

# 无锡学院 试卷

2021 — 2022 学年 第 1 学期

高等数学 II (1) 课程试卷答案

试卷类型 B (注明 A、B 卷)

考试类型 闭卷 (注明开、闭卷)

注意：1、本课程为 必修 (注明必修或选修)，学时为 96，学分为 6

2、本试卷共 6 页；考试时间 120 分钟；出卷时间： 2021 年 12 月

3、姓名、学号等必须写在指定地方；考试时间： 2022 年 1 月

4、本考卷适用专业年级： 文科各专业

题号	一	二	三	四	总分
得分					
阅卷人					

(以上内容为教师填写)

专业 \_\_\_\_\_ 年级 \_\_\_\_\_ 班级 \_\_\_\_\_

学号 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 教师 \_\_\_\_\_

请仔细阅读以下内容：

- 1、考生必须遵守考试纪律。
- 2、所有考试材料不得带离考场。
- 3、考生进入考场后，须将学生证或身份证放在座位的左上角。
- 4、考场内不许抽烟、吃食物、喝饮料。
- 5、考生不得将书籍、作业、笔记、草稿纸带入考场，主考教师允许带入的除外。
- 6、考试过程中，不允许考生使用通讯工具。
- 7、开考 15 分钟后不允许考生进入考场，考试进行 30 分钟后方可离场。
- 8、考生之间不得进行任何形式的信息交流。
- 9、除非被允许，否则考生交卷后才能离开座位。
- 10、考试违纪或作弊的同学将被请出考场，其违纪或作弊行为将上报学院。

**本人郑重承诺：**我已阅读上述 10 项规定，如果考试违反了上述 10 项规定，本人将自愿接受学校按照有关规定所进行的处理。上面姓名栏所填姓名即表示本人已阅读本框的内容并签名。

## 一、 填空题(每小题 3 分, 共 18 分)

1、函数  $y = x2^x$  的极小值点  $x = \underline{\quad -\frac{1}{\ln 2} \quad}$ .

2、设  $f(x) = \int_0^x \sin(t^2) dt$ , 则  $f'(x) = \underline{\sin x^2}$ .

3、设  $\int \cos 2x dx = \underline{\quad -\frac{1}{2} \sin 2x + C \quad}$ .

4、 $\int_{-1}^1 \frac{x^2 \tan x}{1+x^2} dx = \underline{\quad 0 \quad}$ .

5、 $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{1+x^2} dx = \underline{\quad \pi \quad}$ .

6、椭圆  $\begin{cases} x = a \cos t \\ y = b \sin t \end{cases} (a > 0, b > 0)$  所围成的图形的面积为  $\underline{\quad \pi ab \quad}$ .

## 二、 选择题(每小题 3 分, 共 30 分, 请将结果填入下表中)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	C	D	B	C	B	C	C	C	D

1、设函数  $f(x) = |x|$  则函数在点  $x = 0$  处 ( ).

A、连续且可导      B、不连续但可导      C、连续但不可导      D、不连续不可导.

2、函数  $f(x) = \frac{x}{\ln x}$  的单调增加区间为 ( ).

A、 $(0, e)$       B、 $(1, e)$       C、 $(e, +\infty)$       D、 $(0, +\infty)$

3、设  $\alpha = x^2$  与  $\beta = 1 - \cos x$  则当  $x \rightarrow 0$  时, 下列结论正确的是 ( ).

A、 $\beta$  是与  $\alpha$  等价的无穷小      B、 $\beta$  是比  $\alpha$  高阶的无穷小  
C、 $\beta$  是比  $\alpha$  低阶的无穷小      D、 $\beta$  是与  $\alpha$  同阶但不等价的无穷小

4、设  $f(x) = x^3 + 3ax^2 + 3bx + c$  在  $x = -1$  处取极大值, 点  $(0, 3)$  是拐点, 则 ( ).

A、 $a = -1, b = 0, c = 3$       B、 $a = 0, b = -1, c = 3$   
C、 $a = 3, b = -1, c = 0$       D、 $a = -1, b = 3, c = 0$

5、曲线  $y = e^x$  的渐近线是 ( ).

- A、 $x=0$                       B、 $x=1$   
C、 $y=0$                       D、 $y=1$

6、设函数  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  上连续，则  $d[\int f(x)dx] = ( )$ .

- A、 $f(x)$ ；                      B、 $f(x)dx$ ；  
C、 $f(x)+C$                       D、 $f'(x)dx$

7、设  $f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$ ，则方程  $f'(x) = 0$  的实根个数为 ( ).

- A、四个；                      B、三个；                      C、两个；                      D、一个.

8、若  $f'(\ln x) = (x+1)\ln x$ ，则  $f(x) = ( )$ .

- A、 $(x-1)\ln x + C$ ；                      B、 $(x-1)e^x + C$ ；  
C、 $(x-1)e^x + \frac{x^2}{2} + C$ ；                      D、 $(x-1)e^x + x^2 + C$

9、曲线  $y = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$  上相应于  $x$  从 0 到 1 一段弧的弧长  $s = ( )$ .

- A、 $\frac{2}{3}$                                               B、 $\frac{3}{2}$   
C、 $\frac{2}{3}(2\sqrt{2}-1)$                                               D、 $\frac{3}{2}(2\sqrt{2}-1)$ .

10、 $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx = ( )$ .

- A、2                      B、-2                      C、0                      D、发散

**请务必将以上选择题答案填入前面表格中，否则不得分！**

三、计算下列各题（每小题 4 分，共 32 分）

1、  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{\sin 2x}$

解：原式  $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{2x}$  .....3 分

$$= \frac{1}{2} \text{ .....1 分}$$

2、  $\lim_{x \rightarrow 0} [\frac{1}{\ln(x+1)} - \frac{1}{x}]$

解：原式  $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \ln(x+1)}{x \ln(x+1)}$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \ln(x+1)}{x^2} \text{ .....2 分}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \frac{1}{1+x}}{2x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2(1+x)}$$

$$= \frac{1}{2} \text{ .....2 分}$$

3、求  $y = 5x^4 - 3^x + 1$  的导数

解：原式  $= 20x^3 - 3^x \ln 3$  .....4 分

4、求  $y = \cot x$  的二阶导数

解：  $y' = -\csc^2 x$  .....2 分

$$y'' = 2 \csc^2 x \cot x \text{ .....2 分}$$

5、求不定积分  $\int \frac{1}{x^2(1+x^2)} dx$

解：原式  $= \int (\frac{1}{x^2} - \frac{1}{1+x^2}) dx$

$$= \int \frac{1}{x^2} dx - \int \frac{1}{1+x^2} dx \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$= -\frac{1}{x} - \arctan x + C \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

6、求不定积分  $\int \frac{1}{2\sqrt{x}} \sin \sqrt{x} dx$

**解：原式**  $= \int \frac{1}{2\sqrt{x}} \sin \sqrt{x} dx$

$$= \int \sin \sqrt{x} d\sqrt{x} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$= -\cos \sqrt{x} + C \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

7、求定积分  $\int_{-1}^1 |x| dx$

**解：原式**  $= \int_{-1}^0 (-x) dx + \int_0^1 x dx \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

$$= \left(-\frac{1}{2}x^2\right)\Big|_{-1}^0 + \left(\frac{1}{2}x^2\right)\Big|_0^1$$

$$= 1 \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

8、求由  $y = x^2, x = 2, y = 0$  所围成的图形绕  $x$  轴旋转所得旋转体的体积

**解：原式**  $= \pi \int_0^2 x^4 dx \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

$$= \pi \left(\frac{1}{5}x^5\right)\Big|_0^2$$

$$= \frac{32}{5} \pi \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

#### 四、解答下列各题（每小题 5 分，共 20 分）

1、求  $y = \cos^2(3-4x)$  的导数

**解：**  $y' = -2 \cos(3-4x) \sin(3-4x)(-4)$

$$y' = 4 \sin(6-8x) \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

2、求  $\int \frac{1}{1+\sqrt{x+1}} dx$

解：令  $\sqrt{x+1}=t \Rightarrow x=t^2-1 \Rightarrow dx=2tdt$

$$\int \frac{1}{1+\sqrt{x+1}} dx = 2 \int \frac{t}{1+t} dt \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$= 2 \int \frac{t+1-1}{1+t} dt = 2 \int (1 - \frac{1}{1+t}) dt = 2(t - \ln|t+1|) + C$$

$$= 2\sqrt{x+1} - 2\ln(\sqrt{x+1}+1) + C \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

3、  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\sin x - \sin^3 x} dx$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\sin x - \sin^3 x} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\sin x (1 - \sin^2 x)} dx$$

解：

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{\frac{1}{2}} x \cos x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{\frac{1}{2}} x d \sin x \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$= \frac{2}{3} \sin^{\frac{3}{2}} x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{2}{3} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

4、证明：对任意的  $x \in (-\infty, +\infty)$ ,  $\arctan x + \operatorname{arccot} x = \frac{\pi}{2}$ .

证明：令  $f(x) = \arctan x + \operatorname{arccot} x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{1+x^2} - \frac{1}{1+x^2} = 0 \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

$$\Rightarrow f(x) = \arctan x + \operatorname{arccot} x = C = f(0) = \frac{\pi}{2} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$