无锡学院　试卷

2021－　2022 学年 第　2　学期

线性代数　　课程试卷

试卷类型　A　(注明 A、B 卷)　　　**考试类型　闭卷　（注明开、闭卷）**

注意：1、本课程为　必修　（注明必修或选修），学时为　3　，学分为　3

2、本试卷共 6 页；考试时间 120 分钟；　　出卷时间：2022 年 5 月

3、姓名、学号等必须写在指定地方；　　考试时间：2022 年 6 月

4、本考卷适用专业年级：2021 级理工文　　任课教师：________

题　号	一	二	三	四	五	六	七	八	九		总　分
得　分											
阅卷人											

（以上内容为教师填写）

专业________　年级________　班级________

学号________　姓名________

请仔细阅读以下内容：

1、 考生必须遵守考试纪律。
2、 所有考试材料不得带离考场。
3、 考生进入考场后，须将学生证或身份证放在座位的左上角。
4、 考场内不许抽烟、吃食物、喝饮料。
5、 考生不得将书籍、作业、笔记、草稿纸带入考场，主考教师允许带入的除外。
6、 考试过程中，不允许考生使用通讯工具。
7、 开考 15 分钟后不允许考生进入考场，考试进行 30 分钟后方可离场。
8、 考生之间不得进行任何形式的信息交流。
9、 除非被允许，否则考生交卷后才能离开座位。
10、考试违纪或作弊的同学将被请出考场，其违纪或作弊行为将上报学院。

本人郑重承诺：我已阅读上述 10 项规定，如果考试是违反了上述 10 项规定，本人将自愿接受学校按照有关规定所进行的处理。上面姓名栏所填姓名即表示本人已阅读本框的内容并签名。

一、填空题（每题 3 分，合计 15 分）

1. 已知行列式$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & x \end{vmatrix} = 0$，则$x=$_____.

2. 已知行列式$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = 1$，则$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ 2020 & 2021 & 2022 \end{vmatrix} =$__________.

3. 设$A=\left(1,\quad 1,\quad 2\right)$，$B=\left(2,\quad 0,\quad 1\right)$，则$AB^T=$_________.

4. $\begin{pmatrix} 1 & & \\ & 2 & \\ & & 3 \end{pmatrix}^{-1} =$______.

5. A是 3 阶矩阵， 特征值为 1, 2, 2. 则$\left|4A^{-1}-E\right| =$_____.

二、选择题（每题 3 分，合计 15 分）

1. 设A,B为n阶方阵，且满足$AB=0$，则必有(　　　).

A. $|A|+|B|=0$　　B. $A+B=0$　　C. $|A|=0$或$|B|=0$　　D. $A=0$或$B=0$

2. 向量组$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s\ (s\geq 2)$线性相关的充要条件是（　　　）.

A．存在一组数$k_1,k_2,\cdots,k_s$，使得$k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+\cdots+k_s\alpha_s=0$成立;

B．$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$中至少有两个向量成比例;

C．$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$中至少有一个向量可以被其余$s-1$个向量线性表示;

D．$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_s$中任意一个部分向量组线性相关.

3. 设向量$\alpha=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$，$\beta=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$，下列选项中（　　　）为$\alpha,\beta$的线性组合.

A. 1　　B. $\eta=\begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$　　C. $\eta=\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$　　D. $\eta=\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

4. 设α_1,α_2是非齐次线性方程组$Ax=b$的解，β是其导出组$Ax=0$的解，则$Ax=b$必有一个解是（　　）.

A. $\alpha_1+\alpha_2$　　B. $\alpha_1-\alpha_2$　　C. $\beta+\alpha_1+\alpha_2$　　D. $\beta+\frac{1}{2}(\alpha_1+\alpha_2)$

5. 设n阶方阵A与B相似，则下列命题正确的是（　　　）.

A．存在正交阵P，使有$P^{-1}AP=B$；　　B. A与B有相同特征值和特征向量；

C. A与B均相似于一个对角阵；　　D. 对任意常数k，$A-kE$与$B-kE$相似.

三、（10分）设行列式$D=\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 7 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 & 5 \\ 7 & 9 & -1 & 4 \end{vmatrix}$，

求（1）$2A_{12}+A_{22}-A_{32}+7A_{42}$，

（2）$A_{41}+A_{42}+A_{43}+A_{44}$.

四、（10 分）设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 & 0 & 2 \\ -2 & 4 & 2 & 6 & -6 \\ 2 & -1 & 0 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 4 \end{pmatrix}$，求 $R(A)$ 及 A 的最高阶非零子式.

五、（10 分） 设 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$ 线性无关， $\beta_1=\alpha_1+\alpha_2,\beta_2=\alpha_2+\alpha_3,\beta_3=\alpha_3+\alpha_1$，

判断 β_1,β_2,β_3 的线性相关性.

六、(10 分)已知二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+2x_2^2+(1-k)x_3^2+2kx_1x_2+2x_1x_3$ 其中 k 为常数，

(1) 求二次型的矩阵表达形式；

(2) 求使二次型正定的 k 的取值范围.

七、(10 分)解方程组 $\begin{cases} x_1 + x_2 \quad\quad - 2x_4 = -6, \\ 4x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = 1, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 \quad\quad = 3; \end{cases}$ 用其导出组的基础解系表示其通解.

八、（10 分）已知向量组 $\alpha_1=(1,\ -1,\ 2,\ 4)^T$，$\alpha_2=(0,\ 3,\ 1,\ 2)^T$，

$$\alpha_3=(3,\ 0,\ 7,\ 14)^T,\alpha_4=(2,\ 1,\ 5,\ 6)^T,\alpha_5=(1,\ -1,\ 2,\ 0)^T,$$

（1） 求包含 α_1，α_5 的一个极大线性无关组；

（2） 用（1）所求极大线性无关组表示其余向量.

九、（10 分）已知矩阵 $A=\begin{pmatrix}-2&0&0\\2&x&2\\3&1&1\end{pmatrix}$ 与 $B=\begin{pmatrix}-1&0&0\\0&2&0\\0&0&y\end{pmatrix}$ 相似，

（1）求 x 和 y；

（2）求可逆矩阵 P，使得 $P^{-1}AP=B$.