Métodos Numéricos para la Ciencia e Ingeniería
Informe 3

Pablo Aníbal Peña Rojas - 19.077.067-2

October 9, 2015

1 Introducción

2 Procedimiento

2.1 Parte 1 - El oscilador de van der Pol

El oscilador de van der Pol es una solución propuesta para describir la dinámica de circuitos eléctricos y su ecuación es:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - \mu(x^2 - a^2)\frac{dx}{dt}$$

con k constante elástica y μ coeficiente de roce. Se sabe que si $|x| > a$ el roce amortigua el movimiento, sin embargo, si $|x| < a$ el roce inyecta energía al sistema. Con el cambio de variable $t = fracsk$ y $x = ay$ queda

$$\frac{d^2y}{ds^2} = -y - \mu^*(y^2 - 1)\frac{dy}{ds}$$

con μ^*=μa^2, se buscará implementar el método de Runge-Kutta de orden 3 para integrar la ecuación de movimiento hasta T=20 π y encontrar las soluciones para las siguientes condiciones iniciales:

$$\frac{dy}{ds} = 0; y = 0.1; \mu^* = 1.607$$

[1]

$$\frac{dy}{ds} = 0; y = 4.0; \mu^* = 1.607$$

y graficarlas.

2.2 Parte 2 - El Sistema de Lorenz

El sistema de Lorenz es un set de ecuaciones diferenciales ordinarias conocido por tener algunas soluciones caóticas la más famosa el llamado atractor de Lorenz. El sistema de ecuaciones es el siguiente:

$$\frac{dx}{ds} = \sigma(y - x)$$

$$\frac{dy}{ds} = x(\rho - z) - y$$

$$\frac{dz}{ds} = xy - \beta z$$

Una solución se obtiene con θ=10, β=8/3 y ρ=28 que son los que se utilizaran. Se busca la solución de este sistema.

3 Resultados

3.1 Parte 1 - El oscilador de van der Pol

El método de Runge-Kutta se utiliza para solucionar EDOs de la forma:

$$y'' = f(x, y, y')$$

, es fácil comprobar que nuestra función tiene esa forma. Se definió una función que integraba sobre el tiempo escogido (se escogieron 40000 pasos entre 0 y 2π). Los gráficos que quedaron fueron los siguientes para las condiciones iniciales (1):

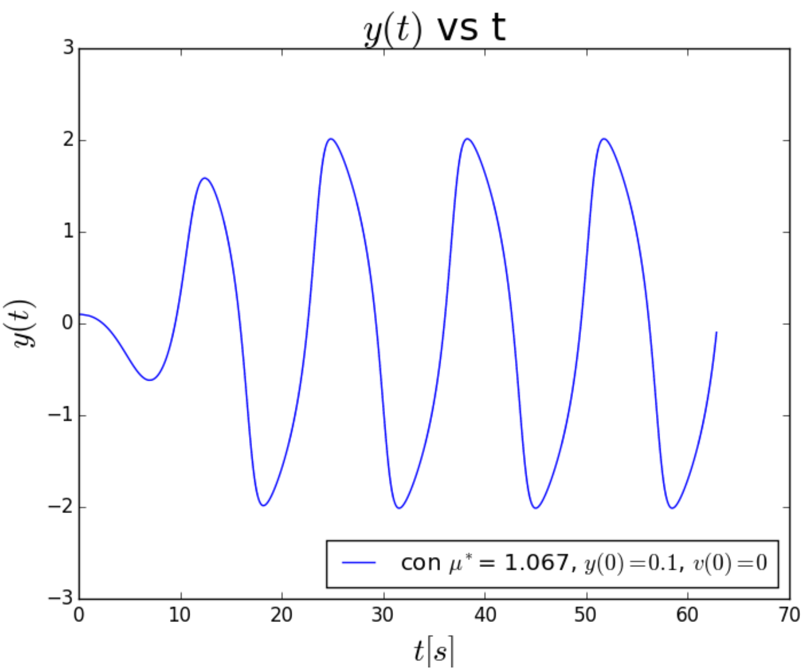

Figure 1: Gráfico de y vs t con y_0=0.1

Y para las condiciones iniciales 2:

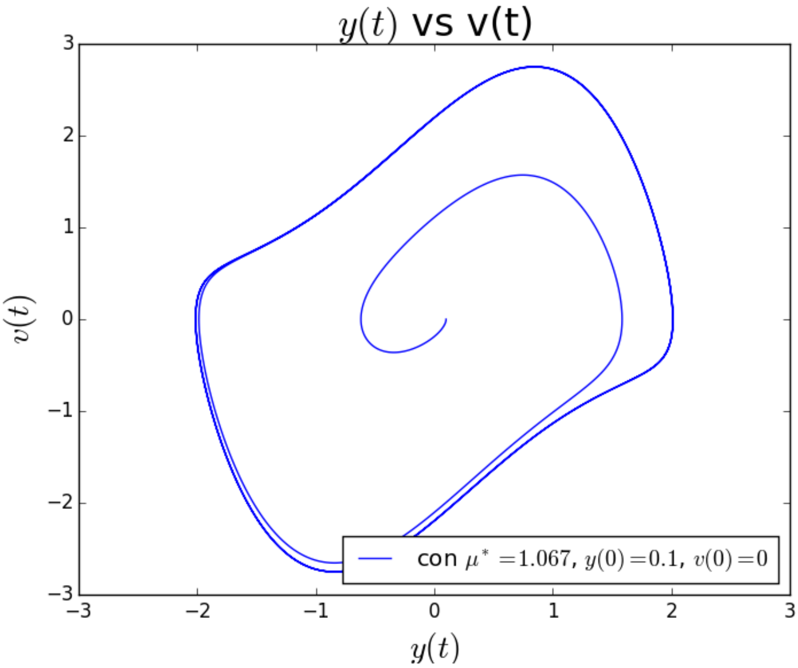

Figure 2: Gráfico de y vs v con y_0=0.1

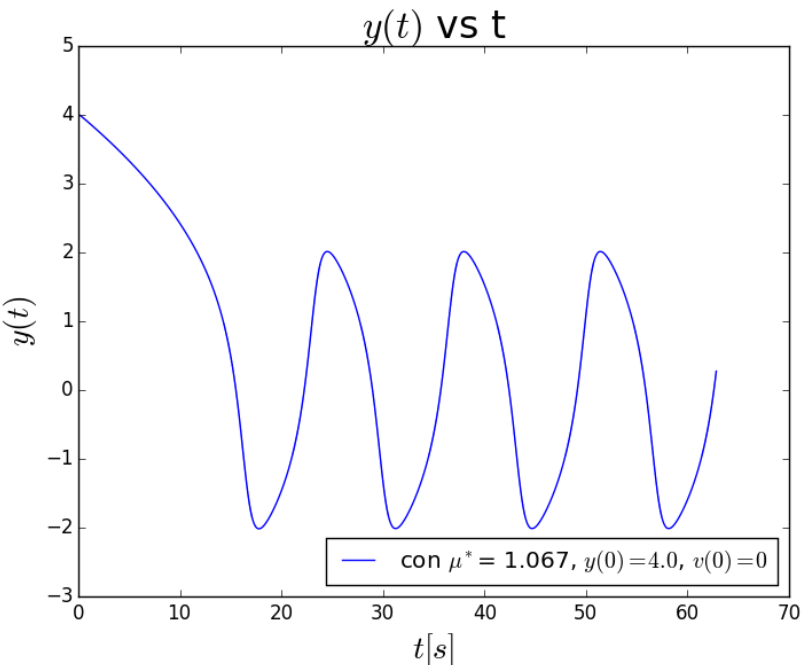

Figure 3: Gráfico de y vs t con y_0=4.0

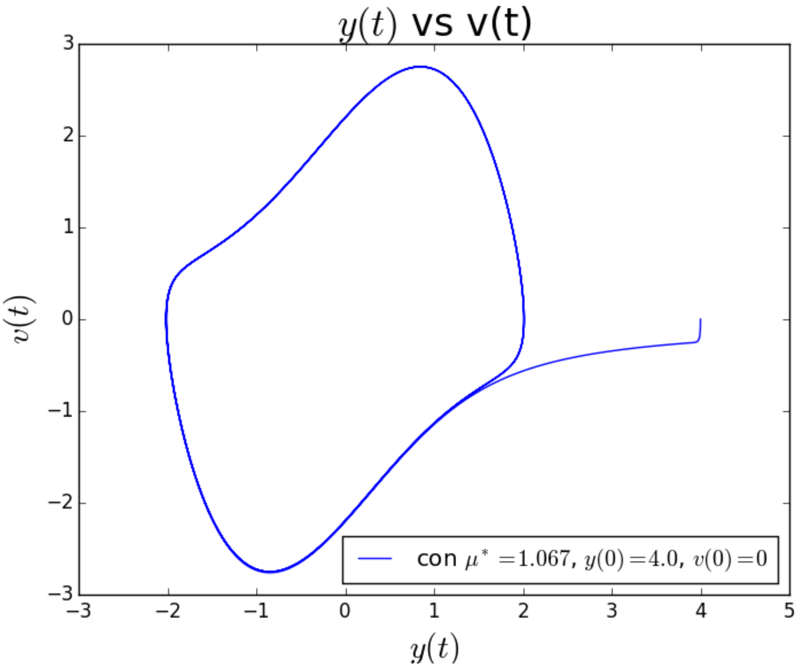

Figure 4: Gráfico de y vs v con y_0=4.0

3.2 Parte 2 - El atractor de Lorenz

Se escogió como condiciones iniciales a $(x = 1, y = 2, z = 1)$ y se integró en un intervalo de 100 segundos. Se utilizó el algoritmo de la librería scipy.integrate ode, llamado 'dopri 5', que es un runge kutta de orden 5. Y se ploteó finalmente la solución en 3D con ayuda de la librería mpl toolkits.mplot3d Axes3D.

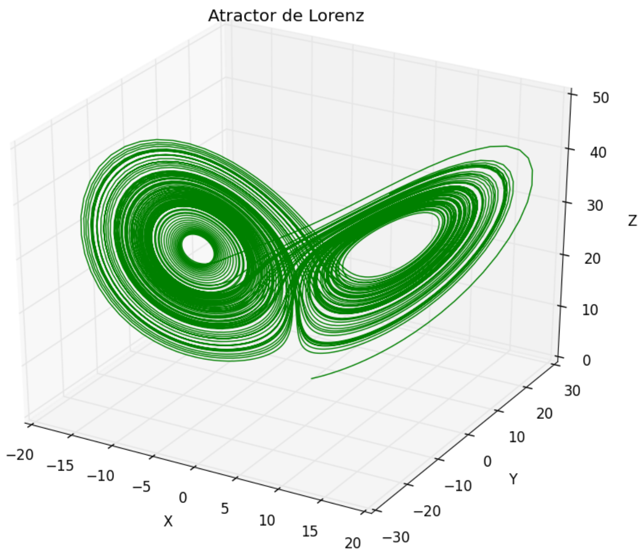

Figure 5: Gráfico de x, y y z para el atractor de lorenz

4 Conclusiones

Para el oscilador de van der Pol se puede apreciar que sin importar la posición inicial, los resultados, cone sos parámetros, convergen a lo mismo (oscilando entre -+2 a partir de los 15 segundos, fig.1 y fig.3) Para el atractor de lorentz se puede apreciar que los resultados convergen rápidamente hacia el centro.

References

[1] Mi RUT es 19.077.067-2