Гончаренко Ілля
ІПС-22

1.Нехай A і B відрізняються скінченною кількістю елементів. Якщо A-PM, то B-PM. Довести

Зрозуміло що $(A \cap B) \subset A \in PM$
За теоремою стійкості класів: доповнення Р(РП) множини, а також об'єднання і перетин будь-якої скінченної системи Р(ПР) є Р(ПР) множиною
$\rightarrow A \in PM$

Тоді отримуємо, що $(B/A) \subset A \in PM$
$B = (A \cap B) \cup (B/A) \in PM$ (так як кожна з множин об'єднання є PM)

2.Функція f - ЧРФ, але не РФ. Область визначення функції

$$g(x) = m_y(f(y) = x)$$

є ПРМ. Довести.

Із рівності $g(x) = m_y(f(y) = x)$ випливає, що область визначення функції g(x) буде співпадати з областю значень функції f, бо $f(y) = x$. Тоді алгоритм обчислення характеристичної функції множини значень функції f є таким:

```
function  (x, g)
      begin
  if f(x) = g
  then  = 0
        else  = 1
end.
```

Де function (x, g) є ПР, а отже область значень функції є ПРМ. Оскільки область значень f співпадає з областю визначення функції g, то це також ПРМ. Доведено

3.**Функція**

$$w(x) = \begin{cases} 0, \ U(x,x) > 1 \\ 1, \text{ в інших випадках} \end{cases}$$

Не є РФ. Довести.

Покажемо, що функція $w(x)$ не є рекурсивною. Для цього будемо йти від супротивного припустимо, що функція $w(x)$ - РФ $u(x, y)$- універсальна функція для всіх одномісних ЧРФ. Тоді для $w(x)$ існує алгоритм, який її обчислює. Тобто можемо записати, що $w(x) = u(m, x)$, для деякого m

Для такої функції є можливість її обчислити в довільній точці Q_0

Де w=(u,x)

Function U(x,x)
i=0
While U(x,x,i)!=0
Do I+=1
U=I(i)

Переходячи до обчислення w(x) в довільній точці отримуємо:

Перший випадок:
Значення функції еквівалентне нулю
При умові якщо u(m,m)=0, то w(m)=1=> протиріччя
Другий випадок:
Значення функції дорівнює 1
Даний випадок задовільняє умову при w(m)=1 і u(m,m)=1

4.Побудувати ПРФ, яка за номерами Кліні функцій $f(x)$ і $g(x)$ обчислює номер Кліні функції $f(g(x))$.

Щоб обчислити номер функції $f(g(x))$, спочатку розглянемо нумерацію функцій $f(x)$ і $g(x)$. Позначимо їх відповідно як N_f і N_g

Номер N_f відповідає функції $f(x)$, а номер N_gвідповідає функції $g(x)$. Тепер потрібно побудувати функцію $f(g(x))$ та обчислити її номер $N_{f(g(x))}$ відповідно до N_f і N_g.

Основна ідея полягає в тому, щоб скласти послідовність $f(g(x))$ для кожного x від 0 і далі, доки $f(g(x))$ буде не визначена, а потім знайти номер $N_{f(g(x))}$.

Тепер перейдемо до побудови псевдо коду для розв'язання цього завдання:

```
```

```
function findFuncNumber(N_f, N_g):
    i := 0
    while true do
        if f(i) < 0 then
            break
        end if
        i := i + 1
    end while

    f_g := f(g(i))
    return f_g
```

У цьому псевдо коді `findFuncNumber` - це функція, яка приймає номера функцій N_f і N_gта знаходить номер функції $f(g(x))$. Вона шукає таке i, щоб $f(g(i))$ було визначено, тобто $f(i)$ має бути менше нуля.

5.Множина ЧРФ - злічення. Довести

Припустимо що відображення ЧРФ t(x) ставитиме у відповість номер k такий що,
$t(x) = T(k, x)$ то це повинно відображатися як ін'єктивне(при умові $f(x) \neq g(x) = T(n, x)$, то $k \neq n$)
Зауважимо що у додаток до цього множина K номерів нескінченна, з причини
$f_1 = (x) = x = T(k_1, x)$
$f_2(x) = x + 1 = T(k_2, x)$
. . . .
З данних висновків отримуємо бієкції
Множина ЧРФ NK