

Варіант № 1 (30 балів)

1. (6 бал) Знайти матрицю
- X
- з рівняння

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. (8 бал) Обчислити визначник
- n
- го порядку

$$\begin{vmatrix} 7 & 3 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 2 & 7 & 3 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 7 & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 7 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 2 & 7 \end{vmatrix}$$

3. (5+3 бал) Знайти загальний розв'язок і фундаментальну систему розв'язків системи рівнянь

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 3x_5 = 0 \\ 2x_1 + 9x_2 + 5x_3 + 2x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - 2x_4 - 10x_5 = 0 \end{cases}$$

4. (8 бал) Виділити кратні множники для полінома

$$f(x) = x^6 - 4x^5 + 6x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 2x + 1$$

Варіант № 2 (30 балів)

1. (6 бал) Розв'язати рівняння

$$\begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 \\ x-5 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}$$

2. (8 бал) Знайти ранг матриці

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & 4 \\ \alpha & 4 & 10 & 1 \\ 1 & 7 & 17 & 3 \\ 2 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

3. (8 бал) Розв'яжіть рівняння
- $XA = B + 3X$
- відносно невідомої матриці
- X
- , де

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 0 & 8 & -4 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & -6 & 7 \\ -3 & 1 & -9 \end{pmatrix},$$

4. (8 бал) Для полінома

$$f(x) = x^6 - 4x^5 + 6x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 2x + 1$$

локалізувати дійсні корені (вказати інтервали, які містять рівно по одному кореню)

Варіант № 3 (30 балів)

1. (6 бал). Знайти всі значення параметра a при яких ранг матриці B мінімальний

$$B = \begin{pmatrix} a-1 & 1 & 2 \\ a-1 & a+1 & 1 \\ 2a-2 & 2-a & 5+2a \end{pmatrix}$$

2. (8 бал) Обчислити визначник

$$\begin{vmatrix} x+1 & x & x & \cdots & x & x \\ x & x+2 & x & \cdots & x & x \\ x & x & x+3 & \cdots & x & x \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x & x & x & \cdots & x+n-1 & x \\ x & x & x & \cdots & x & x+n \end{vmatrix}$$

3. (5+3 бал) Знайти загальний розв'язок і фундаментальну систему розв'язків системи рівнянь

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 - 3x_5 = 0 \\ -2x_1 + x_2 - x_3 + 4x_4 - 2x_5 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + 5x_3 + 7x_4 - 11x_5 = 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 8x_4 - 14x_5 = 0 \end{cases}$$

4. (8 бал) Знайти всі комплексні корені рівняння

$$(\sqrt{3} + 4i)z^4 = 10\sqrt{3} + 2i$$

у яких один з аргументів належить проміжку $\left(3\pi; \frac{7\pi}{2}\right)$.

Варіант № 4 (30 балів)

1. (6 бал).) Знайти матрицю X з рівняння

$$X \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

2. (8 бал) Знайти матрицю обернену до матриці A

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 0 \\ 1 & -3 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

3. (8 бал) При якому значенні параметра t система немає розв'язків

$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + (20 - t)x_3 = -4 \\ -x_1 - x_2 + (15 + t)x_3 = 5 \\ x_1 - 2x_2 + (18 - t)x_3 = 1 \end{cases}$$

4. (8 бал) Знайти всі раціональні корені многочлена

$$24x^5 + 10x^4 - x^3 - 19x^2 - 5x + 6.$$