$y = 22$

№ КР 2

1) $\begin{cases} \dot{x} = x^{45} + y^{45} - x = P & x_0 = 1 \\ \dot{y} = x^2 - x + 22y = Q & y_0 = 0 \end{cases}$

$P'_x = 45x^{44} - 1 \qquad P'_y = 45y^{44}$

$P'_x(1,0) = 44 \qquad P'_y(1,0) = 0$

$Q'_x = 2x - 1 \qquad Q'_y = 22$

$Q'_x(1,0) = 1 \qquad Q'_y(1,0) = 22$

Маємо лінеаризовану систему

$\begin{cases} x = 44x \\ y = x + 22y \end{cases} \Rightarrow A\begin{pmatrix} 44 & 0 \\ 1 & 22 \end{pmatrix} \quad |A - \lambda E| = \begin{vmatrix} 44-\lambda & 0 \\ 1 & 22-\lambda \end{vmatrix} =$

$= (44-\lambda)(22-\lambda) \Rightarrow \lambda_1 = 44, \lambda_2 = 22$

Оскільки $\lambda_1, \lambda_2 > 0$, і є дійсними, то р-к $(1,0)$ не є стійким за Ляпуновим

2) $(13+22)y'''(x) + (12+22)y''(x) + (11+22)y'(x) + (10+22)y(x) = 0$

Всі λ мають дійсну частину

$\Delta = \begin{vmatrix} 34 & 35 & 0 & 0 \\ 32 & 33 & 34 & 35 \\ 0 & 0 & 32 & 33 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{vmatrix} \quad \begin{matrix} \Delta_1 = 34 > 0 \\ \Delta_2 = 34 \cdot 33 - 32 \cdot 35 = 2 > 0 \\ \Delta_3 \end{matrix}$

Рівняння є стійким за Критерієм Гаусса Гурвіца

3) $\begin{pmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 \\ 0 & 0 & b_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_1 & 0 & 0 \\ 0 & C_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix} \qquad \begin{matrix} \lambda_1 = 2 \\ \lambda_2 = 3 \\ \lambda_3 = 4 \end{matrix}$

$$\begin{pmatrix} b_1 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 \\ 0 & 0 & b_3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} c_1 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1c_1 & 0 & 0 \\ 0 & b_2c_2 & 0 \\ 0 & 0 & b_3c_3 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2+b_1c_1 & 1 & 0 \\ 0 & 1+b_2c_2 & 0 \\ 0 & 0 & 3+b_3c_3 \end{pmatrix} \Rightarrow |A-\lambda E| = \begin{vmatrix} 2+b_1c_1-\lambda & 1 & 0 \\ 0 & 1+b_2c_2-\lambda & 0 \\ 0 & 0 & 3+b_3c_3-\lambda \end{vmatrix} = (2+b_1c_1-\lambda)(1+b_2c_2-\lambda)\cdot$$

$\cdot(3+b_3c_3-\lambda) =$ Маємо систему: $\ast$

1) $\begin{cases} 2+b_1c_1=3 \\ 1+b_2c_2=2 \\ 3+b_3c_3=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1c_1=1 \\ b_2c_2=1 \\ b_3c_3=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c_1=\frac{1}{b_1} \\ c_2=\frac{1}{b_2} \\ c_3=\frac{1}{b_3} \end{cases}$

2) $\begin{cases} 2+b_1c_1=4 \\ 1+b_2c_2=2 \\ 3+b_3c_3=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c_1=\frac{2}{b_1} \\ c_2=\frac{1}{b_2} \\ c_3=0 \end{cases}$

5) $\begin{cases} 2+b_1c_1=\cancel{2}\ 3 \\ 1+b_2c_2=\cancel{3}\ 4 \\ 3+b_3c_3=\cancel{4}\ 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c_1=\frac{1}{b_1} \\ c_2=\frac{3}{b_2} \\ c_3=\frac{-1}{b_3} \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2+b_1c_1=2 \\ 1+b_2c_2=3 \\ 3+b_3c_3=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c_1=0 \\ c_2=\frac{2}{b_2} \\ c_3=\frac{1}{b_3} \end{cases}$

6) $\begin{cases} 2+b_1c_1=4 \\ 1+b_2c_2=3 \\ 3+b_3c_3=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c_1=\frac{2}{b_1} \\ c_2=\frac{2}{b_2} \\ c_3=-\frac{1}{b_3} \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2+b_1c_1=2 \\ 1+b_2c_2=4 \\ 3+b_3c_3=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c_1=0 \\ c_2=\frac{3}{b_2} \\ c_3=0 \end{cases}$

$u=(c_1, c_2, c_3)$:

Відповідь: $\left(\frac{2}{b_1}; \frac{2}{b_2}; -\frac{1}{b_3}\right), \left(\frac{1}{b_1}; \frac{3}{b_2}; -\frac{1}{b_3}\right), \left(0; \frac{3}{b_2}; 0\right), \left(\frac{2}{b_1}; \frac{1}{b_2}; 0\right), \left(0; \frac{2}{b_2}; \frac{1}{b_3}\right);$
$\left(\frac{1}{b_1}; \frac{1}{b_2}; \frac{1}{b_3}\right)$

1) $\sum_{i=0}^{2} (x_1(i)+x_2(i)) + x_2(3) \to opt$ $\quad A=\begin{pmatrix} 9 & 7 \\ 7 & 9 \end{pmatrix} \quad B=\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$

$$\begin{cases} x_1(n+1) = 9x_1(n) + 7x_2(n) + 3u_1(n) + 4u_2(n) \\ x_2(n+1) = 7x_1(n) + 9x_2(n) + 4u_1(n) + 5u_2(n) \end{cases}$$

$x_1(0)=2 \quad |x_2(0)| \le 2$

$|u_2(1)| \le 7, \ |u_2(2)| \le 5$

$|u_1(0)| \le 1, \ |u_1(1)| \le 2$

$|u_2(0)| \le 2, \ |u_1(2)| \le 3$

$Q = \{x_1(2) + x_2(2)\} + x_2(3) \to min$

$x_2(3) = 7x_1(2) + 9x_2(2) + 4u_1(2) + 5u_2(2)$

$Q_1 = 8x_1(2) + 10x_2(2) + (-12) - 25 = 8x_1(2) + 10x_2(2) - 37$

$u_1(2) = -3 \quad u_2(2) = -5$

$Q_1 = x_1(1) + x_2(1) + 8x_1(2) + 10x_2(2) - 37 = x_1(1) + x_2(1) + 8(9x_1(1) + 7x_2(1) + 3u_1(1) + 4u_2(1)) +$

$+ 10(7x_1(1) + 9x_2(1) + 4u_1(1) + 5u_2(1)) - 37 = 143x_1(1) + 113x_2(1) + 64u_1(1) + 82u_2(1) - 37 =$

$= 143x_1(1) + 113x_2(1) - 739$

$u_1(1) = -2, \ u_2(1) = -7$

$Q = x_1(0) + x_2(0) + 143x_1(1) + 113x_2(1) - 739 = x_1(0) + x_2(0) + 143(9x_1(0) + 7x_2(0) + 3u_1(0) + 4u_2(0)) +$

$+ 113(7x_1(0) + 9x_2(0) + 4u_1(0) + 5u_2(0)) - 739 = 2079x_1(0) + 2019x_2(0) + 881u_1(0) +$

$+ 1137u_2(0) - 7393 = 2079x_1(0) + 2019x_2(0) - 3894$ $\left| \begin{array}{l} u_1(0) = -1 \\ u_2(0) = -2 \end{array} \right.$

а) $x_1(0) = 2, \ x_2(0) = 2$

$x_1(1) = 21; \ x_2(1) = 18$

$x_1(2) = 281; \ x_2(2) = 266$

$x_1(3) = 4362; \ x_2(3) = 4324$

б) $x_1(0) = 2, \ x_2(0) = -2$

$x_1(1) = -7; \ x_2(1) = -18$

$x_1(2) = -223; \ x_2(2) = -234$

$x_1(3) = -3814; \ x_2(3) = -3884$

1) $(2, 21, 281, 4362)(2, 18, 266, 4324)$

2) $(2, -7; -223, -3814), (-2, -18, -234, -3884)$