南京信息工程大学滨江学院

2020 一 2021 学年 第 2 学期

线性代数 课程试卷

试卷类型 A **考试类型 闭卷 （注明开、闭卷）**

注意：1、本课程为 必修 （注明必修或选修）， 学时为______，学分为 _____

2、本试卷共___页；考试时间 120 分钟； 出卷时间： 2021 年 6 月

3、姓名、学号等必须写在指定地方； 考试时间： 2021 年 7 月 2 日

4、适用专业年级：2020 级各专业 任课教师：________________

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	九				总 分
分值	15	15	6	10	10	10	10	12	12				
得 分													
阅卷人													

（以上内容为教师填写）

专业________________ 年级__________ 班级__________

学号________________ 姓名__________

1、 考生必须遵守考试纪律，详细内容见《南京信息工程大学滨江学院考试纪律规定》。
2、 所有考试材料不得带离考场。
3、 考生进入考场后，须将学生证或身份证放在座位的左上角。
4、 考场内不许抽烟、吃食物、喝饮料。
5、 考生不得将书籍、作业、笔记、草稿纸带入考场，主考教师允许带入的除外。
6、 考试过程中，不允许考生使用通讯工具。
7、 开考 15 分钟后不允许考生进入考场，考试进行 30 分钟后方可离场。
8、 考生之间不得进行任何形式的信息交流。
9、 除非被允许，否则考生交卷后才能离开座位。
10、考试违纪或作弊的同学将被请出考场，其违纪或作弊行为将上报学院。

本人郑重承诺：我已阅读上述 10 项规定，如果考试是违反了上述 10 项规定，本人将自愿接受学校按照有关规定所进行的处理。上面姓名栏所填姓名即表示本人已阅读本框的内容并签名。

一、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1. $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & -1\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}3 & 0\\ 0 & 3\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{AB}=$ ____________ ；

2. 设 $A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -1 & 2\end{pmatrix}$，$E$为2阶单位矩阵，矩阵$B$满足$BA=B+2E$,则$|B|=$ ______

3..若 $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 1\\ -2 & -3 & t\end{pmatrix}$的秩为 2，则 $\boldsymbol{t}=$ ________ ；

4. 若向量组$\begin{bmatrix}1\\ 2\\ -1\end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix}k\\ -6\\ 3\end{bmatrix}$线性相关， 则 k = ________。

5. 已知 3 阶方阵 A 的三个特征值为 1, 2. 3, . 则 A^2 的特征值为 __________。

二、选择题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 若$\begin{vmatrix}a_{11} & a_{12} & a_{13}\\ a_{21} & a_{22} & a_{23}\\ a_{31} & a_{32} & a_{33}\end{vmatrix}=1$，则 $\begin{vmatrix}a_{11}-a_{12} & a_{21}-a_{22} & a_{31}-a_{32}\\ a_{13} & a_{23} & a_{33}\\ a_{12} & a_{22} & a_{32}\end{vmatrix}=$ （　　）.

(A) -1;　(B) 2;　(C) 1;　(D) 0

2 . 设 A 为 $\boldsymbol{m}\times\boldsymbol{n}$ 矩阵，且 $\boldsymbol{m}<\boldsymbol{n}$，则一定有(　　　).

(A) $R\ A=m$　(B) $R\ A=n$　(C) $m\leq R\ A\leq n$　(D) $R\ A\leq m$

3 . 设 A^* 为 A 的伴随矩阵，则（　　　）

(A) $AA^*=E$　**(B)** $AA^*=|A|E$　**(C)** $AA^*=|A|^2E$　**(D)** $AA^*=|A|$

4. 设 $\boldsymbol{Ap_1=\lambda_1p_1}$, $\boldsymbol{Ap_2=\lambda_2p_2}$, 且 $\boldsymbol{\lambda_1\neq\lambda_2}$, 则以下结论正确的是（　　　　）.

(A) $\boldsymbol{p_1+p_2}$不一定是 $\boldsymbol{A}$ 的一个特征向量;

(B) $\boldsymbol{p_1+p_2}$一定不是 $\boldsymbol{A}$ 的一个特征向量;

(C) $\boldsymbol{p_1+p_2}$一定是 $\boldsymbol{A}$ 的一个特征向量;

(D) $\boldsymbol{p_1+p_2}$为零向量.

5. 若 $\boldsymbol{n}$ 阶矩阵 $\boldsymbol{A,B}$ 有共同的特征值，且各有 $\boldsymbol{n}$ 个线性无关的特征向量，则（　　）

(A) $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 相似;　　**(B)** $\boldsymbol{A}\neq\boldsymbol{B}$，但$|\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}|=\boldsymbol{0}$;

(C) $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{B}$;　　**(D)** $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 不一定相似，但$|\boldsymbol{A}|=|\boldsymbol{B}|$.

三、(6 分) 设 $A=\begin{pmatrix}1&-1&2\\1&0&3\\-1&2&-1\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}1&1\\2&-1\\3&2\end{pmatrix}$，求 $\left(AB\right)^T$.

四、(10 分) 设行列式 $D=\begin{vmatrix}9&3&0&2\\5&5&5&5\\6&5&0&6\\6&6&1&0\end{vmatrix}$，

求 (1) $A_{41}+A_{42}+A_{43}+A_{44}$，

(2) $6A_{21}+9A_{22}+5A_{24}$.

五、（10 分）求齐次线性方程组$\begin{cases} x_1+x_2+3x_3+2x_4-3x_5=0 \\ 2x_1+3x_2+8x_3+5x_4-6x_5=0 \\ -x_1-x_2-3x_3-x_4+2x_5=0 \end{cases}$的基础解系及通解.

六、（10 分）设$\boldsymbol{\alpha}_1=(1,1,0)$，$\boldsymbol{\alpha}_2=(1,0,1,)$，$\boldsymbol{\alpha}_3=(0,0,1)$，$\boldsymbol{\beta}=(1,1,1)$，问$\boldsymbol{\beta}$能否由$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$线性表示，若能，求出其表达式.

七、(10 分) t 为何值时，使下面的二次型是正定的

$$f(x_1,x_2,x_3)=x_1^{\ 2}+x_2^{\ 2}+5x_3^{\ 2}+2tx_1x_2-2x_1x_3+4x_2x_3.$$

八、(12 分) 设 $\boldsymbol{\alpha}_1=(1,-1,2,4)^T$，$\boldsymbol{\alpha}_2=(0,3,1,2)^T$，$\boldsymbol{\alpha}_3=(3,0,7,14)^T$，$\boldsymbol{\alpha}_4=(1,-2,2,0)^T$，

$\boldsymbol{\alpha}_5=(2,1,5,10)^T$，

求：(1) 向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4,\boldsymbol{\alpha}_5$ 的秩，

(2) 向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4,\boldsymbol{\alpha}_5$ 的一个最大线性无关组，

(3) 把其余向量用 (2) 所求最大线性无关组线性表示.

九、（12 分）设 $A=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$，求一个正交矩阵 P 使得 $P^{-1}AP$ 为对角矩阵