

ÔN TẬP CUỐI KỲ

I. TÍCH PHÂN KÉP

1) Thay đổi thứ tự lấy tích phân

a) $I = \int_0^1 dx \int_x^{\sqrt{2-x}} f(x, y) dy$

b) $I = \int_{-2}^3 dy \int_{y^2-4}^{y+2} f(x, y) dx$

c) $I = \int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^{\sqrt{2y}} f(x, y) dx$

d) $I = \int_0^1 dx \int_{2+\sqrt{4-x^2}}^{1+\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy + \int_0^2 dx \int_{2+\sqrt{4-x^2}}^x f(x, y) dy$

e) $I = \int_0^{1-\frac{\sqrt{2}}{2}} dy \int_{1+\sqrt{2y-y^2}}^{2-y} f(x, y) dx$

f) $I = \int_0^{\sqrt{2}} dy \int_{2+\sqrt{4-y^2}}^{y^2} f(x, y) dx + \int_{\sqrt{2}}^2 dy \int_{2+\sqrt{4-y^2}}^2 f(x, y) dx$

g) $I = \int_0^1 dx \int_{\sqrt{2x-x^2}}^{\sqrt{2x}} f(x, y) dy$

h) $I = \int_{-1}^0 dy \int_{-y}^{1+\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx + \int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^{1+\sqrt{1-y^2}} f(x, y) dx$

2) Tính tích phân bội hai sau

a) $I = \iint_D (4xy + 2) dxdy$, với D là miền phẳng bị giới hạn bởi $\begin{cases} 2x \leq x^2 + y^2 \leq 4x \\ y \geq x \end{cases}$.

b) $I = \iint_D (xy - 1) dxdy$, với D là miền phẳng bị giới hạn bởi $\begin{cases} 2y \leq x^2 + y^2 \leq 4y \\ x \geq 0 \\ y \leq x \end{cases}$.

II. TÍCH PHÂN BỘI 3

1) Hãy xác định cận cho các biến của tích phân $I = \iiint_{\Omega} f(x, y, z) dxdydz$

a) Ω là khối vật thể bị giới hạn bởi $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 \leq 9 \\ x \geq \sqrt{y^2 + z^2} \end{cases}$.

b) Ω là khối vật thể bị giới hạn bởi $\begin{cases} x^2 + z^2 \leq 4 \\ y \leq 3 + x^2 + z^2 \\ y \geq \sqrt{x^2 + z^2} - 1 \end{cases}$.

c) Ω là khối vật thể bị giới hạn bởi $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 \leq 4x + 2y + 4 \\ y \leq 1 - \sqrt{z^2 + (x-2)^2} \end{cases}$.

2) Tính thể tích khối vật thể Ω , biết Ω giới hạn bởi:

a) $\Omega: \begin{cases} z = \sqrt{x^2 + y^2} \\ z = 2 - x^2 - y^2 \end{cases}$

b) $\Omega: \begin{cases} z \leq 4 - x^2 - y^2 \\ z \geq 0 \\ x^2 + y^2 \leq 1 \end{cases}$

$$c) \Omega : \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1 \\ z = 6 - \sqrt{x^2 + y^2} \\ z = x^2 + y^2 \end{cases}$$

$$d) \Omega : \begin{cases} 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4 \\ z \leq 6 - \sqrt{x^2 + y^2} \\ z \geq x^2 + y^2 \end{cases}$$

$$e) \Omega : \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 \leq 4 \\ x \geq y^2 + z^2 \\ y^2 + z^2 \leq 1 \end{cases}$$

$$f) \Omega : \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 \leq 2x \\ x \geq 1 + \sqrt{y^2 + z^2} \end{cases}$$

$$g) \Omega : \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 \geq 4y \\ x^2 + y^2 + z^2 \leq 4y + 5 \\ y \geq 2 + \sqrt{x^2 + y^2} \end{cases}$$

d) **Tính tích phân bội ba sau:**

$$a) I = \iiint_{\Omega} (xz + 4) dx dy dz, \text{ với } \Omega = \left\{ (x, y, z) \in R^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 6y; y \geq 3 + \sqrt{x^2 + z^2} \right\}.$$

$$b) I = \iiint_{\Omega} (2x - y^2) dx dy dz, \text{ với } \Omega \text{ là khối vật thể bị giới hạn bởi} \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4 \\ x^2 + y^2 + z^2 \leq 9 \\ z \geq 0 \end{cases}.$$

$$c) I = \iiint_{\Omega} (2x + yz) dx dy dz, \text{ với } \Omega \text{ là khối vật thể bị giới hạn bởi:} \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 \leq 4 \\ y \leq \sqrt{x^2 + z^2} \end{cases}.$$

3) **Đổi sang tọa độ cầu rồi tính**

$$I = \int_{-2}^0 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^0 dy \int_{-\sqrt{4-x^2-y^2}}^0 x dz$$

4) **Đổi sang tọa độ trụ rồi tính**

$$I = \int_0^2 dx \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} dy \int_0^4 z \sqrt{x^2 + y^2} dz$$

III. TÍCH PHÂN DƯỜNG

1) **Hãy tính các tích phân đường loại 1 sau:**

$$a) I = \int_C \frac{8x}{\sqrt{1+4x^2}} dl, \text{ trong đó } C \text{ là một phần parabol } y = x^2 \text{ nối } A(1,1) \text{ với } B(2,4).$$

$$b) I = \int_C \frac{x}{y} dl, \text{ trong đó } C \text{ là một phần parabol } y^2 = 2x \text{ nối từ } A(1, \sqrt{2}) \text{ đến } B(2, 2).$$

c) $I = \int_C 2x dl$, trong đó $C = C_1 + C_2$, với $C_1: y = x^2$ từ $(0,0)$ đến $(1,1)$ và C_2 là đường thẳng từ $(1,1)$ đến $(2,2)$.

d) $I = \int_C (x + y^2) dl$, trong đó C là biên ΔABC với $A(1,1)$, $B(3,3)$, $C(3,2)$.

e) $I = \int_C (xy - x - y) dl$, với (C) là chu vi của tam giác OAB , trong đó: $O(0,0)$, $A(1,0)$, $B(1,2)$.

f) $I = \int_C x(y-1) dl$, trong đó C là nửa trên đường tròn $x^2 + y^2 = 2y$.

g) $I = \int_C (xe^y + 2xy - 1) dl$, với (C) là nửa đường tròn $x^2 + y^2 = 4$, lấy phần $y \geq 0$

i) $I = \int_C (x+y) dl$, với C là giao tuyến của $x^2 + y^2 + z^2 = 4; y = x$.

j) $I = \int_C x^2 dl$, với C là giao tuyến của $x^2 + y^2 + z^2 = 4; x + y + z = 0$.

k) $I = \int_C xyz dl$, với C là giao tuyến của $x^2 + y^2 + z^2 = R^2; x^2 + y^2 = \frac{R^2}{4}$,

$(x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0)$.

2) Hãy tính tích phân đường loại 2 sau:

a) $I = \int_C x^2 y dx - x(y^2 + 1) dy$, trong đó C là đường có phương trình $y = \sqrt{4 - x^2}$

nối từ $A(-2,0)$ đến $B(2,0)$.

b) $I = \int_C (2xy - x^2) dx + (x + y^2) dy$, trong đó C là cung của parabol $y = 1 - x^2$ đi từ

điểm $A(0,1)$ đến điểm $B(1,0)$.

c) $I = \int_C (2xy^3 - e^{2x} + \sin y - 2^x) dx + (3x^2 y^2 + x \cos y - 4ye^{-y}) dy$, với C là một nửa đường tròn $x^2 + y^2 = 1$, phần $y \geq 0$, nối từ $A(-1,0)$ đến $B(1,0)$.

d) $I = \int_{(C)} (x^2 \sin y - xy + 2) dx + \left(e^{2y} - \frac{x^3 \cos y}{3} - \frac{x^2}{2} \right) dy$, với C là đoạn gấp khúc ABC (theo thứ tự), trong đó: $A(-3,0), B(0,3), C(3,0)$.

IV. PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN

1) Giải các phương trình vi phân cấp 1 sau:

a) $(x^2 + y^2) dy + (2xy + 1) dx = 0$

b) $y^2 dx + (x^2 - xy) dy = 0$

c) $2xy' = x + 3y$

d) $y' = \frac{y}{x} + x^2 e^{-x} \cos^2\left(\frac{y}{x}\right)$, với $x \neq 0$

e) $y' + \frac{y}{x} = 4x^4 y^4$, với $x \neq 0$

f) $xy' = x \sin\left(\frac{y}{x}\right) + y$, với $x \neq 0$

g) $y' - 2y \tan x + y^2 \sin^2 x = 0$

2) Giải các phương trình vi phân cấp 2 sau:

a) $y'' - 6y' + 9 = 9e^{3x}$

b) $y'' - 2y' = x$

c) $y'' - 5y' + 6y = 2xe^{2x}$

d) $y'' - 3y' + 2y = e^x(2x - 3)$

e) $y'' - y' - 12y = (16 - 14x)e^{-3x}$

f) $y'' + 2y' + y = xe^x + 2e^{-x}$

g) $y'' + y' = e^x + \sin x$