武汉大学 2023-2024 第二学期

概率统计 （48学时） 期终试题（A卷）

一. 选择题（18 分，每题 3 分）

1. 如果 $P(A)+P(B)>1$，则 事件 A 与 B 必定（ ）。

(A) 独立 (B) 不独立 (C) 相容 (D) 不相容

2. 已知人的血型为 O、A、B、AB 的概率分别是 0.4、0.3、0.2、0.1。现任选 4 人，则 4 人血型全不相同的概率为 （ ）。

(A) 0.0024 (B) 0.0024^4 (C) 0. 24 (D) 0.24^2

3. 设 $(X,Y)\sim f(x,y)=\begin{cases}1/\pi, & x^2+y^2<1, \\ 0, & \text{其 他}\end{cases}$，则 X 与 Y 为（ ）。

(A) 独立同分布的随机变量 (B) 独立不同分布的随机变量

(C) 不独立同分布的随机变量 (D) 不独立也不同分布的随机变量

4. 某人射击直到中靶为止，已知每次射击中靶的概率为 0.75，则射击次数的数学期望与方差分别为（ ）

(A) $\frac{4}{3}$与$\frac{9}{4}$； (B) $\frac{4}{3}$与$\frac{9}{16}$； (C) $\frac{1}{4}$与$\frac{9}{4}$； (D) $\frac{4}{3}$与$\frac{4}{9}$.

5. 设 X_1,X_2 是取自 $N(\mu,1)$ 的样本，以下 μ 的四个估计量中最有效的是（ ）。

(A) $\hat{\mu}_1=\frac{1}{2}X_1+\frac{1}{2}X_2$； (B) $\hat{\mu}_2=\frac{1}{3}X_1+\frac{2}{3}X_2$；$(C)$ $\hat{\mu}_3=\frac{1}{4}X_1+\frac{3}{4}X_2$； (D) $\hat{\mu}_4=\frac{2}{5}X_1+\frac{3}{5}X_2$.

6. 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 来自总体 $N(\mu_0,\sigma^2)$ 的样本。检验假设 $H_0:\sigma^2\le 10^2$，$H_1:\sigma^2>10^2$ 时，取统计量

$\chi^2=\frac{1}{10^2}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\mu_0)^2$，拒绝域为（ ）（$\alpha=0.1$） 。

(A) $\chi^2\le\chi^2_{0.1}(n)$； (B) $\chi^2\ge\chi^2_{0.1}(n)$； (C) $\chi^2\le\chi^2_{0.05}(n)$； (D) $\chi^2\ge\chi^2_{0.05}(n)$.

二、 填空题（32 分，每题 4 分）

1. 设随机事件 A,B 互不相容，且 $P(A)=0.3$，$P(\overline{B})=0.6$，则 $P(B|\overline{A})=$______。

2. 设随机变量 X 服从（-2，2）上的均匀分布，则随机变量 $Y=X^2$ 的概率密度函数为 $f_Y(y)=$________。

3. 已知男子寿命大于 60 岁的概率为 74%，大于 50 岁的概率为 85%。若某人今年已 50 岁，则他的寿命大于 60 岁的概率为____________。

4. 已知二维随机变量 (X,Y) 的联合分布函数为 $F(x,y)$，试用联合分布函数表示概率

$P(a<X\le b,a<Y\le b)=$___________。

5. 设随机变量(X,Y)的联合分布律为

(X,Y)	$(1,0)$	$(1,1)$	$(2,0)$	$(2,1)$
P	0.4	0.2	a	b

若$E(XY)=0.8$，则$\operatorname{cov}(X,Y)=$________。

6. 设随机变量$X_i \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}, i=1,2,\ P(X_1X_2=0)=1$，则$P(X_1=X_2)=$______。

7. 设随机变量X和Y的期望分别为-2和2，方差分别为1和4，$\rho_{XY}=-0.5$，由切比雪夫不等式，

$P(|X+Y|\geq 6)\leq$________________。

8. 设$X_1,X_2,\cdots,X_6$来自总体$N(0,1)$的样本，设$Y=a(X_1+X_2)^2+b(X_3+X_4+X_5+X_6)^2$，则当

a＝_____，b＝_____时，Y服从自由度为_______的_______分布。

三、计算与应用题（每题10分，共50分）

1．包装机把白色和淡黄色的乒乓球混装入盒子，每盒装5只，已知每盒内装有的白球的个数是等可能的。

（1）从某一盒子内取一球，求取到白球的概率；

（2）若取到的是白球，求此盒中装的全是白球的概率。

2、设二维随机变量（X,Y）的联合密度函数为$f(x,y)=\begin{cases} cx & 0\leq y\leq x\leq 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$。

（1）求边缘密度函数$f_X(x)$与$f_Y(y)$；　（2）X与Y是否相互独立？　（3）计算$P(X+Y>1)$。

3. 某食堂出售15元、18元、20元三种价格的盒饭，售出三种盒饭的概率分别为0.2，0.5，0.3。

（1）已知某天共售出300盒，用中心极限定理求这天收入在5350元至5450元之间的概率；

（2）若三种盒饭的利润分别为3元、4元和5元，问一天需要售出多少份盒饭，才能以95%的概率保证利润在1000元以上（$\Phi(1.65)=0.95$）。

4. 设总体X的概率密度为$f(x)=\begin{cases} e^{-(x-\theta)}, & x\geq\theta \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$，$\theta$是未知参数，$X_1,X_2,\cdots,X_n$是来自$X$的样本。

（1）求θ的矩估计量$\hat{\theta}_1$和最大似然估计量$\hat{\theta}_2$；（2）讨论矩估计量$\hat{\theta}_1$和最大似然估计量$\hat{\theta}_2$是否无偏。

5. 轴承内环的锻压零件的高度服从正态分布。现从某天生产的产品中抽取25只内环，其平均高度$\bar{x}=30.18$ 毫米，样本标准差$s=0.6$毫米。正常生产时的零件平均高度为30毫米，标准差不超过0.5毫米。试在显著性水平为$\alpha=0.05$的条件下，检验这天生产是否正常。

$(t_{0.05}(24)=1.712, t_{0.025}(24)=2.064, \chi^2_{0.95}(24)=13.85, \chi^2_{0.05}(24)=36.42)$