一、 填空题(每小题 3 分，共 18 分)

1、函数 $y = x2^x$ 的极小值点 $x =$ ___ $-\dfrac{1}{\ln 2}$ ______.

2、设 $f(x) = \int_0^x \sin(t^2)dt$，则 $f'(x) =$ __ $\sin x^2$ ______.

3、设 $\int \sin 2x dx =$ ____ $-\dfrac{1}{2}\cos 2x + C$ ______.

4、$\int_{-1}^{1} \dfrac{x^2 \sin x}{1+x^2} dx =$ ___ 0 _______.

5、$\int_{1}^{+\infty} \dfrac{1}{1+x^2} dx =$ _____ $\dfrac{\pi}{4}$ _____.

6、椭圆 $\begin{cases} x = a\cos t \\ y = b\sin t \end{cases} (a > 0, b > 0)$ 所围成的图形的面积为__ πab ____

二、选择题(每小题 3 分，共 30 分，请将结果填入下表中)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	C	D	B	C	B	C	C	C	D

1、设函数 $f(x) = |x|$ 则函数在点 $x = 0$ 处（　　　　）.

A、连续且可导　　B、不连续但可导　　C、连续但不可导　　D、不连续不可导.

2、函数 $f(x) = \dfrac{x}{\ln x}$ 的单调增加区间为（　　　　）.

A、$(0, e)$　　B、$(1, e)$　　C、$(e, +\infty)$　　D、$(0, +\infty)$

3、设 $\alpha = x^2$ 与 $\beta = 1 - \cos x$ 则当 $x \to 0$ 时，下列结论正确的是（　　　　）.

A、β 是与 α 等价的无穷小　　B、β 是比 α 高阶的无穷小

C、β 是比 α 低阶的无穷小　　D、β 是与 α 同阶但不等价的无穷小

4、设 $f(x) = x^3 + 3ax^2 + 3bx + c$ 在 $x = -1$ 处取极大值，点 $(0, 3)$ 是拐点，则（　　　　）.

A、$a = -1, b = 0, c = 3$　　B、$a = 0, b = -1, c = 3$

C、$a = 3, b = -1, c = 0$　　D、$a = -1, b = 3, c = 0$

5、曲线 $y=e^x$ 的渐近线是（　　　　）.

A、 $x=0$　　　　　　　B、 $x=1$

C、 $y=0$　　　　　　　D、 $y=1$

6、设函数 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上连续 ，则 $d[\int f(x)dx]=$（　　　　）.

A、 $f(x)$；　　　　　　B、 $f(x)dx$；

C、 $f(x)+C$　　　　　D、 $f'(x)dx$

7、设 $f(x)=(x-1)(x-2)(x-3)$，则方程 $f'(x)=0$ 的实根个数为（　　　　）.

A、四个；　　　B、三个；　　　C、两个；　　　D、一个.

8、若 $f'(\ln x)=(x+1)\ln x$,，则 $f(x)=$（　　　　）.

A、$(x-1)\ln x+C$；　　　　B、$(x-1)e^x+C$；

C、$(x-1)e^x+\dfrac{x^2}{2}+C$；　　　　D、.$(x-1)e^x+x^2+C$

9、曲线 $y=\dfrac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$ 上相应于 x 从到 0 的 1 一段弧的弧长 $s=$（　　　　）.

A、$\dfrac{2}{3}$　　　　　　　B、$\dfrac{3}{2}$

C、$\dfrac{2}{3}(2\sqrt{2}-1)$　　　　D、$\dfrac{3}{2}(2\sqrt{2}-1)$.

10、$\int_{-1}^{1}\dfrac{1}{x^2}dx=$（　　　　）.

A、2　　　B、-2　　　C、0　　　D、发散

<u>请务必将以上选择题答案填入前面表格中，否则不得分！</u>

三、计算下列各题（每小题 4 分，共 32 分）

1、 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arctan 2x}{\sin 2x}$

解:原式$=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2x}{2x}$

$=1$

2、$\lim\limits_{x\to 0}[\frac{1}{\ln(x+1)}-\frac{1}{x}]$

解：原式$=\lim\limits_{x\to 0}\frac{x-\ln(x+1)}{x\ln(x+1)}$

$=\lim\limits_{x\to 0}\frac{x-\ln(x+1)}{x^2}$

$=\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\frac{1}{1+x}}{2x}$

$=\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{2(1+x)}$

$=\frac{1}{2}$

3、求 $y=5x^3-2^x+2$ 的导数

解：原式$=15x^2-2^x\ln 2$

4、求 $y=\tan x$ 的二阶导数

解： $y'=\sec^2 x$

$y''=2\sec^2 x\tan x$

5、求不定积分 $\int\frac{1}{x^2(1+x^2)}dx$

解：原式$=\int(\frac{1}{x^2}-\frac{1}{1+x^2})dx$

$=\int\frac{1}{x^2}dx-\int\frac{1}{1+x^2}dx$

$=-\frac{1}{x}-\arctan x+C$

6、求不定积分 $\int\frac{1}{\sqrt{x}}\sin\sqrt{x}dx$

解：原式$=2\int\frac{1}{2\sqrt{x}}\sin\sqrt{x}dx$

$=2\int\sin\sqrt{x}d\sqrt{x}$

$=-2\cos\sqrt{x}+C$

7、求定积分 $\int_{-1}^{1}|x|dx$

解：原式 $=\int_{-1}^{0}(-x)dx+\int_{0}^{1}xdx$

$=(-\frac{1}{2}x^2)\Big|_{-1}^{0}+(\frac{1}{2}x^2)\Big|_{0}^{1}$

$=1$

8、求由 $y=x^3,x=2,y=0$ 所围成的图形绕 x 轴旋转所得旋转体的体积

解：原式 $=\pi\int_{0}^{2}x^6dx$

$=\pi(\frac{1}{7}x^7)\Big|_{0}^{2}$

$=\frac{128}{7}\pi$

四、解答下列各题（每小题 5 分，共 20 分）

1、求 $y=\sin^2(3-4x)$ 的导数

解： $y'=2\sin(3-4x)\cos(3-4x)(-4)$

$y'=-4\sin(6-8x)$

2、求 $\int\frac{1}{1+\sqrt{x}}dx$

解：令 $\sqrt{x}=t\Rightarrow x=t^2\Rightarrow dx=2tdt$

$\int\frac{1}{1+\sqrt{x}}dx=2\int\frac{t}{1+t}dt$

$=2\int\frac{t+1-1}{1+t}dt=2\int(1-\frac{1}{1+t})dt=2(t-\ln|t+1|)+C$

$=2\sqrt{x}-2\ln(\sqrt{x}+1)+C$

3、$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{\cos x-\cos^3 x}dx$

解：$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{\cos x-\cos^3 x}dx=2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{\cos x(1-\cos^2 x)}dx$

$=2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^{\frac{1}{2}}x\sin xdx \quad =-2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^{\frac{1}{2}}xd\cos x$

$=(-2)\frac{2}{3}\cos^{\frac{3}{2}}x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{4}{3}$

4、已知函数 $f(x)$ 在 $[0,a]$ 上连续，在 $(0,a)$ 内可导， $f(0)=f(a)=0,$

证明：至少存在一点 $\xi\in(0,a),$ 使 $f(\xi)+f'(\xi)=0$

证:设辅助函数 $F(x)=e^x f(x),$ 则 $F(x)$ 在 $[0,a]$ 上连续,在 $(0,a)$ 内可导, $F(a)=F(0)=0$

由罗尔定理知至少存在一点 $\xi\in(0,a),$ 使 $F'(\xi)=e^{\xi}[f(\xi)+f'(\xi)]=0$

所以 $f(\xi)+f'(\xi)=0$