无锡学院　试卷

2022－　2023 学年 第 2 学期

线性代数 课程试卷

试卷类型 A (注明 A、B 卷)　　**考试类型 闭卷（注明开、闭卷）**

注意：1、本课程为 必修（注明必修或选修），学时为 3 ，学分为 3

2、本试卷共 6 页；考试时间 120 分钟；　　出卷时间：2023 年 6 月

3、姓名、学号等必须写在指定地方；　　考试时间：2023 年 6 月

4、本考卷适用专业年级：2022 级理工文　　任课教师：____________

题　号	一	二	三	四	五	六	七	八	九		**总　分**
得　分											
阅卷人											

（以上内容为教师填写）

专业______________________　年级_____________　班级___________

学号______________________　姓名______________

请仔细阅读以下内容：

1、 考生必须遵守考试纪律。
2、 所有考试材料不得带离考场。
3、 考生进入考场后，须将学生证或身份证放在座位的左上角。
4、 考场内不许抽烟、吃食物、喝饮料。
5、 考生不得将书籍、作业、笔记、草稿纸带入考场，主考教师允许带入的除外。
6、 考试过程中，不允许考生使用通讯工具。
7、 开考 15 分钟后不允许考生进入考场，考试进行 30 分钟后方可离场。
8、 考生之间不得进行任何形式的信息交流。
9、 除非被允许，否则考生交卷后才能离开座位。
10、考试违纪或作弊的同学将被请出考场，其违纪或作弊行为将上报学院。

本人郑重承诺：我已阅读上述 10 项规定，如果考试是违反了上述 10 项规定，本人将自愿接受学校按照有关规定所进行的处理。上面姓名栏所填姓名即表示本人已阅读本框的内容并签名。

一、填空题（每题 3 分，合计 15 分）

1. 计算行列式$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 4 & 5 \end{vmatrix} =$_______.

2．若$\alpha = (1,0,1)^T$，则$\alpha^T\alpha =$____________.

3. 设$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$，则$A^{-1} =$___________.

4.若A是一个4×5的矩阵，且$r(A)=3$，则齐次线性方程组$AX=0$的基础解系中含有的解向量的个数为_________.

5. 已知三阶方阵 A 的特征值为-1，1，2 则 A^T 的特征值为________.

二、选择题（每题 3 分，合计 15 分）

1. 已知 3 阶行列式$|A|=2$，3 阶行列式$|B|=-2$，则$|-AB|=$（　　）.

$A.\ 0$　　　$B.\ -1$　　　$C.\ 4$　　　$D.\ -4$

2. 已知A,B为n阶方阵，下列运算正确的是（　　）.

A. $(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$　　　B. $(A+B)^{-1} = A^{-1}+B^{-1}$

C. $|AB| = |BA|$　　　D. $|A+B| = |A|+|B|$

3. 设矩阵$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$，$B = \begin{pmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{31}+2a_{21} & a_{32}+2a_{22} & a_{33}+2a_{23} \end{pmatrix}$，另有初等矩阵$P_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, P_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$，则必有（　　）.

A. $AP_1P_2 = B$　　B. $AP_2P_1 = B$　　C. $P_1P_2A = B$　　D. $P_2P_1A = B$

4. 设$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$均为$n$维列向量，$A$是$m\times n$矩阵，则下列命题正确的是（　　）

A. 若$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$线性相关，则$A\alpha_1,A\alpha_2,\cdots,A\alpha_s$线性相关

B. 若$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$线性相关，则$A\alpha_1,A\alpha_2,\cdots,A\alpha_s$线性无关

C. 若$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$线性无关，则$A\alpha_1,A\alpha_2,\cdots,A\alpha_s$线性相关

D. 若 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$ 线性无关，则 $A\alpha_1,A\alpha_2,\cdots,A\alpha_s$ 线性无关

5. 已知 β_1 和 β_2 是非齐次线性方程组 $AX=b$ 的两个不同的解，α_1,α_2 是对应导出组 $AX=0$ 的基础解系，k_1,k_2 为任意常数，则方程组 $AX=b$ 的通解为（　　　　）.

A. $k_1\alpha_1+k_2\left(\alpha_1+\alpha_2\right)+\dfrac{\beta_1-\beta_2}{2}$

B. $k_1\alpha_1+k_2\left(\alpha_1-\alpha_2\right)+\dfrac{\beta_1+\beta_2}{2}$

C. $k_1\alpha_1+k_2\left(\beta_1-\beta_2\right)+\dfrac{\beta_1-\beta_2}{2}$

D. $k_1\alpha_1+k_2\left(\beta_1-\beta_2\right)+\dfrac{\beta_1+\beta_2}{2}$

三、（10 分）计算行列式 $D=\begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 & 2 \\ -5 & 1 & 3 & -4 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -5 & 3 & -3 \end{vmatrix}$.

四、（10 分）设 $A=\begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$，求 A^{-1}.

五、（10 分）判断向量$\boldsymbol{\beta}_1,\boldsymbol{\beta}_2$能否由$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$线性表示，若能，请写出具体的表达式，其中$\boldsymbol{\alpha}_1=(1,2,3)^T,\boldsymbol{\alpha}_2=(1,-1,2)^T,\boldsymbol{\alpha}_3=(3,0,7)^T,\boldsymbol{\beta}_1=(3,2,1)^T,\boldsymbol{\beta}_2=(1,8,5)^T$.

六、（10 分）已知$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$线性无关，若$\alpha_1+2\alpha_2,2\alpha_2+a\alpha_3,3\alpha_3+2\alpha_1$线性相关，

求a的值.

七、（10 分）求齐次线性方程组$\begin{cases} x_1+2x_2+3x_3-x_4=0 \\ -2x_1-4x_2-5x_3+3x_4+x_5=0 \\ x_1+2x_2+3x_3-3x_4-4x_5=0 \end{cases}$.的基础解系，并求其通解.

八、（10 分）利用配方法将二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=-x_1^2-x_2^2-x_3^2+4x_1x_2+4x_1x_3-4x_2x_3$ 化为标准形，并写出相应的可逆线性变换.

九、（10 分）设 $A=\begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 8 & 2 & a \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$ 相似于对角矩阵，求常数 a，并求可逆矩阵 P，使得 $P^{-1}AP$ 为对角矩阵.