

ГЕНЕТИЧЕСКИЕ АЛГОРИТМЫ

$$\boxed{\min f(x, y) \quad - \quad ?}$$

$Fit^{-1} = f(x, y)$ – функция
приспособленности

$(x, y) \in [0, 1]^2$ – фенотип
(точка в \mathbb{R}^2)

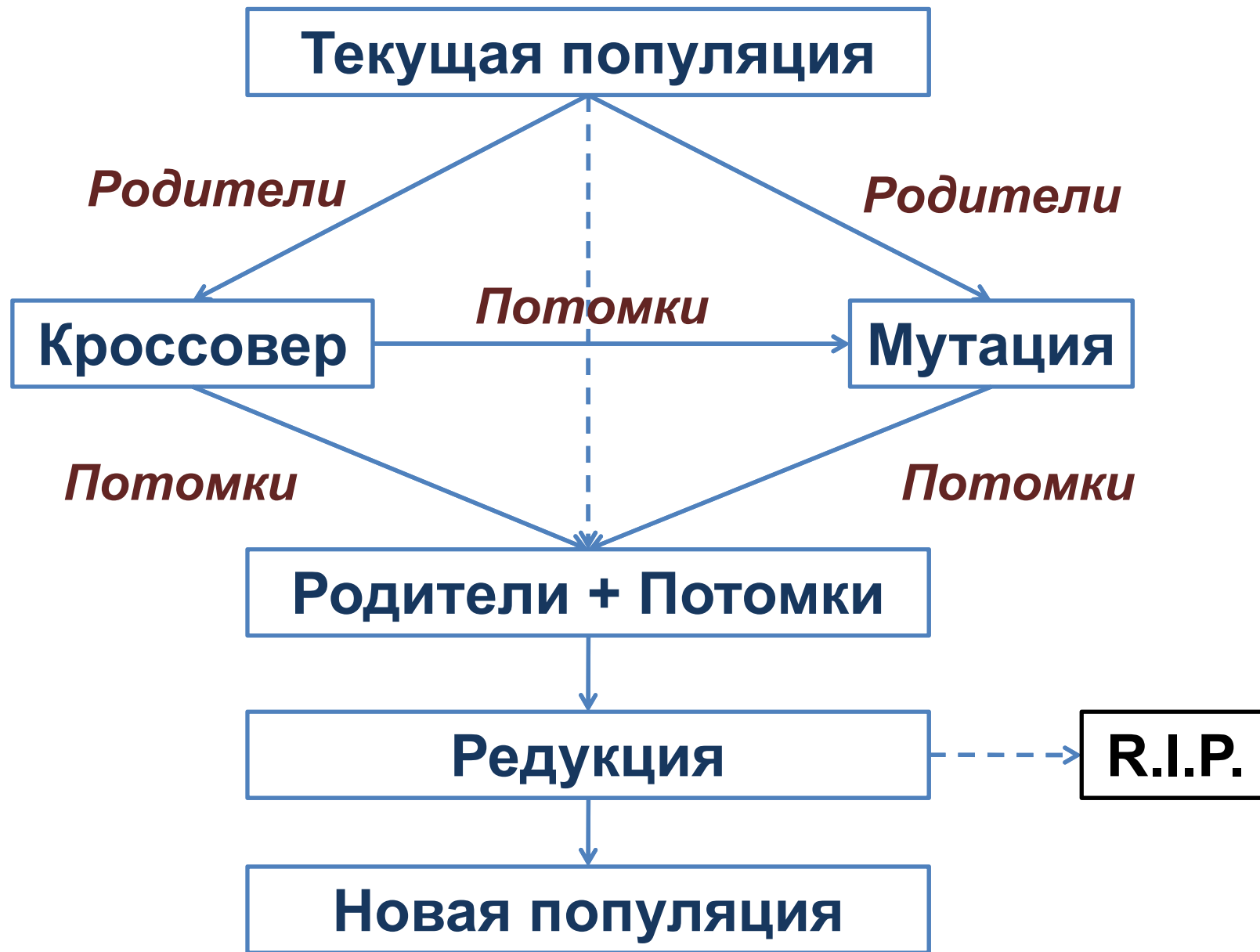
$$x = 0000000000 \sim \frac{0}{2^{10} - 1} = 0$$

$$x = 1111111111 \sim \frac{2^{10} - 1}{2^{10} - 1} = 1$$

$x \circ y$ – *генотип (хромосома,
точка в 20 – мерном
хемминговом пространстве)*

ПРОСТОЙ ГА

- **INIT** (инициализация популяции)
- **STOP?** (критерий останова)
- **FIT** (оценка Fitness-функции)
- **SL** (отбор по Fit)
- **CR** (кроссовер с вероятностью p_{cr})
- **MU** (мутация с вероятностью p_{mu})

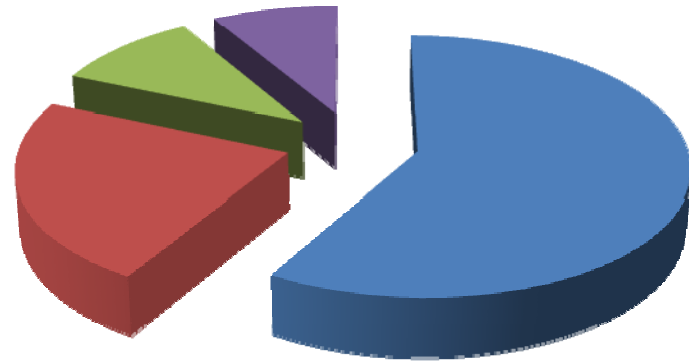


КРИТЕРИИ ОСТАНОВА (MATLAB)

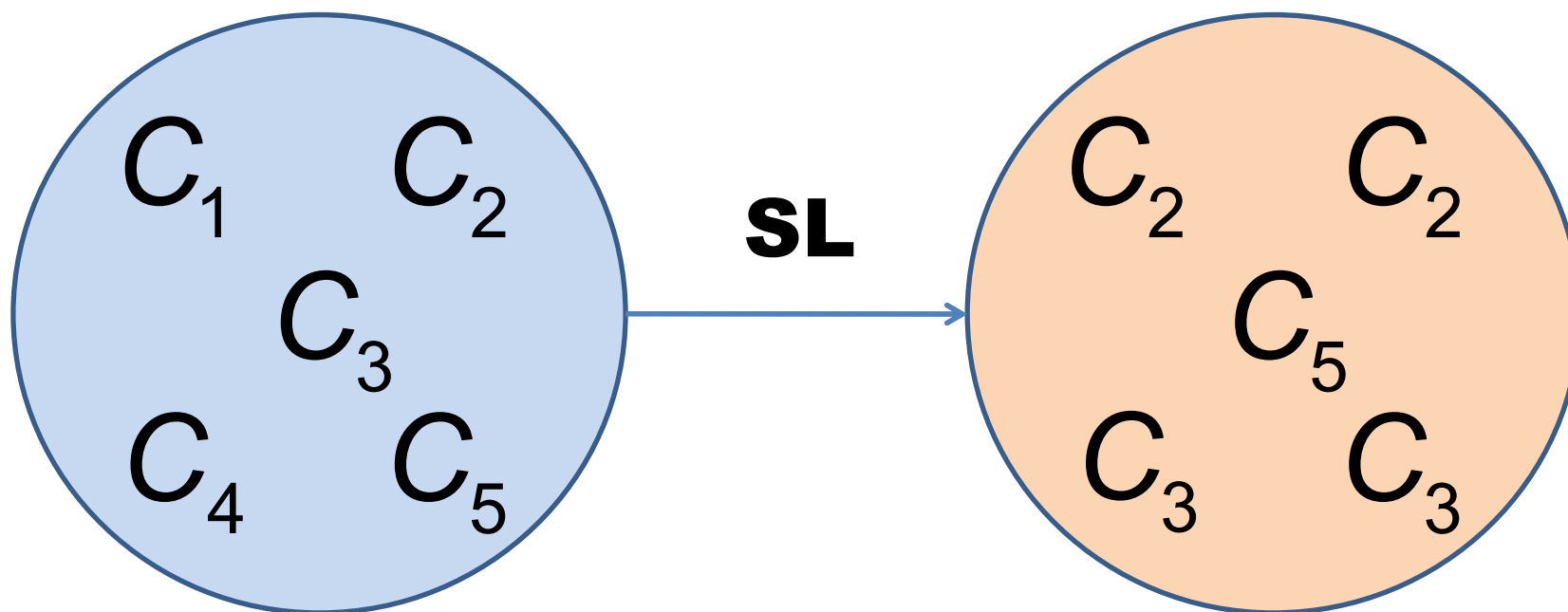
- **GENERATIONS**
- **TIME LIMIT**
- **FITNESS LIMIT**
- **STALL GENERATIONS**
- **STALL TIME LIMIT**

ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫЙ ОТБОР ("ROULETTE WHEEL")

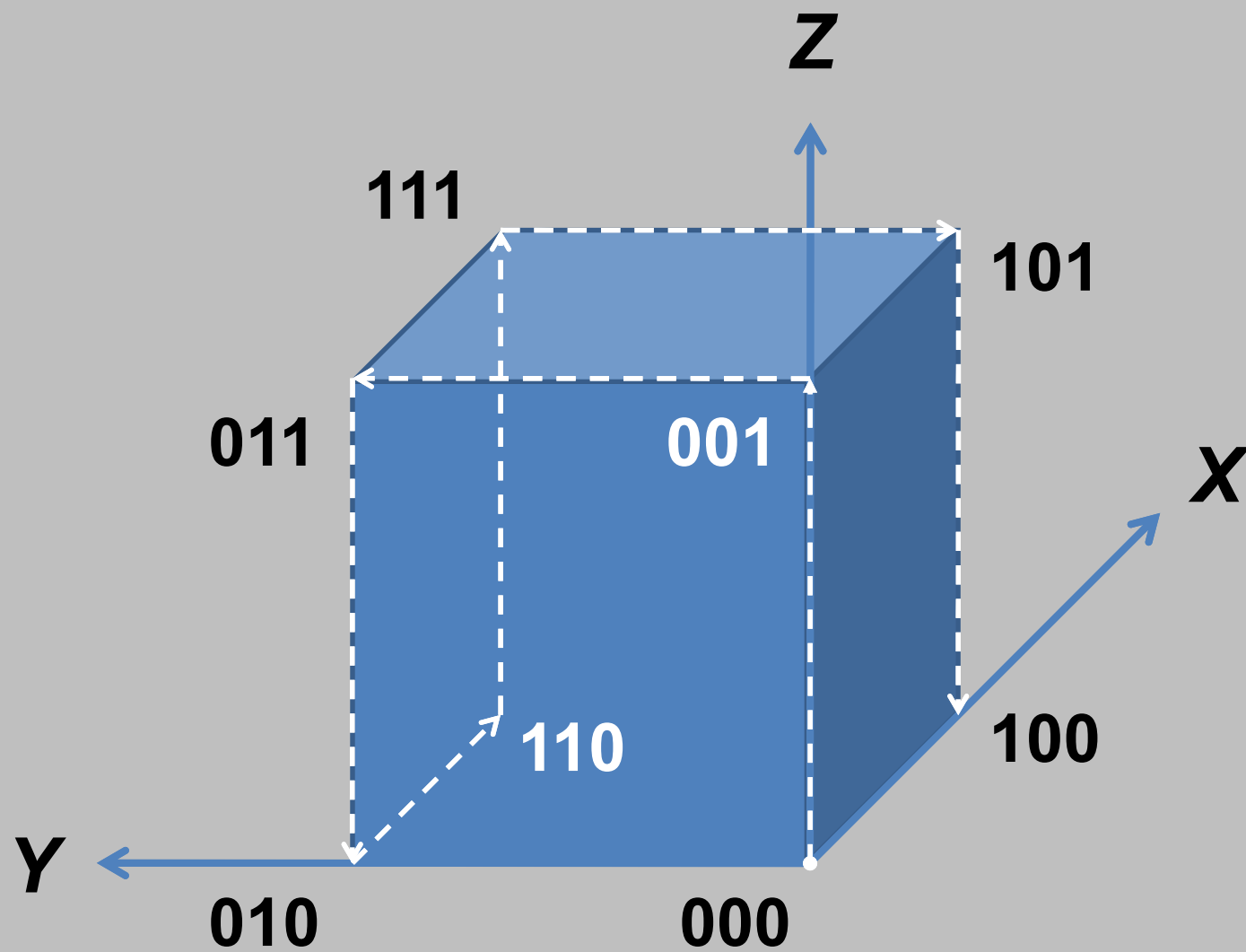
$$p_{sl_i} = \frac{Fit_i}{\sum_{j=1}^N Fit_j}$$



Хромосомы	Fit_i	p_{sli}
C_1	1	1/13
C_2	5	5/13
C_3	4	4/13
C_4	1	1/13
C_5	2	2/13
Σ	13	1



10-код	2-10-код	Код Грея
0	000	000
1	001	001
2	010	011
3	011	010
4	100	110
5	101	111
6	110	101
7	111	100



СТРАТЕГИИ СЕЛЕКЦИИ

1. СЛУЧАЙНАЯ

$$p_{sl_i} = \frac{1}{N}, \quad p_{sl_j} = \frac{1}{N-1}$$

$$p_{sl_{ij}} = p_{sl_i} p_{sl_j} = \frac{1}{N(N-1)}$$

2. ПРОПОРЦИОНАЛЬНАЯ

$$p_{sl_i} = Fit_i / \sum_{k=1}^N Fit_k$$

$$p_{sl_j} = Fit_j / \sum_{\substack{k=1, \\ k \neq i}}^N Fit_k \quad \text{или} \quad p_{sl_j} = \frac{1}{N-1}$$

3. ДАЛЬНЕЕ РОДСТВО – БЛИЖНЕЕ РОДСТВО

$$dist_{HAM}(x_i, x_j) > R \quad \sim \text{"ДР"}$$

$$dist_{HAM}(x_i, x_j) < R \quad \sim \text{"БР"}$$

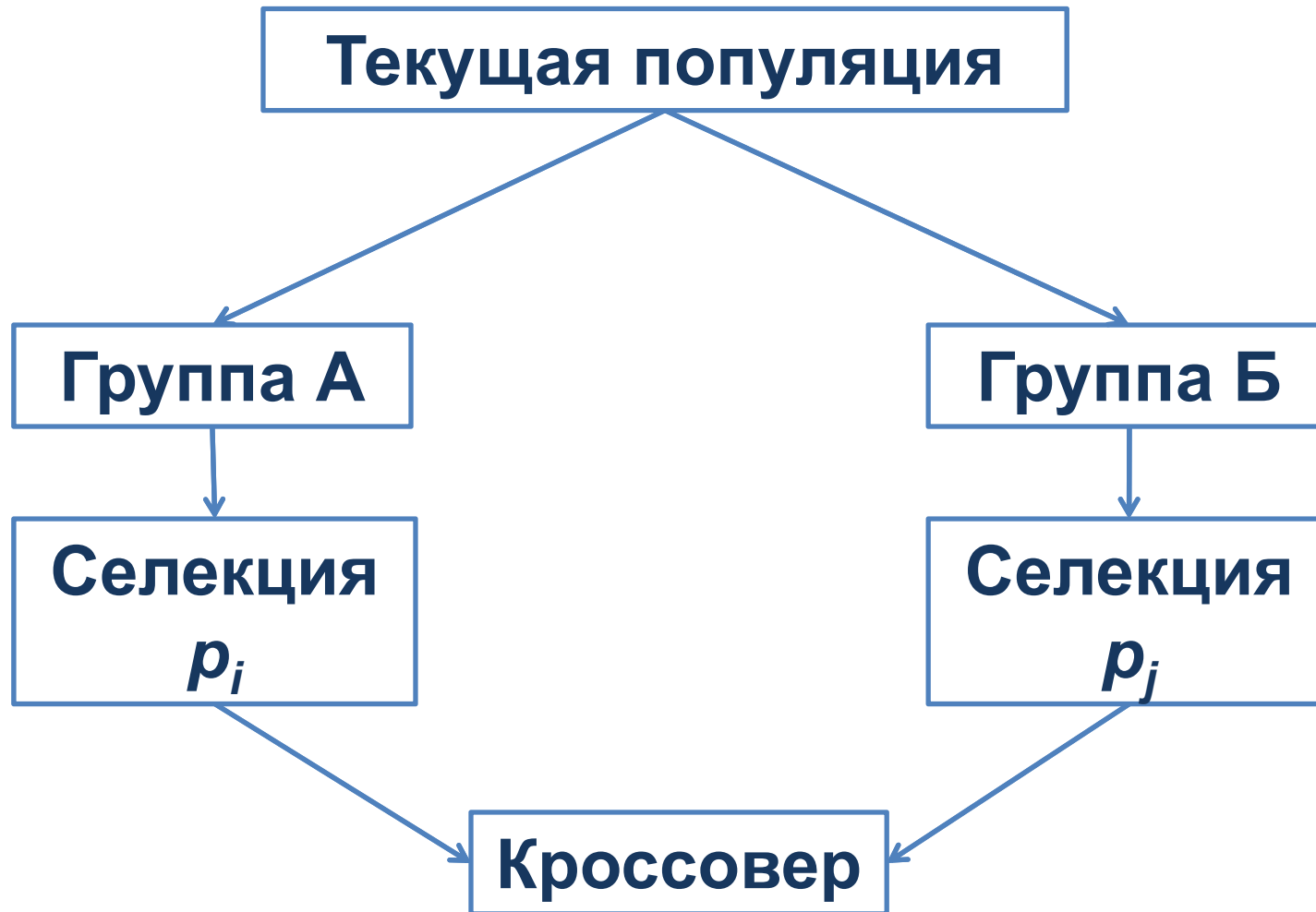
ГДЕ R – РАДИУС СКРЕЩИВАНИЯ

$$\text{"ДР"} \xrightarrow{t \rightarrow \infty} \text{"БР"}$$

4. ДЕТЕРМИНИСТСКАЯ

$$Fit_i \geq Fit_{ave} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N Fit_k$$

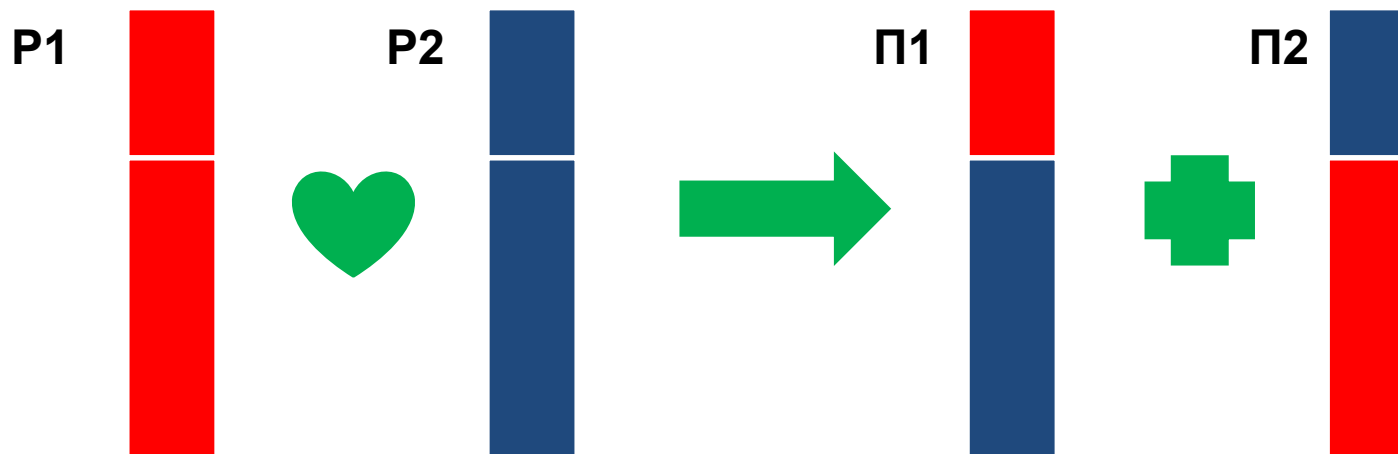
4. ГИБРИДНАЯ, НАПР. ТУРНИРНАЯ



ОПЕРАТОР КРОССОВЕРА

1. ОДНОТОЧЕЧНЫЙ

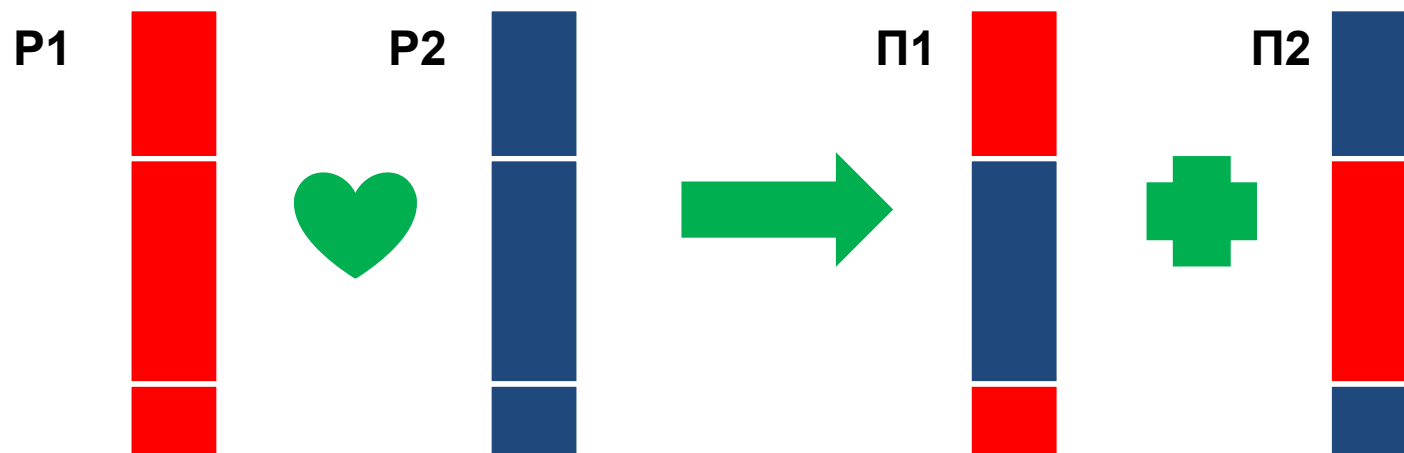
$$\begin{Bmatrix} a_1 a_2 \dots a_L \\ b_1 b_2 \dots b_L \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} b_1 b_2 \dots a_L \\ a_1 a_2 \dots b_L \end{Bmatrix}$$



$$000 \sim 00000 \otimes 111 \sim 11111 =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} 000 \sim 11111 \\ 111 \sim 00000 \end{array} \right\}$$

2. ДВУХТОЧЕЧНЫЙ



3. N-ТОЧЕЧНЫЙ:

- **СЛУЧАЙНЫЙ**
- **ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЙ
(ФИБОНАЧЧИ, «ЗОЛОТОЕ СЕЧЕНИЕ»,
«КАНТОРОВА ПЫЛЬ»)**

3. УПОРЯДОЧЕННЫЙ (TSP)

$$\begin{array}{c} P1 \quad ABCD | EFGH \\ \hline P2 \quad GABE | CDFH \end{array} \rightarrow$$
$$\rightarrow \begin{array}{c} \Pi 1 \quad ABCD | GEFH \\ \hline \Pi 2 \quad GABE | CDFH \end{array}$$

4. УНИВЕРСАЛЬНЫЙ (XOR)

P1	011001
P2	010111
Ms	011010
П1	000011
П2	001101

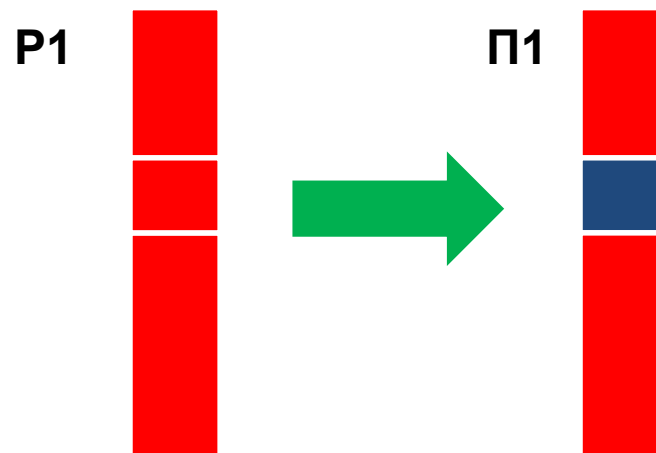
5. «ЖАДНЫЙ»

6. ДРУГИЕ ТИПЫ

ОПЕРАТОР МУТАЦИИ

1. ИНВЕРТИРОВАНИЕ ГЕНА

"0" → "1" "1" → "0"



2. ОБМЕН ГЕНОВ

А) ОДНОТОЧЕЧНЫЙ

Р	011 011
<hr/>	
П	010 111

Б) ДВУХТОЧЕЧНЫЙ

$$\begin{array}{c} P \quad A | BCD | EF \\ \hline П \quad A | ECD | BF \end{array}$$

В) N-ТОЧЕЧНЫЙ

Р	<i>A</i>		<i>BC</i>		<i>DEF</i>		<i>GH</i>
<hr/>							
П	<i>A</i>		<i>GC</i>		<i>BEF</i>		<i>DH</i>

3. ИНВЕРСИЯ СЕГМЕНТА

Р	<i>ABC DEFG</i>
<hr/>	
П	<i>ABC GFED</i>

4. ТРАНСПОЗИЦИЯ

Р	$A \mid BC \mid DEF \mid GH$
<hr/>	
П	$A \mid FED \mid BC \mid GH$

5. ТРАНСЛОКАЦИЯ (КРОССОВЕР+ИНВЕРСИЯ)

P1 *AB | CDEF*

P2 *GK | HIJQ*

П1 *AB | QJIH*

П2 *GK | FEDC*

ПРИМЕР

$$f(x, y) = \frac{1}{1 + x^2 + y^2} \rightarrow \max$$

$$(f^*(0, 0) = 1)$$

Хромосома=2 гена:

$$(x, y) \sim x \circ y$$

INIT («фонд» хромосом):

C₀	-1	2	0,167	0,178
C₁	-2	3	0,017	0,018
C₂	1,5	0	0,310	0,332
C₃	0,5	-1	0,440	0,471
	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>Fit=f(x,y)</i>	<i>p_i</i>

$$\sum_i Fit_i = 0,934$$

$$Fit_{cp} = 0,248$$

Выбор 2-х пар родителей:

$$(C_3, C_2), (C_3, C_0)$$

(x_{c3}, y_{c2})	0,5	0	0,80
$(x_{c\&}, y_{c'})$	1,5	-1	0,24
(x_{c3}, y_{c2})	0,5	2	0,19
$(x_{c\$}, y_{c'})$	-1	-1	0,33
	x	y	$Fit=f(x,y)$

$$Fit_{cp} = 0,39$$

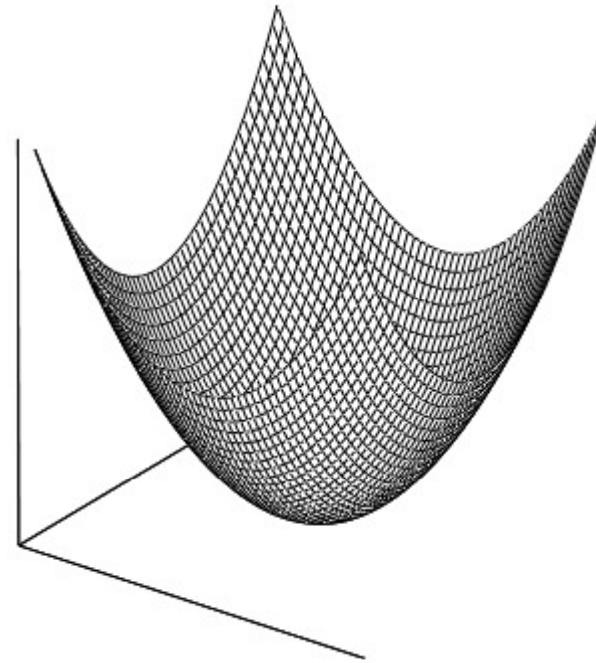
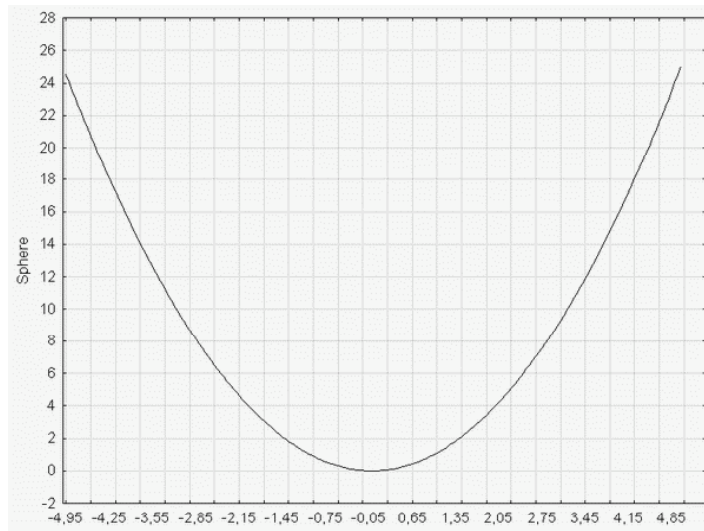
ТЕСТОВЫЕ ФУНКЦИИ

DE JONG 1 (SPHERE MODEL)

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n x_i^2$$

$$x_i \in [-5.12, 5.12]$$

$$f^*(0) = 0$$

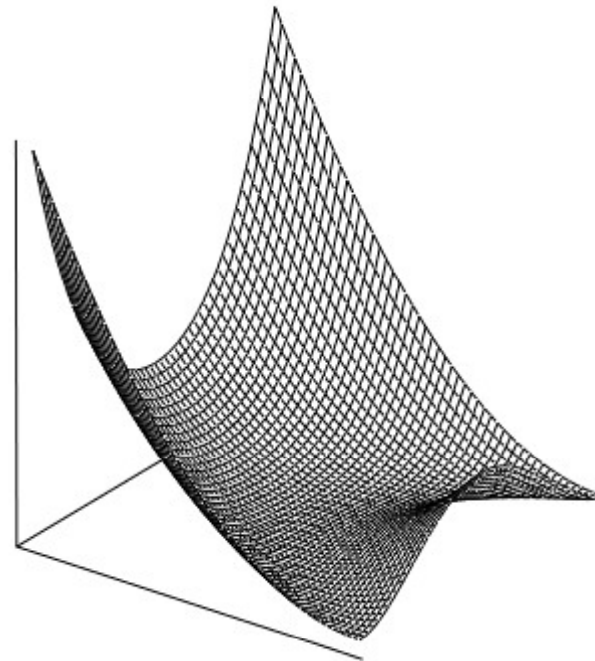
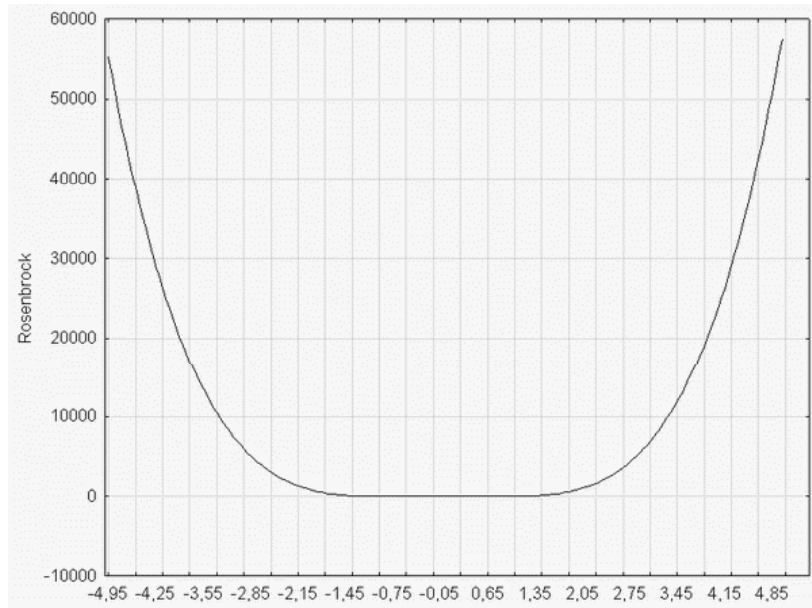


DE JONG 2 (ROSENBROCK'S SADDLE)

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{n-1} \left[100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2 \right]$$

$$x_i \in [-2.048, 2.048]$$

$$f^*(1.0) = 0$$

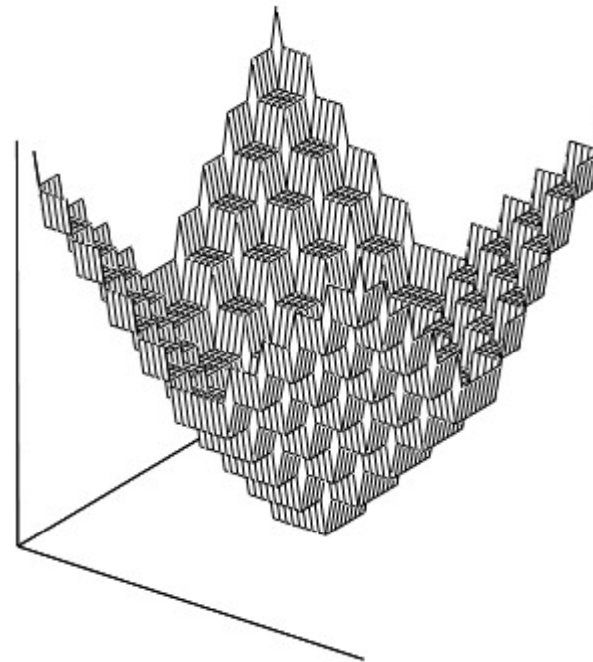


DE JONG 3 (STEP FUNCTION)

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n |[x_i]|$$

$$x_i \in [-5.12, 5.12]$$

$$f^*(0) = 0$$

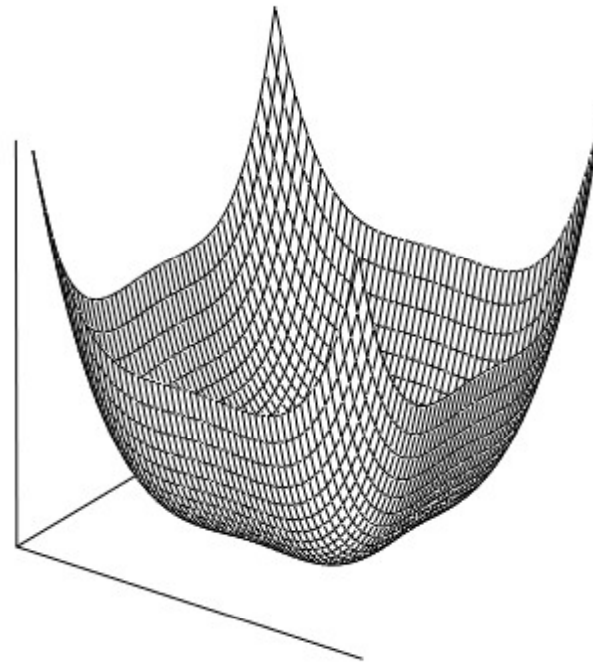
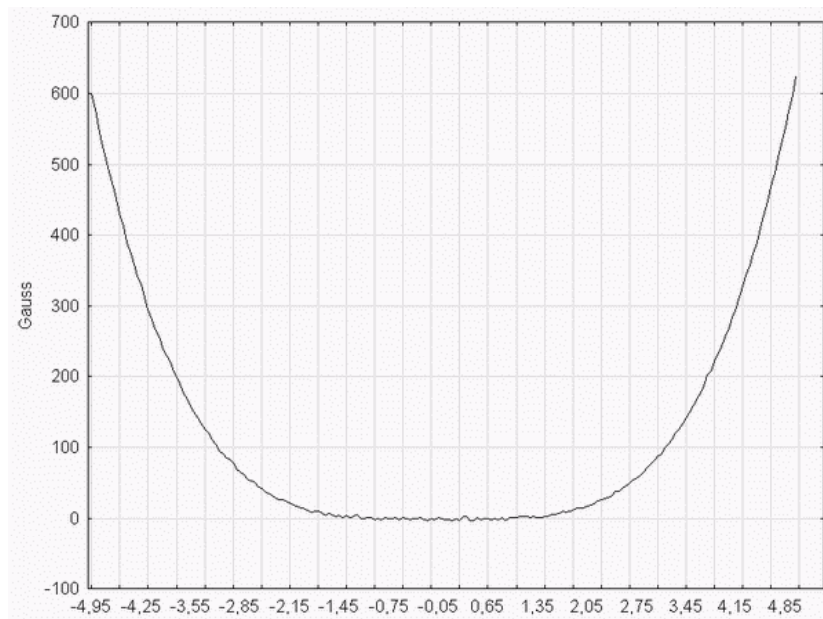


DE JONG 4 (GAUSSIAN QUARTIC)

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \left(x_i^4 - e^{-x_i^2} \right)$$

$$x_i \in [-1.28, 1.28]$$

$$f^*(0) = 0$$

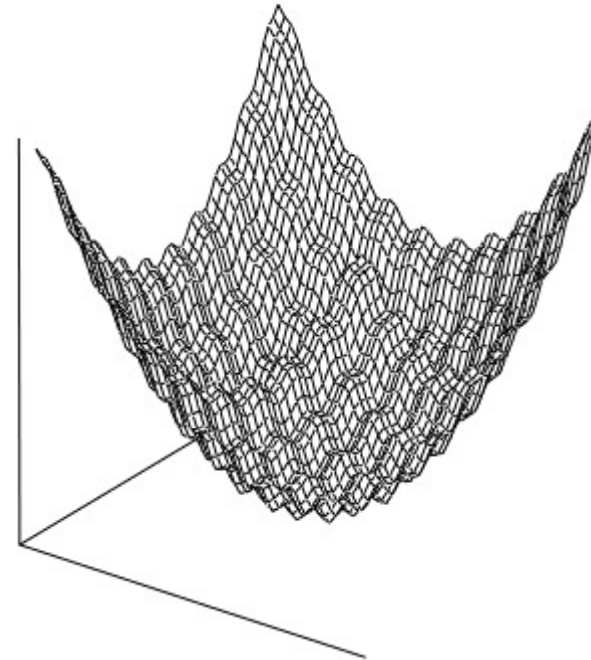
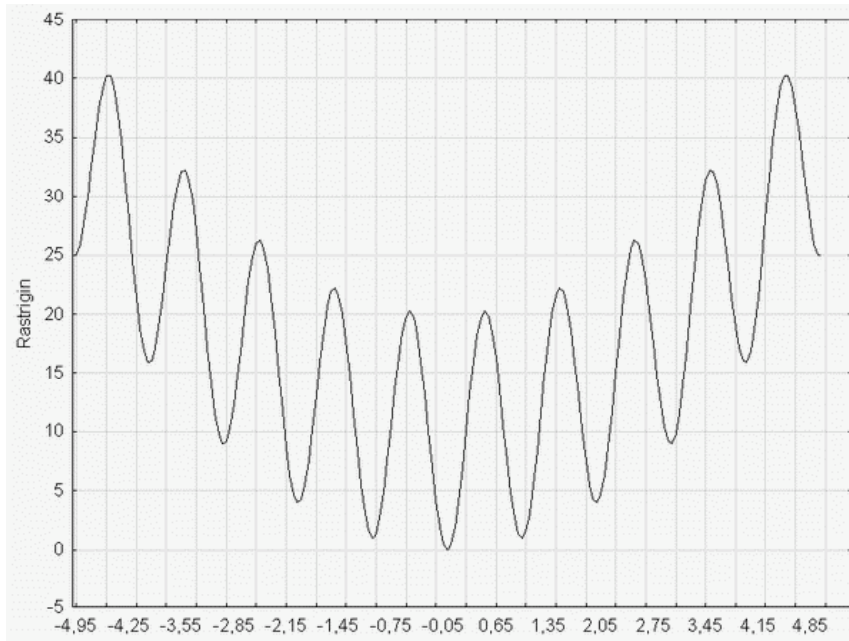


RASTRIGIN'S FUNCTION

$$f(\mathbf{x}) = 10n + \sum_{i=1}^n (x_i^2 - 10 \cos 2\pi x_i)$$

$x_i \in [-5.12, 5.12]$ Локальный минимум в точке, где одна координата равна 1.0, а остальные равны 0.0

$f^*(0) = 0$



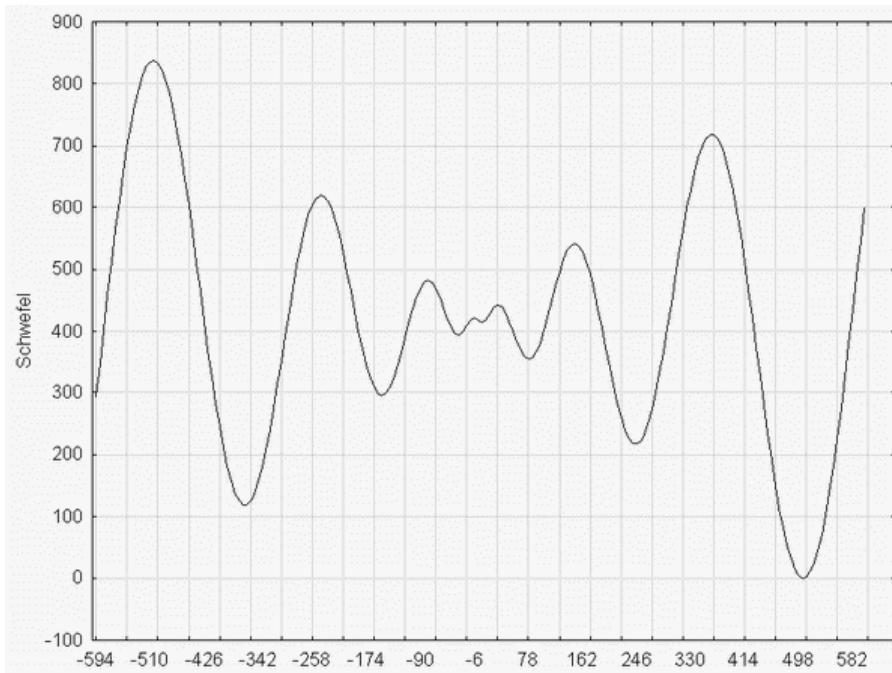
SCHWEFEL'S (SINE ROOT)

$$f(\mathbf{x}) = 418.9829n + \sum_{i=1}^n \left(-x_i \sin \sqrt{|x_i|} \right)$$

$$x_i \in [-500, 500]$$

$$f^*(0) = 0$$

Локальный минимум в точке, где одна координата равна -302.5232, а остальные равны 420.9687.

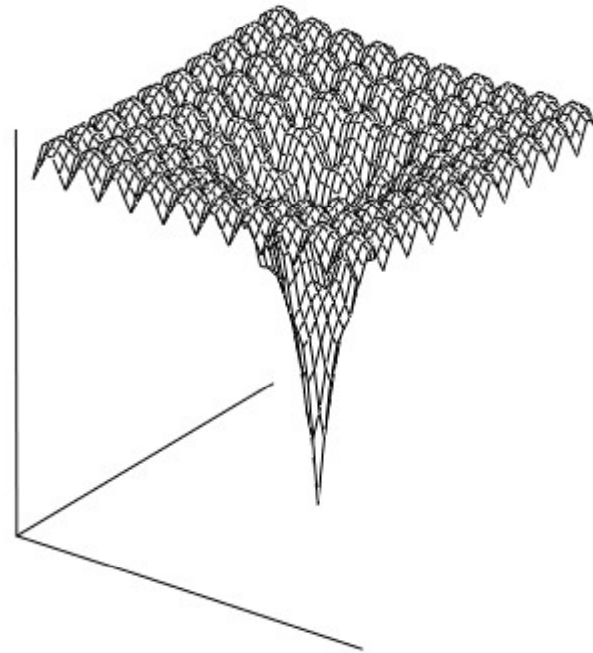
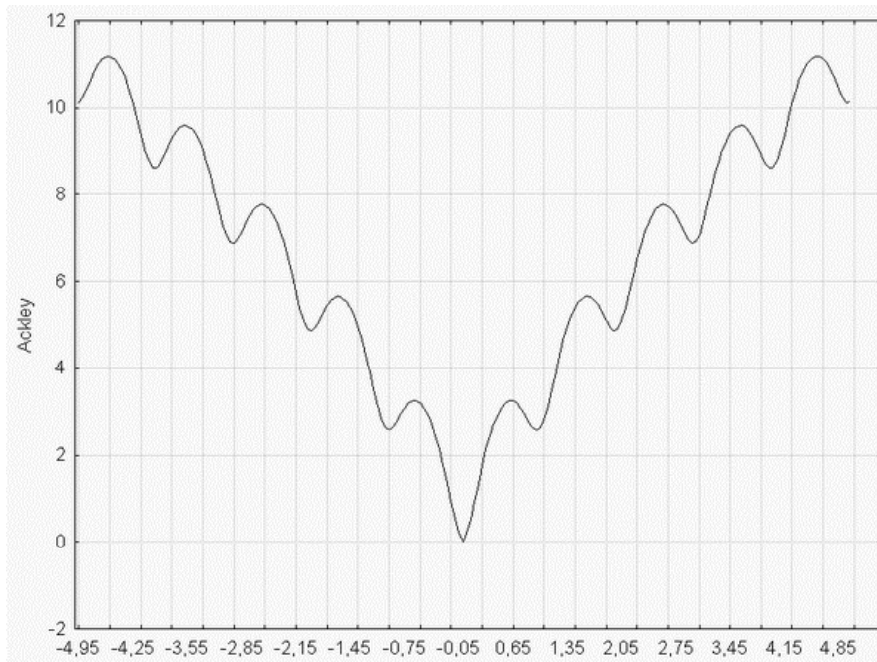


ACKLEY'S FUNCTION

$$f(\mathbf{x}) = 20 + e - 20e^{-0.2\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n x_i^2}} - e^{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n \cos 2\pi x_i}$$

$$x_i \in [-30, 30]$$

$$f^*(0) = 0$$



GRIEWANGK'S FUNCTION

$$f(\mathbf{x}) = 1 + \sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{4000} - \prod_{i=1}^n \cos \frac{x_i}{\sqrt{i}}$$

$$x_i \in [-600, 600]$$

$$f^*(0) = 0$$

