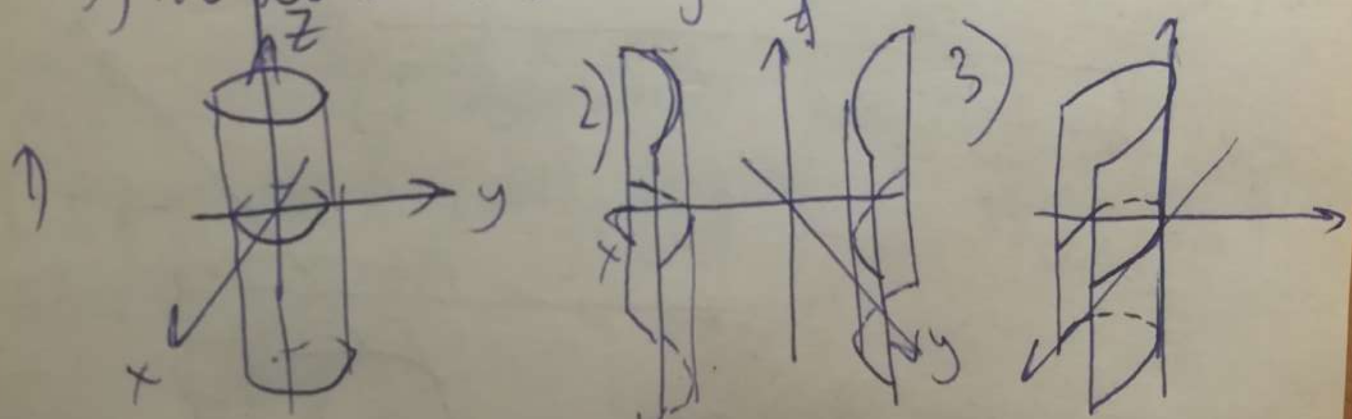
з рівнянням $F(x,y)=0$. Через кожну точку цієї лінії проведемо пряму $\parallel Oz$. Одержимо поверхню, яка наз. циліндричною. Якщо C-крива 2-го порядку, то ця поверхня є поверхнею 2-го порядку.

Визн. такі циліндри другого порядку

1) Еліптичний: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

2) Гіперболічний: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$

3) Параболічний: $y^2=2px$



(2) Теорема Крамера

Якщо головний визначник квадратної системи лінійних рівнянь $\Delta \neq 0$, то система має єдиний розв'язок, який знаходиться за формулою Крамера: $x_1=\frac{D_1}{\Delta}$, $x_2=\frac{D_2}{\Delta}$, ..., $x_n=\frac{D_n}{\Delta}$

$$= \frac{1}{\Delta}\Big(\beta_1\big(\overbrace{\alpha_{i1}A_{11}+\alpha_{i2}A_{12}+\dots+\alpha_{in}A_{1n}}^{=0}\big)+\beta_2\big(\overbrace{\alpha_{i1}A_{21}+\alpha_{i2}A_{22}+\dots+\alpha_{in}A_{2n}}^{=0}\big)+\dots+$$

$$+\beta_i\big(\overbrace{\alpha_{i1}A_{i1}+\alpha_{i2}A_{i2}+\dots+\alpha_{in}A_{in}}^{=\Delta}\big)+\dots+\beta_n\big(\overbrace{\alpha_{i1}A_{n1}+\alpha_{i2}A_{n2}+\dots+\alpha_{in}A_{nn}}^{=0}\big)\Big)=$$

$$=\frac{1}{\Delta}\big(\beta_1\cdot 0+\beta_2\cdot 0+\dots+\beta_i\Delta+\dots+\beta_n\cdot 0\big)=\frac{1}{\Delta}\beta_i\Delta=\beta_i \qquad \square$$

(3) $y^2=2px$ $\qquad M_1(9;6)$

$36=2p\cdot 9$

$p=2$

$$\boxed{y^2=4x}$$

(4) $$\begin{vmatrix} a_0 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & a_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & a_2 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_n \end{vmatrix} - \frac{II}{a_1} - \frac{III}{a_2} - \dots - \frac{(n+1)}{a_n} =$$

$$= \begin{vmatrix} a_0-\frac{1}{a_1}-\dots-\frac{1}{a_n} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & a_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & a_2 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_n \end{vmatrix} =$$

$-\frac{II}{a_1}-\frac{III}{a_2}-\dots-\frac{(n+1)}{a_n}$

$$= \begin{vmatrix} a_0 - \sum\limits_{i=1}^{n} \frac{1}{a_i} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & a_2 & 0 & \dots & 0 \\ - & - & - & - & - & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_n \end{vmatrix} =$$

$$= \boxed{\left(a_0 - \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{a_i}\right) \prod_{k=1}^{n} a_n}$$