无锡学院　试卷

2022 — 2023 学年 第 1 学期

概率统计 课程试卷

试卷类型 B **(注明 A、B 卷)**　　**考试类型** 闭卷 **（注明开、闭卷）**

注意：1、本课程为 必修 （注明必修或选修），学时为 48 ，学分为 3

2、本试卷共___页；考试时间_____分钟；　　出卷时间：2022 年 12 月

3、姓名、学号等必须写在指定地方；　　考试时间：2023 年 2 月

4、本考卷适用专业年级： 21 级　　任课教师：______

题　号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	**总　分**
得　分										
阅卷人										

（以上内容为教师填写）

专业______________ 年级__________ 班级__________

学号______________ 姓名__________

请仔细阅读以下内容：

1、 考生必须遵守考试纪律。
2、 所有考试材料不得带离考场。
3、 考生进入考场后，须将学生证或身份证放在座位的左上角。
4、 考场内不许抽烟、吃食物、喝饮料。
5、 考生不得将书籍、作业、笔记、草稿纸带入考场，主考教师允许带入的除外。
6、 考试过程中，不允许考生使用通讯工具。
7、 开考 15 分钟后不允许考生进入考场，考试进行 30 分钟后方可离场。
8、 考生之间不得进行任何形式的信息交流。
9、 除非被允许，否则考生交卷后才能离开座位。
10、考试违纪或作弊的同学将被请出考场，其违纪或作弊行为将上报学院。

本人郑重承诺：我已阅读上述 10 项规定，如果考试是违反了上述 10 项规定，本人将自愿接受学校按照有关规定所进行的处理。上面姓名栏所填姓名即表示本人已阅读本框的内容并签名。

一．选择题（每题 3 分，共 15 分）

1. 甲、乙、丙三个人进行射击，A、B、C 分别表示甲、乙、丙击中目标，则 $\overline{A}\cup\overline{B}\cup\overline{C}$ 表示（　　）。

A、三人都没有击中目标　　　　B、三人都击中目标

C、三人没有同时击中目标　　　　D、至少一人击中目标。

2. 设总体 $X\sim N(0,1)$，X_1,X_2,X_3,X_4 是来自总体 X 的一组样本，若 $k\left[\left(X_1+X_2\right)^2+\left(X_3+X_4\right)^2\right]\sim\chi^2(n)$，则 k、n 的值为（　　）。

A、$k=\dfrac{1}{2}$、$n=4$　　　　B、$k=\dfrac{1}{4}$、$n=4$

C、$k=\dfrac{1}{2}$、$n=2$　　　　D、$k=\dfrac{1}{4}$、$n=2$

3. 设 X_1,X_2,X_3,X_4 是来自总体 X 的一组样本，则下列关于 X 的无偏估计中，最有效的是（　　）。

A、$\dfrac{1}{2}\left(X_1+X_2\right)$　　　　B、$\dfrac{1}{4}\left(X_1+X_2+X_3+X_4\right)$

C、$\dfrac{1}{3}\left(X_1+X_2+X_3\right)$　　　　D、$\dfrac{1}{4}X_1+\dfrac{3}{4}X_2-\dfrac{1}{4}X_3+\dfrac{1}{4}X_4$

4. 设随机变量 X 的概率密度函数为 $f_X(x)$，则随机变量 $Y=2-3X$ 的概率密度函数为（　　）。

A、$\dfrac{1}{3}f_X\left(-\dfrac{y-2}{3}\right)$　　　　B、$\dfrac{1}{3}f_X\left(\dfrac{y-2}{3}\right)$

C、$-\dfrac{1}{3}f_X\left(-\dfrac{y-2}{3}\right)$　　　　D、$-\dfrac{1}{3}f_X\left(\dfrac{y-2}{3}\right)$

5. 设总体 X 的数学期望 $EX=1$，方差 $DX=2$，X_1,X_2,X_3,X_4 为一组样本，则下列选项中正确的是（　　）。

A、$P\left\{\left|\sum_{i=1}^{4}X_i-1\right|<\varepsilon\right\}\geq 1-\dfrac{2}{\varepsilon^2}$　　　　B、$P\left\{\left|\sum_{i=1}^{4}X_i-1\right|<\varepsilon\right\}\geq 1-\dfrac{1}{2\varepsilon^2}$

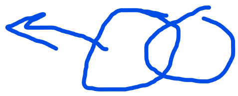
C、$P\left\{\left|\sum_{i=1}^{4}X_i-4\right|<\varepsilon\right\}\geq 1-\dfrac{8}{\varepsilon^2}$　　　　D、$P\left\{\left|\sum_{i=1}^{4}X_i-4\right|<\varepsilon\right\}\geq 1-\dfrac{32}{\varepsilon^2}$

二．填空题（每题 3 分，共 15 分）

1. 设随机变量 $X \sim N(0,2)$，$Y \sim U(2,4)$，且 X 与 Y 相互独立，则 $E(2X-3Y+2)=$ -7 ，$D(2X-3Y+2)=$ 11 。

2. 设从总体抽取容量为 10 的样本，测得其样本值为：49.3，29.2，28.2，28.0，30.6，26.3，31.6，33.9，29.4，23.5，则样本均值 $\bar{x}=$______，样本方差 $s^2=$______。

3. 已知 $P(B)=0.5$ ，$P(A|\bar{B})=0.6$，则 $P(A\bar{B})=$ 0.3 ，$P(\bar{A}\,\bar{B})=$ 0.2 。

.3 

4. 设随机变量 X 的分布律为

X	-1	1	2
P	$\frac{1}{k}$	$\frac{2}{3k}$	$\frac{1}{2k}$

则 $k=$______，$P(-1 \le X < 1)=$______。

5. 假定职工的月收入 $X \sim N(\mu,\ \sigma^2)$，现从某公司职工中随机抽取 25 个人调查其工资收入情况，测得月平均工资为 3500 元，样本标准差为 200 元，，则该公司职工的月平均工资的置信度为 95%的置信区间为______。

附表：$t_{0.025}(24)=2.0639$，$t_{0.05}(24)=1.7109$，$t_{0.025}(25)=2.0595$，$t_{0.05}(25)=1.7081$.

三、**（本题 10 分）** 学校乒乓球队共有 20 名队员，其中一级队员 5 人，二级队员 10 人，三级队员 5 人。一、二、三级队员能通过选拔代表学校参加比赛的概率分别是 0.9，0.7，0.5。求

（1） 任选一名队员能通过选拔进入比赛的概率；

（2） 现有一名队员已经通过选拔，则他最有可能是几级队员？

四、**（本题 10 分）** 设随机变量 $X \sim N(3,4)$ ，

（1）求 $P(2 < X < 4)$；

（2）求 $P(X > 5)$；

（3）$\overline{X}$ 是样本均值，现选取样本容量为 16 的样本，求 $P(\overline{X} > 3.5)$。

附表：$\Phi(1)=0.8413$，$\Phi(0.5)=0.6915$，$\Phi(0.25)=0.5987$ 。

(1) $\varphi\left(\frac{4-3}{2}\right)-\varphi\left(\frac{2-3}{2}\right)=\varphi\left(\frac{1}{2}\right)-\left(1-\varphi\left(\frac{1}{2}\right)\right)$

$=2\varphi\left(\frac{1}{2}\right)-1$

(2) $1-\varphi\left(\frac{5-3}{2}\right)=1-\varphi(1)$

(3) $\overline{X}\sim N\left(3,\frac{1}{4}\right)$

$P(\overline{X}>3.5)=$

五、**（本题 10 分）**

（1）设连续型随机变量 X 的概率密度函数为

$$f(x)=\begin{cases} ax^2+b, & 0<x<1, \\ 0, & 其他. \end{cases}，且 E(X)=\frac{1}{4}$$

求常数 a、b。

$$\begin{cases} \int_0^1 ax^2+b=1 \\ \int_0^1 f(x)x\,dx=\frac{1}{4} \end{cases}$$

（2）设二维连续型随机变量 (X,Y) 的联合概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases} 6x^2y, & 0<x<1, 0<y<1 \\ 0, & 其他 \end{cases},$$

① 求 X、Y 的边缘概率密度，并判断独立性；

② $P(-1<X<0.5, 0.5<Y<2)$。

六、**（本题 10 分）** 设二维离散型随机变量(X,Y) 的联合分布律为

Y \ X	−1	1	2
0	$\frac{1}{3}$	$\frac{5}{18}$	$\frac{1}{18}$
1	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{18}$

（1） 求 X、Y 的分布函数 $F_X(x)$、$F_Y(y)$ ；

（2） 求 $Z_1=|X|+1$ 的分布律；

（3） 求 $Z_2=X^2+Y$ 的分布律。

七、**（本题 10 分）** 设连续型随机变量 X 的分布函数为：

$$F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ \frac{1}{4}x^2, & 0<x\le 2\\ 1, & x>2\end{cases},$$

求（1） $f(x)$；（2） $P(0.5\le X<2.5)$；（3） $E(2X-3)$；（4） $D(X)$。

$f(x)=F'(x)$

$E(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx=\int_0^2 \frac{1}{2}x^2 dx=\frac{4}{3}$

八、**（本题 10 分）** 假设药效时间 X 服从正态分布（单位：h）。根据资料显示，某种旧版感冒药的平均药效时间 22.8 h，均方差为 1.8 h。现研发了新版感冒药，收集到 9 个使用新版感冒药的药效时间数据，测得平均药效时间为 24.6，根据经验认为均方差没有变化。试问，能否说明新版感冒药的药效时间较于旧版感冒药有显著差异（$\alpha=0.05$）。附表：$\Phi(1.645)=0.95$, $\Phi(1.96)=0.975$。

$H_0: \mu=22.8 \quad H_1: \mu\ne 22.8$

$\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$

九、**（本题 10 分）**设电话总机在一天内接到的呼叫次数 X 服从参数为λ的泊松分布，其分布律为$P(X=k)=\frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}, k=0,1,2,\cdots$。现有 40 个数据如下：

呼叫次数	0	1	2	3	4	5	>5
出现的频数	4	12	11	8	3	2	0

求参数λ的矩估计值和最大似然估计值。

$E(X) =$

令 $\bar{X} = E(X)$

$\hat{\theta}$ -