南京信息工程大学滨江学院

2020 一 2021 学年 第 2 学期

线性代数 课程试卷

试卷类型 B　　　　考试类型 闭卷 （注明开、闭卷）

注意：1、本课程为 必修 （注明必修或选修）， 学时为_____，学分为 _____

2、本试卷共 6 页；考试时间 120 分钟； 　出卷时间： 2021 年 6 月

3、姓名、学号等必须写在指定地方；　　考试时间： 2021 年__日

4、适用专业年级：2020 级各专业 　任课教师：__________

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八					总 分
分值	20	20	10	10	10	10	10	10					
得 分													
阅卷人													

（以上内容为教师填写）

专业__________　年级__________　班级__________

学号__________　姓名__________

1、 考生必须遵守考试纪律，详细内容见《南京信息工程大学滨江学院考试纪律规定》。
2、 所有考试材料不得带离考场。
3、 考生进入考场后，须将学生证或身份证放在座位的左上角。
4、 考场内不许抽烟、吃食物、喝饮料。
5、 考生不得将书籍、作业、笔记、草稿纸带入考场，主考教师允许带入的除外。
6、 考试过程中，不允许考生使用通讯工具。
7、 开考 15 分钟后不允许考生进入考场，考试进行 30 分钟后方可离场。
8、 考生之间不得进行任何形式的信息交流。
9、 除非被允许，否则考生交卷后才能离开座位。
10、考试违纪或作弊的同学将被请出考场，其违纪或作弊行为将上报学院。

本人郑重承诺：我已阅读上述 10 项规定，如果考试是违反了上述 10 项规定，本人将自愿接受学校按照有关规定所进行的处理。上面姓名栏所填姓名即表示本人已阅读本框的内容并签名。

一、填空题（每小题 4 分，共 20 分）

1、 $\begin{vmatrix} 1 & 8 & x \\ 1 & 0 & -2 \\ 1 & 3 & 5 \end{vmatrix}$中的一次项$x$的系数为________。

2、 若向量组$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$，$\begin{bmatrix} k \\ -6 \\ 3 \end{bmatrix}$线性相关， 则 k =________。

3、 设$A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$，$E$为2阶单位矩阵，矩阵$B$满足$BA=B+2E$,则$|B|=$______

4、 设$A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$则$A^3$的秩为______ 。

5、设A为 2 阶矩阵，α_1，α_2为线性无关的 2维列向量，且

$$A\alpha_1=0，A\alpha_2=2\alpha_1+\alpha_2$$

则A的非 0 特征值为________。

二、选择题（每小题 4 分，共 20 分）

1、 设 A 和 B 都是 n 阶可逆阵，若 C=$\begin{pmatrix} 0 & B \\ A & 0 \end{pmatrix}$，则$C^{-1}$为（　　　）

A. $\begin{pmatrix} A^{-1} & 0 \\ 0 & B^{-1} \end{pmatrix}$　　B. $\begin{pmatrix} 0 & B^{-1} \\ A^{-1} & 0 \end{pmatrix}$　　C. $\begin{pmatrix} 0 & A^{-1} \\ B^{-1} & 0 \end{pmatrix}$　　D. $\begin{pmatrix} B^{-1} & 0 \\ 0 & A^{-1} \end{pmatrix}$

2、设A为n阶非0矩阵，E为n阶单位矩阵，若$A^3=0$，则（　　　）

A. $E-A$不可逆，$E+A$不可逆；　B. $E-A$不可逆，$E+A$可逆

C. $E-A$可逆，$E+A$可逆；　D. $E-A$可逆，$E+A$不可逆

3、向量组$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$的最大无关组中包含几个向量（　　　）

A. 2 个　　B. 3 个　　C. 4 个　　D. 6 个

4、α_0是非齐次线性方程$Ax=\beta$的一个解，α_1，…，α_r是$Ax=0$的基础解系，则（ ）

A. α_1，…，α_r线性相关　　B. α_1，…，α_r线性无关

C. α_0，α_1，…，α_r 的线性组合都是 $A\chi=\beta$ 的解

D. α_0，α_1，…，α_r 的线性组合都是 $A\chi=0$ 的解

5、 设 3 阶方阵 $A=\begin{pmatrix}\alpha_1\\ \alpha_2\\ \alpha_3\end{pmatrix}$，其中 α_i 为 3 维行向量（$i=1,2,3$），矩阵 $B=\begin{pmatrix}\alpha_2\\ \alpha_1\\ \alpha_3-2\alpha_1\end{pmatrix}$，

$P_1=\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}$，$P_2=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\-2&0&1\end{pmatrix}$，则必有 （ ）

$(a)AP_1P_2=B$. $(b)AP_2P_1=B$. $(c)P_1P_2A=B$. $(d)P_2P_1A=B$.

三、（10 分） 求 $A=\begin{pmatrix}5&6\\1&0\end{pmatrix}$ 的特征值和特征向量.

四、**（10 分）** 设四元线性方程组 $AX=\boldsymbol{b}$ 的系数矩阵的秩为 3，已知 $\boldsymbol{\eta}_1,\boldsymbol{\eta}_2,\boldsymbol{\eta}_3$ 是它的三个解向量，且

$$\boldsymbol{\eta}_1=\begin{pmatrix}2\\3\\4\\5\end{pmatrix},\boldsymbol{\eta}_2+\boldsymbol{\eta}_3=\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\end{pmatrix}$$，求方程组 $AX=\boldsymbol{b}$ 的通解.

五、（10 分）设 $A=\begin{pmatrix} 4 & 1 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$， $B=\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$，求 X 使 $AX=B$.

六、（10 分）已知向量组 $\alpha_1=(1,1,0)^T,\alpha_2=(0,4,2)^T,\alpha_3=(-2,4,3)^T$，求该向量组的秩和它的一个最大线性无关组，并将其余向量用这个最大线性无关组线性表示.

七（10 分）设 $\boldsymbol{\alpha}_1=\begin{pmatrix}1\\0\\5\\2\end{pmatrix},\boldsymbol{\alpha}_2=\begin{pmatrix}3\\-2\\3\\-4\end{pmatrix},\boldsymbol{\alpha}_3=\begin{pmatrix}-1\\1\\t\\3\end{pmatrix}$线性相关，求 t.

八、（10 分）已知二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=5x_1^2+5x_2^2+cx_3^2-2x_1x_2+6x_1x_3-6x_2x_3$，其秩为 2，其标准形为 $f=4y_2^2+9y_3^2$

(1) 求常数 c；

(2) 求把二次型 f 化为标准形的正交矩阵。