

Варіант 1

1. Знайти відносні похибки аргументів, які дають змогу обчислити з точністю 3% значення функції $f(x_1, x_2, x_3) = \frac{x_1^2 x_2}{x_3}$, де $x_1^* = 1,23$, $x_2^* = 1,07$, $x_3^* = 2,31$. Використати принцип рівних абсолютних похибок аргументів.

2. Зробити дві ітерації для знаходження найбільшого від'ємного кореня нелінійного рівняння

$$x^3 - 4x^2 - 4x + 13 = 0$$

модифікованим методом Ньютона, $\varepsilon = 0,001$. Намалювати геометричну інтерпретацію збіжності метода.

3. Знайти область збіжності методу Зейделя для системи $Ax = b$, де

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ a & 1 & a \\ 0 & a & 1 \end{pmatrix}.$$

4. Побудувати поліном, який інтерполює функцію, задану таблично: $x_0 = 0$; $y_0 = 3$; $y'_0 = 1$; $x_1 = 1$; $y_1 = 0$; $x_2 = 2$; $y_2 = 1$; $y'_2 = 2$; $y''_2 = 1$; $x_3 = 3$; $y_3 = 5$.
5. Визначити алгебраїчну степінь точності квадратурної формули

$$\frac{1}{3}f(-1) + \frac{4}{3}f(0) + \frac{1}{3}f(1),$$

якщо вона побудована з ваговим множником $\rho = 1$.

Варіант 2

1. Яка відносна похибка обчислення площі сектора кола радіусом $R = 21.53 \pm 0.005$ см, кута $\alpha = 137^\circ(25 \pm 1)'$, якщо число π взято з чотирма правильними знаками? Обчислити цю площу.
2. Знайти апріорну оцінку кількості кроків при знаходженні найбільшого кореня рівняння

$$x^2 + 5 \sin x - 1 = 0$$

методом дихотомії з точністю $\varepsilon = 0,001$.

3. Знайти обернену матрицю методом Гаусса з вибором головного по рядках у матричній формі

$$\begin{cases} 3x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 6 \\ -4x_1 - 8x_2 + 5x_3 = 9 \\ 2x_1 + 5x_2 - 4x_3 = -4 \end{cases}$$

4. З яким кроком h потрібно розбити відрізок $[-1; 1]$, щоб кусковою інтерполяцією першого степеня знайти наближене значення функції $f(x) = 3^x$ з точністю 0.001?
5. Наближено обчислити інтеграл $\int_{-3}^1 \frac{dx}{-2+x}$ методом Сімпсона з точністю 0,001 використовуючи оцінку залишкових членів.

Варіант 3

1. Катети прямокутного трикутника дорівнюють $12,55 \pm 0,251$, $25,10 \pm 0,753$ см. Обчислити тангенс кута, протилежного першому катету, та похибки при його обчисленні.
2. Проробити дві ітерації методу Ньютона для розв'язання системи нелінійних рівнянь

$$\begin{cases} \sin(x - 0,6) - y = 1,6 \\ 3x - \cos y = 0,9 \end{cases}$$

За початкове наближення обрати точку $x_0 = 1,25$, $y_0 = 0$. Записати умову закінчення ітераційного процесу, $\varepsilon = 0.01$.

3. Обчислити число обумовленості для матриці

$$\begin{cases} -x_1 - x_2 = -4 \\ x_1 - 3x_2 - 2x_3 = -2 \\ x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$$

4. З яким кроком h потрібно розбити відрізок $[100; 104]$, щоб кусковою інтерполяцією першого степеня знайти наближене значення функції $f(x) = \ln x$ з точністю 0.001?
5. За допомогою інтерполяційних формул побудувати формулу чисельного диференціювання $f''(1)$ для функції, що задана такими значеннями $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$

Варіант 4

1. Радіус кола дорівнює 10 см. З якою точністю його потрібно виміряти, щоб похибка обчислення площі круга не перевищувала 6,399 см², якщо в якості π взяти 3,14?
2. Зробити дві ітерації для знаходження найменшого кореня нелінійного рівняння

$$3x^2 - \cos^2(\pi x) = 0$$

методом релаксації. Записати умову припинення, $\varepsilon = 0,001$.

3. Проробити три ітерації степеневого методу для знаходження максимального власного значення матриці

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & -1 & 0 \\ 4 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Перевірити умову закінчення ітераційного процесу із точністю $\varepsilon = 10^{-3}$.

4. Функція задана таблично: $x_0 = 10$; $y_0 = 3$; $x_1 = 15$; $y_1 = 7$; $x_2 = 17$; $y_2 = 11$; $x_3 = 20$; $y_3 = 17$. За допомогою інтерполяції знайти значення x , для якого $y = 10$.
5. Наближено обчислити інтеграл $\int_4^7 \frac{dx}{9-x}$ методом середніх прямокутників з точністю 0,05 використовуючи оцінку залишкових членів.

Варіант 5

1. Знайти абсолютні похибки аргументів, які дають змогу обчислити з 1 правильною цифрою значення функції $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2 - 2x_3$, де $x_1^* = 1,23$, $x_2^* = 1,07$, $x_3^* = 2,31$. Використати принцип рівних абсолютних похибок аргументів.

2. Зробити дві ітерації для знаходження найменшого кореня нелінійного рівняння

$$x^2 + \sin x - 12x - 0,25 = 0$$

методом релаксації. Записати умову припинення, $\varepsilon = 0,001$.

3. Знайти розв'язок методом квадратних коренів

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 2 \\ x_1 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 = 2 \end{cases}$$

4. Оцінити похибку інтерполяції функції $f(x) = \sin x$ на проміжку $[0; 2\pi]$ многочленом 3го степеня, побудованим за вузлами Чебишова.

5. Наближено обчислити інтеграл $\int_5^{10} \frac{dx}{-1+x}$ методом правих прямокутників з точністю 0.5 використовуючи оцінку залишкових членів.

Варіант 6

1. Корені рівняння $x^2 - 2 \operatorname{tg} 2 \cdot x + e = 0$ необхідно обчислити з трьома правильними цифрами. Скільки правильних значущих цифр треба взяти для $\operatorname{tg} 2$ і e ?
2. Знайти апріорну оцінку кількості кроків при знаходженні найменшого кореня нелінійного рівняння

$$x^2 \lg x - 1 = 0$$

методом дихотомії з точністю $\varepsilon = 0,01$. Намалювати геометричну інтерпретацію методу.

3. Зробити дві ітерації методом Якобі для знаходження розв'язку

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 = -4 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = -2 \\ x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$$

Перевірити умову припинення, $\varepsilon = 0.01$. Перевірити достатню умову збіжності.

4. Побудувати інтерполяційний многочлен у формі Лагранжа та наближено обчислити значення функції $y = \sin(\pi x)$ при $x = 1/3$ та оцінити похибку. Для побудови використати три вузли $x_0 = 0$, $x_1 = 1/6$, $x_2 = 1/2$.
5. Наближено обчислити інтеграл $\int_{-3}^1 \frac{dx}{-2+x}$ методом трапецій з точністю $0,1$ використовуючи оцінку залишкових членів.

Варіант 7

1. Знайти похибки при наближеному обчисленні функції $f(x, y, z) = \frac{x - y^2}{z}$, якщо $x = 3.1$, $y = 0.81$, $z = 1.13$ і всі значущі цифри вхідних даних є правильними.
2. Зробити дві ітерації для знаходження найбільшого кореня нелінійного рівняння

$$(x - 1)^3 + 0.5e^x = 0$$

модифікованим методом Ньютона, $\varepsilon = 0,001$. Намалювати геометричну інтерпретацію збіжності метода.

3. Проробити три ітерації степеневого методу із формулою скалярних добутків для знаходження мінімального власного значення матриці

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

із точністю $\varepsilon = 10^{-3}$. Записати умову закінчення ітераційного процесу.

4. Скільки чебишовських вузлів інтерполяції необхідно вибрати, щоб похибка інтерполяції для функції $f(x) = e^x$ на проміжку $[-1; 0]$ не перевищувала $\varepsilon = 10^{-4}$.
5. Знайти $f''(2h)$ методом невизначених коефіцієнтів для функції, що задана такими значеннями $f(0)$, $f(h)$, $f(2h)$

Варіант 8

1. Знайти абсолютні та відносні похибки аргументів, які дають змогу обчислити з 1 правильною значущою цифрою значення функції $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 - x_2 * x_3$, де $x_1^* = 2,14$, $x_2^* = 1,93$, $x_3^* = 0,82$. Використати принцип рівних абсолютних похибок аргументів.

2. Зробити дві ітерації методом дихотомії для знаходження найбільшого кореня нелінійного рівняння

$$e^x - 2(x - 1)^2 = 0$$

Записати умову припинення, $\varepsilon = 0,001$.

3. Зробити дві ітерації методом Зейделя для знаходження розв'язку

$$\begin{cases} -x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 12 \\ 4x_1 - x_2 - 5x_3 = -13 \\ 2x_1 - 5x_2 - x_3 = -9 \end{cases}$$

Перевірити умову припинення, $\varepsilon = 0.01$. Перевірити достатню умову збіжності.

4. Визначити, чи є кубічним сплайном функція:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{7}(x-1)^3 + (2-x) + \frac{18}{7}(x-1), & x \in [0; 1] \\ \frac{1}{7}(81 - 112x + 57x^2 - 8x^3), & x \in [1; 2] \end{cases}$$

Якщо так, то якого дефекту та чи є він природним?

5. Наближено обчислити інтеграл $\int_5^{10} \frac{dx}{-1+x}$ методом трапецій з точністю 0,1 використовуючи оцінку залишкових членів.

Варіант 9

1. У п'ятизначних логарифмічних таблицях наведено значення логарифмів із точністю до $\varepsilon = 0.5 \times 10^{-6}$. Оцінити можливу похибку в разі визначення числа за його логарифмом, якщо саме число лежить у межах між 300 та 400.

2. Проробити дві ітерації модифікованого методу Ньютона для розв'язання системи нелінійних рівнянь

$$\begin{cases} \sin(2x - y) - 1.2x = 0,4 \\ 0.8x^2 + 1.5y^2 = 1 \end{cases}$$

Записати умову закінчення ітераційного процесу, $\varepsilon = 0.01$.

3. Проробити три ітерації методу скалярних добутків для знаходження максимального власного значення матриці

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 10 \\ 1 & 10 & -2 \end{pmatrix}$$

Перевірити умову закінчення ітераційного процесу із точністю $\varepsilon = 10^{-3}$.

4. Визначити, чи є кубічним сплайном функція. Якщо так, то який він має дефект і чи є він природним?

$$s(x) = \begin{cases} \frac{2}{3} - x^2 + \frac{1}{2}|x|^3, & |x| \leq 1; \\ \frac{1}{6}(2 - |x|)^3, & 1 \leq |x| \leq 2; \\ 0, & |x| \geq 2; \end{cases}$$

5. Наближено обчислити інтеграл $\int_4^7 \frac{dx}{9-x}$ методом Сімпсона з точністю 0,05 використовуючи оцінку залишкових членів.

Варіант 10

1. Визначити, яка рівність точніша: $49/13 = 3.77$ або $\sqrt{14} = 3.74$.
2. За яку кількість кроків можна знайти найменший корінь нелінійного рівняння

$$x^3 - 3x^2 - 17x + 22 = 0$$

методом релаксації з точністю $\varepsilon = 0,001$. Записати формулу ітераційного процесу для заданого рівняння.

3. Знайти визначник методом квадратних коренів

$$\begin{cases} -x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 1 \\ 4x_1 + 4x_3 = 4 \\ 2x_1 + 4x_2 + 9x_3 = 2 \end{cases}$$

4. Оцінити похибку інтерполяції функції $f(x) = \ln x$ на проміжку $[1; 2]$ многочленом 4го степеня, побудованим за вузлами Чебишова.
5. За допомогою рядів Тейлора показати, що для вузлів x_0, x_1, x_2 :

$$\left| f'(x_0) - \frac{-3f(x_0) + 4f(x_1) - f(x_2)}{2h} \right| \leq \frac{h^2 f'''(\xi)}{3}$$

Варіант 11

1. Знайти абсолютну похибку визначення кута 60° за п'ятизначними таблицями синусів (в таблицях наведені синуси з 5 правильними значущими цифрами).
2. Зробити дві ітерації для знаходження найменшого кореня нелінійного рівняння

$$3x - \cos x - 1 = 0$$

методом Ньютона з точністю $\varepsilon = 0,001$. Записати умову припинення ітераційного процесу.

3. Проробити три ітерації степеневого методу для знаходження максимального власного значення матриці

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

із точністю $\varepsilon = 10^{-5}$. Записати умову закінчення ітераційного процесу.

4. З яким кроком h потрібно розбити відрізок $[100; 104]$, щоб кусковою-квадратичною інтерполяцією знайти наближене значення функції $f(x) = \ln x$ з точністю 0.001?
5. За допомогою інтерполяційних формул побудувати формулу чисельного диференціювання $f''(0)$ для функції, що задана такими значеннями $f(0)$, $f(2)$, $f(4)$

Варіант 12

1. З якою кількістю правильних значущих цифр потрібно взяти значення аргументу x з проміжку $[\pi/4; \pi/3]$, щоб обчислити значення функції $f(x) = \ln(\cos(x))$ з точністю до 10^{-5} ?
2. За яку кількість кроків можна знайти найбільший корінь нелінійного рівняння

$$\operatorname{sh} x - 12 \operatorname{th} x - 0.311 = 0$$

методом релаксації з точністю $\varepsilon = 0,001$.

3. Знайти розв'язок системи методом квадратних коренів

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 + 2x_3 = -1 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 - 4x_3 = -2 \end{cases}$$

4. Яка точність обчислення значення $\ln 100,5$ за допомогою інтерполяції за відомими значення $\ln 100, \ln 101, \ln 102, \ln 103, \ln 104$.
5. Наближено обчислити інтеграл $\int_4^7 \frac{dx}{9-x}$ методом трапецій з точністю $0,1$ використовуючи оцінку залишкових членів.

Варіант 13

1. Якою кількістю правильних значущих цифр необхідно задати аргументи, щоб обчислити з 2 правильними значущими цифрами значення функції $f(x, y, z) = x * y - z$, де $x^* = 2,38$, $y^* = 4.02$, $z^* = 1.61$? Використати принцип рівних абсолютних похибок аргументів.
2. Зробити дві ітерації для знаходження найменшого кореня нелінійного рівняння

$$(x - 1)^3 + 0.5e^x = 0$$

методом дихотомії, $\varepsilon = 0,001$. Намалювати геометричну інтерпретацію збіжності метода.

3. Знайти визначник системи методом Гаусса з вибором головного по рядках у матричній формі

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 2 \\ x_1 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 = 2 \end{cases}$$

4. На проміжку $[-2; 1]$ побудувати многочлен Чебишова 3го степеня з коефіцієнтом 1 при старшому степені. Обчислити відхилення від 0.
5. Визначити алгебраїчну степінь точності квадратурної формули

$$\frac{1}{3}f(-3) + \frac{4}{3}f(-2) + \frac{1}{3}f(-1),$$

якщо вона побудована з ваговим множником $\rho = 1$.

Варіант 14

1. Якою кількістю правильних значущих цифр необхідно задати аргументи, щоб обчислити з 2 правильними значущими цифрами значення функції $f(x, y, z) = x * y - z$, де $x^* = 2,38$, $y^* = 4.02$, $z^* = 1.61$? Використати принцип рівних впливів.
2. Зробити дві ітерації для знаходження найбільшого кореня нелінійного рівняння

$$x^2 + \sin x - 12x - 0,25 = 0$$

методом простої ітерації. Намалювати геометричну інтерпретацію збіжного процесу простої ітерації (сходами). Записати умову припинення, $\varepsilon = 0,001$.

3. Проробити три ітерації степеневого методу для знаходження максимального власного значення матриці

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

Перевірити умову закінчення ітераційного процесу із точністю $\varepsilon = 10^{-3}$.

4. Побудувати інтерполяційний многочлен Ерміта, який задовольняє умовам: $x_0 = 0$, $f(0) = 3$, $f'(0) = 1$, $x_1 = 1$, $f(1) = 0$, $x_2 = 2$, $f(2) = 1$, $f'(2) = 2$, $f''(2) = 1$, $x_3 = 3$, $f(3) = 5$
5. Знайти $f'(2h)$ методом невизначених коефіцієнтів для функції, що задана такими значеннями $f(0)$, $f(h)$, $f(2h)$

Варіант 15

1. Радіус основи циліндра та його висота наближено дорівнюють $R \approx 25$ см і $h \approx 32$ см. З якою точністю потрібно задати R і h , щоб обчислити площу повної поверхні циліндра з точністю 0.1%?

2. Знайти апріорну оцінку кількості кроків при знаходженні найменшого кореня рівняння

$$x^2 + 5 \sin x - 1 = 0$$

методом Ньютона з точністю $\varepsilon = 0,001$.

3. Зробити дві ітерації методом Зейделя для знаходження розв'язку

$$\begin{cases} -4x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 12 \\ 4x_1 - 5x_2 - 5x_3 = -13 \\ 2x_1 - 5x_2 - 14x_3 = -9 \end{cases}$$

Перевірити умову припинення, $\varepsilon = 0.01$. Перевірити достатню умову збіжності.

4. За допомогою інтерполяції знайти наближений розв'язок нелінійного рівняння $f(x) = 0$, де $f(x)$ – функція, задана таблично: $x_0 = -1$; $y_0 = 3/4$; $x_1 = 0$; $y_1 = -1/4$; $x_2 = 1$; $y_2 = 3/4$.
5. Наближено обчислити інтеграл $\int_{-3}^1 \frac{dx}{-2+x}$ методом лівих прямокутників з точністю 0.5 використовуючи оцінку залишкових членів.

Варіант 16

1. Обчислити площу паралелограма зі сторонами $a = 35.29 \pm 0.005$ і $b = 51.18 \pm 0.001$ і кутом між ними $\alpha = 26^\circ(37 \pm 1)'$. Оцінити похибку (абсолютну і відносну) обчисленого значення.
2. За яку кількість кроків можна знайти найменший корінь нелінійного рівняння

$$x^3 + 6x^2 + 9x + 2 = 0$$

методом простої ітерації з точністю $\varepsilon = 0,001$? Намалювати геометричну інтерпретацію збіжності метода.

3. Зробити дві ітерації методом Якобі для знаходження розв'язку

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 = -5 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = -2 \\ x_2 + x_3 = -1 \end{cases}$$

Перевірити умову припинення, $\varepsilon = 0.01$. Перевірити достатню умову збіжності.

4. За допомогою інтерполяції знайти наближений розв'язок нелінійного рівняння $f(x) = 0$, де $f(x)$ – функція, задана таблично: $x_0 = 2$; $y_0 = 6$; $x_1 = 3$; $y_1 = 4$; $x_2 = 5$; $y_2 = 3$; $x_3 = 7$; $y_3 = -1$; $x_4 = 8$; $y_4 = -3$.

5. Наближено обчислити інтеграл $\int_{-3}^1 \frac{dx}{-2+x}$ методом середніх прямокутників з точністю 0,05 використовуючи оцінку залишкових членів.

Варіант 17

1. Знайти відносні похибки аргументів, які дають змогу обчислити з точністю 6% значення функції $f(x_1, x_2, x_3) = \frac{x_1 x_2}{x_3^2}$, де $x_1^* = 1,23$, $x_2^* = 1,07$, $x_3^* = 2,31$. Використати принцип рівних абсолютних похибок аргументів.

2. За яку кількість кроків можна знайти найменший корінь нелінійного рівняння

$$x^3 + 6x^2 + 9x + 2 = 0$$

методом релаксації з точністю $\varepsilon = 0,001$? Записати ітераційний процес конкретно для цього рівняння.

3. Знайти розв'язок методом прогонки

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 = -6 \\ x_1 - 3x_2 - 2x_3 = -9 \\ -x_2 - 3x_3 = 1 \end{cases}$$

Перевірити достатню умову стійкості.

4. На проміжку $[-1; 0]$ побудувати многочлен Чебишова 3го степеня з коефіцієнтом 1 при старшому степені. Обчислити відхилення від 0.
5. За допомогою рядів Тейлора показати, що для вузлів x_0, x_1, x_2 :

$$\left| f''(x_0) - \frac{f(x_0) - 2f(x_1) + f(x_2)}{h^2} \right| \leq h f'''(\xi)$$

Варіант 18

1. Знайти похибки при наближеному обчисленні функції $f(x, y, z) = \frac{x + y^2}{z}$, якщо $x = 3.15$, $y = 0.831$, $z = 1.123$ і всі значущі цифри вхідних даних є правильними.
2. Проробити дві ітерації методу простої ітерації для розв'язання системи нелінійних рівнянь

$$\begin{cases} \sin(x - 0,6) - y = 1,6 \\ 3x - \cos y = 0,9 \end{cases}$$

За початкове наближення обрати точку $x_0 = 1,25$, $y_0 = 0$. Перевірити умову збіжності. Записати умову закінчення ітераційного процесу, $\varepsilon = 0.01$.

3. Знайти область збіжності методу Якобі для системи $Ax = b$, де

$$A = \begin{pmatrix} -1 & a & 0 \\ a & -1 & a \\ 0 & a & -1 \end{pmatrix}.$$

4. Відомі значення $\sin 0$, $\sin \frac{\pi}{6}$, $\sin \frac{\pi}{4}$, $\sin \frac{\pi}{3}$, $\sin \frac{\pi}{2}$. Оцінити похибку при наближеному обчисленні синуса при $x = \frac{\pi}{5}$ за допомогою інтерполяційного полінома.
5. Наближено обчислити інтеграл $\int_5^{10} \frac{dx}{-1+x}$ методом Сімпсона з точністю 0,001 використовуючи оцінку залишкових членів.

Варіант 19

1. З якою кількістю правильних значущих цифр необхідно взяти число e (основа натурального логарифму), щоб похибка не перевищувала 0,05%?
2. Знайти апріорну оцінку кількості кроків при знаходженні найменшого кореня нелінійного рівняння

$$x^3 - x - 1 = 0$$

методом дихотомії з точністю $\varepsilon = 0,001$. Намалювати геометричну інтерпретацію методу.

3. Знайти область збіжності методу Зейделя для системи $Ax = b$, де

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ a & 5 & a \\ 0 & a & 1 \end{pmatrix}.$$

4. Побудувати лінійний інтерполяційний сплайн для даних, поданих у таблиці. Обчислити значення в точці 0,5.

x_k	-1	1	2
$f(x_k)$	1	-1	0

5. Побудувати інтерполяційну квадратурну формулу за вузлами $x_0 = -1$; $x_1 = 0$; $x_2 = 1$ з ваговим множником $\rho = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

Варіант 20

1. Знайти відносні похибки аргументів, які дають змогу обчислити з точністю 4% значення функції $f(x_1, x_2, x_3) = \frac{x_2^2}{x_1 x_3}$, де $x_1^* = 1,23$, $x_2^* = 1,07$, $x_3^* = 2,31$. Використати принцип рівних абсолютних похибок аргументів.

2. Знайти апріорну оцінку кількості кроків при знаходженні найбільшого кореня нелінійного рівняння

$$x^2 \lg x - 1 = 0$$

методом релаксації з точністю $\varepsilon = 0,001$. Записати формулу ітераційного процесу для заданого рівняння.

3. Обчислити число обумовленості для матриці

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = -4 \\ -x_1 - 8x_2 + 4x_3 = 10 \\ -x_1 + 4x_2 + 9x_3 = 20 \end{cases}$$

4. Визначити степінь інтерполяційного многочлена для функції, заданої таблично $x_0 = 0$; $y_0 = 5,2$; $x_1 = 1$; $y_1 = 8$; $x_2 = 2$; $y_2 = 10,4$; $x_3 = 3$; $y_3 = 12,4$; $x_4 = 4$; $y_4 = 14$; $x_5 = 5$; $y_5 = 15,2$.
5. За допомогою рядів Тейлора показати, що для вузлів x_0, x_1, x_2 :

$$\left| f'(x_2) - \frac{f(x_0) - 4f(x_1) + 3f(x_2)}{2h} \right| \leq \frac{h^2 f'''(\xi)}{3}$$

Варіант 21

1. Відомо, що гіперболічний синус та гіперболічний косінус числа 3 можна записати:

$$\operatorname{ch} 3 = \frac{e^3 + e^{-3}}{2} \approx 10.067, \quad \operatorname{sh} 3 = \frac{e^3 - e^{-3}}{2} \approx 10.018,$$

де всі цифри правильні. Оцінити похибку при визначенні e^{-3} через гіперболічні синус та косінус:

$$e^{-3} = \frac{1}{\operatorname{ch} 3 + \operatorname{sh} 3}.$$

2. Проробити дві ітерації методу Ньютона для розв'язання системи нелінійних рівнянь

$$\begin{cases} \sin(2x - y) - 1.2x = 0,4 \\ 0.8x^2 + 1.5y^2 = 1 \end{cases}$$

Записати умову закінчення ітераційного процесу, $\varepsilon = 0.01$.

3. Обчислити число обумовленості для матриці

$$\begin{cases} -9x_1 + 3x_2 + 6x_3 = -9 \\ 3x_1 - 5x_2 - 4x_3 = 3 \\ -6x_1 - 4x_2 - 4x_3 = 4 \end{cases}$$

4. Функція задається таблично: $x_0 = 0$; $y_0 = 4$; $x_1 = 2$; $y_1 = 1$; $x_2 = 3$; $y_2 = 3$. За допомогою інтерполяції знайти значення аргумента в точці $y = 2$.

5. Функція $f(x)$ задана таблично

x_i	0	1	2
y_i	1	-2	3

Знайти $f'(1)$ за формулою другого порядку апроксимації

Варіант 22

1. При знаходженні найменшого кореня квадратного рівняння

$$x^2 - 140x + 1 = 0$$

можна використати одну з формул: $x = 70 - \sqrt{4899}$ або $x = \frac{1}{70 + \sqrt{4899}}$. Яка з формул дає більш точний результат і на скільки, якщо при обчисленні використовувати 4 значущі цифри після коми?

2. За яку кількість кроків можна знайти найменший корінь нелінійного рівняння

$$x^3 - 3x^2 - 17x + 22 = 0$$

методом простої ітерації з точністю $\varepsilon = 0,001$. Записати формулу ітераційного процесу для заданого рівняння.

3. Знайти розв'язок системи методом Гаусса з вибором головного по стовпцях у матричній формі

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 = -2 \\ 3x_1 + 13x_2 + x_3 = -12 \\ x_1 + x_2 + 11x_3 = 10 \end{cases}$$

4. Визначити, чи є кубічним сплайном функція:

$$f(x) = \begin{cases} 2 - 4x + x^3, x \in [0; 1] \\ -1 - (x - 1) + 3(x - 1)^2 - (x - 1)^3, x \in [1; 2] \\ 2(x - 2) - (x - 2)^3, x \in [2; 3] \end{cases}$$

Якщо так, то якого дефекту та чи є він природним?

5. Побудувати інтерполяційну квадратурну формулу за вузлами $x_0 = -3$; $x_1 = 0$; $x_2 = 1$ з ваговим множником $\rho = 1$.

Варіант 23

1. З якою відотною похибкою необхідно виміряти сторони паралелограма, який лежить в основі піраміди, та висоту піраміди, щоб похибка обчислення об'єму піраміди не перевищувала 5%, якщо похибка значення синуса кута між сторонами паралелограма не перевищує 0,5%?
2. Зробити дві ітерації для знаходження найменшого кореня нелінійного рівняння

$$x^3 - 4x^2 - 4x + 13 = 0$$

методом простої ітерації, $\varepsilon = 0,001$. Намалювати геометричну інтерпретацію збіжності метода (сходами).

3. Проробити дві ітерації методу Якобі (обертання) для знаходження всіх власних значень матриці

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

із точністю $\varepsilon = 10^{-2}$. Записати умову закінчення ітераційного процесу.

4. Функція задається таблично: $x_0 = 0; y_0 = 5,2; x_1 = 1; y_1 = 8; x_2 = 2; y_2 = 10,4; x_3 = 3; y_3 = 12,4; x_4 = 4; y_4 = 14; x_5 = 5; y_5 = 15,2$. За допомогою інтерполяції знайти наближене x^* для $y^* = 7$.
5. Наближено обчислити інтеграл $\int_5^{10} \frac{dx}{-1+x}$ методом середніх прямокутників з точністю 0,05 використовуючи оцінку залишкових членів.

Варіант 24

1. Катет прямокутного трикутника дорівнює $a = 21.12 \pm 0.01$ см, а його гіпотенуза $c = 37.51 \pm 0.01$ см. Обчислити синус кута, протилежного до катета a та оцінити похибки результату.
2. Зробити дві ітерації для знаходження найменшого кореня нелінійного рівняння

$$x^3 + 4x - 6 = 0$$

модифікованим методом Ньютона. Записати умову припинення, $\varepsilon = 0,001$.

3. Знайти розв'язок системи методом Гаусса з вибором головного по рядках у матричній формі

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = 6 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = -2 \\ 3x_1 + x_2 = 9 \end{cases}$$

4. Який крок потрібно задати для таблиці значень функції $f(x) = \operatorname{tg} x$, $x \in (-\pi/2; \pi/2)$, щоб похибка квадратичної інтерполяції не перевищувала $\varepsilon = 10^{-6}$?
5. Функція Бесселя задана таблицею

x_i	0.96	0.98	1.00	1.02	1.04
y_i	0.7825361	0.7739332	0.7651977	0.7563321	0.7473390

Знайти $y'(1)$, якщо відомо, що різницями вище третього порядку можна знехтувати

Варіант 25

1. З якою точністю необхідно обчислити $\sin \frac{\pi}{8}$, щоб відносна похибка обчислення коренів рівняння $x^2 - 2x + \sin \frac{\pi}{8} = 0$ не перевищувала 10^{-3} ?

2. Проробити дві ітерації методу модифікованого Ньютона для розв'язання системи нелінійних рівнянь

$$\begin{cases} \sin(x - 0,6) - y = 1,6 \\ 3x - \cos y = 0,9 \end{cases}$$

За початкове наближення обрати точку $x_0 = 1,25$, $y_0 = 0$. Записати умову закінчення ітераційного процесу, $\varepsilon = 0.01$.

3. Знайти розв'язок методом прогонки

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 = -4 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = -5 \\ x_2 + 2x_3 = 5 \end{cases}$$

Перевірити достатню умову стійкості.

4. За допомогою інтерполяції знайти суму скінченного ряду чисел:

$$S(n) = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + \dots + 2n$$

5. За допомогою рядів Тейлора показати, що для вузлів x_0, x_1, x_2 :

$$\left| f''(x_2) - \frac{f(x_0) - 2f(x_1) + f(x_2)}{h^2} \right| \leq h f'''(\xi)$$

Варіант 26

1. У результаті вимірювання радіуса кола з точністю до 0.5 см отримали значення 14 см. Знайти абсолютну та відносну похибки в разі обчислення площі кола, якщо $\pi \approx 3.142$
2. Зробити дві ітерації методом Ньютона для знаходження найменшого кореня нелінійного рівняння

$$e^x - 2(x - 1)^2 = 0$$

Записати умову припинення, $\varepsilon = 0,001$.

3. Знайти область збіжності методу Якобі для системи $Ax = b$, де

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ a & 1 & a \\ 0 & a & 1 \end{pmatrix}.$$

4. Побудувати поліном, який інтерполює функцію, задану таблично: $x_0 = 0; y_0 = -1; y'_0 = 1; x_1 = 1; y_1 = 0; y'_1 = 2; y''_1 = 2; y'''_1 = -6$.
5. Визначити оцінку залишкового члена квадратурної формули інтерполяційного типу

$$\frac{\pi}{4}f(-1) + \frac{\pi}{2}f(0) + \frac{\pi}{4}f(1),$$

якщо вона побудована з ваговим множником $\rho = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

Варіант 27

1. Знайти похибки при наближеному обчисленні функції $f(x, y) = \ln x + y^2$, якщо $x = 0.925$, $y = 1.123$ і відомо, що аргументи мають дві правильні цифри.
2. За яку кількість кроків можна знайти найменший корінь нелінійного рівняння

$$\operatorname{sh} x - 12 \operatorname{th} x - 0.311 = 0$$

методом дихотомії з точністю $\varepsilon = 0,001$.

3. Зробити дві ітерації методом Якобі для знаходження розв'язку

$$\begin{cases} x_1 + 6x_2 + 3x_3 = 0 \\ 6x_1 - x_3 = 2 \\ 3x_1 - 8x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$$

Перевірити умову припинення, $\varepsilon = 0.01$. Перевірити достатню умову збіжності.

4. За допомогою інтерполяції (Ньютона) обчислити $e^{0.15}$ та оцінити похибку, якщо

x	0	0.1	0.2
y	1	1.10517	1.22140

5. За допомогою рядів Тейлора показати, що для вузлів x_0, x_1, x_2 :

$$\left| f'(x_1) - \frac{f(x_2) - f(x_0)}{2h} \right| \leq \frac{h^2 f'''(\xi)}{6}$$

Варіант 28

1. При знаходженні найбільшого кореня квадратного рівняння

$$x^2 - 140x + 1 = 0$$

можна використати одну з формул: $x = 70 + \sqrt{4899}$ або $x = \frac{1}{70 - \sqrt{4899}}$. Яка з формул дає більш точний результат, якщо при обчисленні $\sqrt{4899}$ в якості наближеного значення взяти величину із 2 цифрами після коми?

2. Проробити дві ітерації методу простої ітерації для розв'язання системи нелінійних рівнянь

$$\begin{cases} \sin(2x - y) - 1.2x = 0,4 \\ 0.8x^2 + 1.5y^2 = 1 \end{cases}$$

Перевірити умову збіжності. Записати умову закінчення ітераційного процесу, $\varepsilon = 0.01$.

3. Знайти розв'язок системи методом прогонки

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = -4 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = -2 \\ x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$$

Перевірити достатню умову стійкості.

4. З яким кроком h потрібно розбити відрізок $[-1; 1]$, щоб кусковою-квадратичною інтерполяцією знайти наближене значення функції $f(x) = 3^x$ з точністю 0.001?
5. Знайти $f'(1)$ методом невизначених коефіцієнтів для функції, що задана такими значеннями $f(0), f(1), f(2)$

Варіант 29

1. Скільки правильних значущих цифр отримаємо при обчисленні більшого кореня рівняння $x^2 - 2\pi x + \ln 3 = 0$, якщо взяти π і $\ln 3$ з 4 правильними значущими цифрами?
2. Зробити дві ітерації для знаходження найбільшого кореня нелінійного рівняння

$$e^{-x} + x^2 - 2 = 0$$

методом простої ітерації, $\varepsilon = 0,001$. Намалювати геометричну інтерпретацію збіжного процесу простої ітерації (сходами).

3. Проробити три ітерації степеневого методу для знаходження максимального власного значення матриці

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 10 \\ 1 & 10 & -2 \end{pmatrix}$$

Перевірити умову закінчення ітераційного процесу із точністю $\varepsilon = 10^{-3}$.

4. Визначити степінь інтерполяційного многочлена для функції, заданої таблично $x_0 = -1; y_0 = -4; x_1 = 1; y_1 = -2; x_2 = 2; y_2 = 5; x_3 = 3; y_3 = 16; x_4 = 4; y_4 = 31; x_5 = 5; y_5 = 50$.
5. Знайти $f''(0)$ методом невизначених коефіцієнтів для функції, що задана такими значеннями $f(0), f(2), f(4)$

Варіант 30

1. Знайти абсолютні похибки аргументів, які дають змогу обчислити з 1 правильною цифрою значення функції $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1 + x_2 - x_3$, де $x_1^* = 1,23$, $x_2^* = 1,07$, $x_3^* = 2,31$. Використати принцип рівних абсолютних похибок аргументів.

2. Зробити дві ітерації для знаходження найменшого кореня нелінійного рівняння

$$x^2 + 4 \sin(x) = 0$$

методом релаксації. Записати умову припинення, $\varepsilon = 0,001$.

3. Знайти область збіжності методу Якобі для системи $Ax = b$, де

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2a & 0 \\ a & 5 & a \\ 0 & 2a & 1 \end{pmatrix}.$$

4. За допомогою інтерполяції знайти суму скінченного ряду чисел:

$$S(n) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + \dots + n^2$$

5. Знайти $f''(1)$ методом невизначених коефіцієнтів для функції, що задана такими значеннями $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$

Варіант 31

1. Знайти похибки при наближеному обчисленні функції $f(x, y, z) = \frac{xz}{y}$, якщо $x = 2.3 \pm 0.01$, $y = 1.5 \pm 0.02$, $z = 3.5 \pm 0.03$.

2. Знайти апріорну оцінку кількості кроків при знаходженні найбільшого кореня нелінійного рівняння

$$x^3 - x - 1 = 0$$

методом простої ітерації з точністю $\varepsilon = 0,001$. Намалювати геометричну інтерпретацію розбіжного процесу простої ітерації (спіраллю).

3. Проробити три ітерації степеневого методу із формулою скалярних добутоків для знаходження максимального власного значення матриці

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

із точністю $\varepsilon = 10^{-5}$. Записати умову закінчення ітераційного процесу.

4. Відомі значення $\cos 0$, $\cos \frac{\pi}{6}$, $\cos \frac{\pi}{4}$, $\cos \frac{\pi}{3}$, $\cos \frac{\pi}{2}$. Оцінити похибку при наближеному обчисленні косинуса при $x = \frac{\pi}{5}$ за допомогою інтерполяційного полінома.
5. За допомогою інтерполяційних формул побудувати формулу чисельного диференціювання $f''(2h)$ для функції, що задана такими значеннями $f(0)$, $f(h)$, $f(2h)$

Варіант 32

1. Чому дорівнює відносна похибка в разі обчислення об'єму правильної чотирикутної піраміди, якщо висота піраміди виміряна з точністю 0,5%, а сторона основи дорівнює $25 \text{ см} \pm 1 \text{ см}$?
2. Зробити дві ітерації для знаходження найменшого кореня нелінійного рівняння

$$e^{-x} + x^2 - 2 = 0$$

методом простої ітерації, $\varepsilon = 0,001$. Намалювати геометричну інтерпретацію розбіжного процесу простої ітерації (сходами).

3. Проробити три ітерації методу скалярних добутків для знаходження максимального власного значення матриці

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & -1 & 0 \\ 4 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Перевірити умову закінчення ітераційного процесу із точністю $\varepsilon = 10^{-3}$.

4. Скільки чебишовських вузлів інтерполяції необхідно вибрати, щоб похибка інтерполяції для функції $f(x) = e^{(1+x)}$, $x \in [0; 1]$ не перевищувала $\varepsilon = 10^{-4}$.
5. Побудувати інтерполяційну квадратурну формулу за вузлами $x_0 = -3$; $x_1 = -2$; $x_2 = -1$ з ваговим множником $\rho = 1$.

Варіант 33

1. Треба обчислити менший корінь рівняння $x^2 - 2\pi x + \ln 3 = 0$ з трьома правильними значущими цифрами. Скільки правильних значущих цифр потрібно взяти для π і $\ln 3$?
2. За яку кількість кроків можна знайти найбільший корінь нелінійного рівняння

$$x^3 + 6x^2 + 9x + 2 = 0$$

методом Ньютона з точністю $\varepsilon = 0,001$? Намалювати геометричну інтерпретацію збіжності метода.

3. Знайти обернену матрицю методом Гаусса з вибором головного по рядках у матричній формі

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = 6 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = -2 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 9 \end{cases}$$

4. На проміжку $[1; 2]$ побудувати многочлен Чебишева 3го степеня з коефіцієнтом 1 при старшому степені. Обчислити відхилення від 0.
5. За допомогою рядів Тейлора показати, що для вузлів x_0, x_1, x_2 :

$$\left| f'(x_0) - \frac{-3f(x_0) + 4f(x_1) - f(x_2)}{2h} \right| \leq \frac{h^2 f'''(\xi)}{3}$$

Варіант 34

1. Знайти похибки при наближеному обчисленні функції $f(x, y, z) = xy - z^2$, якщо $x = 2.3 \pm 0.01$, $y = 1.5 \pm 0.02$, $z = 3.5 \pm 0.03$.
2. Зробити дві ітерації для знаходження найбільшого кореня нелінійного рівняння

$$x^2 + 4 \sin(x) = 0$$

методом Ньютона. Записати умову припинення, $\varepsilon = 0,001$.

3. Знайти визначник методом квадратних коренів

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 2 \\ x_1 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 = 2 \end{cases}$$

4. Функція задана таблично: $x_0 = 10$; $y_0 = 3$; $x_1 = 15$; $y_1 = 7$; $x_2 = 17$; $y_2 = 11$; $x_3 = 20$; $y_3 = 17$. За допомогою інтерполяції знайти значення x , для якого $y = 10$.
5. Функція $f(x)$ задана таблично

x_i	0	1	2
y_i	1	-2	3

Знайти $f'(1)$ за формулою другого порядку апроксимації

Варіант 35

1. З якою кількістю правильних значущих цифр потрібно взяти $\sqrt{3,02}$ та $\sqrt{3}$, щоб обчислити $\sqrt{3,02} - \sqrt{3}$ з трьома правильними значущими цифрами?
2. Зробити дві ітерації для знаходження найбільшого кореня нелінійного рівняння

$$x^3 - 4x^2 - 4x + 13 = 0$$

методом Ньютона, $\varepsilon = 0,001$. Намалювати геометричну інтерпретацію збіжності метода.

3. Проробити дві ітерації методу Якобі (обертання) для знаходження всіх власних значень матриці

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

із точністю $\varepsilon = 10^{-2}$. Записати умову закінчення ітераційного процесу.

4. З яким кроком h потрібно розбити відрізок $[-1; 1]$, щоб кусковою-квадратичною інтерполяцією знайти наближене значення функції $f(x) = 3^x$ з точністю 0.001?
5. Наближено обчислити інтеграл $\int_{-3}^1 \frac{dx}{-2+x}$ методом лівих прямокутників з точністю 0.5 використовуючи оцінку залишкових членів.

Варіант 36

1. Знайти похибки при наближеному обчисленні функції $f(x, y, z) = xz - y^2$, якщо $x = 2.3 \pm 0.03$, $y = 1.5 \pm 0.02$, $z = 3.5 \pm 0.01$.

2. Знайти апріорну оцінку кількості кроків при знаходженні найбільшого кореня нелінійного рівняння

$$x^2 \lg x - 1 = 0$$

методом Ньютона з точністю $\varepsilon = 0,001$. Записати формулу ітераційного процесу для заданого рівняння.

3. Проробити три ітерації методу скалярних добутків для знаходження максимального власного значення матриці

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

Перевірити умову закінчення ітераційного процесу із точністю $\varepsilon = 10^{-3}$.

4. Побудувати інтерполяційний многочлен у формі Лагранжа та наближено обчислити значення функції $y = \sin(\pi x)$ при $x = 1/3$ та оцінити похибку. Для побудови використати три вузли $x_0 = 0$, $x_1 = 1/6$, $x_2 = 1/2$.

5. Наближено обчислити інтеграл $\int_4^7 \frac{dx}{9-x}$ методом Сімпсона з точністю 0,05 використовуючи оцінку залишкових членів.

Варіант 37

1. Знайти абсолютні похибки аргументів, які дають змогу обчислити з 1 правильною цифрою значення функції $f(x_1, x_2, x_3) = 2x_1 + x_2 - x_3$, де $x_1^* = 1,23$, $x_2^* = 1,07$, $x_3^* = 2,31$. Використати принцип рівних абсолютних похибок аргументів.

2. Зробити дві ітерації для знаходження найбільшого кореня нелінійного рівняння

$$3x - \cos x - 1 = 0$$

модифікованим методом Ньютона з точністю $\varepsilon = 0,001$. Записати умову припинення ітераційного процесу.

3. Знайти обернену матрицю методом Гаусса з вибором головного по стовпцях у матричній формі

$$\begin{cases} 3x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 6 \\ -4x_1 - 8x_2 + 5x_3 = 9 \\ 2x_1 + 5x_2 - 4x_3 = -4 \end{cases}$$

4. За допомогою інтерполяції знайти наближений розв'язок нелінійного рівняння $f(x) = 0$, де $f(x)$ – функція, задана таблично: $x_0 = 2$; $y_0 = 6$; $x_1 = 3$; $y_1 = 4$; $x_2 = 5$; $y_2 = 3$; $x_3 = 7$; $y_3 = -1$; $x_4 = 8$; $y_4 = -3$.
5. Побудувати інтерполяційну квадратурну формулу за вузлами $x_0 = -1$; $x_1 = 0$; $x_2 = 1$ з ваговим множником $\rho = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

Варіант 38

1. Радіус основи циліндра та його висота наближено дорівнюють $R \approx 25$ см і $h \approx 32$ см. З якою точністю потрібно задати R і h , щоб обчислити площу повної поверхні циліндра з точністю 0.1%?

2. Зробити дві ітерації для знаходження найбільшого кореня нелінійного рівняння

$$3x^2 - \cos^2(\pi x) = 0$$

модифікованим методом Ньютона. Записати умову припинення, $\epsilon = 0,001$.

3. Знайти визначник системи методом квадратних коренів

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = 6 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = -2 \\ 3x_1 + x_2 = 9 \end{cases}$$

4. Визначити, чи є кубічним сплайном функція. Якщо так, то який він має дефект і чи є він природним?

$$s(x) = \begin{cases} \frac{2}{3} - x^2 + \frac{1}{2}|x|^3, & |x| \leq 1; \\ \frac{1}{6}(2 - |x|)^3, & 1 \leq |x| \leq 2; \\ 0, & |x| \geq 2; \end{cases}$$

5. Наближено обчислити інтеграл $\int_5^{10} \frac{dx}{-1+x}$ методом правих прямокутників з точністю 0.5 використовуючи оцінку залишкових членів.

Варіант 39

1. При знаходженні найменшого кореня квадратного рівняння

$$x^2 - 140x + 1 = 0$$

можна використати одну з формул: $x = 70 - \sqrt{4899}$ або $x = \frac{1}{70 + \sqrt{4899}}$. Яка з формул дає більш точний результат і на скільки, якщо при обчисленні використовувати 4 значущі цифри після коми?

2. Зробити дві ітерації для знаходження найбільшого кореня нелінійного рівняння

$$x^3 + 4x - 6 = 0$$

методом дихотомії. Записати умову припинення, $\varepsilon = 0,001$.

3. Знайти розв'язок системи методом прогонки

$$\begin{cases} -x_1 - x_2 = -4 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 = -2 \\ x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$$

Перевірити достатню умову стійкості.

4. З яким кроком h потрібно розбити відрізок $[-1; 1]$, щоб кусковою інтерполяцією першого степеня знайти наближене значення функції $f(x) = 3^x$ з точністю 0.001?
5. Визначити алгебраїчну степінь точності квадратурної формули

$$\frac{1}{3}f(-3) + \frac{4}{3}f(-2) + \frac{1}{3}f(-1),$$

якщо вона побудована з ваговим множником $\rho = 1$.

Варіант 40

1. Відомо, що гіперболічний синус та гіперболічний косінус числа 3 можна записати:

$$\operatorname{ch} 3 = \frac{e^3 + e^{-3}}{2} \approx 10.067, \quad \operatorname{sh} 3 = \frac{e^3 - e^{-3}}{2} \approx 10.018,$$

де всі цифри правильні. Оцінити похибку при визначенні e^{-3} через гіперболічні синус та косінус:

$$e^{-3} = \frac{1}{\operatorname{ch} 3 + \operatorname{sh} 3}.$$

2. За яку кількість кроків можна знайти найменший корінь нелінійного рівняння

$$x^3 + 6x^2 + 9x + 2 = 0$$

методом релаксації з точністю $\varepsilon = 0,001$? Записати ітераційний процес конкретно для цього рівняння.

3. Знайти розв'язок системи методом Гаусса з вибором головного по стовпцях у матричній формі

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_3 = 1 \\ 4x_2 + 4x_3 = 4 \\ 2x_1 + 4x_2 + 9x_3 = 2 \end{cases}$$

4. На проміжку $[-2; 1]$ побудувати многочлен Чебишова 3го степеня з коефіцієнтом 1 при старшому степені. Обчислити відхилення від 0.
5. За допомогою інтерполяційних формул побудувати формулу чисельного диференціювання $f''(0)$ для функції, що задана такими значеннями $f(0)$, $f(2)$, $f(4)$

Варіант 41

1. Знайти абсолютні та відносні похибки аргументів, які дають змогу обчислити з 1 правильною значущою цифрою значення функції $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 - x_2 * x_3$, де $x_1^* = 2,14$, $x_2^* = 1,93$, $x_3^* = 0,82$. Використати принцип рівних абсолютних похибок аргументів.

2. Зробити дві ітерації для знаходження найбільшого від'ємного кореня нелінійного рівняння

$$x^3 - 4x^2 - 4x + 13 = 0$$

модифікованим методом Ньютона, $\varepsilon = 0,001$. Намалювати геометричну інтерпретацію збіжності метода.

3. Знайти обернену матрицю методом Гаусса з вибором головного по стовпцях у матричній формі

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = 6 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = -2 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 9 \end{cases}$$

4. Оцінити похибку інтерполяції функції $f(x) = \sin x$ на проміжку $[0; 2\pi]$ многочленом 3го степеня, побудованим за вузлами Чебишова.
5. Побудувати інтерполяційну квадратурну формулу за вузлами $x_0 = -3$; $x_1 = -2$; $x_2 = -1$ з ваговим множником $\rho = 1$.

Варіант 42

1. Радіус кола дорівнює 10 см. З якою точністю його потрібно виміряти, щоб похибка обчислення площі круга не перевищувала 6,399 см², якщо в якості π взяти 3,14?
2. Зробити дві ітерації для знаходження найбільшого кореня нелінійного рівняння

$$e^{-x} + x^2 - 2 = 0$$

методом простої ітерації, $\varepsilon = 0,001$. Намалювати геометричну інтерпретацію збіжного процесу простої ітерації (сходами).

3. Знайти розв'язок методом прогонки

$$\begin{cases} -2x_1 - 2x_2 = -6 \\ -x_1 - 2x_2 - x_3 = -8 \\ x_2 + 2x_3 = 8 \end{cases}$$

Перевірити достатню умову стійкості.

4. Який крок потрібно задати для таблиці значень функції $f(x) = \operatorname{tg} x$, $x \in (-\pi/2; \pi/2)$, щоб похибка квадратичної інтерполяції не перевищувала $\varepsilon = 10^{-6}$?
5. Наближено обчислити інтеграл $\int_{-3}^1 \frac{dx}{-2+x}$ методом Сімпсона з точністю 0,001 використовуючи оцінку залишкових членів.

Варіант 43

1. При знаходженні найбільшого кореня квадратного рівняння

$$x^2 - 140x + 1 = 0$$

можна використати одну з формул: $x = 70 + \sqrt{4899}$ або $x = \frac{1}{70 - \sqrt{4899}}$. Яка з формул дає більш точний результат, якщо при обчисленні $\sqrt{4899}$ в якості наближеного значення взяти величину із 2 цифрами після коми?

2. Проробити дві ітерації методу Ньютона для розв'язання системи нелінійних рівнянь

$$\begin{cases} \sin(x - 0,6) - y = 1,6 \\ 3x - \cos y = 0,9 \end{cases}$$

За початкове наближення обрати точку $x_0 = 1,25$, $y_0 = 0$. Записати умову закінчення ітераційного процесу, $\varepsilon = 0.01$.

3. Зробити дві ітерації методом Зейделя для знаходження розв'язку

$$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 6 \\ -2x_1 - 8x_2 + 5x_3 = 9 \\ 2x_1 + 5x_2 - 4x_3 = -4 \end{cases}$$

Перевірити умову припинення, $\varepsilon = 0.01$. Перевірити достатню умову збіжності.

4. На проміжку $[1; 2]$ побудувати многочлен Чебишева 3го степеня з коефіцієнтом 1 при старшому степені. Обчислити відхилення від 0.
5. За допомогою інтерполяційних формул побудувати формулу чисельного диференціювання $f''(1)$ для функції, що задана такими значеннями $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$

Варіант 44

1. Чому дорівнює відносна похибка в разі обчислення об'єму правильної чотирикутної піраміди, якщо висота піраміди виміряна з точністю 0,5%, а сторона основи дорівнює $25 \text{ см} \pm 1 \text{ см}$?
2. Знайти апріорну оцінку кількості кроків при знаходженні найменшого кореня рівняння

$$x^2 + 5 \sin x - 1 = 0$$

методом Ньютона з точністю $\varepsilon = 0,001$.

3. Знайти область збіжності методу Зейделя для системи $Ax = b$, де

$$A = \begin{pmatrix} -1 & a & 0 \\ a & -1 & a \\ 0 & a & -1 \end{pmatrix}.$$

4. За допомогою інтерполяції знайти наближений розв'язок нелінійного рівняння $f(x) = 0$, де $f(x)$ – функція, задана таблично: $x_0 = -1$; $y_0 = 3/4$; $x_1 = 0$; $y_1 = -1/4$; $x_2 = 1$; $y_2 = 3/4$.
5. Знайти $f''(0)$ методом невизначених коефіцієнтів для функції, що задана такими значеннями $f(0)$, $f(2)$, $f(4)$

Варіант 45

1. Якою кількістю правильних значущих цифр необхідно задати аргументи, щоб обчислити з 2 правильними значущими цифрами значення функції $f(x, y, z) = x * y - z$, де $x^* = 2,38$, $y^* = 4.02$, $z^* = 1.61$? Використати принцип рівних впливів.

2. Знайти апріорну оцінку кількості кроків при знаходженні найбільшого кореня рівняння

$$x^2 + 5 \sin x - 1 = 0$$

методом дихотомії з точністю $\varepsilon = 0,001$.

3. Проробити три ітерації степеневого методу для знаходження мінімального власного значення матриці

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

із точністю $\varepsilon = 10^{-3}$. Записати умову закінчення ітераційного процесу.

4. Функція задається таблично: $x_0 = 0$; $y_0 = 4$; $x_1 = 2$; $y_1 = 1$; $x_2 = 3$; $y_2 = 3$. За допомогою інтерполяції знайти значення аргумента в точці $y = 2$.
5. Знайти $f''(1)$ методом невизначених коефіцієнтів для функції, що задана такими значеннями $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$

Варіант 46

1. Знайти відносні похибки аргументів, які дають змогу обчислити з точністю 3% значення функції $f(x_1, x_2, x_3) = \frac{x_1^2 x_2}{x_3}$, де $x_1^* = 1,23$, $x_2^* = 1,07$, $x_3^* = 2,31$. Використати принцип рівних абсолютних похибок аргументів.

2. Зробити дві ітерації для знаходження найбільшого кореня нелінійного рівняння

$$x^2 + \sin x - 12x - 0,25 = 0$$

методом простої ітерації. Намалювати геометричну інтерпретацію збіжного процесу простої ітерації (сходами). Записати умову припинення, $\varepsilon = 0,001$.

3. Знайти розв'язок методом прогонки

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 = -6 \\ x_1 - 3x_2 - 2x_3 = -9 \\ -x_2 - 3x_3 = 1 \end{cases}$$

Перевірити достатню умову стійкості.

4. За допомогою інтерполяції (Ньютона) обчислити $e^{0.15}$ та оцінити похибку, якщо

x	0	0.1	0.2
y	1	1.10517	1.22140

5. Визначити оцінку залишкового члена квадратурної формули інтерполяційного типу

$$\frac{\pi}{4}f(-1) + \frac{\pi}{2}f(0) + \frac{\pi}{4}f(1),$$

якщо вона побудована з ваговим множником $\rho = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

Варіант 47

1. Знайти похибки при наближеному обчисленні функції $f(x, y, z) = xy - z^2$, якщо $x = 2.3 \pm 0.01$, $y = 1.5 \pm 0.02$, $z = 3.5 \pm 0.03$.

2. Знайти апріорну оцінку кількості кроків при знаходженні найбільшого кореня нелінійного рівняння

$$x^2 \lg x - 1 = 0$$

методом релаксації з точністю $\varepsilon = 0,001$. Записати формулу ітераційного процесу для заданого рівняння.

3. Знайти обернену матрицю методом Гаусса з вибором головного по стовпцях у матричній формі

$$\begin{cases} 3x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 6 \\ -4x_1 - 8x_2 + 5x_3 = 9 \\ 2x_1 + 5x_2 - 4x_3 = -4 \end{cases}$$

4. Відомі значення $\cos 0$, $\cos \frac{\pi}{6}$, $\cos \frac{\pi}{4}$, $\cos \frac{\pi}{3}$, $\cos \frac{\pi}{2}$. Оцінити похибку при наближеному обчисленні косинуса при $x = \frac{\pi}{5}$ за допомогою інтерполяційного полінома.

5. Наближено обчислити інтеграл $\int_4^7 \frac{dx}{9-x}$ методом середніх прямокутників з точністю 0,05 використовуючи оцінку залишкових членів.

Варіант 48

1. З якою відносною похибкою необхідно виміряти сторони паралелограма, який лежить в основі піраміди, та висоту піраміди, щоб похибка обчислення об'єму піраміди не перевищувала 5%, якщо похибка значення синуса кута між сторонами паралелограма не перевищує 0,5%?
2. За яку кількість кроків можна знайти найбільший корінь нелінійного рівняння

$$\operatorname{sh} x - 12 \operatorname{th} x - 0.311 = 0$$

методом релаксації з точністю $\varepsilon = 0,001$.

3. Зробити дві ітерації методом Якобі для знаходження розв'язку

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 = -4 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = -2 \\ x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$$

Перевірити умову припинення, $\varepsilon = 0.01$. Перевірити достатню умову збіжності.

4. За допомогою інтерполяції знайти суму скінченного ряду чисел:

$$S(n) = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + \dots + n^2$$

5. За допомогою рядів Тейлора показати, що для вузлів x_0, x_1, x_2 :

$$\left| f''(x_2) - \frac{f(x_0) - 2f(x_1) + f(x_2)}{h^2} \right| \leq hf'''(\xi)$$

Варіант 49

1. Знайти похибки при наближеному обчисленні функції $f(x, y, z) = \frac{x - y^2}{z}$, якщо $x = 3.1$, $y = 0.81$, $z = 1.13$ і всі значущі цифри вхідних даних є правильними.

2. Проробити дві ітерації методу модифікованого Ньютона для розв'язання системи нелінійних рівнянь

$$\begin{cases} \sin(x - 0,6) - y = 1,6 \\ 3x - \cos y = 0,9 \end{cases}$$

За початкове наближення обрати точку $x_0 = 1,25$, $y_0 = 0$. Записати умову закінчення ітераційного процесу, $\varepsilon = 0.01$.

3. Знайти обернену матрицю методом Гаусса з вибором головного по рядках у матричній формі

$$\begin{cases} 3x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 6 \\ -4x_1 - 8x_2 + 5x_3 = 9 \\ 2x_1 + 5x_2 - 4x_3 = -4 \end{cases}$$

4. Побудувати лінійний інтерполяційний сплайн для даних, поданих у таблиці. Обчислити значення в точці 0,5.

x_k	-1	1	2
$f(x_k)$	1	-1	0

5. Знайти $f''(2h)$ методом невизначених коефіцієнтів для функції, що задана такими значеннями $f(0)$, $f(h)$, $f(2h)$

Варіант 50

1. З якою точністю необхідно обчислити $\sin \frac{\pi}{8}$, щоб відносна похибка обчислення коренів рівняння $x^2 - 2x + \sin \frac{\pi}{8} = 0$ не перевищувала 10^{-3} ?

2. Знайти апріорну оцінку кількості кроків при знаходженні найменшого кореня нелінійного рівняння

$$x^2 \lg x - 1 = 0$$

методом дихотомії з точністю $\varepsilon = 0,01$. Намалювати геометричну інтерпретацію методу.

3. Знайти розв'язок системи методом прогонки

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = -4 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = -2 \\ x_2 + 2x_3 = 0 \end{cases}$$

Перевірити достатню умову стійкості.

4. Побудувати поліном, який інтерполює функцію, задану таблично: $x_0 = 0; y_0 = 3; y'_0 = 1; x_1 = 1; y_1 = 0; x_2 = 2; y_2 = 1; y'_2 = 2; y''_2 = 1; x_3 = 3; y_3 = 5$.
5. За допомогою рядів Тейлора показати, що для вузлів x_0, x_1, x_2 :

$$\left| f'(x_1) - \frac{f(x_2) - f(x_0)}{2h} \right| \leq \frac{h^2 f'''(\xi)}{6}$$

Варіант 51

1. Яка відносна похибка обчислення площі сектора кола радіусом $R = 21.53 \pm 0.005$ см, кута $\alpha = 137^\circ(25 \pm 1)'$, якщо число π взято з чотирма правильними знаками? Обчислити цю площу.
2. Зробити дві ітерації для знаходження найбільшого кореня нелінійного рівняння

$$x^3 - 4x^2 - 4x + 13 = 0$$

методом Ньютона, $\varepsilon = 0,001$. Намалювати геометричну інтерпретацію збіжності метода.

3. Знайти визначник методом квадратних коренів

$$\begin{cases} -x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 1 \\ 4x_1 + 4x_3 = 4 \\ 2x_1 + 4x_2 + 9x_3 = 2 \end{cases}$$

4. Побудувати поліном, який інтерполює функцію, задану таблично: $x_0 = 0$; $y_0 = -1$; $y'_0 = 1$; $x_1 = 1$; $y_1 = 0$; $y'_1 = 2$; $y''_1 = 2$; $y'''_1 = -6$.
5. Наближено обчислити інтеграл $\int_5^{10} \frac{dx}{-1+x}$ методом Сімпсона з точністю 0,001 використовуючи оцінку залишкових членів.

Варіант 52

1. Визначити, яка рівність точніша: $49/13 = 3.77$ або $\sqrt{14} = 3.74$.
2. Знайти апріорну оцінку кількості кроків при знаходженні найбільшого кореня нелінійного рівняння

$$x^3 - x - 1 = 0$$

методом простої ітерації з точністю $\varepsilon = 0,001$. Намалювати геометричну інтерпретацію розбіжного процесу простої ітерації (спіраллю).

3. Знайти розв'язок системи методом Гаусса з вибором головного по стовпцях у матричній формі

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 = -2 \\ 3x_1 + 13x_2 + x_3 = -12 \\ x_1 + x_2 + 11x_3 = 10 \end{cases}$$

4. Визначити степінь інтерполяційного многочлена для функції, заданої таблично $x_0 = 0; y_0 = 5,2; x_1 = 1; y_1 = 8; x_2 = 2; y_2 = 10,4; x_3 = 3; y_3 = 12,4; x_4 = 4; y_4 = 14; x_5 = 5; y_5 = 15,2$.
5. Наближено обчислити інтеграл $\int_5^{10} \frac{dx}{-1+x}$ методом трапецій з точністю 0,1 використовуючи оцінку залишкових членів.

Варіант 53

1. Знайти абсолютні похибки аргументів, які дають змогу обчислити з 1 правильною цифрою значення функції $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2 - 2x_3$, де $x_1^* = 1,23$, $x_2^* = 1,07$, $x_3^* = 2,31$. Використати принцип рівних абсолютних похибок аргументів.

2. Знайти апріорну оцінку кількості кроків при знаходженні найбільшого кореня нелінійного рівняння

$$x^2 \lg x - 1 = 0$$

методом Ньютона з точністю $\varepsilon = 0,001$. Записати формулу ітераційного процесу для заданого рівняння.

3. Проробити три ітерації степеневого методу для знаходження максимального власного значення матриці

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & -1 & 0 \\ 4 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Перевірити умову закінчення ітераційного процесу із точністю $\varepsilon = 10^{-3}$.

4. Яка точність обчислення значення $\ln 100,5$ за допомогою інтерполяції за відомими значення $\ln 100$, $\ln 101$, $\ln 102$, $\ln 103$, $\ln 104$.
5. Знайти $f'(1)$ методом невизначених коефіцієнтів для функції, що задана такими значеннями $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$

Варіант 54

1. Скільки правильних значущих цифр отримаємо при обчисленні більшого кореня рівняння $x^2 - 2\pi x + \ln 3 = 0$, якщо взяти π і $\ln 3$ з 4 правильними значущими цифрами?
2. За яку кількість кроків можна знайти найменший корінь нелінійного рівняння

$$x^3 + 6x^2 + 9x + 2 = 0$$

методом простої ітерації з точністю $\varepsilon = 0,001$? Намалювати геометричну інтерпретацію збіжності метода.

3. Проробити три ітерації степеневого методу із формулою скалярних добутків для знаходження мінімального власного значення матриці

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

із точністю $\varepsilon = 10^{-3}$. Записати умову закінчення ітераційного процесу.

4. Скільки чебишовських вузлів інтерполяції необхідно вибрати, щоб похибка інтерполяції для функції $f(x) = e^x$ на проміжку $[-1; 0]$ не перевищувала $\varepsilon = 10^{-4}$.
5. Наближено обчислити інтеграл $\int_4^7 \frac{dx}{9-x}$ методом трапецій з точністю 0,1 використовуючи оцінку залишкових членів.

Варіант 55

1. Знайти відносні похибки аргументів, які дають змогу обчислити з точністю 6% значення функції $f(x_1, x_2, x_3) = \frac{x_1 x_2}{x_3^2}$, де $x_1^* = 1,23$, $x_2^* = 1,07$, $x_3^* = 2,31$. Використати принцип рівних абсолютних похибок аргументів.

2. Проробити дві ітерації методу простої ітерації для розв'язання системи нелінійних рівнянь

$$\begin{cases} \sin(x - 0,6) - y = 1,6 \\ 3x - \cos y = 0,9 \end{cases}$$

За початкове наближення обрати точку $x_0 = 1,25$, $y_0 = 0$. Перевірити умову збіжності. Записати умову закінчення ітераційного процесу, $\varepsilon = 0.01$.

3. Знайти визначник системи методом Гаусса з вибором головного по рядках у матричній формі

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 2 \\ x_1 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 = 2 \end{cases}$$

4. З яким кроком h потрібно розбити відрізок $[100; 104]$, щоб кусковою інтерполяцією першого степеня знайти наближене значення функції $f(x) = \ln x$ з точністю 0.001?
5. Знайти $f'(2h)$ методом невизначених коефіцієнтів для функції, що задана такими значеннями $f(0)$, $f(h)$, $f(2h)$

Варіант 56

1. У п'ятизначних логарифмічних таблицях наведено значення логарифмів із точністю до $\varepsilon = 0.5 \times 10^{-6}$. Оцінити можливу похибку в разі визначення числа за його логарифмом, якщо саме число лежить у межах між 300 та 400.
2. Зробити дві ітерації для знаходження найбільшого кореня нелінійного рівняння

$$3x^2 - \cos^2(\pi x) = 0$$

модифікованим методом Ньютона. Записати умову припинення, $\varepsilon = 0,001$.

3. Знайти область збіжності методу Якобі для системи $Ax = b$, де

$$A = \begin{pmatrix} -1 & a & 0 \\ a & -1 & a \\ 0 & a & -1 \end{pmatrix}.$$

4. З яким кроком h потрібно розбити відрізок $[100; 104]$, щоб кусковою-квадратичною інтерполяцією знайти наближене значення функції $f(x) = \ln x$ з точністю 0.001?
5. За допомогою рядів Тейлора показати, що для вузлів x_0, x_1, x_2 :

$$\left| f''(x_0) - \frac{f(x_0) - 2f(x_1) + f(x_2)}{h^2} \right| \leq hf'''(\xi)$$

Варіант 57

1. Знайти похибки при наближеному обчисленні функції $f(x, y) = \ln x + y^2$, якщо $x = 0.925$, $y = 1.123$ і відомо, що аргументи мають дві правильні цифри.
2. Зробити дві ітерації методом дихотомії для знаходження найбільшого кореня нелінійного рівняння

$$e^x - 2(x - 1)^2 = 0$$

Записати умову припинення, $\varepsilon = 0,001$.

3. Проробити три ітерації методу скалярних добутків для знаходження максимального власного значення матриці

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & -1 & 0 \\ 4 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Перевірити умову закінчення ітераційного процесу із точністю $\varepsilon = 10^{-3}$.

4. Визначити, чи є кубічним сплайном функція:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{7}(x-1)^3 + (2-x) + \frac{18}{7}(x-1), & x \in [0; 1] \\ \frac{1}{7}(81 - 112x + 57x^2 - 8x^3), & x \in [1; 2] \end{cases}$$

Якщо так, то якого дефекту та чи є він природним?

5. Визначити алгебраїчну степінь точності квадратурної формули

$$\frac{1}{3}f(-1) + \frac{4}{3}f(0) + \frac{1}{3}f(1),$$

якщо вона побудована з ваговим множником $\rho = 1$.

Варіант 58

1. Знайти відносні похибки аргументів, які дають змогу обчислити з точністю 4% значення функції $f(x_1, x_2, x_3) = \frac{x_2^2}{x_1 x_3}$, де $x_1^* = 1,23$, $x_2^* = 1,07$, $x_3^* = 2,31$. Використати принцип рівних абсолютних похибок аргументів.

2. Зробити дві ітерації для знаходження найбільшого кореня нелінійного рівняння

$$x^3 + 4x - 6 = 0$$

методом дихотомії. Записати умову припинення, $\varepsilon = 0,001$.

3. Знайти розв'язок системи методом квадратних коренів

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 + 2x_3 = -1 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 - 4x_3 = -2 \end{cases}$$

4. Побудувати інтерполяційний многочлен Ерміта, який задовольняє умовам: $x_0 = 0$, $f(0) = 3$, $f'(0) = 1$, $x_1 = 1$, $f(1) = 0$, $x_2 = 2$, $f(2) = 1$, $f'(2) = 2$, $f''(2) = 1$, $x_3 = 3$, $f(3) = 5$
5. За допомогою інтерполяційних формул побудувати формулу чисельного диференціювання $f''(2h)$ для функції, що задана такими значеннями $f(0)$, $f(h)$, $f(2h)$

Варіант 59

1. Катет прямокутного трикутника дорівнює $a = 21.12 \pm 0.01$ см, а його гіпотенуза $c = 37.51 \pm 0.01$ см. Обчислити синус кута, протилежного до катета a та оцінити похибки результату.
2. Зробити дві ітерації для знаходження найбільшого кореня нелінійного рівняння

$$3x - \cos x - 1 = 0$$

модифікованим методом Ньютона з точністю $\varepsilon = 0,001$. Записати умову припинення ітераційного процесу.

3. Проробити три ітерації степеневого методу для знаходження мінімального власного значення матриці

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

із точністю $\varepsilon = 10^{-3}$. Записати умову закінчення ітераційного процесу.

4. Оцінити похибку інтерполяції функції $f(x) = \ln x$ на проміжку $[1; 2]$ многочленом 4го степеня, побудованим за вузлами Чебишова.
5. Побудувати інтерполяційну квадратурну формулу за вузлами $x_0 = -3$; $x_1 = 0$; $x_2 = 1$ з ваговим множником $\rho = 1$.

Варіант 60

1. З якою кількістю правильних значущих цифр необхідно взяти число e (основа натурального логарифму), щоб похибка не перевищувала $0,05\%$?
2. За яку кількість кроків можна знайти найменший корінь нелінійного рівняння

$$x^3 - 3x^2 - 17x + 22 = 0$$

методом релаксації з точністю $\varepsilon = 0,001$. Записати формулу ітераційного процесу для заданого рівняння.

3. Проробити три ітерації степеневого методу із формулою скалярних добутків для знаходження максимального власного значення матриці

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

із точністю $\varepsilon = 10^{-5}$. Записати умову закінчення ітераційного процесу.

4. Визначити степінь інтерполяційного многочлена для функції, заданої таблично $x_0 = -1; y_0 = -4; x_1 = 1; y_1 = -2; x_2 = 2; y_2 = 5; x_3 = 3; y_3 = 16; x_4 = 4; y_4 = 31; x_5 = 5; y_5 = 50$.
5. Наближено обчислити інтеграл $\int_{-3}^1 \frac{dx}{-2+x}$ методом трапецій з точністю $0,1$ використовуючи оцінку залишкових членів.

Варіант 61

1. У результаті вимірювання радіуса кола з точністю до 0.5 см отримали значення 14 см. Знайти абсолютну та відносну похибки в разі обчислення площі кола, якщо $\pi \approx 3.142$
2. Зробити дві ітерації для знаходження найбільшого кореня нелінійного рівняння

$$(x - 1)^3 + 0.5e^x = 0$$

модифікованим методом Ньютона, $\varepsilon = 0,001$. Намалювати геометричну інтерпретацію збіжності метода.

3. Знайти область збіжності методу Якобі для системи $Ax = b$, де

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ a & 1 & a \\ 0 & a & 1 \end{pmatrix}.$$

4. На проміжку $[-1; 0]$ побудувати многочлен Чебишова 3го степеня з коефіцієнтом 1 при старшому степені. Обчислити відхилення від 0.
5. Функція Бесселя задана таблицею

x_i	0.96	0.98	1.00	1.02	1.04
y_i	0.7825361	0.7739332	0.7651977	0.7563321	0.7473390

Знайти $y'(1)$, якщо відомо, що різницями вище третього порядку можна знехтувати

Варіант 62

1. Треба обчислити менший корінь рівняння $x^2 - 2\pi x + \ln 3 = 0$ з трьома правильними значущими цифрами. Скільки правильних значущих цифр потрібно взяти для π і $\ln 3$?
2. Зробити дві ітерації для знаходження найменшого кореня нелінійного рівняння

$$x^2 + \sin x - 12x - 0,25 = 0$$

методом релаксації. Записати умову припинення, $\varepsilon = 0,001$.

3. Зробити дві ітерації методом Зейделя для знаходження розв'язку

$$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 6 \\ -2x_1 - 8x_2 + 5x_3 = 9 \\ 2x_1 + 5x_2 - 4x_3 = -4 \end{cases}$$

Перевірити умову припинення, $\varepsilon = 0.01$. Перевірити достатню умову збіжності.

4. Скільки чебишовських вузлів інтерполяції необхідно вибрати, щоб похибка інтерполяції для функції $f(x) = e^{(1+x)}$, $x \in [0; 1]$ не перевищувала $\varepsilon = 10^{-4}$.
5. Наближено обчислити інтеграл $\int_{-3}^1 \frac{dx}{-2+x}$ методом середніх прямокутників з точністю 0,05 використовуючи оцінку залишкових членів.

Варіант 63

1. Обчислити площу паралелограма зі сторонами $a = 35.29 \pm 0.005$ і $b = 51.18 \pm 0.001$ і кутом між ними $\alpha = 26^\circ(37 \pm 1)'$. Оцінити похибку (абсолютну і відносну) обчисленого значення.
2. За яку кількість кроків можна знайти найбільший корінь нелінійного рівняння

$$x^3 + 6x^2 + 9x + 2 = 0$$

методом Ньютона з точністю $\varepsilon = 0,001$? Намалювати геометричну інтерпретацію збіжності метода.

3. Знайти обернену матрицю методом Гаусса з вибором головного по рядках у матричній формі

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = 6 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = -2 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 9 \end{cases}$$

4. За допомогою інтерполяції знайти суму скінченного ряду чисел:

$$S(n) = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + \dots + 2n$$

5. За допомогою рядів Тейлора показати, що для вузлів x_0, x_1, x_2 :

$$\left| f'(x_2) - \frac{f(x_0) - 4f(x_1) + 3f(x_2)}{2h} \right| \leq \frac{h^2 f'''(\xi)}{3}$$

Варіант 64

1. Знайти похибки при наближеному обчисленні функції $f(x, y, z) = xz - y^2$, якщо $x = 2.3 \pm 0.03$, $y = 1.5 \pm 0.02$, $z = 3.5 \pm 0.01$.
2. Зробити дві ітерації для знаходження найменшого кореня нелінійного рівняння

$$x^3 + 4x - 6 = 0$$

модифікованим методом Ньютона. Записати умову припинення, $\varepsilon = 0,001$.

3. Знайти розв'язок методом прогонки

$$\begin{cases} -2x_1 - 2x_2 = -6 \\ -x_1 - 2x_2 - x_3 = -8 \\ x_2 + 2x_3 = 8 \end{cases}$$

Перевірити достатню умову стійкості.

4. Відомі значення $\sin 0$, $\sin \frac{\pi}{6}$, $\sin \frac{\pi}{4}$, $\sin \frac{\pi}{3}$, $\sin \frac{\pi}{2}$. Оцінити похибку при наближеному обчисленні синуса при $x = \frac{\pi}{5}$ за допомогою інтерполяційного полінома.
5. Наближено обчислити інтеграл $\int_5^{10} \frac{dx}{-1+x}$ методом середніх прямокутників з точністю 0,05 використовуючи оцінку залишкових членів.

Варіант 65

1. Знайти похибки при наближеному обчисленні функції $f(x, y, z) = \frac{xz}{y}$, якщо $x = 2.3 \pm 0.01$, $y = 1.5 \pm 0.02$, $z = 3.5 \pm 0.03$.

2. Зробити дві ітерації для знаходження найменшого кореня нелінійного рівняння

$$3x^2 - \cos^2(\pi x) = 0$$

методом релаксації. Записати умову припинення, $\varepsilon = 0,001$.

3. Проробити три ітерації степеневого методу для знаходження максимального власного значення матриці

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 10 \\ 1 & 10 & -2 \end{pmatrix}$$

Перевірити умову закінчення ітераційного процесу із точністю $\varepsilon = 10^{-3}$.

4. Визначити, чи є кубічним сплайном функція:

$$f(x) = \begin{cases} 2 - 4x + x^3, x \in [0; 1] \\ -1 - (x - 1) + 3(x - 1)^2 - (x - 1)^3, x \in [1; 2] \\ 2(x - 2) - (x - 2)^3, x \in [2; 3] \end{cases}$$

Якщо так, то якого дефекту та чи є він природним?

5. Визначити оцінку залишкового члена квадратурної формули інтерполяційного типу

$$\frac{\pi}{4}f(-1) + \frac{\pi}{2}f(0) + \frac{\pi}{4}f(1),$$

якщо вона побудована з ваговим множником $\rho = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.