

无锡学院 试卷

2021— 2022 学年 第 2 学期

线性代数 课程试卷

试卷类型 B (注明 A、B 卷) 考试类型 闭卷 (注明开、闭卷)

注意：1、本课程为 必修 (注明必修或选修)， 学时为 3，学分为 3

2、本试卷共 5 页；考试时间 120 分钟； 出卷时间：2022 年 5 月

3、姓名、学号等必须写在指定地方； 考试时间：2022 年 月 日

4、本考卷适用专业年级：2021 级各专业 任课教师：

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总 分
得分										
阅卷人										

(以上内容为教师填写)

专业 _____ 年级 _____ 班级 _____

学号 _____ 姓名 _____

请仔细阅读以下内容：

- 1、考生必须遵守考试纪律。
- 2、所有考试材料不得带离考场。
- 3、考生进入考场后，须将学生证或身份证放在座位的左上角。
- 4、考场内不许抽烟、吃食物、喝饮料。
- 5、考生不得将书籍、作业、笔记、草稿纸带入考场，主考教师允许带入的除外。
- 6、考试过程中，不允许考生使用通讯工具。
- 7、开考 15 分钟后不允许考生进入考场，考试进行 30 分钟后方可离场。
- 8、考生之间不得进行任何形式的信息交流。
- 9、除非被允许，否则考生交卷后才能离开座位。
- 10、考试违纪或作弊的同学将被请出考场，其违纪或作弊行为将上报学院。

本人郑重承诺：我已阅读上述 10 项规定，如果考试是违反了上述 10 项规定，本人将自愿接受学校按照有关规定所进行的处理。上面姓名栏所填姓名即表示本人已阅读本框的内容并签名。

一、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, 则 $2A =$ _____, $|2A| =$ _____.

2. $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$, 则 $A^{-1} =$ _____.

3. 若 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & t \end{pmatrix}$ 的秩为 2, 则 $t =$ _____.

4. 设向量组 $\alpha_1 = (2, 1, -2)^T, \alpha_2 = (0, 3, 1)^T, \alpha_3 = (0, 0, k-2)^T$ 为 R^3 的一组基, 则 $k \neq$ _____.

5. 若 3 阶矩阵 A 的特征值为 $1, 3, \frac{1}{3}$, 则 $|A^2| =$ _____.

二、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 设 A, B 为 n 阶方阵, $A \neq 0$ 且满足 $AB = 0$, 则必有 ()

A. $B = 0$ B. $|B| = 0$, 或 $|A| = 0$ C. $BA = 0$ D. $(A+B)^2 = A^2 + B^2$

2. 设 A 和 B 都是 n 阶可逆阵, 若 $C = \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix}$, 则 C^{-1} 为 ()

A. $\begin{pmatrix} A^{-1} & 0 \\ 0 & B^{-1} \end{pmatrix}$ B. $\begin{pmatrix} 0 & B^{-1} \\ A^{-1} & 0 \end{pmatrix}$ C. $\begin{pmatrix} 0 & A^{-1} \\ B^{-1} & 0 \end{pmatrix}$ D. $\begin{pmatrix} B^{-1} & 0 \\ 0 & A^{-1} \end{pmatrix}$

3. 若 n 阶方阵 A 满足 $A^2 - 2A - 3E = 0$, 则矩阵 A 可逆, 且 $A^{-1} =$ ()

A. $A - 2E$ B. $2E - A$ C. $-\frac{1}{3}(A - 2E)$ D. $\frac{1}{3}(A - 2E)$

4. 如果向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s (s \geq 2)$ 线性相关, 那么这个向量组内 () 可由向量组的其余向量线性表示。

A. 任何一个向量 B. 没有一个向量 C. 至少有一个向量 D. 至多有一个向量

5. 设 A, B 为 n 阶矩阵, 且 A 与 B 相似, 则 ()

A. $A = B$

B. A 与 B 的特征值相同

C. A 与 B 的特征向量相同

D. 存在正交矩阵 P , 使得 $B = P^{-1}AP$

三、(10 分) 设行列式 $D = \begin{vmatrix} 4 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \end{vmatrix}$, 求:

(1) D 的值; (2) $A_{41} + A_{42} + A_{43} + A_{44}$.

四、(8 分) 设矩阵 $A = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & -6 \end{pmatrix}$, 求 AB 、 $(AB)^T$ 、 BA 。

五、(8 分) 矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -3 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, 求 A^{-1} 。

六、(10 分) 矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 5 \\ -1 & -1 & -1 & -2 \\ 2 & 0 & 4 & 6 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, 求 A 的秩。

七、(10 分) t 为何值时, 下面的二次型

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 3x_2^2 + 2x_3^2 + 2tx_1x_2$$

是正定的?

八、(12 分) 设向量组 $\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \alpha_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}, \alpha_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}, \alpha_4 = \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \\ 11 \\ 5 \end{pmatrix},$

(1) 求此向量组的秩;

(2) 求此向量组的极大无关组, 并将其余向量用极大无关组线性表示。

九、(12 分) 设 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, 求一正交阵 Q , 使得 $Q^{-1}AQ$ 为对角矩阵。