

SaoZhu Team Code Library



East China Normal University

Chen WeiWen - Software Engineering

Cao ZhiJie - Computer Science

Zhu XuLiang - Mathematics

目录

SaoZhu Team Code Library.....	1
常用 STL.....	4
map 的 Upperbound	4
优先队列	4
multiset.....	4
离散化 lower_bound.....	5
bitset.....	5
线性代数.....	7
矩阵快速幂.....	7
就是快速幂(czj).....	8
线性递推函数杜教模板.....	8
高斯消元 (naive)	11
NTT (对任意数取模)	11
数论.....	14
常用公式和找规律.....	14
欧拉筛.....	16
莫比乌斯函数模板.....	16
乘法逆元	17
详解 ACM 组合数处理,	18
预处理所有数的因数	19
随机素数测试和大数分解(POJ 1811).....	19
中国剩余定理.....	22
离散对数 (关于方程 $x^A=B(\text{mod } C)$ 的解)	23
生成函数 五边形数定理 整数拆分模板	23
容斥原理 dfs.....	25
村民排队问题模型.....	27
SG 函数, 博弈.....	30
字符串	33
Manacher 算法 (回文串)	33
KMP (字符串匹配)	34
Trie 树_刘汝佳.....	35
压缩 Trie 树.....	37
数据结构	39
树状数组(逆序对).....	39
ZKW 线段树 (单点修改)	40
ZKW 线段树 (RMQ 区间操作)	41
常规线段树 (区间操作区间和)	42
主席树.....	44
归并树 (区间第 K 大数)	45
Treap.....	47
分块	50
左偏树.....	53

Splay	55
AVL 树.....	58
图论.....	63
最小生成树 (prim)	63
次小生成树.....	64
最短路 (SPFA)	66
最短路 Dijkstra 同时求解次短路.....	68
多源最短路(Floyed).....	69
欧拉回路 dfs.....	70
混合图欧拉回路	71
拓扑排序 topsort.....	72
最大流 (Dinic)	73
费用流 (SPFA)	75
强连通分量 Tarjan.....	77
倍增 LCA + 最大生成树(truck).....	80
树链剖分	83
树分治.....	84
图的割点、桥和双连通分支的基本概念	86
动态规划	89
各种背包	89
输出 LCS 序列.....	92
TSP 旅行商问题.(状压 DP)	93
DAG 序列反向 DP.....	95
数位 dp	96
计算几何(见红书).....	100
其他.....	101
C++高精度	101
Java 大整数.....	105
头文件.....	107
输入挂.....	109
对拍模板,freopen	109

<http://blog.csdn.net/cww97/article/details/76615457>

常用 STL

map 的 Upperbound

```
map<int,int>::iterator se = mp.upper_bound(mid);  
返回迭代器
```

优先队列

```
priority_queue<int>Q; //采用默认优先级构造队列  
priority_queue<int,vector<int>,cmp1>que1; //最小值优先  
priority_queue<int,vector<int>,cmp2>que2; //最大值优先  
  
Q.push(x);  
int x = Q.top(); Q.pop();
```

multiset

<code>begin()</code>	返回指向第一个元素的迭代器
<code>clear()</code>	清除所有元素
<code>count()</code>	返回某个值元素的个数
<code>empty()</code>	如果集合为空，返回 <code>true</code>
<code>end()</code>	返回指向最后一个元素的迭代器
<code>erase()</code>	删除集合中的元素（参数是一个元素值，或者迭代器）
<code>find()</code>	返回一个指向被查找元素的迭代器
<code>insert()</code>	在集合中插入元素
<code>size()</code>	集合中元素的数目
<code>lower_bound()</code>	返回指向大于（或等于）某值的第一个元素的迭代器
<code>upper_bound()</code>	返回大于某个值元素的迭代器
<code>equal_range()</code>	返回集合中与给定值相等的上下限的两个迭代器


```
multiset <point> po;  
multiset <point>::iterator L, R, it;
```

离散化 lower_bound

```

sort(a + 1, a + A+1);
A = unique(a + 1, a + A+1) - (a + 1);
for (int i = 1; i <= n; i++){ // segtree
    int L = lower_bound(a+1, a+A+1, l[i]) - a;
    int R = lower_bound(a+1, a+A+1, r[i]) - a;
    T.update(L, R, i, 1, T.M+1,1);
}
-----use in ChairTree-----
for (int i = 1; i <= n; i++) {
    scanf("%d", &arr[i]);
    Rank[i] = arr[i];
}
sort(Rank + 1, Rank + n+1); //Rank 存储原值
int m = unique(Rank + 1, Rank + n + 1) - (Rank + 1); //这个 m 很重要，WA 一
天系列
for (int i = 1; i <= n; i++) { //离散化后的数组，仅仅用来更新
    arr[i] = lower_bound(Rank + 1, Rank + m+1, arr[i]) - Rank;
}
=====CZJ 排序去重=====
sort(vecs.begin(), vecs.end());
vecs.resize(unique(vecs.begin(), vecs.end()) - vecs.begin());

```

bitset

构造函数

```
bitset<n> b;
```

b 有 n 位，每位都为 0. 参数 n 可以为一个表达式.

如 `bitset<5> b0`; 则 "b0" 为 "00000";

```
bitset<n> b(unsigned long u);
```

b 有 n 位，并用 u 赋值; 如果 u 超过 n 位，则顶端被截除

如: `bitset<5>b0(5)`; 则 "b0" 为 "00101";

```
bitset<n> b(string s);
```

b 是 string 对象 s 中含有的位串的副本

```
string bitval ( "10011" );
```

```
bitset<5> b0 ( bitval4 );
```

则 "b0" 为 "10011";

```
bitset<n> b(s, pos);
```

b 是 s 中从位置 pos 开始位的副本,前面的多余位自动填充 0;

```
string bitval ("01011010");
```

```
bitset<10> b0 ( bitval5, 3 );
```

则 "b0" 为 "0000011010";

```
bitset<n> b(s, pos, num);
```

b 是 s 中从位置 pos 开始的 num 个位的副本,如果 num<n,则前面的空位自动填充 0;

```
string bitval ("11110011011");
```

```
bitset<6> b0 ( bitval5, 3, 6 );
```

则 "b0" 为 "100110";

bool any() 是否存在置为 1 的二进制位? 和 none()相反

bool none() 是否不存在置为 1 的二进制位,即全部为 0? 和 any()相反.

size_t count() 二进制位为 1 的个数.

size_t size() 二进制位的个数

flip() 把所有二进制位逐位取反

flip(size_t pos) 把在 pos 处的二进制位取反

bool operator[](size_type _Pos) 获取在 pos 处的二进制位

set() 把所有二进制位都置为 1

set(pos) 把在 pos 处的二进制位置为 1

reset() 把所有二进制位都置为 0

reset(pos) 把在 pos 处的二进制位置为 0

test(size_t pos) 在 pos 处的二进制位是否为 1?

unsigned long to_ulong() 用同样的二进制位返回一个 unsigned long 值

string to_string () 返回对应的字符串.

线性代数

矩阵快速幂

```
#include<cstdio>
#include<cstring>
#include<iostream>
using namespace std;
typedef long long LL;
const LL MOD = 1000000007LL;
struct matrix{
    static const int MATRIX_N = 11;
    LL a[MATRIX_N][MATRIX_N];
    int row, col;
    matrix():row(MATRIX_N),col(MATRIX_N){memset(a,0,sizeof(a));}
    matrix(int x, int y):row(x),col(y){memset(a,0,sizeof(a));}
    LL* operator [] (int x){return a[x];}
    matrix operator * (matrix x){
        matrix tmp(col, x.row);
        for(int i = 0; i < row; i++)
            for(int j = 0; j < col; j++) if(a[i][j])//稀疏矩阵优化
                for(int k = 0; k < x.col; k++) if(x[j][k]){
                    tmp[i][k] += a[i][j] * x[j][k];
                    //mult(a[i][j], x[j][k], MOD);
                    tmp[i][k] %= MOD;
                }
        return tmp;
    }
    void operator *= (matrix x){*this = *this * x;}
    matrix operator ^ (LL x){
        matrix ret(row, col);
        for (int i = 0; i < col; i++) ret[i][i] = 1;
        matrix tmp = *this;
        for (; x >>= 1, tmp *= tmp){if (x&1) ret *= tmp;}
        return ret;
    }
    void print(){
        for (int i = 0; i < row; i++){
            for (int j = 0; j < col; j++) printf("%lld
",a[i][j]);puts("");
        }
    }
};
```

就是快速幂(czj)

```
LL fast_multi(LL m, LL n, LL mod){//快速乘法
    LL ans = 0;//注意初始化是 0, 不是 1
    for (;n; n >>= 1){
        if (n & 1) ans += m;
        m = (m + m) % mod;//和快速幂一样, 只不过这里是加
        m %= mod;//取模, 不要超出范围
        ans %= mod;
    }
    return ans;
}
LL fast_pow(LL a, LL n, LL mod){//快速幂
    LL ans = 1;
    for (;n;n >>= 1){
        if (n & 1) ans = fast_multi(ans, a, mod);//不能直接乘
        a = fast_multi(a, a, mod);
        ans %= mod;
        a %= mod;
    }
    return ans;
}
```

线性递推函数杜教模板

```
#include <cstring>
#include <cmath>
#include <algorithm>
#include <vector>
#include <string>
#include <map>
#include <set>
#include <cassert>
using namespace std;
#define rep(i,a,n) for (int i=a;i<n;i++)
#define per(i,a,n) for (int i=n-1;i>=a;i--)
#define pb push_back
#define mp make_pair
#define all(x) (x).begin(),(x).end()
#define fi first
#define se second
```



```

#define SZ(x) ((int)(x).size())
typedef vector<int> VI;
typedef long long ll;
typedef pair<int,int> PII;
const ll mod=1000000007;
ll powmod(ll a,ll b) {ll res=1;a%=mod; assert(b>=0);
for(;b;b>>=1){if(b&1)res=res*a%mod;a=a*a%mod;}return res;}
// head

int _;
ll n;
namespace linear_seq {
    const int N=10010;
    ll res[N],base[N],_c[N],_md[N];

    vector<ll> Md;
    void mul(ll *a,ll *b,ll k) {
        rep(i,0,k+k) _c[i]=0;
        rep(i,0,k) if (a[i]) rep(j,0,k) _c[i+j]=(_c[i+j]+a[i]*b[j])%mod;
        for (int i=k+k-1;i>=k;i--) if (_c[i])
            rep(j,0,SZ(Md)) _c[i-k+Md[j]]=(_c[i-k+Md[j]]-
_c[i]*_md[Md[j]])%mod;
        rep(i,0,k) a[i]=_c[i];
    }
    int solve(ll n,VI a,VI b) {
        ll ans=0,pnt=0;
        ll k=SZ(a);
        assert(SZ(a)==SZ(b));
        rep(i,0,k) _md[k-1-i]=-a[i];_md[k]=1;
        Md.clear();
        rep(i,0,k) if (_md[i]!=0) Md.push_back(i);
        rep(i,0,k) res[i]=base[i]=0;
        res[0]=1;
        while ((1ll<<pnt)<=n) pnt++;
        for (int p=pnt;p>=0;p--) {
            mul(res,res,k);
            if ((n>>p)&1) {
                for (int i=k-1;i>=0;i--) res[i+1]=res[i];res[0]=0;
                rep(j,0,SZ(Md)) res[Md[j]]= (res[Md[j]]-
res[k]*_md[Md[j]])%mod;
            }
        }
        rep(i,0,k) ans=(ans+res[i]*b[i])%mod;
        if (ans<0) ans+=mod;
    }
}

```

```

        return ans;
    }
    VI BM(VI s) {
        VI C(1,1),B(1,1);
        int L=0,m=1,b=1;
        rep(n,0,SZ(s)) {
            ll d=0;
            rep(i,0,L+1) d=(d+(ll)C[i]*s[n-i])%mod;
            if (d==0) ++m;
            else if (2*L<=n) {
                VI T=C;
                ll c=mod-d*powmod(b,mod-2)%mod;
                while (SZ(C)<SZ(B)+m) C.pb(0);
                rep(i,0,SZ(B)) C[i+m]=(C[i+m]+c*B[i])%mod;
                L=n+1-L; B=T; b=d; m=1;
            } else {
                ll c=mod-d*powmod(b,mod-2)%mod;
                while (SZ(C)<SZ(B)+m) C.pb(0);
                rep(i,0,SZ(B)) C[i+m]=(C[i+m]+c*B[i])%mod;
                ++m;
            }
        }
        return C;
    }
    int gao(VI a,ll n) {
        VI c=BM(a);
        c.erase(c.begin());
        rep(i,0,SZ(c)) c[i]=(mod-c[i])%mod;
        return solve(n,c,VI(a.begin(),a.begin()+SZ(c)));
    }
};

int main() {
    for (scanf("%d",&_);_<=n;_++) {
        scanf("%lld",&n);
        printf("%d\n",linear_seq::gao(VI{31, 197, 1255, 7997, 50959,
324725, 2069239, 13185773, 84023455},n-2));
    }
}

```

高斯消元 (naive)

判断是否有解

求解见红书

```
int Gauss(matrix a, int m, int n){
    int x_cnt = 0;
    int col, k;          //col 为列号,k 为行号
    for (k=0,col=0;k<m&&col<n; ++k, ++col){
        int r = k;       //r 为第 col 列的一个 1
        for (int i=k;i<m;++i) if (a[i][col])r=i;
        if (!a[r][col]){ k--; continue;}
        if (r!=k)for (int i=col;i<=n;++i)
            swap( a[r][i], a[k][i]);
        for (int i=k+1;i<m; ++i)if (a[i][col])//消元
            for (int j=col;j<=n;++j) a[i][j] ^= a[k][j];
    }
    for (int i=k;i<m;++i) if (a[i][n])return -1;
    if (k<=n)return n-k;    //返回自由元个数
}
```

NTT (对任意数取模)

```
// 多项式乘法 系数对 MOD=1000000007 取模, 常数巨大, 慎用
// 只要选的 K 个素数乘积大于 MOD*MOD*N, 理论上 MOD 可以任取。
#define MOD 1000000007
#define K 3
const int m[K] = {1004535809, 998244353, 104857601};
#define G 3
int qpow(int x, int k, int P) {
    int ret = 1;
    while(k) {
        if(k & 1) ret = 1LL * ret * x % P;
        k >>= 1;
        x = 1LL * x * x % P;
    }
    return ret;
}
struct _NTT {
    int wn[25], P;
    void init(int _P) {
        P = _P;
```

```

    for(int i = 1; i <= 21; ++i) {
        int t = 1 << i;
        wn[i] = qpow(G, (P - 1) / t, P);
    }
}

void change(int *y, int len) {
    for(int i = 1, j = len / 2; i < len - 1; ++i) {
        if(i < j) swap(y[i], y[j]);
        int k = len / 2;
        while(j >= k) {j -= k; k /= 2;}
        j += k;
    }
}

void NTT(int *y, int len, int on) {
    change(y, len);
    int id = 0;
    for(int h = 2; h <= len; h <= 1) {
        ++id;
        for(int j = 0; j < len; j += h) {
            int w = 1;
            for(int k = j; k < j + h / 2; ++k) {
                int u = y[k];
                int t = 1LL * y[k+h/2] * w % P;
                y[k] = u + t;
                if(y[k] >= P) y[k] -= P;
                y[k+h/2] = u - t + P;
                if(y[k+h/2] >= P) y[k+h/2] -= P;
                w = 1LL * w * wn[id] % P;
            }
        }
    }
    if(on == -1) {
        for(int i = 1; i < len / 2; ++i) swap(y[i], y[len-i]);
        int inv = qpow(len, P - 2, P);
        for(int i = 0; i < len; ++i)
            y[i] = 1LL * y[i] * inv % P;
    }
}

void mul(int A[], int B[], int len) {
    NTT(A, len, 1);
    NTT(B, len, 1);
    for(int i = 0; i < len; ++i) A[i] = 1LL * A[i] * B[i] % P;
    NTT(A, len, -1);
}

```

```

}ntt[K];
int tmp[N][K], t1[N], t2[N];
int r[K][K];
int CRT(int a[]) {
    int x[K];
    for(int i = 0; i < K; ++i) {
        x[i] = a[i];
        for(int j = 0; j < i; ++j) {
            int t = (x[i] - x[j]) % m[i];
            if(t < 0) t += m[i];
            x[i] = 1LL * t * r[j][i] % m[i];
        }
    }
    int mul = 1, ret = x[0] % MOD;
    for(int i = 1; i < K; ++i) {
        mul = 1LL * mul * m[i-1] % MOD;
        ret += 1LL * x[i] * mul % MOD;
        if(ret >= MOD) ret -= MOD;
    }
    return ret;
}
void mul(int A[], int B[], int len) {
    for(int id = 0; id < K; ++id) {
        for(int i = 0; i < len; ++i) {
            t1[i] = A[i];
            t2[i] = B[i];
        }
        ntt[id].mul(t1, t2, len);
        for(int i = 0; i < len; ++i) tmp[i][id] = t1[i];
    }
    for(int i = 0; i < len; ++i) A[i] = CRT(tmp[i]);
}
void init() {
    for(int i = 0; i < K; ++i) {
        for(int j = 0; j < i; ++j) {
            r[j][i] = qpow(m[j], m[i] - 2, m[i]);
        }
    }
    for(int i = 0; i < K; ++i) ntt[i].init(m[i]);
}

```

数论

常用公式和找规律

斯特林公式

n 约等于 $\sqrt{2\pi n} \cdot \frac{1.0^n}{e^n}$

带标号连通图计数

1 1 1 4 38 728 26704 1866256 251548592

$h(n) = 2^{n(n-1)/2}$

$f(n) = h(n) - \sum_{k=1}^{n-1} C(n-1, k-1) \cdot f(k) \cdot h(n-k)$

不带标号 n 个节点的有根树计数

1, 1, 2, 4, 9, 20, 48, 115, 286, 719, 1842,

不带标号 n 个节点的树的计数

1, 2, 3, 6, 11, 23, 47, 106, 235

OEIS

$A(x) = 1 + T(x) - T^2(x)/2 + T(x^2)/2,$

where $T(x) = x + x^2 + 2x^3 + \dots$ is the g.f. for A000081

错排公式

$D[1] = 0; D[2] = 1;$

```
for(int i = 3; i < 25; i++) {
    D[i] = (i - 1) * (D[i - 1] + D[i - 2]);
}
```

卡特兰数

1 2 5 14 42 132 429 1430 4862 16796

$\text{binomial}(2n, n) - \text{binomial}(2n, n-1)$

$\sum_{k=0}^{n-1} a(k)a(n-1-k)$

Stirling 数，又称为斯特灵数。

在组合数学，**Stirling** 数可指两类数，都是由 18 世纪数学家 James Stirling 提出的。

第一类 **Stirling** 数是有正负的，其绝对值是包含 n 个元素的集合分作 k 个环排列的方法数目。

第二类 **Stirling** 数是把包含 n 个元素的集合划分为正好 k 个非空子集的方法的数目。

递推公式

第一类 **Stirling** 数是有正负的，其绝对值是包含 n 个元素的集合分作 k 个环排列的方法数目。

递推公式为，

$$S(n, 0) = 0, S(1, 1) = 1.$$

$$S(n, k) = S(n, k-1) - nS(n, k).$$

第二类 **Stirling** 数是把包含 n 个元素的集合划分为正好 k 个非空子集的方法的数目。

递推公式为：

$$S(n, k) = 0; (n < k \vee k = 0)$$

$$S(n, n) = S(n, 1) = 1,$$

$$S(n, k) = S(n-1, k-1) + kS(n-1, k).$$

第一类斯特林数

有符号 **Stirling** 数（无符号 **Stirling** 数直接取绝对值）

n=0	1
n=1	0 1
n=2	0 -1 1
n=3	0 2 -3 1
n=4	0 -6 11 -6 1
n=5	0 24 -50 35 -10 1
n=6	0 -120 274 -225 85 -15 1
n=7	0 720 -1764 1624 -735 175 -21 1

第二类

n=0	1
n=1	0 1
n=2	0 1 1
n=3	0 1 3 1
n=4	0 1 7 6 1
n=5	0 1 15 25 10 1
n=6	0 1 31 90 65 15 1
n=7	0 1 63 301 350 140 21 1
n=8	0 1 127 966 1701 1050 266 28 1
n=9	0 1 255 3025 7770 6951 2646 462 36 1

欧拉筛

```
#include <cstring>
using namespace std;
int prime[1100000], primesize, phi[11000000];
bool isprime[11000000];

void getlist(int listsize){
    memset(isprime, 1, sizeof(isprime));
    isprime[1] = false;
    for(int i=2; i<=listsize; i++){
        if(isprime[i]) prime[++primesize]=i;
        for(int j = 1; j <= primesize && i*prime[j] <= listsize; j++){
            isprime[i*prime[j]] = false;
            if(i%prime[j] == 0) break;
        }
    }
}
```

莫比乌斯函数模板

```
void Init(){
    memset(vis, 0, sizeof(vis));
    mu[1] = 1;
    cnt = 0;
    for(int i=2; i<N; i++){
        if(!vis[i]){
            prime[cnt++] = i;
            mu[i] = -1;
        }
        for(int j=0; j<cnt&&i*prime[j]<N; j++){
            vis[i*prime[j]] = 1;
            if(i%prime[j]) mu[i*prime[j]] = -mu[i];
            else{
                mu[i*prime[j]] = 0;
                break;
            }
        }
    }
}
```


乘法逆元

```
//扩展欧几里得（扩展 gcd）
LL ex_gcd(LL a,LL b,LL &x,LL &y){
    if (a == 0 && b == 0) return -1;
    if (b == 0){x = 1; y = 0; return a;}
    LL d=ex_gcd(b, a % b, y, x);
    y -= a / b * x;
    return d;
}

LL mod_inverse(LL a,LL n){//乘法逆元
    LL x,y;
    LL d = ex_gcd(a,n,x,y);
    return (x % n + n) % n;
}

//p 是质数可以 快速幂 p-2
LL quick_mod(LL a, LL b){
    LL ans = 1;
    a %= MOD;
    for(;b; b >>= 1, a = a*a % MOD){
        if(b & 1) ans = ans * a % MOD;
    }
    return ans;
}

//逆元筛：求 1-MAXN 的所有关于 MOD 的逆元
inv[0] = 0; inv[1] = 1;
for(i = 2; i < MAXN; i++){
    inv[i] = inv[MOD % i] * (MOD - MOD / i) % MOD;
    f[i] = (f[i-1] * i) % MOD;
}
```

详解 ACM 组合数处理,

$O(n^2)$ 算法——杨辉三角

$O(n)$ 算法——阶乘取模 + 乘法逆元

$C(m,n) = n! / m! / (n - m)!$

如果 p 是质数, 直接 $\text{quick_mod}(b, p-2) \% p$ 费马小定理求逆元

```
LL C(LL n, LL m){
    if(m > n) return 0;
    LL ans = 1;
    for(int i = 1; i <= m; i++){
        LL a = (n + i - m) % MOD;
        LL b = i % MOD;
        ans = ans * (a * quick_mod(b, p-2) % MOD) % MOD;
    }
    return ans;
}
```

如果 n, m 很大 达到 $1e18$, 但是 p 很小 $\leq 1e5$, 我们可以利用这个 p

Lucas 定理: $C(n, m) \% p = C(n/p, m/p) * C(n\%p, m\%p) \% p$

```
LL Lucas(LL n, LL m){
    if(m == 0) return 1;
    return C(n % p, m % p) * Lucas(n / p, m / p) % p;
}

void InitFac(){//阶乘预处理
    fac[0] = 1;
    for(int i=1; i<=n; i++)
        fac[i] = (fac[i-1] * i) % MOD;
}

LL C(LL n, LL m, LL p, LL fac[]){
    if(n < m) return 0;
    return fac[n] * quick_mod(fac[m] * fac[n-m], p - 2, p) % p;
}
```

组合数奇偶性结论:

如果 $(n \& m) == m$ 那么 $c(m,n)$ 是奇数, 否则是偶数

预处理所有数的因数

```
//预处理所有数的因数表
//SPEED: ECNUOJ 1E6 5000MS O(nlogn)
const int N = 100000 + 5;
vector<int> factor[N];
void init(){
    for(int i = 2; i < N; i++){
        for(int j = i; j < N; j += i){
            factor[j].push_back(i);
        }
    }
}

//预处理质因数表
vector<int> x[N];
bool is[N];
void prime() {
    memset(is, false, sizeof(is));
    for (int i=0; i<N; i++) x[i].clear();
    for (int j=2; j<N; j+=2) x[j].push_back(2);
    for (int i=3; i<N; i+=2)
        if (!is[i]) {
            for (int j=i; j<N; j+=i) {
                is[j] = true;
                x[j].push_back(i);
            }
        }
}
```

随机素数测试和大数分解(POJ 1811)

```
/*
*****
* Miller_Rabin 算法进行素数测试
* 速度快, 可以判断一个 < 2^63 的数是不是素数
*****/

const int S = 8; //随机算法判定次数, 一般 8~10 就够了
// 快速乘法, 计算 ret = (a*b)%c a,b,c < 2^63
long long mult_mod(long long a, long long b, long long c)
// 快速幂, 计算 ret = (a^n)%mod
long long pow_mod(long long a, long long n, long long mod)
// 通过 a^(n-1)=1(mod n)来判断 n 是不是素数
```

```

//  $n-1 = x \cdot 2^t$  中间使用二次判断
// 是合数返回 true, 不一定是合数返回 false
bool check(long long a, long long n, long long x, long long t){
    long long ret = pow_mod(a, x, n);
    long long last = ret;
    for(int i = 1; i <= t; i++){
        ret = mult_mod(ret, ret, n);
        if(ret == 1 && last != 1 && last != n-1) return true; // 合数
        last = ret;
    }
    if(ret != 1) return true;
    else return false;
}

// *****
// Miller_Rabin 算法
// 是素数返回 true, (可能是伪素数)
// 不是素数返回 false
// *****

bool Miller_Rabin(long long n){
    if (n < 2) return false;
    if (n == 2) return true;
    if ((n&1) == 0) return false; // 偶数
    long long x = n - 1, t = 0;
    for(; (x&1)==0;){x >>= 1; t++;}
    srand(time(NULL)); /* ***** */
    for(int i = 0; i < S; i++){
        long long a = rand()%(n-1) + 1;
        if( check(a, n, x, t) ) return false;
    }
    return true;
}

// *****
// pollard_rho 算法进行质因数分解
// *****

long long factor[100]; // 质因数分解结果 (刚返回时是无序的)
int tol; // 质因数的个数, 编号 0~tol-1
long long gcd(long long a, long long b)
// 找出一个因子
long long pollard_rho(long long x, long long c){
    long long i = 1, k = 2;
    srand(time(NULL));
    long long x0 = rand()%(x-1) + 1;
    long long y = x0;
    while(1){

```

```

        i++;
        x0 = (mult_mod(x0,x0,x) + c)%x;
        long long d = gcd(y - x0,x);
        if( d != 1 && d != x)return d;
        if(y == x0) return x;
        if(i == k){y = x0; k += k;}
    }
}
//对 n 进行素因子分解，存入 factor。k 设置为 107 左右即可
void findfac(long long n,int k){
    if(n == 1)return;
    if(Miller_Rabin(n)){
        factor[tol++] = n;
        return;
    }
    long long p = n;
    int c = k;
    while( p >= n) p = pollard_rho(p,c--); //值变化，防止死循环 k
    findfac(p,k);
    findfac(n/p,k);
}
//POJ 1811
//给出一个 N( $2 \leq N < 2^{54}$ ),如果是素数，输出"Prime",否则输出最小的素因子
int main(){
    int T; scanf("%d",&T); long long n;
    while(T--){
        scanf("%I64d",&n);
        if(Miller_Rabin(n)) printf("Prime\n");
        else{
            tol = 0;
            findfac(n,107);
            long long ans = factor[0];
            for(int i = 1; i < tol; i++)
                ans = min(ans,factor[i]);
            printf("%I64d\n",ans);
        }
    }
    return 0;
}

```

中国剩余定理

```
//可以不满足两两互质
int n;
//扩展 gcd 多了一个变量
void ex_gcd(LL a, LL b, LL &d, LL &x, LL &y){
    if (!b) {d = a, x = 1, y = 0;}
    else{
        ex_gcd(b, a % b, d, y, x);
        y -= x * (a / b);
    }
}
//注意 M 的范围
//如果 M 是 int, 都要开 ll, M 是 ll, 乘法要用快速乘
LL ex_crt(LL *m, LL *r, int n){
    LL M = m[1], R = r[1], x, y, d;
    for (int i = 2; i <= n; ++i){
        ex_gcd(M, m[i], d, x, y);
        if ((r[i] - R) % d) return -1;
        x = (r[i] - R) / d * x % (m[i] / d);
        R += x * M;
        M = M / d * m[i];
        R %= M;
    }
    return R > 0 ? R : R + M;
}
```

离散对数（关于方程 $x^A \equiv B \pmod C$ 的解）

首先判断是否有解，即 a, p 是否互质。不互质即无解。不妨令 $x = im - j$ ，其中 $m = \lceil \sqrt{q} \rceil$ ，这样问题变为求得一组 i, j 使得条件满足。此时原式变为 $a^{im-j} \equiv b \pmod p$ ，移项化简得 $(a^m)^i \equiv ba^j \pmod p$ 。这个时候我们只需穷举 i, j 使得式子成立即可。先从让 j 从 $[0, m]$ 中穷举，并用 $hash$ 记录下 ba^j 对应的 j 值。相同的 ba^j 记录较大的 j 。接着让 i 从 $[1, m]$ 中穷举，如果 $(a^m)^i$ 在 $hash$ 表中有对应的 j 存在，则对应的 $im - j$ 是一组解。其中第一次出现的为最小的解。

```
map<LL, int> Hash;
LL i, j;
LL bsgs(LL a, LL b, LL p){
    LL xx, yy;
    if (exgcd(a, p, xx, yy) != 1) return -1;
    a %= p;
    LL m = ceil(sqrt(p));
    Hash.clear();
    LL tmp, ans = b % p;
    for (int i = 0; i <= m; ++i){
        Hash[ans] = i;
        ans = ans * a % p;
    }
    tmp = f(a, m, p);
    ans = 1;
    for (int i = 1; i <= m; ++i){
        ans = ans * tmp % p;
        if (Hash[ans] != 0) return i * m - Hash[ans];
    }
    return -1;
}
```

生成函数 五边形数定理 整数拆分模板

hdu4658

问一个数 n 能被拆分成多少种方法，且每一种方法里数字重复个数不能超过 k （等于 k ）。

$$f[n] = \sum (-1)^{(k-1)} (f[n-k(3k-1)/2] + f[n-k(3k+1)/2])$$

```
#include <iostream>
#include <string.h>
#include <stdio.h>
using namespace std;
const int N = 100005;
const int MOD = 1000000007;
int dp[N];
void Init() {
    dp[0] = 1;
    for(int i=1;i<N;i++){
        dp[i] = 0;
        for(int j=1;;j++){
            int t = (3*j-1)*j / 2;
            if(t > i) break;
            int tt = dp[i-t];
            if(t+j <= i) tt = (tt + dp[i-t-j])%MOD;
            if(j&1) dp[i] = (dp[i] + tt)%MOD;
            else    dp[i] = (dp[i] - tt + MOD)%MOD;
        }
    }
}
int Work(int n,int k) {
    int ans = dp[n];
    for(int i=1;;i++){
        int t = k*i*(3*i-1) / 2;
        if(t > n) break;
        int tt = dp[n-t];
        if(t + i*k <= n) tt = (tt + dp[n-t-i*k])%MOD;
        if(i&1) ans = (ans - tt + MOD)%MOD;
        else    ans = (ans + tt)%MOD;
    }
    return ans;
}
int main(){
    Init();
    int n,k,t;
    scanf("%d",&t);
    while(t--){
        scanf("%d%d",&n,&k);
        printf("%d\n",Work(n,k));
    }
    return 0;
}
```


容斥原理 dfs

题意找与 n, m 互质的第 k 个数

思路：二分

找到最小的 x ，使得小于或等于 x 的数中满足条件的数的个数大于或等于 k

预处理 n, m 的质因数表

k 是深度，也就是当前质因数位置

t 是奇偶判断

s 是质数乘积

n 是传进去的 x

```
void dfs(LL k, LL t, LL s, LL n) {
    if(k==num) {
        if(t&1) ans-=n/s;
        else    ans+=n/s;
        return;
    }
    dfs(k+1, t, s, n);
    dfs(k+1, t+1, s*fac[k], n); //fac[k]是质因数表
}
```

//二分调用

dfs(0,0,1,mid);

求 $(1, b)$ 区间和 $(1, d)$ 区间里面 $\gcd(x, y) = k$ 的数的对数 ($1 \leq x \leq b, 1 \leq y \leq d$)。

b 和 d 分别除以 k 之后的区间里面，只要求 $\gcd(x, y) = 1$ 就可以了，这样子求出的数的对数不变。

这道题目还要求 $1-3$ 和 $3-1$ 这种情况算成一种，因此只需要限制 $x < y$ 就可以了

只需要枚举 x ，然后确定另一个区间里面有多少个 y 就可以了。因此问题转化成为区间 $(1, d)$ 里面与 x 互素的数的个数

先求出 x 的所有质因数，因此 $(1, d)$ 区间里面是 x 的质因数倍数的数都不会与 x 互素，因此，只要求出这些数的个数，减掉就可以了。

如果 w 是 x 的素因子，则 $(1, d)$ 中是 w 倍数的数共有 d/w 个。

容斥原理：

所有不与 x 互素的数的个数 = 1 个因子倍数的个数 - 2 个因子乘积的倍数的个数 + 3 个.....-.....

答案很大，用 long long。

所有数的素因子，预先处理保存一下，不然会超时的。

```
#include <stdio>
#include <cstring>
#include <vector>
#include <algorithm>
using namespace std;
#define N 100005
typedef long long ll;
vector<int> x[N];
bool is[N];

void prime() {
    memset(is, false, sizeof(is));
    for (int i=0; i<N; i++) x[i].clear();

    for (int j=2; j<N; j+=2) x[j].push_back(2);
    for (int i=3; i<N; i+=2)
        if (!is[i]) {
            for (int j=i; j<N; j+=i) {
                is[j] = true;
                x[j].push_back(i);
            }
        }
}

int work(int u, int s, int w) {
    int cnt = 0, v = 1;
    for (int i=0; i<x[w].size(); i++) {
        if ((1<<i) & s) {
            cnt++;
            v *= x[w][i];
        }
    }
    int all = u/v;
    if (cnt % 2 == 0) return -all;
    else return all;
}

int main() {
    prime();
    int T, a, b, c, d, k;
    scanf("%d", &T);
    for (int cas=1; cas<=T; cas++) {
        scanf("%d%d%d%d%d", &a, &b, &c, &d, &k);
        if (k == 0) {
            printf("Case %d: 0\n", cas);
        }
    }
}
```

```

        continue;
    }
    b /= k, d /= k;
    if (b > d) { a = b; b = d; d = a; }
    long long ans = 0;
    for (int i=1; i<=d; i++) {
        k = min(i, b);
        ans += k;
        for (int j=1; j<(1<<x[i].size()); j++)
            ans -= work(k, j, i);
    }
    printf("Case %d: %I64d\n", cas, ans);
}
return 0;
}

```

村民排队问题模型

一堆数，其中有一些两两关系， (A,B) 表示 A 在 B 前面，求排列数

```

// UVa11174 Stand in a Line
// Rujia Liu

int mul_mod(int a, int b, int n) {
    a %= n; b %= n;
    return (int)((long long)a * b % n);
}

void gcd(int a, int b, int& d, int& x, int& y) {
    if(!b){ d = a; x = 1; y = 0; }
    else{ gcd(b, a%b, d, y, x); y -= x*(a/b); }
}

int inv(int a, int n) {
    int d, x, y;
    gcd(a, n, d, x, y);
    return d == 1 ? (x%n+n)%n : -1;
}

#include<cstdio>
#include<cstring>
#include<vector>
using namespace std;

```

```
const int maxn = 40000 + 10;
const int MOD = 1000000007;
vector<int> sons[maxn];
int fa[maxn], fac[maxn], ifac[maxn];

int mul_mod(int a, int b) {
    return mul_mod(a, b, MOD);
}

// fac[i] = (i!)%MOD, ifac[i]为 fac[i]在模 MOD 下的逆
void preprocess() {
    fac[0] = ifac[0] = 1;
    for(int i = 1; i < maxn; i++) {
        fac[i] = mul_mod(fac[i-1], i);
        ifac[i] = inv(fac[i], MOD);
    }
}

// 组合数 C(n,m)除以 MOD 的余数
int C(int n, int m) {
    return mul_mod(mul_mod(fac[n], ifac[m]), ifac[n-m]);
}

// 统计以 u 为根的子树有多少种排列。size 为该子树的结点总数
int count(int u, int& size) {
    int d = sons[u].size();
    vector<int> sonsize; // 各子树的大小
    size = 1;
    int ans = 1;
    for(int i = 0; i < d; i++) {
        int sz;
        ans = mul_mod(ans, count(sons[u][i], sz));
        size += sz;
        sonsize.push_back(sz);
    }
    int sz = size-1; // 非根结点的个数
    for(int i = 0; i < d; i++) {
        ans = mul_mod(ans, C(sz, sonsize[i]));
        sz -= sonsize[i];
    }
    return ans;
}
```

```
int main() {
    int T;
    scanf("%d", &T);
    preprocess();
    while(T--) {
        int n, m;
        scanf("%d%d", &n, &m);
        memset(fa, 0, sizeof(fa));
        for(int i = 0; i <= n; i++) sons[i].clear();
        for(int i = 0; i < m; i++) {
            int a, b;
            scanf("%d%d", &a, &b);
            fa[a] = b;
            sons[b].push_back(a);
        }
        // 没有父亲的结点称为虚拟结点的儿子
        for(int i = 1; i <= n; i++)
            if(!fa[i]) sons[0].push_back(i);
        int size;
        printf("%d\n", count(0, size));
    }
    return 0;
}
```

SG 函数，博弈

```

/*****
每组数据都改变策略
*****/

#include<iostream>
#include<cstdio>
#include<cstring>
#include<string>
#include<cmath>
#include<algorithm>
using namespace std;
typedef int LL;
const int MAXN = 1e4 + 5;
const int MAXM = 1e4;
int sg[MAXN];
bool Hash[MAXN];
int f[MAXN];
int N;
void getsG(int n){
    memset(sg,0,sizeof sg);
    for (int i=1;i<=MAXM;i++){
        memset(Hash,false,sizeof Hash);
        for(int j = 0; j < N && i >= f[j]; j++) {
            Hash[sg[i-f[j]]] = true;
            /*****上海大学校赛教训，板不要理解错。
            这不是一堆拆两堆，这是每个可以转移的状态都标记。
            *****/
        }
        for (int j=0;j<=MAXM;j++){
            if (!Hash[j]){
                sg[i]=j; break;
            }
        }
        //cout << i << " " << sg[i] << endl;
    }
}

int main() {
    while(cin >> N, N) {
        for(int i = 0; i < N; i++) {
            scanf("%d", f + i);
        }
        sort(f, f + N); //一定要排序
    }
}

```

```

    getsg(MAXM);
    int m;
    cin >> m;
    for(int i = 0; i < m; i++) {
        int n;
        cin >> n;
        int ans = 0;
        for(int i = 0; i < n; i++) {
            int x;
            scanf("%d", &x);
            ans ^= sg[x];
        }
        printf("%s", ans ? "W" : "L");
    }
    printf("\n");
}
return 0;
}

/*****
独立的棋盘横向移动，看成一个子向另一个子一直在减小，NIM 两子间距
*****/

/*****
有一个操作可以把一堆拆成两堆，枚举拆分点
*****/
for(int j = 0; j <= i - x; j++) {
    Hash[sg[j] ^ sg[i - x - j]] = 1;
}

/*****
拿走最后一个的人输，需要特判全是 1 的情况。
全是 1，分奇偶。不全是 1，同直接 NIM
*****/

/*****
两维的一样拆分成两个异或。SG[][]两维
0 行，0 列特殊处理。直接设置成离原点的距离。
2 2
.#
..
2 2
.#
.#
0 0
*****/

```

```

/*****
两个操作，合并两堆，或者取掉 1 个
*****/
最后肯定合并成一堆再一个个取
如果全大于 1，先手可以保证 NIM 胜利的情况下先合并
不全为 1，后手可以取完一个一堆的，相当于操作了两次。
此时，DFS+记忆化搜索来解决
dp[i][j]当 1 的个数为 i 时，其他全合并起来一共 j 个
其中的操作包括：
把某堆只有一个的，取走
把两堆只有一个的，合并
把某堆只有一个的，合并给不是一个的
把不是一个的，取走一个
int dfs(int i, int j) {
    if (dp[i][j] != -1) return dp[i][j];
    if (j == 1) return dp[i][j] = dfs(i+1, 0);
    dp[i][j] = 0;
    if (i >= 1 && !dfs(i-1, j)) dp[i][j] = 1;
    else if (j >= 1 && !dfs(i, j-1)) dp[i][j] = 1;
    else if (i >= 1 && j > 0 && !dfs(i-1, j+1)) dp[i][j] = 1;
    else if (i >= 2 && ((j >= 1 && !dfs(i-2, j+3)) || (j == 0 && !dfs(i-2, 2))))
        dp[i][j] = 1;
    return dp[i][j];
}
/*****
31 游戏
1~6 各 4 张
*****/
直接搜索，据说记忆化也不用

```

反 nim 问题

这题与以往的博弈题的胜负条件不同，谁先走完最后一步谁输，但他也是一类 Nim 游戏，即为 anti-nim 游戏。

首先给出结论：先手胜当且仅当

- ①所有堆石子数都为 1 且游戏的 SG 值为 0（即有偶数个孤单堆-每堆只有 1 个石子数）；
- ②存在某堆石子数大于 1 且游戏的 SG 值不为 0。

字符串

Manacher 算法（回文串）

```
#include<cstdio>
#include<string>
#include<cstring>
#include<iostream>
#include<algorithm>
using namespace std;
const int N=233333; //20W

//在 o(n)时间内算出以每个点为中心的最大回文串长度
int Manacher(string st){
    int len = st.size();
    int *p = new int[len+1];
    memset(p,0,sizeof(p));
    int mx = 0,id = 0;
    for (int i = 1;i <= len; i++){
        if (mx > i) p[i] = min(p[2*id-i],mx-i);
        else p[i] = 1;
        while (st[i+p[i]] == st[i-p[i]]) p[i]++;
        if (i + p[i] > mx){mx = i + p[i]; id = i;}
    }
    int ma = 0;
    for (int i = 1; i < len; i++) ma = max(ma, p[i]);
    delete(p);
    return ma - 1;
}

int main(){
    //freopen("fuck.in","r",stdin);
    char st[N];
    while (~scanf("%s",st)){
        string st0="$#";
        for (int i=0; st[i] != '\0'; i++){
            st0 += st[i]; st0 += "#";
        }
        printf("%d\n", Manacher(st0));
    }
    return 0;
}
```

KMP（字符串匹配）

```
#include<cstdio>
#include<cstring>
using namespace std;
typedef long long LL;
const int N=100007;
const int P=1000000007;
char a[N],b[N];
bool mat[N];
int Next[N];//一定要 Next,next 会 CE
LL f[N];

void getNext(int m, char b[]){
    int i = 0,j = -1;
    Next[0] = -1;
    while (i < m){
        if (j == -1 || b[i] == b[j]){
            if (b[++i] != b[++j]) Next[i]=j;
            else Next[i] = Next[j];
        }else j = Next[j];
    }
}

//主程序里每组数据需要 memset a,b 数组!!!
void KMP(int n,char a[], int m, char b[]){
    memset(mat, 0, sizeof(mat));
    int i = 0, j = 0;
    getNext(m, b);//这行视情况可以放在 main 里面
    while (i < n && j < m){
        if (j == -1 || a[i] == b[j]) i++, j++;
        else j = Next[j];
        if (!i && !j)break;
        if (j == m){
            mat[i] = 1;
            //printf("mat[%d]get\n",i);
            j = Next[j];
        }
    }
}
```

Tire 树_刘汝佳

```
// LA3942 Remember the Word
// Rujia Liu
#include<cstring>
#include<vector>
using namespace std;

const int maxnode = 4000 * 100 + 10;
const int sigma_size = 26;

// 字母表为全体小写字母的 Trie
struct Trie {
    int ch[maxnode][sigma_size];
    int val[maxnode];
    int sz; // 结点总数
    void clear() { sz = 1; memset(ch[0], 0, sizeof(ch[0])); } // 初始时只有一个根结点
    int idx(char c) { return c - 'a'; } // 字符 c 的编号

    // 插入字符串 s，附加信息为 v。注意 v 必须非 0，因为 0 代表“本结点不是单词结点”
    void insert(const char *s, int v) {
        int u = 0, n = strlen(s);
        for(int i = 0; i < n; i++) {
            int c = idx(s[i]);
            if(!ch[u][c]) { // 结点不存在
                memset(ch[sz], 0, sizeof(ch[sz]));
                val[sz] = 0; // 中间结点的附加信息为 0
                ch[u][c] = sz++; // 新建结点
            }
            u = ch[u][c]; // 往下走
        }
        val[u] = v; // 字符串的最后一个字符的附加信息为 v
    }

    // 找字符串 s 的长度不超过 len 的前缀
    void find_prefixes(const char *s, int len, vector<int>& ans) {
        int u = 0;
        for(int i = 0; i < len; i++) {
            if(s[i] == '\0') break;
            int c = idx(s[i]);
            if(!ch[u][c]) break;
            u = ch[u][c];
        }
    }
};
```

```
        if(val[u] != 0) ans.push_back(val[u]); // 找到一个前缀
    }
}
};

#include<cstdio>
const int maxl = 300000 + 10; // 文本串最大长度
const int maxw = 4000 + 10;   // 单词最大个数
const int maxwl = 100 + 10;  // 每个单词最大长度
const int MOD = 20071027;

int d[maxl], len[maxw], S;
char text[maxl], word[maxwl];
Trie trie;

int main() {
    int kase = 1;
    while(scanf("%s%d", text, &S) == 2) {
        trie.clear();
        for(int i = 1; i <= S; i++) {
            scanf("%s", word);
            len[i] = strlen(word);
            trie.insert(word, i);
        }
        memset(d, 0, sizeof(d));
        int L = strlen(text);
        d[L] = 1;
        for(int i = L-1; i >= 0; i--) {
            vector<int> p;
            trie.find_prefixes(text+i, L-i, p);
            for(int j = 0; j < p.size(); j++)
                d[i] = (d[i] + d[i+len[p[j]]]) % MOD;
        }
        printf("Case %d: %d\n", kase++, d[0]);
    }
    return 0;
}
```

压缩 Tire 树

```
// UVa11732 strcmp() Anyone?
// Rujia Liu
#include<cstring>
#include<vector>
using namespace std;
const int maxnode = 4000 * 1000 + 10;
const int sigma_size = 26;

// 字母表为全体小写字母的 Trie
struct Trie {
    int head[maxnode]; // head[i]为第 i 个结点的左儿子编号
    int next[maxnode]; // next[i]为第 i 个结点的右兄弟编号
    char ch[maxnode]; // ch[i]为第 i 个结点上的字符
    int tot[maxnode]; // tot[i]为第 i 个结点为根的子树包含的叶结点总数
    int sz; // 结点总数
    long long ans; // 答案
    void clear() { sz = 1; tot[0] = head[0] = next[0] = 0; } // 初始时只有一个根结点
};

// 插入字符串 s（包括最后的'\0'），沿途更新 tot
void insert(const char *s) {
    int u = 0, v, n = strlen(s);
    tot[0]++;
    for(int i = 0; i <= n; i++) {
        // 找字符 a[i]
        bool found = false;
        for(v = head[u]; v != 0; v = next[v])
            if(ch[v] == s[i]) { // 找到了
                found = true;
                break;
            }
        if(!found) {
            v = sz++; // 新建结点
            tot[v] = 0;
            ch[v] = s[i];
            next[v] = head[u];
            head[u] = v; // 插入到链表的首部
            head[v] = 0;
        }
        u = v;
        tot[u]++;
    }
}
```

```

    }
}
// 统计 LCP=u 的所有单词两两的比较次数之和
void dfs(int depth, int u) {
    if(head[u] == 0) // 叶结点
        ans += tot[u] * (tot[u] - 1) * depth;
    else {
        int sum = 0;
        for(int v = head[u]; v != 0; v = next[v])
            sum += tot[v] * (tot[u] - tot[v]); // 子树 v 中选一个串，其他子树中
再选一个
        ans += sum / 2 * (2 * depth + 1); // 除以 2 是每种选法统计了两次
        for(int v = head[u]; v != 0; v = next[v])
            dfs(depth+1, v);
    }
}

// 统计
long long count() {
    ans = 0;
    dfs(0, 0);
    return ans;
}

};

#include<cstdio>
const int maxl = 1000 + 10; // 每个单词最大长度
int n;
char word[maxl];
Trie trie;

int main() {
    int kase = 1;
    while(scanf("%d", &n) == 1 && n) {
        trie.clear();
        for(int i = 0; i < n; i++) {
            scanf("%s", word);
            trie.insert(word);
        }
        printf("Case %d: %lld\n", kase++, trie.count());
    }
    return 0;
}

```

数据结构

树状数组(逆序对)

```
#include <cstdio>
#include <cstring>
#include <iostream>
#include <algorithm>
using namespace std;
const int N = 1e5 + 7;
struct binaryIndexTree{
    int val[N], n;
    inline void init(int n){
        this->n = n;
        memset(val, 0, sizeof(val));
    }
    inline void add(int k, int num){
        for (;k <= n; k += k&-k) val[k] += num;
    }
    int sum(int k){
        int sum = 0;
        for (; k; k -= k&-k) sum += val[k];
        return sum;
    }
} T;
int arr[N], n;
int main(){
    T.init(n);
    int sum = 0;
    for (int i = 0; i < n; i++){
        scanf("%d", &arr[i]); arr[i]++;
        sum += T.sum(n) - T.sum(arr[i] - 1);
        T.add(arr[i], 1);
    }
    int ans = sum;
    for (int i = 0; i < n; i++){
        sum += (n - arr[i]) - (arr[i] - 1);
        ans = min(ans, sum);
    }
    printf("%d\n", ans);
}
```

ZKW 线段树（单点修改）

```
#include <cstdio>
#include <cstring>
#include <iostream>
#include <algorithm>
using namespace std;
const int N = 2e5 + 7;

struct segTree{
    #define lc (t<<1)
    #define rc (t<<1^1)
    int sum[N], M;

    inline void build(int n){
        M = 1;
        for (;M < n;) M <= 1;
        if (M!=1) M--;
        memset(sum, sizeof(sum), 0);
        for (int i = 1+M; i <= n+M; i++){
            scanf("%d", &sum[i]);
        }
        for (int t = M; t >= 1; t--){
            sum[t] = sum[lc] + sum[rc];
        }
    }

    void add(int t, int x){
        for (sum[t+=M]+=x, t>>=1; t; t>>=1){
            sum[t] = sum[lc] + sum[rc];
        }
    }

    int query(int l, int r){
        int ans = 0;
        for (l+=M-1, r+=M+1; l^r^1; l>>=1, r>>=1){
            if (~l&1) ans += sum[l^1];
            if ( r&1) ans += sum[r^1];
        }
        return ans;
    }
} T;
```


ZKW 线段树 (RMQ 区间操作)

```

#include <cstdio>
#include <cstring>
#include <iostream>
#include <algorithm>
using namespace std;
typedef long long LL;
const int N = 2e5 + 10;
double EPS = 1e-11;
const LL INF = 0x3f3f3f3f3f3f3f3f;
int n, pos[N], arr[N], pre[N];

struct ZKWsegTree{
    double tree[N];
    int M, n;

    void build(int n, double Mid){
        this->n = n;
        M = 1; while (M < n) M <= 1; if (M!=1) M--;
        for (int t = 1; t <= n; t++) tree[t+M] = 1.0*t*Mid;
        for (int t = n+1; t <= M+1; t++) tree[t+M] = INF;
        for (int t = M; t >= 1; t--) tree[t] = min(tree[t<<1],
tree[t<<1^1]);
        for (int t = 2*M+1; t >= 1; t--) tree[t] = tree[t] - tree[t>>1];
    }

    void update(int l, int r, double val){
        double tmp;
        for (l+=M-1, r+=M+1; l^r^1; l>>=1, r>>=1){
            if (~l&1) tree[l^1] += val;
            if ( r&1) tree[r^1] += val;
            if (l > 1) tmp = min(tree[l], tree[l^1]), tree[l]-=tmp,
tree[l^1]-=tmp, tree[l>>1]+=tmp;
            if (r > 1) tmp = min(tree[r], tree[r^1]), tree[r]-=tmp,
tree[r^1]-=tmp, tree[r>>1]+=tmp;
        }
        for (; l > 1; l >>= 1){
            tmp = min(tree[l], tree[l^1]), tree[l]-=tmp, tree[l^1]-=tmp,
tree[l>>1]+=tmp;
        }
        tree[1] += tree[0], tree[0] = 0;
    }
}

```

```

double query(int l, int r){
    double lAns = 0, rAns = 0;
    l += M, r += M;
    if (l != r){
        for (; l^r^1; l>>=1, r>>=1){
            lAns += tree[l], rAns += tree[r];
            if (~l&1) lAns = min(lAns, tree[l^1]);
            if ( r&1) rAns = min(rAns, tree[r^1]);
        }
    }
    double ans = min(lAns + tree[l], rAns + tree[r]);
    for (;l > 1;) ans += tree[l>>=1];
    return ans;
}
} T;

```

常规线段树（区间操作区间和）

```

#include <cstdio>
#include <cstring>
#include <iostream>
#include <algorithm>
using namespace std;
typedef long long LL;
const LL N = 5e5 + 7;

struct segTree{
    #define lc (rt<<1)
    #define rc (rt<<1^1)
    #define lson l, m, rt<<1
    #define rson m+1, r, rt<<1^1
    LL M, sum[N], tag[N];
    inline void build(LL n){
        M = 1; while(M<n) M<<=1; if (M!=1) M--;
        memset(tag, 0, sizeof(tag));
        for (LL leaf = M+1; leaf <= n+M; leaf++) scanf("%lld",
&sum[leaf]);
        for (LL leaf = n+1+M; leaf <= (M<<1^1); leaf++)
sum[leaf] = 0;
        for (LL rt = M; rt >= 1; rt--) sum[rt] = sum[lc] +
sum[rc];
    }
}

```

```

inline void pushUp(LL rt){
    sum[rt] = sum[lc] + sum[rc];
}

inline void pushDown(LL rt, LL len){
    if (tag[rt] == 0) return;
    tag[lc] += tag[rt];
    tag[rc] += tag[rt];
    sum[lc] += tag[rt] * (len>>1);
    sum[rc] += tag[rt] * (len>>1);
    tag[rt] = 0;
}

inline void update(LL L, LL R, LL x, LL l, LL r, LL rt){
    //printf("update(%d, %d, %d, %d, %d, %d)\n", L, R, x, l,
r, rt);

    if (L <= l && r <= R){
        tag[rt] += x;
        sum[rt] += (r-l+1) * x;
        return;
    }
    pushDown(rt, r-l+1);
    LL m = (l + r) >> 1;
    if (L <= m) update(L, R, x, lson);
    if (m < R) update(L, R, x, rson);
    pushUp(rt);
}

LL query(LL L, LL R, LL l, LL r, LL rt){
    if (L <= l && r <= R) return sum[rt];
    pushDown(rt, r-l+1);
    LL m = (l + r) >> 1;
    LL ans = 0;
    if (L <= m) ans += query(L, R, lson);
    if (m < R) ans += query(L, R, rson);
    return ans;
}
} T;

```

主席树

poj2104 求区间 k 大值

```
# include <cstdio>
# include <cstring>
# include <iostream>
# include <algorithm>
using namespace std;
const int N = 1e5 + 7;
int arr[N]; //arr[] 原数组的数在 rank[] 中的位置;
int Rank[N]; //rank[] 原数组离散化

struct ChairTree{
    #define sum(x) tree[x].w
    #define lson tree[rt].lc, tree[rt1].lc, l, m
    #define rson tree[rt].rc, tree[rt1].rc, m+1, r
    struct node{
        int lc, rc, w;
        node(){}
    } tree[N * 20];
    int root[N], cnt;
    void build(){
        root[0] = cnt = 0;
        memset(tree, 0, sizeof(tree));
    }

    void add(int pos, int val, int &rt, int rt1, int l, int r){
        tree[rt = ++cnt] = tree[rt1];
        tree[rt].w += val;
        if (l == r) return;
        int m = (l + r) >> 1;
        if (pos <= m) add(pos, val, lson);
        else add(pos, val, rson);
    }

    //单点查询
    int query(int k, int rt, int rt1, int l, int r){
        if (l == r) return l;
        int lsize = sum(tree[rt1].lc) - sum(tree[rt].lc);
        int m = (l + r) >> 1;
        if (lsize >= k) return query(k, lson);
        else return query(k - lsize, rson);
    }

    //区间查询
```

```

LL query(int L, int R, int rt, int rt1, int l, int r){
    if (L <= l && r <= R) return sum(rt1) - sum(rt);
    if (sum(rt1) == sum(rt)) return 0;
    LL ans = 0;
    int m = (l + r) >> 1;
    if (L <= m) ans += query(L, R, lson);
    if (m < R) ans += query(L, R, rson);
    return ans;
}
} T;

int main(){
    //freopen("in.txt", "r", stdin);
    int _, l, r, k, n, q;
    for (; ~scanf("%d%d", &n, &q);){
        T.build();
        for (int i = 1; i <= n; i++) {
            scanf("%d", &arr[i]);
            Rank[i] = arr[i];
        }
        sort(Rank + 1, Rank + n + 1); // Rank 存储原值
        int m = unique(Rank + 1, Rank + n + 1) - (Rank + 1); // 这个 m 很重要，WA 一天系列
        for (int i = 1; i <= n; i++) { // 离散化后的数组，仅仅用来更新
            arr[i] = lower_bound(Rank + 1, Rank + m + 1, arr[i]) - Rank;
        }
        for (int i = 1; i <= n; i++){
            T.add(arr[i], 1, T.root[i], T.root[i-1], 1, m); // 填 m 别填 n
        }
        for (; q--){
            scanf("%d%d%d", &l, &r, &k);
            int pos = T.query(k, T.root[l-1], T.root[r], 1, m);
            printf("%d\n", Rank[pos]);
        }
    }
    return 0;
}

```

归并树（区间第 K 大数）

```

#include <iostream>
#include <algorithm>
#include <cstdio>
#include <vector>
using namespace std;
const int ST_SIZE = (1 << 18) - 1;
const int MAXN = 1E5 + 5;
const int MAXM = 5005;
int N, M;
int A[MAXN]; // 要处理的数组
int I[MAXM], J[MAXM], K[MAXM]; // 存查询
int nums[MAXN]; // 对 A 排序后的数组
vector<int> dat[ST_SIZE]; // 线段树节点数组
// 构建线段树
// k 是节点编号, 和区间[l, r)对应
void init(int k, int l, int r) {
    if (r - l == 1) {
        dat[k].push_back(A[l]);
    } else {
        int lch = k * 2 + 1, rch = 2 * k + 2;
        init(lch, l, (l + r) / 2);
        init(rch, (l + r) / 2, r);
        dat[k].resize(r - l); // 也不知道有什么用, 估计是缩小空间吧
        // 利用 STL 的 merge 函数把两个儿子的数列合并
        merge(dat[lch].begin(), dat[lch].end(), dat[rch].begin(),
            dat[rch].end(), dat[k].begin());
    }
}

// 计算[i, j)中不超过 x 的数的个数
// k 是节点编号, 和区间[l, r)对应 (一开始 k l r 0 0 N)
int query(int i, int j, int x, int k, int l, int r) {
    if (j <= l || r <= i) return 0; // 完全不相交
    if (i <= l && r <= j) {
        return upper_bound(dat[k].begin(), dat[k].end(), x) -
            dat[k].begin(); // 完全包含
    }
    int lc = query(i, j, x, k * 2 + 1, l, (l + r) / 2);
    int rc = query(i, j, x, k * 2 + 2, (l + r) / 2, r);
    return lc + rc;
}

void solve() {
    for(int i = 0; i < N; i++) nums[i] = A[i];
    sort(nums, nums + N);
}

```

```

init(0, 0, N);
for (int i = 0; i < M; i++) { //[1, r)
    int l = I[i] - 1, r = J[i], k = K[i];
    int lb = -1, ub = N - 1; //(-1, N-1]
    while(ub - lb > 1) {
        int md = (ub + lb) / 2;
        int ans = query(l, r, nums[md], 0, 0, N);
        if (ans >= k) ub = md;
        else lb = md;
    }
    printf("%d\n", nums[ub]);
}

int main(){
    cin >> N >> M;
    for (int i = 0; i < N; i++) scanf("%d", A + i);
    for (int i = 0; i < M; i++) {
        scanf("%d%d%d", I + i, J + i, K + i);
    }
    solve();
    return 0;
}

```

Treap

```

#include<cstdio>
#include<cstring>
#include<cstdlib>
#include<cassert>
using namespace std;
struct Node{
    Node *ch[2];
    int r, v, s; //s 表示节点数

    Node(int v):v(v){
        ch[0]=ch[1]=NULL;
        r = rand(); //在 cstdlib 头声明
        s = 1;
    }

    int cmp(int x){
        if (x == v) return -1;
        return x<v ? 0 : 1;
    }
}

```

```

    }
    void maintain(){
        s = 1;
        if(ch[0]!=NULL) s+=ch[0]->s;
        if(ch[1]!=NULL) s+=ch[1]->s;
    }
}; //root 全局使用的话可以在这里跟上*root

void rotate(Node* &o,int d){
    Node *k=o->ch[d^1];
    o->ch[d^1]=k->ch[d];
    k->ch[d]=o;
    o->maintain();
    k->maintain();
    o=k;
}

void insert(Node* &o,int x){//o 子树中事先不存在 x
    if(o==NULL) o=new Node(x);
    else{
        //如这里改成 int d=o->cmp(x);
        //就不可以插入相同的值, 因为 d 可能为-1
        int d=x<(o->v)?0:1;
        insert(o->ch[d],x);
        if(o->ch[d]->r > o->r)
            rotate(o,d^1);
    }
    o->maintain();
}

void remove(Node* &o,int x){
    if (o==NULL) return ;//空时返回
    int d=o->cmp(x);
    if (d == -1){
        Node *u=o;
        if(o->ch[0] && o->ch[1]){
            int d2=(o->ch[0]->r < o->ch[1]->r)?0:1;
            rotate(o,d2);
            remove(o->ch[d2],x);
        }else{
            if(o->ch[0]==NULL) o=o->ch[1];
            else o=o->ch[0];
            delete u;//这个要放里面
        }
    }
    else remove(o->ch[d],x);
}

```



```
    if(o) o->maintain();//之前 o 存在,但是删除节点后 o 可能就是空 NULL 了,所以
    需要先判断 o 是否为空
}
//返回关键字从小到大排序时的第 k 个值
//若返回第 K 大的值, 只需要把 ch[0]和 ch[1]全互换就可以了
int kth(Node* o,int k){
    assert(o && k>=1 && k<=o->s);//保证输入合法,根据实际问题返回
    int s=(o->ch[0]==NULL)?0:o->ch[0]->s;
    if(k==s+1) return o->v;
    else if(k<=s) return kth(o->ch[0],k);
    else return kth(o->ch[1],k-s-1);
}
//返回值 x 在树中的排名,就算 x 不在 o 树中也能返回排名
//返回值范围在[1,o->s+1]范围内
int rank(Node* o,int x){
    if(o==NULL) return 1;//未找到 x;
    int num= o->ch[0]==NULL ? 0:o->ch[0]->s;
    if(x==o->v) return num+1;
    else if(x < o->v) return rank(o->ch[0],x);
    else return rank(o->ch[1],x)+num+1;
}

int main(){
    int n=0, v;
    while(scanf("%d",&n)==1 && n){
        Node *root=NULL; //初始化为 NULL
        for(int i=0; i<n; i++){
            int x;
            scanf("%d",&x);
            if(root==NULL) root=new Node(x);
            else insert(root,x);
        }
        while(scanf("%d",&v)==1){
            printf("%d\n",rank(root,v));
        }
    }
    return 0;
}
```

分块

分块入门 1

给出一个长为 n 的数列，以及 n 个操作，操作涉及区间加法，单点查值。

```
int n, blo;
int v[50005], bl[50005], atag[50005];
void add(int a, int b, int c){
    for(int i=a; i<=min(bl[a]*blo, b); i++) v[i]+=c;
    if(bl[a]!=bl[b])
        for(int i=(bl[b]-1)*blo+1; i<=b; i++) v[i]+=c;
    for(int i=bl[a]+1; i<=bl[b]-1; i++) atag[i]+=c;
}
int main(){
    n=read(); blo=sqrt(n);
    for(int i=1; i<=n; i++) v[i]=read();
    for(int i=1; i<=n; i++) bl[i]=(i-1)/blo+1;
    for(int i=1; i<=n; i++){
        int f=read(), a=read(), b=read(), c=read();
        if(f==0) add(a, b, c);
        if(f==1) printf("%d\n", v[b]+atag[bl[b]]);
    }
    return 0;
}
```

分块入门 2

给出一个长为 n 的数列，以及 n 个操作，操作涉及区间加法，询问区间内小于某个值 x 的元素个数。

```
int n, blo;
int v[50005], bl[50005], atag[50005];
vector<int> ve[505];
void reset(int x){
    ve[x].clear();
    for(int i=(x-1)*blo+1; i<=min(x*blo, n); i++)
        ve[x].push_back(v[i]);
    sort(ve[x].begin(), ve[x].end());
}

void add(int a, int b, int c){
```

```
for(int i=a;i<=min(bl[a]*blo,b);i++)
    v[i]+=c;
reset(bl[a]);
if(bl[a]!=bl[b]){
    for(int i=(bl[b]-1)*blo+1;i<=b;i++)v[i]+=c;
    reset(bl[b]);
}
for(int i=bl[a]+1;i<=bl[b]-1;i++)
    atag[i]+=c;
}

int query(int a,int b,int c){
    int ans=0;
    for(int i=a;i<=min(bl[a]*blo,b);i++)
        if(v[i]+atag[bl[a]]<c)ans++;
    if(bl[a]!=bl[b])
        for(int i=(bl[b]-1)*blo+1;i<=b;i++)
            if(v[i]+atag[bl[b]]<c)ans++;
    for(int i=bl[a]+1;i<=bl[b]-1;i++){
        int x=c-atag[i];
        ans+=lower_bound(ve[i].begin(),ve[i].end(),x)-ve[i].begin();
    }
    return ans;
}

int main(){
    n=read();blo=sqrt(n);
    for(int i=1;i<=n;i++)v[i]=read();
    for(int i=1;i<=n;i++){
        bl[i]=(i-1)/blo+1;
        ve[bl[i]].push_back(v[i]);
    }
    for(int i=1;i<=bl[n];i++)
        sort(ve[i].begin(),ve[i].end());
    for(int i=1;i<=n;i++){
        int f=read(),a=read(),b=read(),c=read();
        if(f==0)add(a,b,c);
        if(f==1)printf("%d\n",query(a,b,c*c));
    }
    return 0;
}
```

分块入门 3

给出一个长为 n 的数列，以及 n 个操作，操作涉及区间加法，询问区间内小于某个值 x 的前驱（比其小的最大元素）。

```
int n,blo;
int v[100005],bl[100005],atag[100005];
set<int>st[105];
void add(int a,int b,int c){
    for(int i=a;i<=min(bl[a]*blo,b);i++){
        st[bl[a]].erase(v[i]);
        v[i] += c;
        st[bl[a]].insert(v[i]);
    }
    if(bl[a]!=bl[b]){
        for(int i=(bl[b]-1)*blo+1;i<=b;i++){
            st[bl[b]].erase(v[i]);
            v[i] += c;
            st[bl[b]].insert(v[i]);
        }
    }
    for(int i=bl[a]+1;i<=bl[b]-1;i++)
        atag[i]+=c;
}
int query(int a,int b,int c){
    int ans=-1;
    for(int i=a;i<=min(bl[a]*blo,b);i++){
        int val=v[i]+atag[bl[a]];
        if(val<c)ans=max(val,ans);
    }
    if(bl[a]!=bl[b])
        for(int i=(bl[b]-1)*blo+1;i<=b;i++){
            int val=v[i]+atag[bl[b]];
            if(val<c)ans=max(val,ans);
        }
    for(int i=bl[a]+1;i<=bl[b]-1;i++){
        int x=c-atag[i];
        set<int>::iterator it=st[i].lower_bound(x);
        if(it==st[i].begin())continue;
        --it;
        ans=max(ans,*it+atag[i]);
    }
    return ans;
}
int main(){
```

```

n=read();blo=1000;
for(int i=1;i<=n;i++)v[i]=read();
for(int i=1;i<=n;i++){
    bl[i]=(i-1)/blo+1;
    st[bl[i]].insert(v[i]);
}
for(int i=1;i<=n;i++){
    int f=read(),a=read(),b=read(),c=read();
    if(f==0)add(a,b,c);
    if(f==1)printf("%d\n",query(a,b,c));
}
return 0;
}

```

左偏树

```

#include <cstdio>
#include <cstring>
#include <algorithm>
#include <iostream>
using namespace std;
const int MAXN = 1e5 + 5;
struct node{
    int l,r,dis,key;
} tree[MAXN];
int far[MAXN];
int Find(int x) {
    if(far[x] == x) return x;
    return far[x] = Find(far[x]);
}

int merge(int a,int b){
    if(!a) return b;
    if(!b) return a;
    if(tree[a].key < tree[b].key) swap(a, b); //大堆
    tree[a].r = merge(tree[a].r,b);
    far[tree[a].r] = a; //并查
    if(tree[tree[a].l].dis < tree[tree[a].r].dis)
        swap(tree[a].l,tree[a].r);
    if(tree[a].r)tree[a].dis = tree[tree[a].r].dis + 1;
    else tree[a].dis = 0;
    return a;
}

```

```
int pop(int a){
    int l = tree[a].l;
    int r = tree[a].r;
    far[l] = l; //因为要暂时删掉根，所以左右子树先作为根
    far[r] = r;
    tree[a].l = tree[a].r = tree[a].dis = 0;
    return merge(l,r);
}

int main(){
    int N, M;
    while(cin >> N){
        for(int i = 1; i <= N; i++){
            int x;
            far[i] = i;
            scanf("%d", &x);
            tree[i].key = x;
            tree[i].l = tree[i].r = tree[i].dis = 0;
        }
        cin >> M;
        while(M--){
            int x, y;
            scanf("%d%d", &x, &y);
            x = Find(x);
            y = Find(y);
            if(x == y){
                printf("-1\n");
            } else {
                int ra = pop(x);
                tree[x].key /= 2;
                ra = merge(ra, x);
                int rb = pop(y);
                tree[y].key /= 2;
                rb = merge(rb, y);
                x = merge(ra, rb);
                printf("%d\n", tree[x].key);
            }
        }
    }
    return 0;
}
```

Splay

```
#include<cstdio>
#include<algorithm>
using namespace std;
struct Node{
    int key;//size
    Node *l,*r,*f;//left,right,father
};
class SplayTree{
public:
    void Init(){rt=NULL;}
    void Zag(Node *x){//left rotate
        Node *y=x->f;//y is the father of x
        y->r = x->l;
        if (x->l)x->l->f = y;//if x has left child
        x->f =y->f;
        if (y->f){//y is not root
            if (y==y->f->l)y->f->l=x;//y if left child
            else y->f->r=x;//y is right child
        }
        y->f=x; x->l=y;
    }
    void Zig(Node *x){//right rotate
        Node *y=x->f;//y is the father of x
        y->l = x->r;
        if (x->r)x->r->f=y;
        x->f = y->f;
        if (y->f){
            if (y==y->f->l)y->f->l=x;
            else y->f->r=x;
        }
        y->f=x; x->r=y;
    }
    void Splay(Node *x){
        while (x->f){
            Node *p=x->f;
            if (!p->f){
                if (x==p->l)Zig(x);
                else Zag(x);
            }else if (x==p->l){
                if (p==p->f->l){Zig(p);Zig(x);}
                else {Zig(x);Zag(x);}
            }else {x==p->r
```

```

        if (p==p->f->r){Zag(p);Zag(x);}
        else {Zag(x);Zig(x);}
    }
}
rt=x;
}
Node *Find(int x){
    Node *T=rt;
    while (T){
        if (T->key==x){Splay(T);return T;}
        else if (x<T->key)T=T->l;
        else T=T->r;
    }
    return T;
}
void Insert(int x){
    Node *T=rt,*fa=NULL;
    while (T){
        fa=T;
        if (x<T->key)T=T->l;
        else if(x>T->key)T=T->r;
        else return ;//two the same keys
    }
    T=(Node*)malloc(sizeof(Node));
    T->key=x;
    T->l=T->r=NULL;
    T->f=fa;
    if (fa){
        if (fa->key>x)fa->l=T;
        else fa->r=T;
    }
    Splay(T);
}
void Delete(int x){
    Node *T=Find(x);
    if (NULL==T)return ;//error
    rt=Join(T->l,T->r);
}
Node *Maxnum(Node *t){
    Node *T=t;
    while (T->r)T=T->r;
    Splay(T);
    return T;
}

```



```

Node *Minnum(Node *t){
    Node *T=t;
    while (T->l)T=T->l;
    Splay(T);
    return T;
}
Node *Last(int x){
    Node *T=Find(x);
    T=T->l;
    return (Maxnum(T));
}
Node *Next(int x){
    Node *T=Find(x);
    T=T->r;
    return (Minnum(T));
}
Node *Join(Node *t1,Node *t2){
    if (NULL==t1)return t2;
    if (NULL==t2)return t1;
    Node *T=Maxnum(t1);
    T->l=t2;
    return T;
}
void Split(int x,Node *&t1,Node *&t2){
    Node *T=Find(x);
    t1=T->l; t2=T->r;
}
void Inorder(Node *T){
    if (NULL==T)return ;
    Inorder(T->l);
    printf("%d->",T->key);
    Inorder(T->r);
}
void _Delete(){Delete(rt);}
void Delete(Node *T){
    if (NULL==T)return ;
    Delete(T->l);
    Delete(T->r);
    free(T);
}
private: Node *rt;//root
};

```

AVL 树

```
//codevs1285 蒜头君的 AVL 树
//by cww97
#include<cstdio>
#include<iostream>
#include<algorithm>
#define INF 0xffffffff
#define BASE 1000000
using namespace std;
int ans=0;
struct Node{
    int x,bf,h;//bf=balance factor,h=height
    Node *l,*r;
};

class AVLTree{
public:
    void Init() { rt = NULL; }
    int H(Node *T){return (T==NULL)?0:T->h;}
    int BF(Node *l,Node *r){//get balance factor
        if (NULL==l && NULL==r) return 0;
        else if (NULL == l) return -r->h;
        else if (NULL == r) return l->h;
        return l->h - r->h;
    }

    Node *Lrotate(Node *a){//left rotate
        Node *b;
        b=a->r;
        a->r=b->l;
        b->l=a;
        a->h=max(H(a->l),H(a->r)) + 1;
        b->h=max(H(b->l),H(b->r)) + 1;
        a->bf=BF(a->l,a->r);
        b->bf=BF(b->l,b->r);
        return b;
    }

    Node *Rrotate(Node *a){//right rotate
        Node *b;
        b=a->l;
        a->l=b->r;
        b->r=a;
    }
};
```

```

    a->h=max(H(a->l),H(a->r)) + 1;
    b->h=max(H(b->l),H(b->r)) + 1;
    a->bf=BF(a->l,a->r);
    b->bf=BF(b->l,b->r);
    return b;
}
Node *LRrotate(Node *a){//left then right
    a->l = Lrotate(a->l);
    Node *c;
    c=Rrotate(a);
    return c;
}
Node *RLrotate(Node *a){//right then left
    a->r=Rrotate(a->r);
    Node *c;
    c=Lrotate(a);
    return c;
}

void Insert(int x){_Insert(rt,x);}
void _Insert (Node *&T,int x){
    if (NULL==T){
        T=(Node*)malloc(sizeof(Node));
        T->x=x;
        T->bf=0;T->h=1;
        T->l=T->r=NULL;
        return ;
    }
    if      (x < T->x) _Insert(T->l,x);
    else if (x > T->x) _Insert(T->r,x);
    else return ; //error :the same y

    T->h=max(H(T->l),H(T->r))+1;//maintain
    T->bf=BF(T->l,T->r);

    if (T->bf > 1 || T->bf < -1){//not balanced
        if      (T->bf > 0 && T->l->bf > 0)T=Rrotate(T);
        else if (T->bf < 0 && T->r->bf < 0)T=Lrotate(T);
        else if (T->bf > 0 && T->l->bf < 0)T=LRrotate(T);
        else if (T->bf < 0 && T->r->bf > 0)T=RLrotate(T);
    }
}

void GetPet(int x){//get pet or person

```

```

    if (NULL==rt){return ;}
    int small=0,large=INF;
    //printf("x=%d\n",x);
    int flag;
    if (Find(rt,x,small,large)){
        printf("find %d\n",x);
        _Delete(rt,x);
    }else if (small==0)flag=1;
    else if (large==INF)flag=0;
    else if (large-x<x-small)flag=1;
    else flag=0;

    if (!flag){//choose large
        _Delete(rt,small);
        ans=(ans+x-small)%BASE;
    }else {
        _Delete(rt,large);
        ans=(ans+large-x)%BASE;
    }
}

bool Find(Node *T,int x,int &small,int &large){
    if (NULL==T)return 0;
    if (x==T->x)return 1;
    if (x<T->x){
        large=min(large,T->x);
        return Find(T->l,x,small,large);
    }else{
        small=max(small,T->x);
        return Find(T->r,x,small,large);
    }
}

void _Delete(Node *&T,int x){
    if (NULL==T)return ;
    if (x < T->x){//y at left
        _Delete(T->l,x);
        T->bf=BF(T->l,T->r);
        if (T->bf<-1){
            if (1==T->r->bf)T=RLrotate(T);
            else T=Lrotate(T);//bf==0 or -1
        }
    }else if (x > T->x){//y at right
        _Delete(T->r,x);
        T->bf=BF(T->l,T->r);
        if (T->bf>1){

```

```

        if (-1==T->l->bf)T=LRrotate(T);
        else T=Rrotate(T); //bf==0 or 1
    }
} else { //here is x
    if (T->l&&T->r){ //left &&right
        Node *t=T->l;
        while (t->r)t=t->r;
        T->x=t->x;
        _Delete(T->l,t->x);
        T->bf=BF(T->l,T->r);
        if (T->bf<-1){
            if (1==T->r->bf)T=RLrotate(T);
            else T=Lrotate(T); //bf==0 or -1
        }
    } else { //left || right
        Node *t=T;
        if (T->l)T=T->l;
        else if(T->r)T=T->r;
        else {free(T);T=NULL;}
        if (T)free(t);
    }
}
}

//Debug,you will not need it at this problem
void show(){InOrder(rt);puts("EndShow");}
void InOrder(Node *T){ //print l rt r
    if (NULL==T)return ;
    InOrder(T->l);
    printf("%d ",T->x);
    InOrder(T->r);
}

void Free(){FreeTree(rt);}
void FreeTree(Node *T){
    if (NULL==T)return ;
    FreeTree(T->l);
    FreeTree(T->r);
    free(T);
}

private:
    Node *rt;//root
};

```

```
int main(){
    freopen("fuck.in","r",stdin);
    int n,x,op,a=0,b=0;
    scanf("%d",&n);
    AVLTree T; T.Init();
    for (;n--){
        scanf("%d%d",&op,&x);
        //if pets>people put pets into the tree
        //else put people into the tree
        if (op==0){//come a pet
            a++;
            if (a>b)T.Insert(x);//more pet
            else T.GetPet(x);//more people
        }else{//come a person
            b++;
            if (a<b)T.Insert(x);//more people
            else T.GetPet(x);//more pet
        }
    }
    printf("%d\n",ans%BASE);
    T.Free();
    return 0;
}
```

图论

最小生成树 (prim)

hdu1102

```
#include<cstdio>
#include<cstring>
#include<iostream>
using namespace std;
const int N=107;
int n,g[N][N];
int prim(){
    int minw[N]; //MinWeight
    bool used[N];
    memset(used,0,sizeof(used));
    memset(minw,0x7f,sizeof(minw));
    minw[1]=0;
    int sum=0;
    while (1){
        int v=-1;
        for (int i=1;i<=n;i++){
            if (!used[i]&&(v==-1||minw[i]<minw[v]))v=i;
        }
        if (v==-1)break;
        used[v]=1;
        sum+=minw[v];
        for (int i=0;i<=n;i++){
            minw[i]=min(minw[i],g[v][i]);
        }
    }
    return sum;
}
```

次小生成树

```
#include<iostream>
#include<cstdio>
#include<cstring>
#include<climits>
#include<algorithm>
using namespace std;
#define N 510
int map[N][N], lowcost[N], pre[N], max1[N][N], stack[N];
bool visit[N];
int n, m, sum;

void prim(){ //默认 1 在 MST 中
    int temp, k;
    int top; //保存最小生成树的结点

    memset(visit, false, sizeof(visit)); //初始化
    visit[1] = true;
    sum = top = 0;
    for(int i = 1; i <= n; ++i){
        pre[i] = 1;
        lowcost[i] = map[1][i];
    }
    lowcost[1] = 0;
    stack[top++] = 1; //保存 MST 的结点

    for(int i = 1; i <= n; ++i){
        temp = INT_MAX;
        for(int j = 1; j <= n; ++j)
            if(!visit[j] && temp > lowcost[j])
                temp = lowcost[k = j];
        if(temp == INT_MAX) break;
        visit[k] = true;
        sum += temp;
        for(int j = 0; j < top; ++j) //新加入点到 MST 各点路径最大值
            max1[stack[j]][k] = max1[k][stack[j]] =
max(max1[stack[j]][pre[k]], temp);
        stack[top++] = k; //保存 MST 的结点

        for(int j = 1; j <= n; ++j) //更新
            if(!visit[j] && lowcost[j] > map[k][j]){
                lowcost[j] = map[k][j];
            }
    }
}
```



```

        pre[j] = k; //记录直接前驱
    }
}

int main(){
    int ncase, start, end, cost, minn;
    scanf("%d", &ncase);
    while(ncase--) {
        for(int i = 1; i < N; ++i) //初始化不为0,1必须用循环。。。
            for(int j = 1; j < N; ++j){
                map[i][j] = INT_MAX;
                max1[i][j] = 0;
            }
        scanf("%d%d", &n, &m);
        for(int i = 1; i <= m; ++i){
            scanf("%d%d%d", &start, &end, &cost);
            //if(cost < map[start][end])(POJ 竟然出现重边的时候不选择最小的
            ~~~)
            map[start][end] = map[end][start] = cost;
        }
        prim();
        minn = INT_MAX;
        for(int i = 1; i <= n; ++i)
            for(int j = 1; j <= n; ++j)
                if(i != j && i != pre[j] && j != pre[i])
                    //枚举 MST 以外的边
                    minn = min(minn, map[i][j] - max1[i][j]);
        //求出{MST 外加入边-MST 环上权值最大边}最小值
        if(minn != 0) printf("No\n");
        else printf("Yes\n");
    }
    return 0;
}

```

最短路（SPFA）

```
#include <queue>
#include <cstdio>
#include <vector>
#include <cstring>
#include <iostream>
#include <algorithm>
using namespace std;
const int N = 100007;
const int INF=0x3f3f3f3f;
struct SPFA{
    struct Edge{
        int from,to,cost,a,b;
        Edge(){}
        Edge(int x,int y,int z,int a,int b):
            from(x),to(y),cost(z),a(a),b(b){}
        bool canPass(){return a>=cost;}//题目里的
        void read(){scanf("%d%d%d%d%d",&from,&to,&a,&b,&cost);}
    };
    int n, m;
    vector <Edge> edges;
    vector <int > G[N];
    inline void AddEdge(){
        Edge e; e.read();
        if (!e.canPass())return ;
        edges.push_back(e);
        int top = edges.size();
        G[e.from].push_back(top-1);
    }
    inline void Init(int n,int m){
        this -> n = n; this -> m = m;
        edges.clear();
        for (int i=0;i<=n;i++)G[i].clear();
        for (int i=1;i<=m;i++) AddEdge();
    }
    bool inq[N];
    int d[N],cnt[N];
    inline int spfa(int s,int t){
        queue<int> Q;
        memset(inq, 0, sizeof(inq));
        memset(cnt, 0, sizeof(cnt));
        memset( d ,INF,sizeof( d ));
```

```

    d[s] = 0;inq[s]=1;Q.push(s);
    for (;!Q.empty();){
        int u = Q.front();Q.pop();
        inq[u]= 0;
        for (int i=0;i<G[u].size();i++){
            Edge &e = edges[G[u][i]];
            int val = d[u],s = d[u] ;//
            val %= (e.a + e.b);//特殊题目
            if (val>e.a) s+=e.b-(val-e.a);//
            else if (e.a<val+e.cost)s+=e.a+e.b-val;//
            if (d[u]<INF&&s+e.cost<d[e.to]){
                d[e.to] = s + e.cost;
                if (!inq[e.to]){
                    Q.push(e.to);inq[e.to] = 1;
                    if (++cnt[e.to]>n)return INF;
                }
            }
        }
    }
    return d[t];
}
}g;
int main(){
    int n,m,s,t;
    for (int T=0;~scanf("%d%d%d%d",&n,&m,&s,&t);){
        g.Init(n,m,s,t);
        int ans = g.spfa(s,t);
        printf("Case %d: %d\n",++T,ans);
    }
    return 0;
}

bool find_negative_loop() { //找负环
    memset(d, 0, sizeof(d));
    for(int i = 0; i < V; i++) {
        for(int j = 0; j < E; j++) {
            edge e = es[j];
            if(d[e.to] > d[e.from] + e.cost) {
                d[e.to] = d[e.from] + e.cost;
                if(i == V - 1) return true;
            }
        }
    }
    return false;
}
}

```

最短路 Dijkstra 同时求解次短路

```
#include <cstdio>
#include <cstring>
#include <queue>
#include <algorithm>
using namespace std;
typedef long long LL;
typedef pair<LL, int> P;
const int INF = 0x3f3f3f3f3f3f3f3f;
const int N = 2e5 + 7;

struct Edge{
    int to;
    LL cost;
    Edge(int tv = 0, LL tc = 0):to(tv), cost(tc){}
};

vector<Edge> G[N];
int n, m;
LL dist[N];    //最短距离
LL dist2[N];   //次短距离

LL Dijkstra(){
    memset(dist, INF, sizeof(dist));
    memset(dist2, INF, sizeof(dist2));
    //从小到大的优先队列
    //使用 pair 而不用 edge 结构体
    //是因为这样我们不需要重载运算符
    //pair 是以 first 为主关键字进行排序
    priority_queue<P, vector<P>, greater<P> > Q;
    //初始化源点信息
    dist[1] = 0;
    Q.push(P(0, 1));
    //同时求解最短路和次短路
    for(; !Q.empty();){
        P p = Q.top(); Q.pop();
        //first 为 s->to 的距离, second 为 edge 结构体的 to
        int v = p.second;
        LL d = p.first;
        //当取出的值不是当前最短距离或次短距离, 就舍弃他
        if (dist2[v] < d) continue;
        for (int i = 0; i < G[v].size(); i++){
            Edge &e = G[v][i];
```

```

        LL d2 = d + e.cost;
        if (dist[e.to] > d2){
            swap(dist[e.to], d2);
            Q.push(P(dist[e.to], e.to));
        }
        //printf("dist2[%d] = %d, d2 = %d\n", e.to, dist2[e.to], d2);
        if (dist2[e.to] > d2 && dist[v] < d2){
            dist2[e.to] = d2;
            Q.push(P(dist2[e.to], e.to));
        }
    }
}
return dist2[n];
}

```

多源最短路(Floyed)

```

#include <cstdio>
#include <cstring>
#include <iostream>
#include <algorithm>
using namespace std;
const int INF = 0x3f3f3f3f;
const int N = 200;
int n, G[N][N], d[N][N];
inline void Init(int n){
    this->n = n;
    memset(G, INF, sizeof(G));
    memset(d, INF, sizeof(d));
}
inline void AddEdge(int f, int t){
    G[f][t] = d[f][t] = 1;
}
inline void floyed(){
    for (int k=1; k<=n; k++)
        for (int i=1; i<=n; i++) if (i!=k)
            for (int j=1; j<=n; j++) if (j!=i && j!=k)
                d[i][j] = min(d[i][j], d[i][k] + d[k][j]);
}

```

欧拉回路 dfs

```

const int N = 9999, INF = 0x3f3f3f3f;
struct EulerCircle{
    struct Edge{
        int to, nxt;
        Edge(){}
        Edge(int x, int y):to(x),nxt(y){}
    }edges[N];
    int head[N], n, E;
    inline void Init(const int &n){
        this->n = n; E = 0;
        for (int i=0; i<=n; i++)head[i]=-1;
    }
    inline void AddEdge(int f, int t){
        edges[++E] = Edge(t, head[f]);
        head[f] = E ;
    }
    stack<int >S;
    bool vis[N]; //use when dfs
    inline void dfs(int x){ //get EulerCircle
        Edge e;
        for (int i=head[x]; i!=-1; i=e.nxt){
            e = edges[i];
            if (vis[i])continue;
            vis[i] = 1;
            dfs(e.to);
            S.push(x);
        }
    }
    inline void getEulerCircle(){
        while (!S.empty())S.pop();
        memset(vis, 0, sizeof(vis));
        dfs(1);
        for (; !S.empty(); S.pop())
            printf("%d ", S.top());
        puts("1");
    }
} g ;

```

混合图欧拉回路

解析见紫书 376

ATTENTION:需要注意的是，网络流里是有反向边的，dinic 跑完之后反向边不要添加到新图里面了
加到 Dinic 里面

```
inline void buildEuler(int n){
    for (int i=1;i<=n;i++){
        for (int nxt,j=head[i];j!=-1;j=nxt){
            Edge &e = edges[j]; nxt = e.nxt;
            if (e.to==s||e.to==t) continue ;
            if (!e.cap)continue;
            if (e.flow==e.cap)gg.AddEdge(e.to,e.from);
            else gg.AddEdge(e.from, e.to);
        }
    }
}
```

main 哇哦

```
int d[N];//degree = out - in
bool work(int n){
    int flow = 0;
    for (int i=1;i<=n;i++){
        if (d[1]&1)return 0;
        if (d[i]>0){
            g.AddEdge(g.s,i,d[i]>>1);
            flow += d[i]>>1;
        }else if (d[i]<0)
            g.AddEdge(i,g.t,-(d[i]>>1));
    }
    if (flow != g.maxFlow()) return 0;
    return 1;
}

int main(){
    //freopen("in.txt","r",stdin);
    int T,x,y,n,m;
    scanf("%d",&T);
    for (char ch;T--;){
        scanf("%d%d",&n,&m);
        g.Init(n,0,n+1);
    }
}
```

```

    gg.Init(n);
    memset(d,0,sizeof(d));
    for (int i=1;i<=m;i++){
        scanf("%d%d %c\n",&x,&y,&ch);
        if (ch=='D') gg.AddEdge(x,y);
        else g.AddEdge(x,y,1);
        d[x]++;d[y]--;//Degree
    }
    if (!work(n))puts("No euler circuit exist");
    else {
        g.buildEuler(n);
        gg.getEulerCircle();
    }
    if (T)puts("");
}
return 0;
}

```

拓扑排序 topsort

```

#include <iostream>
#include <cstring>
#include <queue>
#include <cstdio>
using namespace std;
const int maxn=107;
int x,y,m,n;
bool f[maxn][maxn];
int in[maxn];

int main(){
    //freopen("fuck.in" ,"r",stdin);
    while(scanf("%d%d",&n,&m)==2&&(m|n)){
        memset(f,0,sizeof(f));
        memset(in,0,sizeof(in));
        for(;m--;){
            scanf("%d%d",&x,&y);
            f[x][y] = 1;
            in[y]++;
        }

        int A=0,ans[maxn];
        queue<int>Q;
    }
}

```



```

    for (int i=1;i<=n;i++)if (in[i]==0)Q.push(i);
    while(!Q.empty()){
        int x=Q.front(); Q.pop();
        ans[++A]=x;
        for(int j=1;j<=n;j++)if (f[x][j]){
            if (--in[j]==0)Q.push(j);
        }
    }
    for (int i=1;i<A;i++)printf("%d ",ans[i]);
    printf("%d\n",ans[A]);
}
return 0;
}

```

最大流 (Dinic)

```

#include<queue>
#include<stack>
#include<cstdio>
#include<vector>
#include<cstring>
#include<iostream>
using namespace std;
typedef long long LL;
const int INF=0x3f3f3f3f;
const int N = 9999;
struct Dinic{
    struct Edge{
        int from,to,cap,flow,nxt;
        Edge(){}
        Edge(int u,int v,int c,int f,int n):
            from(u),to(v),cap(c),flow(f),nxt(n){}
    }edges[N];
    int n, s, t, E, head[N];
    bool vis[N]; //use when bfs
    int d[N],cur[N]; //dist,now edge,use in dfs
    inline void AddEdge(int f,int t,int c){
        edges[++E] = Edge(f,t,c,0,head[f]);
        head[f] = E;
        edges[++E] = Edge(t,f,0,0,head[t]);
        head[t] = E;
    }
    inline void Init(int n,int s,int t){

```

```

    this -> n = n ; E = -1;
    this -> s = s ; head[s] = -1;
    this -> t = t ; head[t] = -1;
    for (int i=0;i<=n;i++) head[i] = -1;
}
inline bool BFS(){
    memset(vis,0,sizeof(vis));
    queue<int >Q;
    d[s] = 0; vis[s] = 1;
    for (Q.push(s);!Q.empty();){
        int x = Q.front(); Q.pop();
        for (int nxt,i = head[x];i!=-1;i = nxt){
            Edge &e = edges[i]; nxt = e.nxt;
            if (vis[e.to]||e.cap<=e.flow)continue;
            vis[e.to]=1;
            d[e.to]=d[x]+1;
            Q.push(e.to);
        }
    }
    return vis[t];
}
inline int DFS(const int& x,int a){
    if (x==t||a==0){return a;}
    int flow = 0, f, nxt;
    for (int& i=cur[x];i!=-1;i=nxt){
        Edge& e = edges[i]; nxt = e.nxt;
        if (d[x]+1!=d[e.to])continue;
        if ((f=DFS(e.to,min(a,e.cap-e.flow)))<=0)continue;
        e.flow += f;
        edges[i^1].flow-=f;//c^
        flow+=f; a-=f;
        if (!a) break;
    }
    return flow;
}
inline int maxFlow(){return maxFlow(s,t);}
inline int maxFlow(int s, int t){
    int flow = 0;
    for (;BFS();){
        for (int i=0;i<=n;i++)cur[i]=head[i];
        flow += DFS(s,INF) ;
    }
    return flow;
}

```

```

inline void buildEuler(int n){
    for (int i=1;i<=n;i++){
        for (int nxt,j=head[i];j!=-1;j=nxt){
            Edge &e = edges[j]; nxt = e.nxt;
            if (e.to==s||e.to==t) continue ;
            if (!e.cap)continue;
            if (e.flow==e.cap)gg.AddEdge(e.to,e.from);
            else gg.AddEdge(e.from, e.to);
        }
    }
}
} g ;

```

费用流 (SPFA)

```

#include<queue>
#include<cmath>
#include<cstdio>
#include<vector>
#include<cstring>
#include<iostream>
#include<algorithm>
using namespace std;
typedef long long LL;
const int N = 2007;
const int INF=0x3f3f3f3f;
const double EPS = 1e-6;
struct MCMF{
    struct Edge{
        int from,to,cap,flow,nxt;
        double cost;
        Edge(){}
        Edge(int x,int y,int z,int u,double v,int n){
            from=x;to=y;cap=z;flow=u;cost=v;nxt=n;
        }
    }
    edges[N];
    int E,head[N],n,s,t,inq[N],p[N],a[N];
    double d[N];
    inline void Init(int n,int s,int t){
        this->n = n; E = -1;
        this->s = s; this->t = t;
        memset(head,-1,sizeof(head));
    }
}

```

```

inline void AddEdge(int f,int t,int c,double w){
    edges[++E] = Edge(f,t,c,0, w,head[f]);
    head[f] = E;
    edges[++E] = Edge(t,f,0,0,-w,head[t]);
    head[t] = E;
}

bool spfa(int s,int t,int flow,double &cost){
    for (int i=0;i<=n;i++)d[i]=INF;
    memset(inq,0,sizeof(inq));
    d[s]=0;inq[s]=1;p[s]=0;a[s]=INF;
    queue<int>Q;Q.push(s);
    for (;!Q.empty();){
        int nxt, u =Q.front();Q.pop();inq[u]=0;
        for (int i=head[u];i!=-1;i=nxt){
            Edge &e = edges[i]; nxt = e.nxt;
            if (e.cap<=e.flow||d[e.to]<=d[u]+e.cost)continue;
            d[e.to] = d[u] + e.cost;
            p[e.to] = i;
            a[e.to] = min(a[u],e.cap-e.flow);
            if (!inq[e.to]){Q.push(e.to);inq[e.to]=1;}
        }
    }
    if (d[t]==INF)return 0;//false
    flow += a[t];
    cost += (double)d[t]*(double)a[t];
    for (int u=t;u!=s;u=edges[p[u]].from){
        edges[p[u] ].flow += a[t];
        edges[p[u]^1].flow -= a[t];
    }
    return 1;//true
}

double mcmf(){//需要保证初始网络中没有负权
    int flow =0;
    double cost = 0;
    for (;spfa(s,t,flow,cost););
    return cost;
} //MinCostMaxFlow
} g ;

```

强连通分量 Tarjan

hdu5934

```
#include <cmath>
#include <cstdio>
#include <cstring>
#include <iostream>
#include <algorithm>
using namespace std;
typedef long long LL;
const LL N = 1e3 + 7;
const LL INF = 1e8 + 7;
struct bomb{
    LL x, y, r, c;
    void read(){
        scanf("%lld%lld%lld%lld", &x, &y, &r, &c);
    }
} bombs[N];
LL sqr(LL x){return x*x;}
double dist(LL i, LL j){
    return sqrt(sqr(bombs[i].x - bombs[j].x)
        +sqr(bombs[i].y - bombs[j].y));
}
LL n;
struct tarjan { //复杂度 O(N+M)
    const static LL MAXN = N; //点数
    const static LL MAXM = N*N; //边数
    struct Edge{
        LL to,next;
    } edge[MAXM];
    LL head[MAXN], tot;
    LL Low[MAXN],DFN[MAXN],Stack[MAXN],Belong[MAXN]; //Belong 数组的值
    //是 1~scc
    LL Index,top;
    LL scc; //强连通分量的个数
    LL num[MAXN]; //各个强连通分量包含点的个数, 数组编号 1~scc //num 数组
    //不一定需要, 结合实际情况
    bool Instack[MAXN];
    void addedge(LL u,LL v){
        edge[tot].to = v;
        edge[tot].next = head[u];
        head[u] = tot++;
    }
}
```

```

void Tarjan(LL u){
    LL v;
    Low[u] = DFN[u] = ++Index;
    Stack[top++] = u;
    Instack[u] = true;
    for(LL i = head[u]; ~i; i = edge[i].next){
        v = edge[i].to;
        if( !DFN[v] ){
            Tarjan(v);
            Low[u] = min(Low[u], Low[v]);
        }
        else if(Instack[v] && Low[u] > DFN[v])
            Low[u] = DFN[v];
    }
    if(Low[u] == DFN[u]){
        SCC++;
        do{
            v = Stack[--top];
            Instack[v] = false;
            Belong[v] = scc;
            num[scc]++;
        }while( v != u);
    }
}

LL in[MAXN];
LL solve(LL N){
    memset(DFN, 0, sizeof(DFN));
    memset(num, 0, sizeof(num));
    memset(Instack, 0, sizeof(Instack));
    Index = scc = top = 0;
    for(LL i = 1; i <= N; i++) if(!DFN[i]) Tarjan(i);

    //for this problem
    memset(in, 0, sizeof(in));
    for (LL u = 1; u <= n; u++){
        for (LL e = head[u]; ~e; e = edge[e].next){
            LL v = edge[e].to;
            if (Belong[u] != Belong[v])
                in[Belong[v]]++;
        }
    }
    LL ans = 0;
}

```

```
        for (LL i = 1; i <= scc; i++) if (in[i] == 0){
            LL cost = INF;
            for (LL j = 1; j <= n; j++) if (Belong[j] == i){
                cost = min(cost, bombs[j].c);
            }
            ans += cost;
        }
        return ans;
    }

    void init(){
        tot = 0;
        memset(head, -1, sizeof(head));
    }

} g;

int main(){
    //freopen("in.txt", "r", stdin);
    LL T;
    scanf("%lld", &T);
    for (LL cas = 1; cas <= T; cas++){
        printf("Case #lld: ", cas);
        scanf("%lld", &n);
        for (LL i = 1; i <= n; i++){
            bombs[i].read();
        }
        g.init();
        for (LL i = 1; i < n; i++){
            for (LL j = i+1; j <= n; j++){
                double d = dist(i, j);
                if (bombs[i].r >= d) g.addedge(i, j);
                if (bombs[j].r >= d) g.addedge(j, i);
            }
        }
        LL ans = g.solve(n);
        printf("%lld\n", ans);
    }
    return 0;
}
```

倍增 LCA + 最大生成树(truck)

```

#include<cstdio>
#include<vector>
#include<cstring>
#include<iostream>
#include<algorithm>
using namespace std;
const int INF=0x3f3f3f3f;
const int N = 1e5 + 5;
int n,m;

struct graph{
    struct Edge{
        int from,to,w;
        Edge(){}
        Edge(int x,int y,int z):from(x),to(y),w(z){}
        bool operator < (const Edge& a)const{
            return w < a.w;
        }
    }edges[N],be[N];
    int E,f[N],fa[N][20],di[N][20],dep[N];
    bool vis[N];
    vector<int >G[N];
    int F(int x){// 歸
        return f[x]==x?x:(f[x]=F(f[x]));
    }

    inline void link(int x,int y,int z){
        edges[++E]=Edge(x,y,z);
        G[x].push_back(E);
    }

    void build(){
        E=0;
        for (int i=1;i<=n;i++)G[i].clear();
        int x,y,z;
        for (int i=1;i<=n;i++)f[i]=i;
        for (int i=1;i<=m;i++){
            scanf("%d%d%d",&x,&y,&z);
            be[i]=Edge(x,y,z);
            f[F(x)]=F(y);
        }
    }
};

```



```

}

void kruskal(){
    int treenum = 0; //forests
    memset(vis,0,sizeof(vis));
    for (int i=1;i<=n;i++)if (!vis[F(i)]){
        treenum++;vis[F(i)]=1;
    }
    for (int i=1;i<=n;i++)f[i]=i;
    sort(be+1,be+m+1);
    int cnt = 0;
    for (int i=m;i>=1;i--){
        int x = be[i].from;
        int y = be[i].to ;
        if (F(x)==F(y))continue;
        f[F(x)]=F(y);
        cnt++;
        link(x,y,be[i].w);
        link(y,x,be[i].w);
        if (cnt==n-treenum)break;
    }
}

void dfs(int x){
    vis[x] = 1;
    for (int i=1;i<=17;i++){
        if(dep[x]<(1<<i))break;
        fa[x][i]=fa[fa[x][i-1]][i-1];
        di[x][i]=min(di[x][i-1],di[fa[x][i-1]][i-1]);
    }
    for (int i=0;i<G[x].size();i++){
        Edge e = edges[G[x][i]];
        if (vis[e.to])continue;
        fa[e.to][0] = x;
        di[e.to][0] = e.w;
        dep[e.to] = dep[x]+1;
        dfs(e.to);
    }
}

int lca(int x,int y){
    if (dep[x]<dep[y])swap(x,y);
    int t = dep[x] - dep[y];
    for (int i=0;i<=17;i++)

```

```

        if ((1<<i)&t) x = fa[x][i];
    for (int i=17;i>=0;i--)
        if (fa[x][i]!=fa[y][i]){
            x=fa[x][i];y=fa[y][i];
        }
    if (x==y)return x;
    return fa[x][0];
}

int ask(int x,int f){//f:father
    int ans = INF;
    int t = dep[x]-dep[f];
    for (int i=0;i<=17;i++)if(t&(1<<i)){
        ans=min(ans,di[x][i]);
        x = fa[x][i];
    }
    return ans;
}

void work(){
    build();
    kruskal();
    memset(vis,0,sizeof(vis));
    for (int i=1;i<=n;i++)if(!vis[i])dfs(i);
    int q,x,y;
    scanf("%d",&q);
    while (q--){
        scanf("%d%d",&x,&y);
        if (F(x)!=F(y))puts("-1");
        else {
            int t = lca(x,y);
            x = ask(x,t);
            y = ask(y,t);
            printf("%d\n",min(x,y));
        }
    }
}

}g;

int main(){
    for (;~scanf("%d%d",&n,&m);)g.work();
    return 0;
}

```

树链剖分

```

struct TreeChain{
    struct Edge{
        int from, to, nxt;
        Edge(){}
        Edge(int u, int v, int n):
            from(u), to(v), nxt(n){}
    }edges[N];
    int n, E, head[N];

    int tim;
    int siz[N]; //用来保存以 x 为根的子树节点个数
    int top[N]; //用来保存当前节点的所在链的顶端节点
    int son[N]; //用来保存重儿子
    int dep[N]; //用来保存当前节点的深度
    int fa[N]; //用来保存当前节点的父亲
    int tid[N]; //用来保存树中每个节点剖分后的新编号，线段树
    int Rank[N]; //tid 反向数组，不一定需要

    inline void AddEdge(int f, int t){
        edges[++E] = Edge(f, t, head[f]);
        head[f] = E;
    }
    inline void Init(int n){
        tim = 0;
        this->n = n ; E = -1;
        for (int i = 0; i <= n; i++) head[i] = -1;
        for (int i = 0; i <= n; i++) son[i] = -1;
    }

    void dfs1(int u, int father, int d){
        dep[u] = d;
        fa[u] = father;
        siz[u] = 1;
        int nxt;
        for(int i = head[u]; i != -1; i = nxt){
            Edge &e = edges[i]; nxt = e.nxt;
            if (e.to == father) continue;
            dfs1(e.to, u, d + 1);
            siz[u] += siz[e.to];
            if(son[u]==-1 || siz[e.to] > siz[son[u]]) son[u] = e.to;
        }
    }
}

```

```

}
void dfs2(int u, int tp){
    top[u] = tp;
    tid[u] = ++tim;
    Rank[tid[u]] = u;
    if (son[u] == -1) return;
    dfs2(son[u], tp);
    int nxt;
    for(int i = head[u]; i != -1; i = nxt){
        Edge &e = edges[i]; nxt = e.nxt;
        if(e.to == son[u] || e.to == fa[u]) continue;
        dfs2(e.to, e.to);
    }
}
LL query(int u, int v){
    int f1 = top[u], f2 = top[v];
    LL tmp = 0;
    for (; f1 != f2;){
        if (dep[f1] < dep[f2]){
            swap(f1, f2);
            swap(u, v);
        }
        tmp += T.query(tid[f1], tid[u]);
        u = fa[f1]; f1 = top[u];
    }
    if (dep[u] > dep[v]) swap(u, v);
    return tmp + T.query(tid[u], tid[v]);
}
} g ;

```

树分治

poj1741 模板题

```

#include <cstdio>
#include <cstring>
#include <iostream>
#include <algorithm>
using namespace std;
const int N = 1e4 + 7;
const int INF = 0x3f3f3f3f;
int n, k, ans;

```

```

struct Edge{
    int from, to, w, nxt;
    Edge(){ }
    Edge (int f, int t, int _w, int n):from(f),to(t),w(_w),nxt(n){}
} edges[N * 2];
bool vis[N];
int head[N], E, siz[N], dep[N];
void Init(){
    E = 0;
    memset(head, -1, sizeof(head));
    memset(vis, false, sizeof(vis));
}
void AddEdge(int u,int v,int w){
    edges[E] = Edge(u, v, w, head[u]);
    head[u] = E++;
}
int dfssize(int u, int pre){
    siz[u] = 1;
    for(int i = head[u]; i != -1; i = edges[i].nxt){
        Edge &e = edges[i];
        if(e.to == pre || vis[e.to])continue;
        siz[u] += dfssize(e.to, u);
    }
    return siz[u];
}
//找重心
void dfsroot(int u, int pre, int totnum, int &minn, int &root){
    int maxx = totnum - siz[u];
    for (int i = head[u]; i != -1; i = edges[i].nxt){
        Edge &e = edges[i];
        if(e.to == pre || vis[e.to]) continue;
        dfsroot(e.to, u, totnum, minn, root);
        maxx = max(maxx, siz[e.to]);
    }
    if(maxx < minn){minn = maxx; root = u;}
}
//求每个点离重心的距离
void dfsdep(int u,int pre,int dist, int &num){
    dep[num++] = dist;
    for(int i = head[u]; i != -1; i = edges[i].nxt){
        Edge &e = edges[i];
        if(e.to == pre || vis[e.to])continue;
        dfsdep(e.to, u, dist + e.w, num);
    }
}

```

```

}
//计算以 u 为根的子树中有多少点对的距离小于等于 k
int calc(int u, int d){
    //printf("calc(%d, %d)\n", u, d);
    int ans = 0, num = 0;
    dfsdep(u, -1, d, num);
    sort(dep, dep + num);
    int i = 0, j = num - 1;
    for (; i < j; i++){
        while (dep[i]+dep[j]>k && i<j) j--;
        ans += j - i;
    }
    return ans;
}

void solve(int u){
    int Max = N, root, minn = INF;
    int totnum = dfssize(u, -1);
    dfsroot(u, -1, totnum, minn, root);
    ans += calc(root, 0);
    vis[root] = 1;
    for(int i = head[root]; i != -1; i = edges[i].nxt){
        Edge &e = edges[i];
        if (vis[e.to]) continue;
        ans -= calc(e.to, e.w);
        solve(e.to);
    }
}

int main(){
    int u, v, w;
    for (; ~scanf("%d%d", &n, &k) && (n|k);){
        Init();
        for(int i = 1; i < n; i++){
            scanf("%d%d%d", &u, &v, &w);
            AddEdge(u, v, w); AddEdge(v, u, w);
        }
        ans = 0;
        solve(1);
        printf("%d\n", ans);
    }
    return 0;
}

```

图的割点、桥和双连通分支的基本概念

[点连通度与边连通度]

在一个无向连通图中，如果有一个顶点集合，删除这个顶点集合，以及这个集合中所有顶点相关联的边以

后，原图变成多个连通块，就称这个点集为 割点集合。一个图的 点连通度的定义为，最小割点集合中的顶

点数。

类似的，如果有一个边集合，删除这个边集合以后，原图变成多个连通块，就称这个点集为 割边集合。一

个图的 边连通度的定义为，最小割边集合中的边数。

[双连通图、割点与桥]

如果一个无向连通图的点连通度大于 1，则称该图是 点双连通的(point biconnected)，简称 双连通或 重连通。

一个图有割点，当且仅当这个图的点连通度为 1，则割点集合的唯一元素被称为 割点(cut point)，又叫 关节

点(articulation point)。

如果一个无向连通图的边连通度大于 1，则称该图是 边双连通的(edge biconnected)，简称双连通或重连通。

一个图有桥，当且仅当这个图的边连通度为 1，则割边集合的唯一元素被称为 桥(bridge)，又叫 关节边

(articulation edge) 。

可以看出，点双连通与边双连通都可以简称为双连通，它们之间是有着某种联系的，下文中提到的双连通，

均既可指点双连通，又可指边双连通。

[双连通分支]

在图 G 的所有子图 G' 中，如果 G' 是双连通的，则称 G' 为 双连通子图。如果一个双连通子图 G' 它不是任何一

个双连通子图的真子集，则 G' 为 极大双连 通子图。 双连通分支(biconnected component)，或 重连通分支，

就是图的极大双连通子图。特殊的，点双连通分支又叫做 块。

[求割点与桥]

该算法是 R.Tarjan 发明的。对图深度优先搜索，定义 $DFS(u)$ 为 u 在搜索树（以下简称树）中被遍历到的次

序号。定义 $Low(u)$ 为 u 或 u 的子树中能通过非父子边追溯到的最早的节点，即 DFS 序号最小的节点。根据

定义，则有：

$Low(u) = \min \{ DFS(u) \mid (u,v) \text{ 为后向边(返祖边)} \}$ 等价于 $DFS(v) < DFS(u)$ 且 v 不为 u 的父亲节点 $Low(v)$ (u,v

为树枝边(父子边) }

一个顶点 u 是割点，当且仅当满足(1)或(2) (1) u 为树根，且 u 有多于一个子树。 (2) u 不为树根，且满足存

在 (u,v) 为树枝边(或称父子边，即 u 为 v 在搜索树中的父亲)，使得 $DFS(u) \leq Low(v)$ 。

一条无向边 (u,v) 是桥，当且仅当 (u,v) 为树枝边，且满足 $DFS(u) < Low(v)$ 。

[求双连通分支]

下面要分开讨论点双连通分支与边双连通分支的求法。

对于点双连通分支，实际上在求割点的过程中就能顺便把每个点双连通分支求出。建立一个栈，存储当前

双连通分支，在搜索图时，每找到一条树枝边或后向边(非横叉边)，就把这条边加入栈中。如果遇到某时满

足 $\text{DFS}(u) \leq \text{Low}(v)$ ，说明 u 是一个割点，同时把边从栈顶一个个取出，直到遇到了边 (u, v) ，取出的这些边与

其关联的点，组成一个点双连通分支。割点可以属于多个点双连通分支，其余点和每条边只属于且属于一

个点双连通分支。

对于边双连通分支，求法更为简单。只需在求出所有的桥以后，把桥边删除，原图变成了多个连通块，则

每个连通块就是一个边双连通分支。桥不属于任何一个边双连通分支，其余的边和每个顶点都属于且只属

于一个边双连通分支。

[构造双连通图]

一个有桥的连通图，如何把它通过加边变成边双连通图？方法为首先求出所有的桥，然后删除这些桥边，

剩下的每个连通块都是一个双连通子图。把每个双连通子图收缩为一个顶点，再把桥边加回来，最后的这

个图一定是一棵树，边连通度为 1。

统计出树中度为 1 的节点的个数，即为叶节点的个数，记为 leaf 。则至少在树上添加 $(\text{leaf}+1)/2$ 条边，就能

使树达到边二连通，所以至少添加的边数就是 $(\text{leaf}+1)/2$ 。具体方法为，首先把两个最近公共祖先最远的两

个叶节点之间连接一条边，这样可以把这两个点到祖先的路径上所有点收缩到一起，因为一个形成的环一

定是双连通的。然后再找两个最近公共祖先最远的两个叶节点，这样一对一对找完，恰好是 $(\text{leaf}+1)/2$ 次，

把所有点收缩到了一起。

动态规划

各种背包

背包

```
#include <stdio>
#include <string>
#include <algorithm>
using namespace std;
const int N = 100007;
struct node {
    int v,w,n;
    node(){}
    node(int x,int y,int z){ v=x,w=y,n=z;}
}a[N];
int f[N];
int main(){
    //freopen("fuck.in","r",stdin);
    int cash,n,x,y;
    for (;~scanf("%d%d",&cash,&n);){
        int A = 0;
        for(int i=1;i<=n;i++){
            scanf("%d%d",&x,&y);
            for (int t=0;(1<<t)<x;t++){
                int tt=1<<t;
                a[++A]=node(y*tt,y*tt,1);
                x -= tt;
            }
            if (x)a[++A]=node(y*x,y*x,1);
        }
        memset(f,0,sizeof(f));//01 背包
        for (int i=1;i<=A;i++)
            for (int j=cash;j>=a[i].v;j--){
                f[j]=max(f[j],f[j-a[i].v]+a[i].w);
            }
        int ans = 0;//get ans
        for (int i=0;i<=cash;i++) ans=max(ans,f[i]);
        printf("%d\n",ans);
    }
    return 0;
}
```

多重背包通用模板（单调队列）

```

int f[N];
int va[N], vb[N]; //MAX_V
void pack(int V, int v, int w, int n){
    if (n==0 || v==0) return;
    if (n==1){ //01 背包
        for (int i=V; i>=v; --i)
            f[i]=max(f[i], f[i-v]+w);
        return;
    }
    if (n*v>=V-v+1){ //多重背包 (n >= V / v)
        for (int i=v; i<=V; ++i)
            f[i]=max(f[i], f[i-v]+w);
        return;
    }
    for (int j = 0 ; j < v ; ++j ){
        int *pb = va, *pe = va - 1;
        int *qb = vb, *qe = vb - 1;
        for (int k=j, i=0; k<=V; k+=v, ++i){
            if (pe==pb+n){
                if (*pb == *qb) ++qb;
                ++pb;
            }
            int tt = f[k] - i * w;
            *++pe = tt;
            while (qe>=qb&& *qe<tt) --qe;
            *++qe = tt;
            f[k] = *qb + i * w;
        }
    }
}

//主程序调用
memset(f, 0, sizeof(f)); //pack
for (int i=1; i<=n; i++)
    pack(cash, a[i].v, a[i].w, a[i].n);
int ans = 0; //getAns
for (int i=0; i<=cash; i++) ans=max(ans, f[i]);
printf("%d\n", ans);

```

小价值大重量背包问题

```
#include <stdio.h>
#include <iostream>
#include <algorithm>
#include <cmath>
#include <ctime>
using namespace std;
const int MAXN = 1005, MAXV = 1000005;
int f[MAXV];
int v[MAXN];
int w[MAXN];
const int INF = 0x3f3f3f3f;
int main(){
    int T;
    cin >> T;
    while(T--){
        int n, V;
        cin >> n >> V;
        fill(f, f + MAXV, INF);
        f[0] = 0;
        for(int i = 0; i < n; i++) scanf("%d", v + i);
        for(int i = 0; i < n; i++) scanf("%d", w + i);
        for(int i = 0; i < n; i++){
            for(int j = MAXV - 1; j >= v[i]; j--){
                f[j] = min(f[j], f[j - v[i]] + w[i]);
            }
        }
        int ans = -1;
        for(int i = MAXV - 1; i >= 0; i--){
            if (f[i] <= V){
                ans = i;
                break;
            }
        }
        if (ans != -1) printf("%d\n", ans);
        else printf("No solution\n");
    }
    return 0;
}
```

输出 LCS 序列

```

#include <string.h>
#include <stdio.h>
#include <iostream>
#include <algorithm>
#include <stdlib.h>
#include <string>
#include <vector>
using namespace std;
string s1,s2;
string lcs2(string s1,string s2){
    if(s1=="||s2=="")return "";
    int m=s1.size() + 1;
    int n=s2.size() + 1;
    printf("%d %d\n",m,n);
    int lcs[m][n];
    memset(lcs,0,sizeof(lcs));
    for(int i=1;i<m;i++)
        for(int j=1;j<n;j++){
            if(s1[i-1]==s2[j-1])
                lcs[i][j]=lcs[i-1][j-1]+1;
            else
                lcs[i][j]=lcs[i-1][j]>=lcs[i][j-1]?lcs[i-1][j]:lcs[i][j-1]; //取上侧或左侧的最大值
        }
    int i=m-2;
    int j=n-2;
    string ss="";
    while(i!=-1&&j!=-1) {
        if(s1[i]==s2[j]) {
            //printf("%c\n",s1[i]);
            ss+=s1[i];
            i--; j--;
        } else {
            if(lcs[i+1][j+1]==lcs[i][j]) {
                i--; j--;
            } else {
                if(lcs[i][j+1]>=lcs[i+1][j]) i--;
                else j--;
            }
        }
    }
}

```

```

        reverse(ss.begin(),ss.end()); //将字符串倒置
        return ss;
    }
    int main(){
        while(cin>>s1>>s2){
            string s=lcs2(s1,s2);
            cout << s<<endl;
        }
        return 0;
    }

```

TSP 旅行商问题.(状压 DP)

```

#include <iostream>
#include <cstdio>
#include <cstring>
using namespace std;

const int MAXN = 16;
const int INF = 0x3f3f3f3f;
int n;
int dp[1 << MAXN][MAXN];
int d[MAXN][MAXN];

int rec(int s, int v) {
    //记忆化
    if (dp[s][v] >= 0) {return dp[s][v];}
    //已经访问过所有节点并返回零号节点
    if (s == (1 << n) - 1 && v == 0) {
        return dp[s][v] = 0;
    }
    int res = INF;
    for (int u = 0; u < n; u++) {
        if (!(s >> u & 1)) {
            //下一步移动到顶点 u
            res = min(res, rec(s | 1 << u, u) + d[v][u]);
        }
    }
    return dp[s][v] = res;
}

int solve() {
    memset(dp, -1, sizeof(dp));
}

```

```

    printf("%d\n", rec(0, 0));
}

void floyd() {
    for(int k = 0; k < n; k++) {
        for(int i = 0; i < n; i++) {
            for(int j = 0; j < n; j++) {
                if (i == j) d[i][j] = 0;
                else d[i][j] = min(d[i][j], d[i][k] + d[k][j]);
            }
        }
    }
}

int main(){
    int T;
    cin >> T;
    while(T--) {
        memset(d, INF, sizeof(d));
        int m;
        cin >> n >> m;
        for(int i = 0; i < m; i++) {
            int x, y, v;
            scanf("%d%d%d", &x, &y, &v);
            if (d[x - 1][y - 1] > v) d[x - 1][y - 1] = d[y - 1][x - 1] =
v;
        }
        //每个点只能走一次就是原本的 TSP 问题，可以走多次先求各点最短路转化为
TSP
        //道理比如 1 - 3, 1 - 2 那么 1 要走 3 次， TSP 求不出 但是求一波 Floyd
以后， 3 - 2 有条路了，相当于改变了图
        floyd();
        solve();
    }
    return 0;
}

```

DAG 序列反向 DP

```

#include<bits/stdc++.h>
using namespace std;
#define LL long long
const int maxn = 1e5+7;
const int mod = 1e9+7;
vector<int>e[maxn];
LL a[maxn],b[maxn],d[maxn];
LL ans[maxn];
int n,m;
int main(){
    while(scanf("%d%d",&n,&m)!=EOF) {
        for(int i = 0;i<=n;i++)
            e[i].clear();
        memset(d,0,sizeof(d));
        memset(ans,0,sizeof(ans));
        for(int i = 1;i<=n;i++)
            scanf("%lld%lld",&a[i],&b[i]);
        for(int i = 1;i<=m;i++){
            int u,v;
            scanf("%d%d",&u,&v);
            e[v].push_back(u);
            d[u]++;
        }
        queue<int>q;
        for(int i = 1;i<=n;i++)
            if(d[i]==0)q.push(i);
        while(!q.empty()){
            int u = q.front();q.pop();
            for(int i = 0;i<e[u].size();i++){
                int v = e[u][i];
                ans[v]=(ans[v]+(ans[u]+b[u])%mod)%mod;
                if(--d[v]==0)
                    q.push(v);
            }
        }
        LL res = 0;
        for(int i = 1;i<=n;i++)
            res = (res + 1LL*ans[i]*a[i]%mod)%mod;
        printf("%lld\n",res);
    }
}

```

数位 dp

```

/*****
    不要 62
*****/
#include<iostream>
#include<cstdio>
#include<cstring>
#include<string>
using namespace std;
typedef int LL;
LL a[30];
LL dp[30][2];
LL z[30] = {1};
LL n;
LL dfs(LL pos, LL stat, bool limit) {
    if(pos == -1) return 1;
    if(!limit && dp[pos][stat] != -1) return dp[pos][stat];
    LL up = limit ? a[pos] : 9;
    LL ans = 0;
    for(LL i = 0; i <= up; i++) {
        if(i == 2 && stat) continue;
        if(i == 4) continue;
        ans += dfs(pos - 1, i == 6, limit && i == a[pos]);
    }
    if(!limit) dp[pos][stat] = ans;
    return ans;
}
LL solve(LL x) {
    LL pos = 0;
    while(x) {
        a[pos++] = x % 10;
        x /= 10;
    }
    return dfs(pos - 1, 0, true);
}
int main()
{
    memset(dp, -1, sizeof(dp));
    LL n1, n2;
    while(scanf("%d%d", &n1, &n2), n1 + n2) {
        printf("%d\n", solve(n2) - solve(n1 - 1));
    }
}

```



```

    return 0;
}

/*****
    只要 49
*****/
#include<iostream>
#include<cstdio>
#include<cstring>
#include<string>
using namespace std;
typedef long long LL;
LL a[100];
LL dp[100][2];
LL z[100] = {1};
LL n;
LL dfs(LL pos, LL stat, bool limit) {
    if(pos == -1) return 0;
    if(!limit && dp[pos][stat] != -1) return dp[pos][stat];
    LL up = limit ? a[pos] : 9;
    LL ans = 0;
    for(LL i = 0; i <= up; i++) {
        if(stat && i == 9) {
            ans += limit ? (n % z[pos] + 1) : z[pos];
        } else {
            ans += dfs(pos - 1, i == 4, limit && i == a[pos]);
        }
    }
    if(!limit) dp[pos][stat] = ans;
    return ans;
}
LL solve(LL x) {
    LL pos = 0;
    while(x) {
        a[pos++] = x % 10;
        x /= 10;
    }
    return dfs(pos - 1, 0, true);
}
int main()
{
    for(int i = 1; i < 30; i++) {
        z[i] = z[i - 1] * 10;
    }
}

```

```

memset(dp, -1, sizeof(dp));
int t;
cin >> t;
while(t--) {
    cin >> n;
    cout << solve(n) << endl;
}
return 0;
}

```

第二种方法

```

LL n, dp[25][3];
//dp[i][j]:长度为 i, 状态为 j
int digit[25];
//nstatus: 0: 不含 49, 1: 不含 49 但末尾是 4, 2 :含 49
LL DFS(int pos, int status, int limit)
{
    if(pos <= 0) // 如果到了已经枚举了最后一位, 并且在枚举的过程中有 49 序列出现
        return status==2;//注意是 ==
    if(!limit && dp[pos][status]!=-1) //对于有限制的询问我们是不能够记忆化的
        return dp[pos][status];
    LL ans = 0;
    int End = limit?digit[pos]:9; // 确定这一位的上限是多少
    for(int i = 0; i <= End; i++) // 每一位有这么多的选择
    {
        int nstatus = status; // 有点 else s = statu 的意思

        if(status==0 && i==4)//高位不含 49, 并且末尾不是 4 , 现在末尾添 4 返回 1 状态
            nstatus = 1;
        else if(status==1 && i!=4 && i!=9)//高位不含 49, 且末尾是 4, 现在末尾添加的不是 4 返回 0 状态
            nstatus = 0;
        else if(status==1 && i==9)//高位不含 49, 且末尾是 4, 现在末尾添加 9 返回 2 状态
            nstatus = 2;
        ans+=DFS(pos-1, nstatus, limit && i==End);
    }
    if(!limit)
        dp[pos][status]=ans;
    return ans;
}

```

```
}
```

第三种方法·没有 DFS 的纯 DP

```
LL dp[27][3];
int c[27];
//dp[i][j]:长度为 i 的数的第 j 种状态
//dp[i][0]:长度为 i 但是不包含 49 的方案数
//dp[i][1]:长度为 i 且不含 49 但是以 9 开头的数字的方案数
//dp[i][2]:长度为 i 且包含 49 的方案数
void init()
{
    memset(dp,0,sizeof(dp));
    dp[0][0] = 1;
    for(int i = 1; i <= 20; i++)
    {
        dp[i][0] = dp[i-1][0]*10-dp[i-1][1];
        dp[i][1] = dp[i-1][0]*1;
        dp[i][2] = dp[i-1][2]*10+dp[i-1][1];
    }
}

/*****
被 13 整除且包含“13”
*****/
#include<iostream>
#include<cstdio>
#include<cstring>
#include<string>
using namespace std;
typedef int LL;
LL a[30];
LL dp[30][15][3];
LL z[30] = {1};
LL n;

LL dfs(LL pos, LL mod, LL stat, bool limit) {
    if(pos == -1) return mod == 0 && stat == 2;
    if(!limit && dp[pos][mod][stat] != -1) return dp[pos][mod][stat];
    LL up = limit ? a[pos] : 9;
    LL ans = 0;
    for(LL i = 0; i <= up; i++) {
        LL ns = stat;
        if(stat == 0 && i == 1) ns = 1;
    }
}
```

```
        if(stat == 1 && i != 1) ns = 0;
        if(stat == 1 && i == 3) ns = 2;
        ans += dfs(pos - 1, (mod * 10 + i) % 13, ns, limit && i ==
a[pos]);
    }
    if(!limit) dp[pos][mod][stat] = ans;
    return ans;
}

LL solve(LL x) {
    LL pos = 0;
    while(x) {
        a[pos++] = x % 10;
        x /= 10;
    }
    return dfs(pos - 1, 0, 0, true);
}

int main()
{
    memset(dp, -1, sizeof(dp));
    for(LL i = 1; i < 30; i++) {
        z[i] = z[i - 1] * 10;
    }
    while(cin >> n) {
        cout << solve(n)<< endl;
    }
    return 0;
}
```

计算几何(见红书)

没有快滚

其他

C++高精度

```
#include <iostream>
#include <cstdio>
#include <cstdlib>
#include <cstring>
#include <string>
#include <algorithm>
using namespace std;

const int MAXN = 600;
char s1[MAXN], s2[MAXN];
struct bign
{
    int len, s[MAXN];
    bign () {
        memset(s, 0, sizeof(s));
        len = 1;
    }
    bign (int num) { *this = num; }
    bign (const char *num) { *this = num; }
    bign operator = (const int num){
        char s[MAXN];
        sprintf(s, "%d", num);
        *this = s;
        return *this;
    }
    bign operator = (const char *num){
        for(int i = 0; num[i] == '0'; num++) ; //È¥Ç°µ%0
        len = strlen(num);
        for(int i = 0; i < len; i++) s[i] = num[len-i-1] - '0';
        return *this;
    }
    bign operator + (const bign &b) const //+
    {
        bign c;
        c.len = 0;
        for(int i = 0, g = 0; g || i < max(len, b.len); i++){
            int x = g;
            if(i < len) x += s[i];
```

```

        if(i < b.len) x += b.s[i];
        c.s[c.len++] = x % 10;
        g = x / 10;
    }
    return c;
}
bign operator += (const bign &b){
    *this = *this + b;
    return *this;
}
void clean(){
    while(len > 1 && !s[len-1]) len--;
}
bign operator * (const bign &b) /**
{
    bign c;
    c.len = len + b.len;
    for(int i = 0; i < len; i++){
        for(int j = 0; j < b.len; j++){
            c.s[i+j] += s[i] * b.s[j];
        }
    }
    for(int i = 0; i < c.len; i++){
        c.s[i+1] += c.s[i]/10;
        c.s[i] %= 10;
    }
    c.clean();
    return c;
}
bign operator *= (const bign &b){
    *this = *this * b;
    return *this;
}
bign operator - (const bign &b){
    bign c;
    c.len = 0;
    for(int i = 0, g = 0; i < len; i++){
        int x = s[i] - g;
        if(i < b.len) x -= b.s[i];
        if(x >= 0) g = 0;
        else{
            g = 1;
            x += 10;
        }
    }
}

```

```

        c.s[c.len++] = x;
    }
    c.clean();
    return c;
}
bign operator -= (const bign &b){
    *this = *this - b;
    return *this;
}
bign operator / (const bign &b){
    bign c, f = 0;
    for(int i = len-1; i >= 0; i--){
        f = f*10;
        f.s[0] = s[i];
        while(f > b || f == b)
        {
            f -= b;
            c.s[i]++;
        }
    }
    c.len = len;
    c.clean();
    return c;
}
bign operator /= (const bign &b){
    *this = *this / b;
    return *this;
}
bign operator % (const bign &b){
    bign r = *this / b;
    r = *this - r*b;
    return r;
}
bign operator %= (const bign &b){
    *this = *this % b;
    return *this;
}
bool operator < (const bign &b){
    if(len != b.len) return len < b.len;
    for(int i = len-1; i >= 0; i--){
        if(s[i] != b.s[i]) return s[i] < b.s[i];
    }
    return false;
}

```

```
bool operator > (const bign &b){
    if(len != b.len) return len > b.len;
    for(int i = len-1; i >= 0; i--){
        if(s[i] != b.s[i]) return s[i] > b.s[i];
    }
    return false;
}
bool operator == (const bign &b){
    return !(*this > b) && !(*this < b);
}
string str() const{
    string res = "";
    for(int i = 0; i < len; i++) res = char(s[i]+'0') + res;
    return res;
}

};

int main(){
    bign a, b, c;
    while(scanf("%s %s", s1, s2) != EOF)
    {
        a = bign(s1);
        b = bign(s2);
        c = a / b;
        cout << c.str() << endl;
    }
    return 0;
}
```


Java 大整数

一：在 java 中的基本头文件（java 中叫包）

```
import java.io.*
```

```
import java.util.*
```

我们所用的输入 scanner 在这个包中

```
import java.math.*
```

我们下面要用到的 BigInteger 就在这个包中

二：输入与输出

读入 Scanner cin=new Scanner (System.in)

```
While(cin.hasNext()) //相当于 C 语言中的 !=EOF
```

```
n = cin.nextInt(); //输入一个 int 型整数
```

```
n = cin.nextBigInteger(); //输入一个大整数
```

```
System.out.print(n); //输出 n 但不换行
```

```
System.out.println(); //换行
```

```
System.out.println(n); //输出 n 并换行
```

```
System.out.printf("%d\n",n); //类似 C 语言中的输出
```

三：定义变量

定义单个变量：

```
int a,b,c; //和 C++ 中无区别
```

```
BigInteger a; //定义大数变量 a
```

```
BigInteger b= new BigInteger("2"); //定义大数变量 b 赋值为 2;
```

```
BigDecimal n; //定义大浮点数类 n;
```

定于数组：

```
int a[]= new int[10] //定义长度为 10 的数组 a
```

```
BigInteger b[] =new BigInteger[100] //定义长度为 100 的数组 a
```

四：表示范围

布尔型 boolean 1 true,false false

字节型 byte 8 -128-127 0

字符型 char 16 '\u0000' - '\uffff' '\u0000'

短整型 short 16 -32768-32767 0

整型 int 32 -2147483648,2147483647 0

长整型 long 64 -9.22E18,9.22E18 0

浮点型 float 32 1.4E-45-3.4028E+38 0.0

双精度型 double 64 4.9E-324,1.7977E+308 0.0

BigInteger 任意大的数，原则上只要你的计算机内存足够大，可以有无限位

五：常用的一些操作

```
A=BigInteger.ONE;    //把 0 赋给 A
B=BigInteger.valueOf (3);    //把 3 赋给 B;
A[i]=BigInteger.valueOf (10);    //把 10 赋给 A[i]
c=a.add(b)           //把 a 与 b 相加并赋给 c
c=a.subtract(b)       //把 a 与 b 相减并赋给 c
c=a.multiply(b)        //把 a 与 b 相乘并赋给 c
c=a.divide(b)          //把 a 与 b 相除并赋给 c
c=a.mod(b)             // 相当于 a%b
a.pow(b)               //相当于 a^b
a.compareTo(b):        //根据该数值是小于等于或大于 a 返回 -1、0 或 1;
a.equals(b):           //判断两数是否相等，也可以用 compareTo 来代替;
a.min(b), a.max(b):    //取两个数的较小、大者;
```

例题：hdu5920

题意：求一个数用 50 个以内的回文数加起来的方案

```
import java.math.*;
//import java.io.*;
import java.util.*;
public class Main {
    public static BigInteger fanzhuan(BigInteger n){
        int k = String.valueOf(n).length();
        BigInteger ret = BigInteger.ZERO;
        for (int i=1;i<=k;i++){
            ret = ret.add(n.mod(BigInteger.TEN));
            ret = ret.multiply(BigInteger.TEN);
            n = n.divide(BigInteger.TEN);
        }
        ret = ret.divide(BigInteger.TEN);
        return ret;
    }
    public static void main(String[] argv){
        Scanner cin = new Scanner(System.in);
        int T =cin.nextInt();
        for (int cas=1;cas<=T;cas++){
            BigInteger n = cin.nextBigInteger();
            int N = String.valueOf(n).length();
            int A = 0;
            BigInteger ans[] = new BigInteger[55];
            for (;N>1;){
                //System.out.println("n=" + n);
                BigInteger one0 = BigInteger.TEN.pow(N>>1);
```

```

        BigInteger half = n.divide(one0);
        if (N<=2){
            if (N==1){
                ans[++A] = n;
                n = BigInteger.ZERO;
                break;
            }else { //2 wei
                if (n.compareTo(BigInteger.valueOf(19))==0){
                    ans[++A] = BigInteger.valueOf(11);
                    ans[++A] = BigInteger.valueOf( 8);
                    n = BigInteger.ZERO;
                    break;
                }else if (n.compareTo(BigInteger.valueOf(19))==-
1){
                    ans[++A] = BigInteger.valueOf(9);
                    ans[++A] = n.subtract(BigInteger.valueOf(9));
                    n = BigInteger.ZERO;
                    break;
                } //else continue;
            }
        }
        half = half.subtract(BigInteger.ONE);
        //System.out.println("half=" + half);
        BigInteger fan = fanzhuan(half);
        if (N%2>0) fan = fan.mod(one0);
        //System.out.println("fan=" + fan);
        BigInteger jan = half.multiply(one0).add(fan);
        //System.out.println("jan=" + jan);
        ans[++A] = jan ;
        n = n.subtract(jan);
        N = String.valueOf(n).length();
    }
    if (n.compareTo(BigInteger.ZERO)==1)ans[++A] = n;
    System.out.printf("Case #d:\n%d\n",cas,A);
    for (int i=1;i<=A;i++){
        System.out.println(ans[i]);
    }
}
cin.close();
}
}

```

头文件

```
#include <iostream>
#pragma comment(linker, "/STACK:1024000000,1024000000")
#include <stdio.h>
#include <fstream>
#include <iomanip>
#include <cmath>
#include <string>
#include <string.h>
#include <sstream>
#include <cctype>
#include <climits>
#include <set>
#include <map>
#include <deque>
#include <queue>
#include <vector>
#include <iterator>
#include <algorithm>
#include <stack>
#include <functional>
/*int 类型最大值 INT_MAX, short 最大值为 SHORT_MAX
long long 最大值为 LONG_LONG_MAX*/
//cout << "OK" << endl;
#define _clr(x,y) memset(x,y,sizeof(x))
#define _inf(x) memset(x,0x3f,sizeof(x))
#define pb push_back
#define mp make_pair
#define FORD(i,a,b) for (int i=(a); i<=(b); i++)
#define FORP(i,a,b) for (int i=(a); i>=(b); i--)
#define REP(i,n) for (int i=0; i<(n); i++)
using namespace std;
const int INF = 0x3f3f3f3f;
const double eps = 1e-8;
const double EULER = 0.577215664901532860;
const double PI = 3.1415926535897932384626;
const double E = 2.71828182845904523536028;

typedef long long LL;
```

输入挂

```
const int BUFSIZE = 100 * 1024 * 1024;
char Buf[BUFSIZE + 1], *buf = Buf;
template<class T>
void read(T &a){
    for(a=0; *buf<'0' || *buf>'9'; buf++);
    while(*buf>='0' && *buf<='9'){
        a = a*10+(*buf-'0'); buf++;
    }
}
```

对拍模板, freopen

FOR ACM OI

在 linux 的 shell 脚本对拍命令

执行方法：在终端下，进入当前目录，输入"sh ./nick.sh"，（其中 nick.sh 为当前 shell 脚本名）ubuntu14.04 下实测成功

```
while true; do
./make>tmp.in #出数据
./tmp<tmp.in>tmp.out #被测程序
./tmp2<tmp.in>tmp2.out #正确（暴力）程序
if diff tmp.out tmp2.out; then #比较两个输出文件
printf AC #结果相同显示 AC
else
echo WA #结果不同显示 WA，并退出
#cat tmp.out tmp2.out
exit 0
fi #if 的结束标志,与 C 语言相反, 0 为真
done # while 的结束标志
#BY NICK WONG 2014-08-29
#在终端下，进入当前目录，输入"sh ./nick.sh"，（其中 nick.sh 为当前 shell 脚本名） '#' 表示单行注释
#diff 在两文件相同时返回空串
```

freopen 的关闭

```
freopen("in.txt", "r", stdin);
fclose(stdin);
freopen("CON", "r", stdin);
```

windows 下对拍

```
:again  
  
D:\cb-work4\gen\bin\Debug\gen.exe  
D:\cb-work4\duiA\bin\Debug\duiA.exe  
D:\cb-work4\duiB\bin\Debug\duiB.exe  
fc C:\Users\admin\Desktop\duipai\out1.txt  
C:\Users\admin\Desktop\duipai\out2.txt  
if not errorlevel 1 goto again  
pause
```

linux 下对拍

```
if diff test.out test.ans;then  
echo AC  
else  
echo WA  
exit 0  
fi  
done  
*/
```