

一、填空题（每小题 3 分，共 18 分）

1. 极限 $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x =$ _____.
2. 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + n + 1}{n^2 - 1} =$ _____.
3. 设 $y = \ln|x|$ ，则 $y' =$ _____.
4. 函数 $y = xe^{-x}$ 的极值点为 $x =$ _____.
5. 积分 $\int_{-1}^1 \sin^{2021} x dx =$ _____.
6. 积分 $\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx =$ _____.

二、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

1. 当 $x \rightarrow 0$ 时， $\sqrt{1+x}-1$ 是 x 的（ ）.
 - A. 高阶无穷小
 - B. 低阶无穷小
 - C. 同阶无穷小
 - D. 等价无穷小
2. $x=0$ 是函数 $f(x) = \arctan \frac{1}{x}$ 的（ ）.
 - A. 可去间断点
 - B. 跳跃间断点
 - C. 无穷间断点
 - D. 连续点
3. $\cos 1$ 的导数是（ ）.
 - A. $\sin 1$
 - B. $-\sin 1$
 - C. $-\cos 1$
 - D. 0
4. 设函数 $y = \tan 2x$ ，则 $dy =$ （ ）.
 - A. $\sec^2 2x$
 - B. $\sec^2 2x dx$
 - C. $2\sec^2 2x$
 - D. $2\sec^2 2x dx$
5. 若在区间 (a,b) 内有 $f'(x) < 0, f''(x) > 0$ ，则 $f(x)$ 在区间 (a,b) 内（ ）.
 - A. 单调减且是凹的
 - B. 单调减且是凸的
 - C. 单调增且是凹的
 - D. 单调增且是凸的
6. 设 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的一个原函数，则 $\int e^{-x} f(e^{-x}) dx =$ （ ）.
 - A. $F(e^x) + C$
 - B. $e^{-x} F(e^{-x}) + C$
 - C. $-F(e^{-x}) + C$
 - D. $F(e^{-x}) + C$

7. 已知曲线 L 的参数方程是 $\begin{cases} x = 4(t - \sin t) \\ y = 4(1 - \cos t) \end{cases}$, 则曲线 L 上 $t = \frac{\pi}{2}$ 处的切线方程是().

- A. $x + y = 2\pi$ B. $x - y = 2\pi - 8$ C. $x + y = 2\pi - 8$ D. $x - y = 2\pi$

8. 曲线 $y = x + \frac{x}{x^2 - 1}$ 的渐近线不包括().

- A. $y = 0$ B. $x = 1$ C. $x = -1$ D. $y = x$

9. 广义积分 $\int_0^1 \frac{1}{x} dx =$ ().

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 发散

10. 曲线 $y = \sqrt{x}$ 及直线 $x = 1, y = 0$ 所围平面图形绕 y 轴旋转所得旋转体的体积为().

- A. $\frac{\pi}{5}$ B. $\frac{2\pi}{5}$ C. $\frac{4\pi}{5}$ D. $\frac{\pi}{2}$

请务必将以上选择题答案填入前面表格中, 否则不得分!

三、计算题 (每小题 4 分, 共 32 分)

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2 \sin x)^{\frac{1}{x}}$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^2 \ln(1+x)}$

(3) $\frac{d}{dx} \ln(1+x^2)$

$$(4) \quad \frac{d}{dx} \int_0^{x^2} \sqrt{1+t^2} dt$$

$$(5) \quad \int \frac{1-x}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

$$(6) \quad \int \ln x dx$$

$$(7) \quad \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin^3 x + \cos^3 x) dx$$

$$(8) \quad \int_0^4 e^{\sqrt{x}} dx$$

四、解答题（每小题 5 分，共 20 分）

1. 求曲线 $y = \frac{x^2}{1+x^2}$ ，直线 $x=0, x=1$ 与 x 轴所围图形面积.

2. 设函数 $y = f(x)$ 由方程 $2y^3 - 2y^2 + 2xy - x^2 = 1$ 确定,

(1) 求 $f'(1)$;

(2) 证明 $x=1$ 是 $f(x)$ 的极小值点.

3. 已知 $f(x)$ 的一个原函数为 $\frac{\sin x}{x}$, 求:

(1) $f(x)$;

(2) $\int xf'(x)dx$.

4. 已知函数 $f(x)$ 在 $[0, 2]$ 上连续, 在 $(0, 2)$ 内可导, 且 $f(0) = f(2) = 0$, $f(1) = 2$,

(1) 设 $g(x) = f(x) - x$, 证明 $\exists c \in (1, 2)$, 使 $g(c) = 0$;

(2) 证明 $\exists \xi \in (0, 2)$, 使 $f'(\xi) = 1$.