无锡学院　试卷

2023－　2024 学年 第　2　学期

线性代数　课程试卷

试卷类型　B (注明 A、B 卷)　　**考试类型　闭卷（注明开、闭卷）**

注意：1、本课程为　必修　(注明必修或选修)，　学时为　3　，学分为　3

2、本试卷共 6 页；考试时间　120　分钟；　　出卷时间：　2024　年　6　月

3、姓名、学号等必须写在指定地方；　　考试时间：　2024　年＿＿月

4、本考卷适用专业年级：　2023 级理工文　　任课教师：＿＿＿＿＿＿

（以上内容为教师填写）

题　号	一	二	三	四	五	六	七	八	总　分
得　分									
评阅人									

专业＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　年级＿＿＿＿＿＿＿＿　班级＿＿＿＿＿＿＿

学号＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　姓名＿＿＿＿＿＿＿＿

请仔细阅读以下内容：

1、　考生必须遵守考试纪律。
2、　所有考试材料不得带离考场。
3、　考生进入考场后，须将学生证或身份证放在座位的左上角。
4、　考场内不许抽烟、吃食物、喝饮料。
5、　考生不得将书籍、作业、笔记、草稿纸带入考场，主考教师允许带入的除外。
6、　考试过程中，不允许考生使用通讯工具。
7、　开考 15 分钟后不允许考生进入考场，考试进行 30 分钟后方可离场。
8、　考生之间不得进行任何形式的信息交流。
9、　除非被允许，否则考生交卷后才能离开座位。
10、考试违纪或作弊的同学将被请出考场，其违纪或作弊行为将上报学院。

本人郑重承诺：我已阅读上述 10 项规定，如果考试是违反了上述 10 项规定，本人将自愿接受学校按照有关规定所进行的处理。上面姓名栏所填姓名即表示本人已阅读本框的内容并签名。

评阅人	得分

一、选择题（每题 3 分，共 10 题，合计 30 分）**选择题答案填在下面表格里，否则不计分.**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

一、选择题（每题 3 分，共 10 题，合计 30 分）

1. 设 A,B 均为 2 阶方阵，且 $|A|=\dfrac{1}{2}$，$|B|=-2$，则 $\left|2A^{-1}B^{-1}\right|=$（　　　）.

$A. 1$　　　$B. -4$　　　$C. 4$　　　$D. \dfrac{1}{2}$

2. 四阶行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}=$（　　　）.

$A. 0$　　　$B. 1$　　　$C. 2$　　　$D. 6$

3. 设矩阵 $A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{31}+3a_{11} & a_{32}+3a_{12} & a_{33}+3a_{13} \end{pmatrix}$，另有初等矩阵

$P_1=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $P_2=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$，则必有（　　　）.

A. $AP_1P_2=B$　　　B. $AP_2P_1=B$　　　C. $P_1P_2A=B$　　　D. $P_2P_1A=B$

4. 设 $D=\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 5 & 4 \end{vmatrix}$，则 $D=$（　　　）.

$A. -A_{31}+2A_{32}+5A_{33}+4A_{34}$　　　$B. A_{31}+A_{32}+A_{33}$

$C. A_{13}+A_{33}+A_{43}$　　　$D. -A_{14}+A_{24}-A_{34}+A_{44}$

5. 设 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 均为 n 维向量，下列结论正确的是（　　）.

A. 若对于任意一组不全为零的数 $k_1,k_2,\cdots,k_s$，都有 $k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+\cdots k_s\alpha_s=0$，

则 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 线性无关.

B. 若$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$线性相关，则对于任意一组不全为零的数$k_1,k_2,\cdots,k_s$，

有$k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+\cdots k_s\alpha_s=0$.

C. $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$线性无关的充分必要条件是此向量组的秩为$s$.

D. $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$线性无关的充分条件是其中任意两个向量线性无关.

6. 若A是一个4×6的矩阵，且$r(A)=3$，则齐次线性方程组$AX=0$的基础解系中含有的解向量的个数为（　　）.

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

7. 设向量b可由向量组$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$线性表示，则下列结论中错误的是（　　）.

A. 线性方程组$AX=b$无解，其中$A=(\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n)$.

B. 线性方程组$AX=b$有解，其中$A=(\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n)$.

C. 向量组$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$与向量组$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n,b$等价.

D. 矩阵$A=(\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n)$的秩与矩阵$B=(\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n,b)$的秩相等.

8. 已知3阶矩阵A的各行元素之和为-2，则下列正确的是（　　）.

A. A有一个特征值-2，且对应的特征向量为$(1,1,1)^{\mathrm{T}}$.

B. A有一个特征值-2，但不一定有对应的特征向量$(1,1,1)^{\mathrm{T}}$.

C. -2不是A的一个特征值.　　D. 无法确定A是否有一个特征值-2.

9. 若A与B相似，则（　　）

A. $\lambda E-A=\lambda E-B$　　B. $|A|=|B|$

C. 对于其相同的特征值，对应的特征向量必亦相同　　D. A与B均相似于同一对角阵

10. 下面结论中正确的是（　　）

A. 若A为$n\times n$实矩阵，且A有n个正的特征根，则A是正定矩阵.

B. 若A,B是n阶正定矩阵，则对任意$k,l\in R$，矩阵$kA+lB$正定.

C. 若A为$n\times n$实对称矩阵且行列式大于零，则A是正定矩阵.

D. 若A是n阶正定矩阵，则A^{-1}也是正定矩阵.

评阅人	得分

二、(10 分)设 $A=\begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 & 11 & 5 \\ 0 & 3 & 2 & 8 & -3 \\ -2 & 4 & 2 & 6 & -6 \\ 1 & -2 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$，求 A 的秩，并写出 A 的一个最高阶非零子式.

评阅人	得分

三、(10 分)计算 n 阶行列式 $\begin{vmatrix} 2 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 2 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$

评阅人	得分

四、(10 分)已知矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} 4 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$，3 阶方阵 $\boldsymbol{B}$ 满足 $(\boldsymbol{B}-\boldsymbol{E})^{-1}=\boldsymbol{A}^{*}-\boldsymbol{E}$，求 $\boldsymbol{B}^{-1}$.

评阅人	得分

五、(10 分)求齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ x_1 - 5x_2 + 7x_3 - 9x_4 = 0 \end{cases}$. 的一个基础解系，并给出通解.

评阅人	得分

六、(10 分)求向量组 $\alpha_1 = (1,1,1,k)^T, \alpha_2 = (1,1,k,1)^T, \alpha_3 = (1,2,1,1)^T$ 的秩和一个极大线性无关组.

评阅人	得分

七、(10 分)设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 0 & 2 & -3 \\ -1 & 3 & -3 \\ 1 & -2 & a \end{pmatrix}$ 相似于矩阵 $B=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$，

(1) 求 a,b 的值；

(2) 求可逆矩阵 P， 使得 $P^{-1}AP$ 为对角矩阵.

评阅人	得分

八、(10 分) 将二次型

$$f(x_1,x_2,x_3)=-x_1^2-x_2^2-x_3^2+4x_1x_2+4x_1x_3-4x_2x_3$$

化为标准形，并写出相应的可逆线性变换.