无锡学院　试卷

2022－　2023 学年 第　2　学期

线性代数　课程试卷

试卷类型　B　(注明 A、B 卷)　　**考试类型　闭卷　（注明开、闭卷）**

注意：1、本课程为　必修　（注明必修或选修），学时为　3　，学分为　3

2、本试卷共 6 页；考试时间　120　分钟；　　出卷时间：　2023 年　6　月

3、姓名、学号等必须写在指定地方；　　考试时间：2023　年　月

4、本考卷适用专业年级：　2022 级理工文　　任课教师：________

题　号	一	二	三	四	五	六	七	八	九		**总　分**
得　分											
阅卷人											

（以上内容为教师填写）

专业____________________　年级____________　班级__________

学号____________________　姓名_____________

请仔细阅读以下内容：

1、　考生必须遵守考试纪律。
2、　所有考试材料不得带离考场。
3、　考生进入考场后，须将学生证或身份证放在座位的左上角。
4、　考场内不许抽烟、吃食物、喝饮料。
5、　考生不得将书籍、作业、笔记、草稿纸带入考场，主考教师允许带入的除外。
6、　考试过程中，不允许考生使用通讯工具。
7、　开考 15 分钟后不允许考生进入考场，考试进行 30 分钟后方可离场。
8、　考生之间不得进行任何形式的信息交流。
9、　除非被允许，否则考生交卷后才能离开座位。
10、考试违纪或作弊的同学将被请出考场，其违纪或作弊行为将上报学院。

本人郑重承诺：我已阅读上述 10 项规定，如果考试是违反了上述 10 项规定，本人将自愿接受学校按照有关规定所进行的处理。上面姓名栏所填姓名即表示本人已阅读本框的内容并签名。

一、填空题（每题 3 分，合计 15 分）

1. 设 $A=\begin{pmatrix}1 & 1\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 1 & 2\end{pmatrix}$，则 $AB=$________.

2. 若 $\begin{vmatrix}4 & 3 & 2 & 1\\ 0 & a_{11} & a_{12} & a_{13}\\ 0 & a_{21} & a_{22} & a_{23}\\ 0 & a_{31} & a_{32} & a_{33}\end{vmatrix}=1$，则 $\begin{vmatrix}0 & a_{11} & a_{12} & a_{13}\\ 0 & a_{21} & a_{22} & a_{23}\\ 0 & a_{31} & a_{32} & a_{33}\\ 4 & 3 & 2 & 1\end{vmatrix}=$________.

3. 设向量 $\xi_1=(1,4,7,0)^T,\xi_2=(2,5,0,8)^T$ 是齐次线性方程组 $AX=0$ 的基础解系，则 $r(A)=$__________.

4. 若 $\begin{pmatrix}22 & 31\\ y & x\end{pmatrix}$ 与 $\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$ 相似，则 $x=$_______，$y=$__________.

5. 二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+ax_2^2+x_3^2+2x_1x_2-2ax_1x_3-2x_2x_3$ 的秩为 2，则 $a=$_____.

二、选择题（每题 3 分，合计 15 分）

1.设 $D=\begin{vmatrix}1 & 0 & 1 & 2\\ -1 & 1 & 0 & 3\\ 1 & 1 & 1 & 0\\ -1 & 2 & 5 & 4\end{vmatrix}$，则 $D=$（　　　　）.

A. $-A_{31}+2A_{32}+5A_{33}+4A_{34}$　　B. $A_{13}+A_{33}+5A_{43}$

C. $A_{31}+A_{32}+A_{33}+A_{34}$　　D. $-M_{14}+M_{24}-M_{34}+M_{44}$

2. 设 A 与 B 均为 n 阶非零方阵，且满足 $AB=O$，则 A 和 B 的秩（　　　　）.

A. 必有一个为零　　B. 一个小于 n，一个等于 n

C.都等于 n　　D. 都小于 n

3. 设 $r(\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s)=r$，则（　　　）.

A. 向量组中任意 $r-1$ 个向量均线性无关　　B. 向量组中任意 r 个向量均线性无关

C. 向量组中任意 $r+1$ 个向量均线性相关　　D. 向量组中向量的个数必大于 r

4. 设非齐次线性方程组 $AX=b$，其中 A 是一个 $m\times n$ 的矩阵，且 $m\neq n$，则下列结论正确的是（　　　　）.

A. 若 $AX=b$ 有无穷多解，则 $AX=0$ 仅有零解

B.若 $AX=b$ 有唯一解，则 $AX=0$ 仅有零解

C. 若 $AX=0$ 仅有零解，则 $AX=b$ 有唯一解

D. 若 $AX=0$ 有非零解，则 $AX=b$ 有无穷多解

5. 设 A 为三阶矩阵，$P=\left(\alpha_1，\ \alpha_2，\ \alpha_3\right)$ 为可逆阵，满足 $P^{-1}AP=\begin{pmatrix} a & & \\ & b & \\ & & c \end{pmatrix}$，则

$A(\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3)=$（　　　　）.

A. $a\alpha_1+b\alpha_2$　　B. $a\alpha_1+b\alpha_2+c\alpha_3$　C. $c\alpha_1+b\alpha_2+a\alpha_3$　D. $b\alpha_1+a\alpha_2+c\alpha_3$.

三、（10 分）计算行列式 $\begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$.

四、（10 分）求解矩阵方程 $A\left(X-A\right)=X-E$，其中 $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

五、（10 分）已知向量组 $A=\left(\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4,\boldsymbol{\alpha}_5\right)=\begin{pmatrix}1 & 1 & 2 & 2 & 1\\ 0 & 2 & 1 & 5 & -1\\ 2 & 0 & 3 & -1 & 3\\ 1 & 1 & 0 & 4 & -1\end{pmatrix}$,

求:（1）向量组的秩 $R(A)$ 和一个最大无关组；

（2）把不属于最大无关组的向量用最大无关组线性表示.

六、(10 分) 设 $\boldsymbol{\alpha}_1=\begin{pmatrix}a\\1\\1\end{pmatrix},\boldsymbol{\alpha}_2=\begin{pmatrix}1\\a\\1\end{pmatrix},\boldsymbol{\alpha}_3=\begin{pmatrix}1\\1\\a\end{pmatrix}$，$a$ 取何值时，向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性无关?

七、（10 分）求解非齐次线性方程组$\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 1 \\ 5x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 3 \end{cases}$.

八、（10 分）求矩阵$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$的特征值和对应的特征向量.

九、（10 分）求一个正交变换将二次型 $f=2x_1^2+3x_2^2+3x_3^2+4x_2x_3$ 化成标准形.