Київський національний університет імені Тараса Шевченка
Кафедра інтелектуальних програмних систем
Теорія алгоритмів та математична логіка
2 курс ОКР „бакалавр", 1 семестр
Екзаменаційний білет № 7

1. Непуста множина А є РПМ Û коли вона співпадає з множиною значень деякої ПРФ.

Теорема 6.3. Непуста множина А РП множина коли вона співпадає з множиною значень деякої ПРФ.
Необхідність (множина 4 значень ПРФ ((x) є РПМ). Дійсно, часткова ха-ратеристична функція множини А може бути обчислена алгоритмом:

function X4(x)
begin
i:= 0
while $f(i) \neq x$
do i :=i+1
X_A:= 0
end.

Достатність (якщо множина А - РПМ, то співпадає з множиною значень деякої ПРФ). Розглянемо функцію, яка обчислюється алгоритмом

function f(n)
begin
if F(l(n), r(n)) = 0 then f:= I(n)
else f:=b
end.

де F(a, x) ПРФ така, що рівняння F(a, x) = 0 має розв'язок → a € A, b € A.
Ця функція ПРФ за побудовою. Крім того: а) Значення цієї функції належать до А;
b) Якщо т - довільний елемент множини А, то рівняння F(m, x) = 0 має розв'язок і.
Покладемо п = c(т, і). Тоді значення функції f в точці п дорівнює
m.

2. Якщо R(x, y) – ПР предикат, то Q(x, z) = $\exists y_{y<z}$ R(x, y) – ПР предикат.

Щоб довести, що Q(x,z)=∃y (y<z) R(x,y) - предикат P(x1, ... , xn), потрібно показати, що для будь-яких конкретних значень x1, ..., xn, які задовольняють предикат R(x,y), предикат Q(x,z) також буде задоволений.

Нехай R(x,y) - предикат P(x1, ..., xn) задовольняється для певного значення y = y0. Тоді Q(x,z) = ∃y (y<z) R(x,y) буде задоволений, оскільки існує значення y = y0, яке менше за z, і предикат R(x,y0) задовольняється.

Отже, ми показали, що якщо R(x,y) - предикат P(x1, ..., xn), то Q(x,z)=∃y (y<z) R(x,y) - також є предикатом P(x1, ... , xn).

3. Показати, що множина A всіх натуральних n для яких існує розв'язок рівняння

$$x^n + y^n + z^n = v^n$$

в натуральних числах, відмінних від нуля, є РПМ.

Покажемо, що множина A всіх натуральних n для яких існує розв'язок рівняння

$$x^n + y^n + z^n = v^n$$

в натуральних числах, відмінних від нуля, є РП множиною.

Дійсно, часткова характеристична функція χ_A множини A обчислюється наступним алгоритмом:

```
function χ(x)
    begin
        i := 1
    while c41(i) + c42(i) + c43(i) ≠ c44(i)  do
            i := i + 1
    χ := 0
  end.
```
