保密★启用前

2023-2024 学年第一学期期末考试

《概率论与数理统计 B》

考生注意事项

1. 答题前，考生须在试题册指定位置上填写考生**教学号**和考生姓名；在答题卡指定位置上填写考试科目、考生姓名和考生**教学号**，并涂写考生**教学号**信息点。
2. 选择题的答案必须涂写在答题卡相应题号的选项上，非选择题的答案必须书写在答题卡指定位置的边框区域内。超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题册上答题无效。
3. 填（书）写部分必须使用黑色字迹签字笔书写，字迹工整、笔迹清楚；涂写部分必须使用 2B 铅笔填涂。
4. 考试结束，将答题卡和试题册按规定交回。

(以下信息考生必须认真填写)

考生教学号								
考生姓名								

一、选择题：1～6 小题，每小题 3 分，共 18 分．下列每题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的．请将答案写在答题卡上，写在试题册上无效．

1. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，且 $X \sim N(0,1), Y \sim N(1,2)$，则随机变量 $X-2Y$ 服从的分布是(　　).

(A) $N(-2,9)$；　　(B) $N(-2,8)$；

(C) $N(-2,5)$；　　(D) $N(-2,-3)$.

2. 设 X 和 Y 是两个相互独立的连续型随机变量，其概率密度分别为 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$，分布函数分别为 $F_1(x)$ 和 $F_2(x)$，则下列选项正确的是(　　).

(A) $f_1(x)+f_2(x)$ 必为某一随机变量的概率密度；

(B) $f_1(x)f_2(x)$ 必为某一随机变量的概率密度；

(C) $F_1(x)+F_2(x)$ 必为某一随机变量的分布函数；

(D) $F_1(x)F_2(x)$ 必为某一随机变量的分布函数.

3. 设总体 $X \sim N(0,3)$，X_1, X_2, X_3, X_4 是来自总体 X 的简单随机样本，则统计量 $\dfrac{3X_1^2}{X_2^2+X_3^2+X_4^2}$ 服从的分布是(　　).

(A) $N(0,3)$；　(B) $\chi^2(3)$；　(C) $t(3)$；　(D) $F(1,3)$.

4. 设随机变量 X 与 Y 都服从正态分布 $N(0,\sigma^2)$，且 $P\{X \le 1, Y \le -1\} = \dfrac{1}{4}$，则 $P\{X>1, Y>-1\} =$ (　　).

(A) $\dfrac{1}{4}$；　(B) $\dfrac{5}{16}$；　(C) $\dfrac{3}{8}$；　(D) $\dfrac{7}{16}$.

5. 假设总体 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，关于总体 X 的方差 σ^2 有假设 $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$，其中 σ_0^2 是已知常数，$X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本，S^2 是样本方差，B_2 是样本二阶中心矩，则假设 H_0 的 χ^2 检验可以使用的统计量是(　　).

(A) $\dfrac{(n-1)B_2}{\sigma^2}$；　(B) $\dfrac{nB_2}{\sigma_0^2}$；　(C) $\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2}$；　(D) $\dfrac{nS^2}{\sigma_0^2}$.

6. 设随机变量 X, Y 相互独立，且均服从参数为 $\lambda(\lambda>0)$ 的指数分布，$P\{X>1\}=$

e^{-2}，则 $P\{min(X,Y)\le 1\}=($ $)$.

(A) e^{-4}； (B) e^{-2}； (C) $1-e^{-4}$； (D) $1-e^{-2}$.

二、填空题：1～6 小题，每小题 3 分，共 18 分．请将答案写在答题卡上，写在试题册上无效．

1. 设 A,B 是两个随机事件，$P(A)=\dfrac{2}{5},P(B)=\dfrac{4}{5},P(B|\bar{A})=\dfrac{5}{6}$，则 $P(A|\bar{B})=$ ______.

2. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}2x, & 0<x<1\\ 0, & 其他\end{cases}$，以 Y 表示对 X 进行三次独立观察中事件 $\left\{X\le\dfrac{1}{2}\right\}$ 出现的次数，则 $P\{Y=2\}=$ ______.

3. 设随机变量 X,Y 服从相同的 $(0-1)$ 分布，且 $E(XY)=\dfrac{5}{8}$，则 $P\{X+Y\le 1\}=$ ______.

4. 设随机变量 X_1,X_2,X_3 相互独立且具有相同的分布，$E(X_k)=\mu$，$D(X_k)=\sigma^2$，$k=1,2,3.$ 令 $Y=X_1+X_2$，$Z=X_2+X_3$，则相关系数 $\rho_{YZ}=$ ______.

5. 设随机变量 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 相互独立，且均服从参数为 λ 的泊松分布，$\bar{X}=\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$，则根据切比雪夫不等式，有 $P\{|\bar{X}-\lambda|<2\sqrt{\lambda}\}\ge$ ______.

6. 设总体 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，从总体中抽取样本 $X_1,X_2,\cdots,X_n$，σ^2 未知，则 μ 的置信度为 $1-\alpha$ 的置信区间的长度为 ______.

三、解答题（本题满分 10 分，解答应写出文字说明、演算步骤）

设甲盒有 3 个白球，2 个红球，乙盒有 4 个白球，1 个红球，现从甲盒任取 2 个球放入乙盒，再从乙盒任取 2 个球，求 (1)从乙盒取出 2 个球是红球的概率；(2) 在从乙盒取出 2 个球是红球的条件下，从甲盒取到的是 2 个红球的概率.

四、解答题（本题满分 10 分，解答应写出文字说明、演算步骤）

一批产品由 3 个正品和 3 个次品组成，从这批产品中每次任取 1 个，取后不放回，

直到取到正品为止，以 X 表示取到的次品个数，求(1) X 的概率分布；(2) $P\left\{0<\left(X-2\right)^2<4\right\}$.

五、解答题（本题满分 10 分，解答应写出文字说明、演算步骤）

设随机变量 X 的概率分布为

X	-1	0	1
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

且 $Y=X^2$，求(1) $\left(X,Y\right)$ 的概率分布；(2) $P\left\{X=0\middle|X+Y=0\right\}$；(3) $D\left(XY\right)$.

六、解答题（本题满分 10 分，解答应写出文字说明、演算步骤）

设二维随机变量 $\left(X,Y\right)$ 的概率密度为 $f\left(x,y\right)=\begin{cases}8xy, & 0<x<y<1\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$，求 (1) $f_{X|Y}\left(x\middle|y\right)$；(2) $P\left\{X\le x\middle|Y=\frac{1}{4}\right\}$.

七、解答题（本题满分 8 分，解答应写出文字说明、演算步骤）

设二维随机变量 $\left(X,Y\right)$ 在区域 $D=\left\{\left(x,y\right)\middle|x\ge 0,y\ge 0,x+y\le 1\right\}$ 上服从均匀分布，求 $Z=X+Y$ 的概率密度.

八、解答题（本题满分 6 分，解答应写出文字说明、演算步骤）

设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 $X\sim B\left(m,p\right)$ 的简单随机样本，其中 $m>1$ 为已知参数，求 p^2 的一个无偏估计量.

九、解答题（本题满分 10 分，解答应写出文字说明、演算步骤）

设总体 X 的概率密度为 $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma x}e^{-\frac{(ln x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, & x>0\\ 0, & x\le 0\end{cases}$，其中 $\sigma>0$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是来自总体 X 的简单随机样本，求未知参数 μ 和 σ^2 的最大似然估计量.