МКР №2

$p=10$

№1

$$\begin{cases} \dot{x} = x^{21} + y^{21} - x = P \\ \dot{y} = x^2 - x + 10y = Q \end{cases} \qquad x_0 = 1,\ y_0 = 0$$

$P'_x = 21x^{20} - 1 \qquad P'_y = 21y^{20}$

$P'_{x(1,0)} = 20 \qquad P'_{y(1,0)} = 0$

$Q'_x = 2x - 1 \qquad Q'_y = 10$

$Q'_{x(1,0)} = 1 \qquad Q'_{y(1,0)} = 10$

Маємо лінеаризовану с-му:

$$\begin{cases} \dot{x} = 20x \\ \dot{y} = x + 10y \end{cases} \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 20 & 0 \\ 1 & 10 \end{pmatrix};\ |A - \lambda E| = \begin{vmatrix} 20-\lambda & 0 \\ 1 & 10-\lambda \end{vmatrix} =$$

$= (20-\lambda)(10-\lambda) \Rightarrow \lambda_1 = 20,\ \lambda_2 = 10$

Оскільки $\lambda_1, \lambda_2 > 0$, і є дійсними, то р-к (1, 0) <u>не є</u> стійким за Ляпуновим

№2

$(13+10)y''' + (12+10)y'' + (11+10)y' + (10+10)y = 0$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 22 & 23 & 0 & 0 \\ 20 & 21 & 22 & 23 \\ 0 & 0 & 20 & 21 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{vmatrix}$$

$\Delta_1 = 22 > 0$

$\Delta_2 = 22 \cdot 21 - 20 \cdot 23 = 2 > 0$

$\Delta_3 = 20 \cdot 21 \cdot 23 > 0$

$\Rightarrow$ Всі λ мають дійсну частину < 0

За Критерієм Гаусса-Гурвіца

р-к <u>є стійким</u>

№3

$$\sum_{i=0}^{2}(x_1(i)+x_2(i))+x_2(3)\to opt$$

$$\begin{cases} x_1(n+1)=9x_1(n)+7x_2(n)+3u_1(n)+4u_2(n) \\ x_2(n+1)=7x_1(n)+9x_2(n)+4u_1(n)+5u_2(n) \end{cases}$$

$A=\begin{pmatrix}9&7\\7&9\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}3&4\\4&5\end{pmatrix}$ $x_1(0)=2$ $|x_2(0)|\le 2$

$|u_2(1)|\le 7,\ |u_2(2)|\le 5$

$|u_1(0)|\le 1,\ |u_1(1)|\le 2$

$|u_2(0)|\le 2,\ |u_1(2)|\le 3$

$Q_2=\{x_1(2)+x_2(2)\}+x_2(3)\to min$

$x_2(3)=7x_1(2)+9x_2(2)+4u_1(2)+5u_2(2)$

$Q_2=8x_1(2)+10x_2(2)+(-12)-25=8x_1(2)+10x_2(2)-37$

$\boxed{u_1(2)=-3\ u_2(2)=-5}$

$Q_1=x_1(1)+x_2(1)+8x_1(2)+10x_2(2)-37=$

$=x_1(1)+x_2(1)+8(9x_1(1)+7x_2(1)+3u_1(1)+4u_2(1))+$

$+10(7x_1(1)+9x_2(1)+4u_1(1)+5u_2(1))-37=$

$=143x_1(1)+113x_2(1)+64u_1(1)+82u_2(1)-37=$

$=143x_1(1)+113x_2(1)-739$ $\boxed{u_1(1)=-2,\ u_2(1)=-7}$

$Q=x_1(0)+x_2(0)+143x_1(1)+113x_2(1)-739=$

$=x_1(0)+x_2(0)+143(9x_1(0)+7x_2(0)+3u_1(0)+4u_2(0))+$

$+113(7x_1(0)+9x_2(0)+4u_1(0)+5u_2(0))-739=$

$= 2079x_1(0) + 2019x_2(0) + 881u_1(0) + 1137u_2(0) - 739$

$\Rightarrow \boxed{2079x_1(0) + 2019x_2(0) - 3894} \quad \Big| \begin{matrix} u_1(0) = -1 \\ u_2(0) = -2 \end{matrix}$

a) $x_1(0) = 2,\ x_2(0) = 2$

$x_1(1) = 21;\ x_2(1) = 18$

$x_1(2) = 281;\ x_2(2) = 266$

$x_1(3) = 4362;\ x_2(2) = 4324$

б) $x_1(0) = 2,\ x_2(0) = -2$

$x_1(1) = -7;\ x_2(1) = -18$

$x_1(2) = -223;\ x_2(2) = -254$

$x_1(3) = -3814\quad x_2(3) = -3884$

В-дь: 1) $(2, 21, 281, 4362), (2, 18, 266, 4324)$

2) $(2, -7, -223, -3814), (-2, -18, -254, -3884)$

№4

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 \\ 0 & 0 & b_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}; \quad d_1 = 2\ \ d_2 = 3\ \ d_3 = 4$$

$$\begin{pmatrix} b_1 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 \\ 0 & 0 & b_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1c_1 & 0 & 0 \\ 0 & b_2c_2 & 0 \\ 0 & 0 & b_3c_3 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 2+b_1c_1 & 1 & 0 \\ 0 & 1+b_2c_2 & 0 \\ 0 & 0 & 3+b_3c_3 \end{pmatrix} \Rightarrow |A - dE| = \begin{vmatrix} 2+b_1c_1-d & 1 & 0 \\ 0 & 1+b_2c_2-d & 0 \\ 0 & 0 & 3+b_3c_3-d \end{vmatrix} = 0$$

$(2+b_1c_1-d)(1+b_2c_2-d)(3+b_3c_3-d) =$

маємо системи

$$1) \begin{cases} 2 + b_1c_1 = 3 \\ 1 + b_2c_2 = 2 \\ 3 + b_3c_3 = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b_1c_1 = 1 \\ b_2c_2 = 1 \\ b_3c_3 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c_1 = \frac{1}{b_1} \\ c_2 = \frac{1}{b_2} \\ c_3 = \frac{1}{b_3} \end{cases}$$

2) $\begin{cases} 2+b_1c_1=2 \\ 1+b_2c_2=3 \\ 3+b_3c_3=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c_1=0 \\ c_2=\frac{2}{b_2} \\ c_3=\frac{1}{b_3} \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2+b_1c_1=4 \\ 1+b_2c_2=2 \\ 3+b_3c_3=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c_1=\frac{2}{b_1} \\ c_2=\frac{1}{b_2} \\ c_3=0 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2+b_1c_1=2 \\ 1+b_2c_2=4 \\ 3+b_3c_3=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c_1=0 \\ c_2=\frac{3}{b_2} \\ c_3=0 \end{cases}$

5) $\begin{cases} 2+b_1c_1=3 \\ 1+b_2c_2=4 \\ 3+b_3c_3=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c_1=\frac{1}{b_1} \\ c_2=\frac{3}{b_2} \\ c_3=\frac{1}{b_3} \end{cases}$

6) $\begin{cases} 2+b_1c_1=4 \\ 1+b_2c_2=3 \\ 3+b_3c_3=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c_1=\frac{2}{b_1} \\ c_2=\frac{2}{b_2} \\ c_3=\frac{1}{b_3} \end{cases}$

$u=(c_1,c_2,c_3)$:

В-дь: $\left(\frac{2}{b_1};\frac{2}{b_2};\frac{1}{b_3}\right), \left(\frac{1}{b_1};\frac{3}{b_2};\frac{1}{b_3}\right), \left(0;\frac{3}{b_2};0\right), \left(\frac{2}{b_1};\frac{1}{b_2};0\right), \left(0;\frac{2}{b_2};\frac{1}{b_3}\right), \left(\frac{1}{b_1};\frac{1}{b_2};\frac{1}{b_3}\right)$