

无锡学院 试卷

2022 — 2023 学年 第 1 学期

概率统计 课程试卷

试卷类型 A (注明 A、B 卷) 考试类型 闭卷 (注明开、闭卷)

注意：1、本课程为 必修 (注明必修或选修)，学时为 48，学分为 3

2、本试卷共 7 页；考试时间 120 分钟； 出卷时间： 2022 年 12 月

3、姓名、学号等必须写在指定地方； 考试时间： 2023 年 3 月

4、本考卷适用专业年级： 21 级

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总 分
得 分										
阅卷人										

(以上内容为教师填写)

专业 _____ 年级 _____ 班级 _____

学号 _____ 姓名 _____ 任课教师： _____

请仔细阅读以下内容：

- 1、考生必须遵守考试纪律。
- 2、所有考试材料不得带离考场。
- 3、考生进入考场后，须将学生证或身份证放在座位的左上角。
- 4、考场内不许抽烟、吃食物、喝饮料。
- 5、考生不得将书籍、作业、笔记、草稿纸带入考场，主考教师允许带入的除外。
- 6、考试过程中，不允许考生使用通讯工具。
- 7、开考 15 分钟后不允许考生进入考场，考试进行 30 分钟后方可离场。
- 8、考生之间不得进行任何形式的信息交流。
- 9、除非被允许，否则考生交卷后才能离开座位。
- 10、考试违纪或作弊的同学将被请出考场，其违纪或作弊行为将上报学院。

本人郑重承诺：我已阅读上述 10 项规定，如果考试是违反了上述 10 项规定，本人将自愿接受学校按照有关规定所进行的处理。上面姓名栏所填姓名即表示本人已阅读本框的内容并签名。

一. 选择题 (每题 3 分, 共 15 分)

1. 设事件 A = “甲击中目标, 乙未击中目标”, 则 A 的逆事件为 ().
- (A) 甲未击中目标, 乙击中目标 (B) 甲和乙均击中目标
(C) 甲未击中目标 (D) 甲未击中目标或者乙击中目标
2. 设 A, B 为随机事件, 下列命题中, 正确的是 ().
- (A) 若 $P(A) = 0$, 则 A 是不可能事件; (B) $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$;
(C) $P(A) + P(\bar{A}) = 1$; (D) $P(A - B) = P(A) - P(B)$
3. 设 $X \sim N(\mu, 4^2)$, $Y \sim N(\mu, 5^2)$, 设 $P(X \leq \mu - 4) = p_1$, $P(Y \geq \mu + 5) = p_2$, 则 ().
- (A) 对任意实数 μ 有 $p_1 = p_2$; (B) $p_1 < p_2$;
(C) $p_1 > p_2$; (D) 只对 μ 的个别值才有 $p_1 = p_2$.
4. 设 X_1, X_2 设为来自总体 X 的样本, $E(X) = \mu$, 下列关于 μ 的无偏估计中, 最有效的是 ().
- (A) $\hat{\mu}_1 = \frac{1}{5}X_1 + \frac{4}{5}X_2$ (B) $\hat{\mu}_2 = \frac{1}{8}X_1 + \frac{7}{8}X_2$
(C) $\hat{\mu}_3 = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{2}X_2$ (D) $\hat{\mu}_4 = \frac{2}{3}X_1 + \frac{1}{3}X_2$
5. 设 X_1, X_2, \dots, X_6 是取自正态总体 $N(0, \sigma^2)$ 的一个样本, 则 $\frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4}{\sqrt{2(X_5^2 + X_6^2)}}$ 服从的分布为 ().
- (A) $t(2)$ (B) $t(3)$ (C) $N(0, 4\sigma^2)$ (D) $\chi^2(2)$

二. 填空题 (每题 3 分, 共 15 分)

1. 已知随机变量 X 只能取 -2, 0, 1, 3 四个数值, 其相应的概率依次是 $\frac{1}{3c}, \frac{1}{4c}, \frac{1}{6c}, \frac{1}{12c}$, 则 $c =$ _____
2. 设 A, B 是两个事件, $P(A) = P(B) = \frac{1}{3}, P(A|B) = \frac{1}{6}$, 则 $P(A \cup B) =$ _____,
 $P(\bar{A}|\bar{B}) =$ _____.

3. 设 X 为随机变量, $EX = \frac{1}{3}, DX = \frac{1}{9}$, 则 $P\{|X - \frac{1}{3}| \leq 2\} \geq$ _____

4. 某车间生产滚珠, 从长期实践中知道, 滚珠直径 X (单位: cm) 服从正态分布 $N(\mu, 0.3^2)$, 从某天生产的产品中随机抽取 9 个产品, 测其直径, 得样本均值 $\bar{x} = 1.12$, 则 μ 的置信度为 0.95 的置信区间为_____.

(已知: $z_{0.025} = 1.96, t_{0.025}(8) = 2.306$)

5. 设二维连续型随机变量 (X, Y) 的联合概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} x^2 + kxy, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2, \\ 0, & \text{其他} \end{cases},$$

则 $k =$ _____.

三、(本题 10 分) 已知连续型随机变量 X 的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} 2(x^2 + \frac{x}{3}), & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其他} \end{cases},$$

求: (1) 分布函数 $F(x)$; (2) 概率 $P(0 < X < \frac{1}{2})$; (3) $Y = 1 - 2X$ 的概率密度.

四、(本题 10 分) 某教师发现在考试及格的学生中有 80% 的学生按时交作业, 而在考试不及格的学生中只有 30% 的学生按时交作业, 现在知道有 85% 的学生考试及格, 从这个班的学生中随机抽取一位学生。

- (1) 求抽到的这位学生是按时交作业的概率;
- (2) 若已知抽到的这位学生是按时交作业的, 求他考试及格的概率。

五、(本题 10 分) 调查某专业考生的概率统计成绩 $X \sim N(72, 144)$,

- (1) 求该专业某考生的概率统计成绩在 66 分至 84 分之间的概率;
 - (2) 求该专业概率统计考试的及格率;
 - (3) 若从该专业随机抽取 9 位同学, 求 9 位同学的平均成绩大于 76 分的概率.
- (已知: $\Phi(0.5) = 0.6915$, $\Phi(1) = 0.8413$)

六、(本题 12 分)

(1) 已知离散型随机变量 X 的分布律为

X	-2	-1	0	1	2	3
p	0.2	0.1	0.3	0.1	0.1	0.2

求: (1) $F(1)$; (2) $Y = X^2 - 1$ 的分布律; (3) EX

(2) 设二维离散型随机变量 (X, Y) 的联合分布律为

$\begin{matrix} & Y \\ X \end{matrix}$	0	1	2
0	0.15	0.3	0.35
1	0.05	0.12	0.03

求: (1) X 的边缘分布律; (2) DX (3) $Z = X - 2Y$ 的分布律。

七、(本题 9 分) 设 X 和 Y 是两个相互独立的随机变量, X 在 $(2,4)$ 内服从均匀分布, Y 服从参数为 2 的指数分布, 其概率密度为 $f_Y(y) = \begin{cases} 2e^{-2y}, & y > 0 \\ 0, & y \leq 0 \end{cases}$. 求

(1) $E(X+2Y+1)$; (2) $D(X-2Y+1)$; (3) X 与 Y 的联合概率密度;

八、(本题 9 分) 用一台自动包装机包装奶粉, 假定在正常情况下, 奶粉的净重服从正态分布. 根据长期资料表明, 方差为 225 克. 现从某一批产品中随机取出 9 袋, 测得重量为: 497 506 518 511 524 510 488 515 512.

(1) 计算样本均值; (2) 计算样本方差;

(3) 在显著性水平 $\alpha=0.05$ 的条件下检验包装机的方差有无显著变化?

附表: $\chi^2_{0.975}(8) = 2.18$, $\chi^2_{0.025}(8) = 17.535$

九、(本题 10 分)

(1) 设总体 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{\theta} x^{\sqrt{\theta}-1}, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 其中 $\theta > 0$ 为未知参数. 若 X_1, \dots, X_n 是来自总体的一个样本, 求 θ 的矩估计.

(2) 设总体 X 服从参数为 p ($0 < p < 1$) 的几何分布, 即 X 的分布律为 $P(X=x) = p(1-p)^{x-1}$, $x=1, 2, \dots$, 若 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的一个样本, 求参数 p 最大似然估计。