2022-2023-1 概率统计（A）参考答案

一、DCACA

二、1. $\frac{5}{6}$； 2. $\frac{11}{18}$， $\frac{7}{12}$； 3. $\frac{35}{36}$； 4. $(0.924,1.316)$； 5. $\frac{1}{3}$

三、解：(1)

$x<0$时，$F(x)=0$

$0\le x<1$时，$F(x)=\int_{-\infty}^{x}f(t)dt=\int_{0}^{x}2(t^2+\frac{t}{3})dt=\frac{2x^3}{3}+\frac{x^2}{3}$

$x\ge 1$时，$F(x)=1$

则 $F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ \frac{2x^3}{3}+\frac{x^2}{3}, & 0\le x<1\\ 1, & x\ge 1\end{cases}$ ---------3 分

(2) $P\left(0\le X<\frac{1}{2}\right)=\int_{0}^{\frac{1}{2}}f(x)dx=\int_{0}^{\frac{1}{2}}2\left(x^2+\frac{x}{3}\right)dx=\frac{1}{6}$； -----7 分

(3) $X=\frac{1-Y}{2}$，

$f(y)=\begin{cases}\left(\frac{1-y}{2}\right)^2+\frac{1-y}{6}, & 0<\frac{1-y}{2}<1\\ 0, & \text{其他}\end{cases}=\begin{cases}\frac{1}{4}y^2-\frac{2}{3}y+\frac{5}{12}, & -1<y<1\\ 0, & \text{其他}\end{cases}$

----------10 分

四、解：设 A ：表示考试及格的同学； B ：按时交作业的同学。则

$P(A)=0.85$，$P(\overline{A})=0.15$， $P(B|A)=0.8$， $P(B|\overline{A})=0.3$

(1) $P(B)=P(A)P(B|A)+P(\overline{A})P(B|\overline{A})=0.725$； -----5 分

(2) $P(A|B)=\frac{P(A)P(B|A)}{P(B)}=0.938$， ------10 分

五、 解：已知 $\mu=72,\sigma=12$

(1) $P\{66\le X\le 84\}=\Phi\left(\frac{84-72}{12}\right)-\Phi\left(\frac{66-72}{12}\right)=\Phi(1)-1+\Phi(0.5)=0.5328$ ---3 分

(2) $P\{X \geq 60\} = 1 - \Phi\left(\frac{60-72}{12}\right) = \Phi(1) = 0.8413$ ---6 分

(3) $\overline{X} \sim N(72,16)$

$\therefore P\left(\overline{X} > 76\right) = 1 - P\left(\overline{X} \leq 76\right) = 1 - \Phi\left(\frac{76-72}{4}\right) = 1 - \Phi(1) = 0.1587$ ---10 分

六、 (1) ①解：$F(1) = P\{X \leq 1\} = 0.7$ -------2 分

②

Y	-1	0	3	8
p	0.3	0.2	0.3	0.2

-------4 分

③ $E(X) = 0.4$, -------6 分

(2) ①

X	0	1
P	0.8	0.2

-------8 分

② $E\left(X^2\right) = 0^2 \times 0.8 + 1^2 \times 0.2 = 0.2$

$E(X) = 0 \times 0.8 + 1 \times 0.2 = 0.2$

$D(X) = E\left(X^2\right) - \left[E(X)\right]^2 = 0.16$

-------10 分

③

X	-4	-3	-2	-1	0	1
P	0.35	0.03	0.3	0.12	0.15	0.05

-------12 分

七、(1)$\because X \sim U(2,4)$，$Y \sim E(2)$，$\therefore E(X) = 3, E(Y) = \frac{1}{2}$,

$\therefore E(X + 2Y + 1) = E(X) + 2E(Y) + 1 = 5;$

-------3 分

(2) $\because X\sim U(2,4)$，$Y\sim E(2),\therefore D(X)=\frac{1}{3},D(Y)=\frac{1}{4}$,且 X 与 Y 相互独立,

$\therefore D(X-2Y+1)=D(X)+4D(Y)=\frac{4}{3}$;

-------6 分

(3) $\because X\sim U(2,4),\therefore f_X(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}, & 2<x<4;\\ 0, & \text{其他};\end{cases}$

又 $f_Y(y)=\begin{cases}2e^{-2y}, & y>0,\\ 0, & y\le 0,\end{cases}$ 且 X 与 Y 相互独立,

则 $f(x,y)=f_X(x)\cdot f_Y(y)=\begin{cases}e^{-2y}, & 2<x<4,y>0,\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$

-------9 分

八、解：（1）$\bar{x}=509$ --------1 分

（2）$s^2=118.75$ --------3 分

（3）$H_0:\sigma^2=15^2$ --------4 分

检验统计量 $\chi^2=\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2}{\sigma_0^2}\sim\chi^2(n-1)$. --------6 分

则拒绝域为：$W=\{\chi^2<2.18,\chi^2>17.535\}$

由样本值得 $\chi^2=\frac{950}{15^2}=4.2,.$

由于 $2.18<\chi^2<17.535$,故接受 H_0,即不能认为标准有显著变化. --------9 分

在显著性水平 0.05 下,说明新版感冒药得药效时间较于旧版感冒药有显著差异。

--------10 分

九、(1) $E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}xf(x)dx=\int_0^1\sqrt{\theta}x^{\sqrt{\theta}}dx=\frac{\sqrt{\theta}}{\sqrt{\theta}+1}x^{\sqrt{\theta}+1}\Big|_0^1=\frac{\sqrt{\theta}}{\sqrt{\theta}+1}$, --------2 分

$\therefore\overline{X}=E(X)=\frac{\sqrt{\theta}}{\sqrt{\theta}+1},\therefore\theta=\left(\frac{\overline{X}}{1-\overline{X}}\right)^2$; --------4 分

（2） $L(p)=\prod_{i=1}^{n}P(X=x_i)=\prod_{i=1}^{n}p(1-p)^{x_i-1}=p^n(1-p)^{\sum_{i=1}^{n}x_i-n}$ --------6 分

$$\ln L(p)=n\ln p+\left(\sum_{i=1}^{n}x_i-n\right)\ln(1-p)$$

$$\frac{d\ln L(p)}{dp}=\frac{n}{p}-\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i-n}{1-p}=0$$ --------8 分

$$p=\frac{n}{\sum_{i=1}^{n}x_i}=\frac{1}{\bar{x}}$$ --------10 分