无锡学院　试卷

2023— 2024学年 第 2 学期

线性代数 课程试卷

试卷类型 A (注明 A、B 卷)　　**考试类型 闭卷（注明开、闭卷）**

注意：1、本课程为 必修（注明必修或选修），学时为 48 ，学分为 3

2、本试卷共 6 页；考试时间 120 分钟；　　出卷时间： 2024 年 6 月

3、姓名、学号等必须写在指定地方；　　考试时间： 2024 年 月

4、本考卷适用专业年级： 2023 级理工文　　任课教师：

（以上内容为教师填写）

题　号	一	二	三	四	五	六	七	八	**总　分**
得　分									
评阅人									

专业______________ 年级__________ 班级__________

学号______________ 姓名__________

请仔细阅读以下内容：

1、 考生必须遵守考试纪律。
2、 所有考试材料不得带离考场。
3、 考生进入考场后，须将学生证或身份证放在座位的左上角。
4、 考场内不许抽烟、吃食物、喝饮料。
5、 考生不得将书籍、作业、笔记、草稿纸带入考场，主考教师允许带入的除外。
6、 考试过程中，不允许考生使用通讯工具。
7、 开考 15 分钟后不允许考生进入考场，考试进行 30 分钟后方可离场。
8、 考生之间不得进行任何形式的信息交流。
9、 除非被允许，否则考生交卷后才能离开座位。
10、考试违纪或作弊的同学将被请出考场，其违纪或作弊行为将上报学院。

本人郑重承诺：我已阅读上述 10 项规定，如果考试是违反了上述 10 项规定，本人将自愿接受学校按照有关规定所进行的处理。上面姓名栏所填姓名即表示本人已阅读本框的内容并签名。

评阅人	得分

一、选择题（每题 3 分，共 10 题，合计 30 分）**选择题答案填在下面表格里，否则不计分.**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

1. 已知 A,B 为 n 阶方阵，则必有（　　）.

A. $\left(A+B\right)(A-B)=A^2-B^2$　　B. $\left(AB\right)^T=B^TA^T$

C. 若 $A(B-C)=O$，则 $A=O$ 或 $B=C$　　D. 若 $AB=E$，则 $BA\neq E$

2. 设 n 阶方阵 A,B,C 满足 $ABC=E$，其中 E 是 n 阶单位矩阵，则必有（　　）.

A. $ACB=E$　　B. $CBA=E$　　C. $BCA=E$　　D. $BAC=E$

3. 设 A,B 均为 3 阶方阵，且 $\left|A\right|=2$，$\left|B\right|=-2$，则 $\left|2A\ B^{-1}\right|=$　（　　）.

$A.\ 8$　　$B.\ -8$　　$C.\ 2$　　$D.\ \frac{1}{8}$

4. 设 $D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}$，则下列各式中与 D 相等的是（　　）.

$A.\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \end{vmatrix}$　　$B.\begin{vmatrix} a_{11}+1 & a_{12}+1 & a_{13}+1 & a_{14}+1 \\ a_{21}+1 & a_{22}+1 & a_{23}+1 & a_{24}+1 \\ a_{31}+1 & a_{32}+1 & a_{33}+1 & a_{34}+1 \\ a_{41}+1 & a_{42}+1 & a_{43}+1 & a_{44}+1 \end{vmatrix}$

$C.\begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} & a_{41} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} & a_{42} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} & a_{43} \\ a_{14} & a_{24} & a_{34} & a_{44} \end{vmatrix}$　　$D.\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ -a_{21} & -a_{22} & -a_{23} & -a_{24} \\ -a_{31} & -a_{32} & -a_{33} & -a_{34} \\ -a_{41} & -a_{42} & -a_{43} & -a_{44} \end{vmatrix}$

5. 设向量组（I）$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 可由向量组（II）$\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_t$ 线性表示，则下列命题正确的是（　　）.

A. 若向量组（I）线性无关，则 $s\leq t$.　　B. 若向量组（I）线性相关，则 $s>t$.

C. 若向量组（II）线性无关，则 $s\leq t$.　　D. 若向量组（II）线性相关，则 $s>t$.

6. 设A是4×3矩阵，且$r\left(A\right)=1$，$B=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&2&0\\0&0&3\end{pmatrix}$，则$r\left(AB\right)=$（　　）.

A. 0　　　　B. 1　　　　C. 2　　　　D. 3

7. 若$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_r$是向量组$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$的极大无关组，则下面说法中不正确的是（　　）.

A. α_n可由$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_r$线性表示.　　　　B. α_1可由$\alpha_{r+1},\alpha_{r+2},\cdots,\alpha_n$线性表示.

C. α_1可由$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_r$线性表示.　　　　D. α_n可由$\alpha_{r+1},\alpha_{r+2},\cdots,\alpha_n$线性表示.

8. 设向量$\eta_1=\left(2,4,5,0\right)^T,\eta_2=\left(1,3,3,-1\right)^T$是非齐次线性方程组$AX=b$的特解，且$r\left(A\right)=3$，则下列答案中不是方程组$AX=b$的通解的是（　　）.

A. $k\left(1,1,2,1\right)^T+\left(2,4,5,0\right)^T$　　　　B. $k\left(1,1,2,1\right)^T+\left(1,3,3,-1\right)^T$

C. $k\left(1,1,2,1\right)^T+\left(\frac{3}{2},\frac{7}{2},4,-\frac{1}{2}\right)^T$　　　　D. $k\left(1,1,2,1\right)^T+\left(3,7,8,-1\right)^T$

9. 设λ_1与λ_2是A的两个互异特征值，ξ与η分别为其特征向量，则下列说法正确的是（　）.

A．对任意非零常数k_1,k_2，$k_1\xi+k_2\eta$均为A的特征向量.

B．存在非零常数k_1,k_2，使得$k_1\xi+k_2\eta$均为A的特征向量.

C．对任意非零常数k_1,k_2，$k_1\xi+k_2\eta$均不是A的特征向量.

D．存在唯一的一组非零常数k_1,k_2，使得$k_1\xi+k_2\eta$均为A的特征向量.

10. 二次型$f\left(x_1,x_2,x_3\right)=x_1^2+4x_2^2+4x_3^2-4x_1x_2+4x_1x_3-8x_2x_3$的规范形是（　　）.

A. $z_1^2+z_2^2+z_3^2$　　　　B. $z_1^2-z_2^2-z_3^2$　　　　C. $z_1^2-z_2^2$　　　　D. z_1^2

评阅人	得分

二、（10 分）设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 \\ -1 & -3 & -2 & -5 \\ 2 & 2 & 6 & 7 \\ 3 & 5 & 8 & 7 \end{pmatrix}$，求 A 的行最简形矩阵.

评阅人	得分

三、（10 分）计算行列式 $\begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$.

评阅人	得分

四、**（10 分）**设 A, B 均为二阶矩阵，A^*, B^* 分别为 A, B 的伴随矩阵.

若 $|A|=2, |B|=3$，求分块矩阵 $\begin{pmatrix} A & O \\ O & B \end{pmatrix}$ 的伴随矩阵.

评阅人	得分

五、(10分)设$\alpha_1=(\lambda-5,1,-3)^T$, $\alpha_2=(1,\lambda-5,3)^T$, $\alpha_3=(-3,3,\lambda-3)^T$，求$\lambda$为何值时$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性相关，$\lambda$为何值时$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性无关.

评阅人	得分

六、(10分)已知向量组a_1,a_2,a_3与向量组b_1,b_2,b_3 均为三维向量空间R^3的基，且$b_1=2a_1+3a_2+3a_3, b_2=2a_1+a_2+2a_3, b_3=a_1+5a_2+3a_3,$

（1）求由基b_1,b_2,b_3到基a_1,a_2,a_3的过渡矩阵；

（2）若向量α在基a_1,a_2,a_3下的坐标为$(1,-2,0)^T$，求α在基b_1,b_2,b_3下的坐标.

评阅人	得分

七、（10 分）设三阶矩阵 A 的特征值为 $\lambda_1=1, \lambda_2=0, \lambda_3=-1,$ 它们对应的特征向量依次为 $\boldsymbol{p}_1=\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}, \boldsymbol{p}_2=\begin{pmatrix}2\\-2\\1\end{pmatrix}, \boldsymbol{p}_3=\begin{pmatrix}-2\\-1\\2\end{pmatrix}$，求矩阵 A.

评阅人	得分

八、（10 分）求一个正交变换将二次型 $f=2x_1^2+3x_2^2+3x_3^2+4x_2x_3$ 化成标准形.