TELECOMUNICAÇÕES

MATEMÁTICA APLICADA

Escola Técnica
Nossa Senhora Aparecida

TELECOMUNICAÇÕES

MATEMÁTICA APLICADA

Escola Técnica
Nossa Senhora Aparecida

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

A **Escola Técnica Nossa Senhora Aparecida** com o intuito de se tornar referência em ensino técnico no Brasil, lança cursos técnicos em diversos eixos, de forma a atender uma demanda regional e estadual.

Por meio de um trabalho diferenciado o estudante é instigado ao seu autodesenvolvimento, aliando a pesquisa e a prática.

Essa competência e boa formação são os requisitos necessários para quem deseja estar preparado para enfrentar os desafios do mercado profissional. A escolha de um curso que aproxime teoria e prática e permita a realização de experiências contribui de maneira decisiva para a formação de um profissional comprometido com a qualidade e a inovação.

Ciente dessa importância a escola técnica Nossa Senhora Aparecida reuniu profissionais especialistas das áreas fins dos cursos propostos para fornecer cursos técnicos de qualidade para a comunidade da região.

Como escola de desenvolvimento tecnológico, na área de educação, através de um trabalho sério, realizado nos últimos anos no campo da educação básica, fortalece e amplia o seu programa de cursos, instituindo, em Goiás cursos técnicos de educação profissional.

Os cursos da Escola Técnica Nossa Senhora Aparecida são oferecidos na modalidade semipresencial, utilizando-se da plataforma Moodle ou Material Apostilado, mediado por professores formadores/tutores renomados. Além dos momentos presenciais, serão oferecidos no ambiente virtual: fórum de apresentação, fórum de noticias, slide com conteúdos pertinentes ao curso em questão, links de reportagens direcionadas, sistematização da aprendizagem.

BOAS VINDAS

Bem vindo à Escola Técnica Nossa Senhora Aparecida!

Prezado (a) Cursista,

Que bom tê-lo (a) conosco!

Ao ter escolhido estudar na modalidade à distância, por meio de um ambiente virtual de aprendizagem, você optou por uma forma de aprender que requer habilidades e competências específicas por parte dos professores e estudantes. Em nossos cursos à distância, é você quem organiza a forma e o tempo de seus estudos, ou seja, é você o agente da sua aprendizagem. Estudar e aprender a distância exigirá disciplina.

Recomendamos que antes de acessar o espaço virtual de aprendizagem, faça uma leitura cuidadosa de todas as orientações para realização das atividades.

É importante que, ao iniciar o curso, você tenha uma compreensão clara de como será estruturada sua aprendizagem.

Uma orientação importante é que você crie uma conta de e-mail específica para receber informações do curso, seus exercícios corrigidos, comunicados e avisos. É de responsabilidade do estudante verificar também sua caixa de spam-lixo para ter acesso a todas as informações enviadas.

Desejamos um ótimo curso.

INFORMAÇÕES INTRODUTÓRIAS

ORGANIZAÇÃO CURRICULAR

Cada curso possui matriz curricular própria dividida em módulos de ensino semanais. O cronograma e planejamento de cada curso são modulados conforme as disposições dos professores e as atualizações dos conteúdos.

Os cursos têm apostilas de conteúdo para cada componente curricular, elaboradas por profissionais de referência em Goiás.

Os certificados serão emitidos pela Escola Nossa Senhora Aparecida até 90 dias após o termino do curso, tendo em vista o trabalho de fechamento das notas e avaliação do curso.

SISTEMA DE TUTORIA

O tutor será o profissional que estará mais próximo de você durante o período do curso, passando todos os comunicados e avisos, cobrando a entrega das atividades.

Conte com o tutor da sua turma para tirar suas dúvidas sejam elas do ambiente virtual, conteúdo do curso ou dúvida e questionamentos sobre os exercícios.

SISTEMA DE AVALIAÇÃO

A avaliação será obtida através da participação e da avaliação do nível de conhecimento que o estudante demonstrar em chats, fóruns e exercícios.
Ao término do curso será informado para os estudantes de forma individualizada sobre sua aprovação e desempenho no curso.

VOCÊ E OS ESTUDOS À DISTÂNCIA

ORGANIZANDO OS ESTUDOS

O estudo por meio de um ambiente virtual de aprendizagem não é mais difícil e nem mais fácil do que num ambiente presencial. É apenas diferente. O estudo à distância exige muita disciplina. As orientações a seguir irão auxiliá-lo a criar hábitos de estudo.

- Elabore um horário semanal, considerando a carga horária do curso. Nesse plano, você deve prever o tempo a ser dedicado:
    - à leitura do conteúdo das aulas, incluindo seus links para leituras complementares, sites externos, glossário e referências bibliográficas;
    - à realização das atividades ao final de cada semana;
    - à participação nos chats;
    - à participação nos fóruns de discussão;
    - ao processo de interação com o professor e/ou com o tutor;
    - ao processo de interação com seus colegas de curso, por mensagem ou por chat.

Uma vez iniciados os seus estudos, faça o possível para manter um ritmo constante, procurando seguir o plano previamente elaborado. Na educação à distância, é você, que deve gerenciar o seu processo de aprendizagem.

Procure manter uma comunicação constante com seu tutor, com o intuito de tirar dúvidas sobre o conteúdo e/ou curso e trocar informações, experiências e outras questões pertinentes.

Explore ao máximo as ferramentas de comunicação disponíveis (mensageiro, fórum de discussão, chat).

É imprescindível sua participação nas atividades presenciais obrigatórias (aulas),elas são parte obrigatória para finalização do curso.

CONHECENDO O AMBIENTE VIRTUAL DE APRENDIZAGEM

No ambiente virtual de aprendizagem também necessitamos de uma organização para que ocorram os processos de ensino, de aprendizagem e principalmente a interação entre professor/tutor e estudantes.

O ambiente virtual de aprendizagem da Escola Nossa Senhora Aparecida é o Moodle.

Em sua sala de aula, você encontrará espaços de comunicação e interação: quadro de notícias, atividades recentes, informações sobre o professor e sobre seus colegas de turma, calendário, recurso para o envio da sistematização ao seu tutor e ferramentas de comunicação.

Sucesso no seu Curso!

INTRODUÇÃO

Na matemática, existem duas grandes vertentes: a matemática pura e a matemática aplicada. A matemática pura é o ramo da matemática que estuda as propriedades matemáticas na sua forma genérica, isso significa que ela não se preocupa com suas possíveis aplicações a uma determinada área de conhecimento, sendo considerada uma matemática estética. Já a matemática aplicada, utiliza a matemática pura, para algum fim, isto é, estabelece uma aplicação útil.

Exemplos: matemática pura: $2 + 2 = 4$;

Matemática aplicada: tenho 2 maçãs, e ganho mais 4 maçãs. Quantas maçãs eu tenho?

R: 2 maçãs + 4 maçãs = 6 maçãs

Claro que este exemplo é bastante simples, mas a matemática aplicada está presente em vários domínios, por exemplo, cálculo numérico, matemática voltada à engenharia, programação linear, otimização, modelagem contínua, biomatemática e bioinformática, teoria da informação, teoria dos jogos, probabilidade e estatística, matemática financeira, criptografia, combinatória e até mesmo ciência da computação. Aqui neste componente curricular, nos interessa estudar a matemática aplicada, relembrando conceitos de matemática pura, e aplicando-os em situações do nosso cotidiano. Bons estudos!

FRAÇÕES

DEFINIÇÃO

Fração é uma forma de se representar uma quantidade a partir de um valor, que é dividido por um determinado número de partes iguais.

Como é que você representaria a quantidade referente ao número 1 que foi dividida em 8 partes iguais?

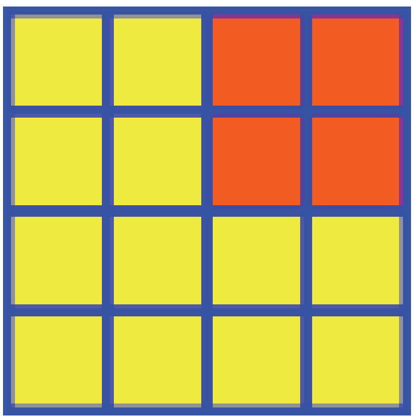
Simplesmente através da seguinte fração: 1/8

Generalizando, a fração a/b é a representação genérica do valor a que é dividido por b partes iguais, sendo b ≠ 0.

Em toda fração, o termo superior é chamado de numerador e o termo inferior chamamos de denominador.

Em nossa fração genérica a/b temos que o termo a é o numerador e o termo b é o seu denominador.

Veja a figura abaixo, que foi divida em 16 partes iguais, 4 partes em laranja e 12 partes em amarelo. Em termos de fração, podemos dizer que o 4 corresponde ao numerador da fração e que o 16 corresponde ao seu denominador.

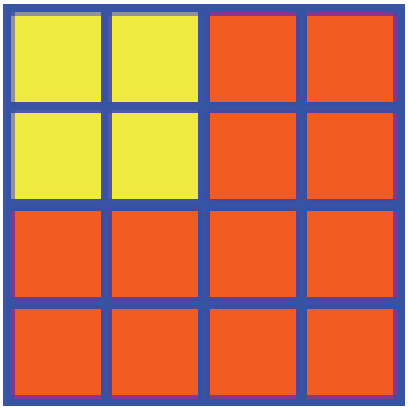


Podemos então representar a seguinte fração: 4/16

Mas o que significa isto?

A fração 4/16 pode significar que das 16 partes que compõe a figura, estamos considerando apenas 4 delas, ou seja, estamos considerando apenas quatro dezesseis avos da figura.

Agora veja a figura seguinte:

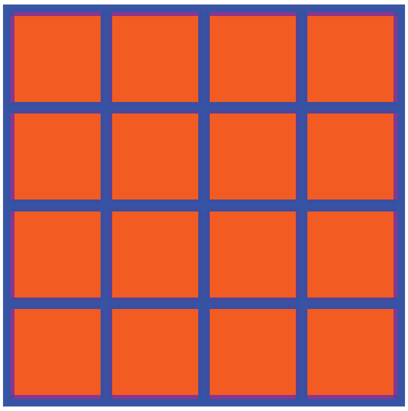


Temos 12 das 16 partes em laranja, que podemos então representar por 12/16.

Neste caso estamos considerando doze dezesseis avos da figura.

E se ao invés das 4 ou 12 partes, tivéssemos considerado todas?

A figura abaixo nos representa esta hipótese:



Nela temos 16 das 16 partes em laranja, que podemos então representar por 16/16.

Se você estiver atento, já percebeu que 16/16 equivale a 1, ou seja, a figura toda em laranja.

OPERAÇÕES COM FRAÇÕES

Adição ou Subtração

A adição ou subtração de frações requer que todas as frações envolvidas possuam o mesmo denominador. Se inicialmente todas as frações já possuírem um denominador comum, basta que realizemos a soma de todos os numeradores e mantenhamos este denominador comum.

Vejamos o seguinte exemplo:

$\frac{1}{7} + \frac{2}{7} + \frac{3}{7}$ Podemos observar que todas elas possuem o denominador 7. Neste caso a fração final terá como numerador a soma dos números 1, 2 e 3, assim como terá o mesmo denominador 7:

$$\frac{1 + 2 + 3}{7} = \frac{6}{7}$$

Vejamos um outro exemplo:

$$\frac{8}{9} - \frac{1}{9} - \frac{2}{9}$$

Observamos que todas as frações possuem o denominador 9. Neste caso a fração final terá como numerador a diferença dos numeradores, assim como irá manter o denominador 9:

$$\frac{8 - 1 - 2}{9} = \frac{5}{9}$$

Existem também os casos de soma de frações em que os denominadores das frações são diferentes. Neste caso, deve-se reduzir todas as frações a um denominador comum, utilizando a técnica do MMC (mínimo múltiplo comum)

MMC (Mínimo múltiplo comum)

Os cálculos envolvendo MMC são relacionados com múltiplos e divisores de um número natural. Entendemos por Múltiplo, o produto gerado pela multiplicação entre dois números. Observe:

Dizemos que 30 é múltiplo de 5, pois 5 * 6 = 30. Existe um número natural que multiplicado por 5 resulta em 30. Veja mais alguns números e seus múltiplos:

M(3) = 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, ...
M(4) = 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, ...
M(10) = 0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, ...
M(8) = 0, 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, ...
M(20) = 0, 20, 40, 60, 80, 100, 120, ...
M(11) = 0, 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99, ...

Os múltiplos de um número formam um conjunto infinito de elementos.

O mínimo múltiplo comum entre dois números é representado pelo menor valor comum pertencente aos múltiplos dos números. Observe o MMC entre os números 20 e 30:

M(20) = 0, 20, 40, 60, 80, 100, 120, ...
M(30) = 0, 30, 60, 90, 120, 150, 180, ...

O MMC entre 20 e 30 é equivalente a 60.

Uma opção para o cálculo do MMC, consiste em realizar a decomposição simultânea dos números, multiplicando os fatores obtidos. Observe: Deseja-se verificar qual o MMC entre os números 20 e 30. Para isso, deve-se dividir os dois números pelo menor número, que tenha uma divisão exata. Observe na imagem abaixo: os números 20 e 30 foram divididos por 2 (anota-se o divisor na coluna ao lado direito), e o resultado da divisão foi anotado logo abaixo dos números que foram divididos. Faz-se a divisão novamente, nessa segunda parte, observamos que apenas o número 10 dá pra ser dividido por 2, então ele é dividido, e o número 15 é transcrito para baixo. Na terceira parte, observamos que ambos os números, 5 e 15, dá para dividir por 3, então, é anotado ao lado o divisor, e embaixo o resultado da divisão. Obtemos os números 5 e 5, e o único número que daria para dividir, seria o próprio 5. É feita a divisão, anotado o divisor na coluna ao lado, e o resultado da divisão, anotado embaixo dos números originais, antes da divisão. Acaba-se o processo, quando os números que se tem pra dividir, sejam 1. O MMC, será a multiplicação de todos os divisores, neste caso: 2 * 2 * 3 * 5 = 60

20	30	2
10	15	2
5	15	3
5	5	5
1		

$$MMC(20,\ 30) = 2 * 2 * 3 * 5 = 60$$

O mesmo processo é válido para três ou mais números. Observe os exemplos abaixo:

8	12	28	2
4	6	14	2
2	3	7	2
1	3	7	3
1	1	7	7
1	1	1	

Neste caso, o MMC será 2 * 2 * 2 * 3 * 7 = 168

15, 24, 60	2
15, 12, 30	2
15, 6 , 15	2
15, 3 , 15	3
5, 1 , 5	5
1, 1 , 1	

Neste caso, o MMC será 2 * 2 *2 *3*5 = 120

Bem, agora você já sabe como se calcula o MMC, conseguindo agora calcular soma ou subtração de frações de denominadores diferentes. Lembre-se: para este cálculo, o MMC dos denominadores tem que ser calculado e reescrever a fração utilizando de um mesmo denominador. Mas não para por aí. Vamos supor que desejamos calcular 7/4+8/3. Se calcularmos o MMC de 4 e 3, chegaremos num resultado de MMC igual a 12, e para dar continuidade ao cálculo da fração, deve-se fazer o seguinte: dividir o valor do MMC pelo denominador da primeira fração, e multiplicar com o numerador da primeira fração; adicionar o sinal de + ou – (neste caso é soma); dividir o valor do MMC pelo denominador da segunda fração, e multiplicar com o numerador da segunda fração; e se houverem outras frações, repetir o procedimento 1, 2 e 3, e assim sucessivamente. No nosso exemplo, teremos 12 dividido por 4, depois multiplicado por 7; + ; 12 dividido por 3, depois multiplicado por 8; toda a soma sendo dividida pelo valor do MMC. Veja: ((3*7)+(4*8))/12= (21+32)/12= 53/12. Ou se fosse 7/4-8/3, teríamos:

((3*7)-(4*8))/12= (21-32)/12=- 11/12

Multiplicação

Ao menos conceitualmente, a multiplicação ou produto de frações, talvez seja a mais simples das operações aritméticas que as envolvem. Diferentemente da adição e da subtração, a multiplicação não requer que tenhamos um denominador comum. Para realizarmos o produto de frações, basta que multipliquemos os seus numerados entre si, fazendo-se o mesmo em relação aos seus denominadores. Vejamos o exemplo abaixo:

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{7}$$

Independentemente de os denominadores serem todos iguais ou não, iremos realizar a multiplicação conforme mostrado abaixo:

$$\frac{1 \cdot 2 \cdot 4}{3 \cdot 5 \cdot 7} = \frac{8}{105}$$

Divisão

Para dividir frações, utiliza-se a seguinte definição: A divisão de frações é feita através da conservação da fração do denominador, multiplicada pelo inverso da fração do denominador.

Exemplos:

(3/4)/(5/7) Para o cálculo, deve-se conservar a primeira, e multiplicar pelo inverso da segunda. Observe: 3/4 esta é a primeira fração (conversa), e 7/5 é o inverso da segunda. Então multiplica-se a primeira pelo inverso da segunda: 3/4*7/5= 21/20

Outro exemplo: (7/6)/(3/9)=7/6*9/3=63/18

EXERCÍCIOS

1. Das figurinhas que eu possuía, 3/7 eu perdi e 2/5 foram dadas ao meu irmão, ficando 72 delas comigo. Quantas figurinhas foram dadas ao meu irmão?
   a. 29/35
   b. 7/35
   c. 6/35

d. 14/35

2. Meus dois sobrinhos me visitaram neste final de semana e lhes dei 4/5 dos doces que eu possuía em casa. Um ganhou 10 doces e outro ganhou 7/12 dos doces que eu dei. Quantos doces eu deixei de dar?
    a. 7
    b. 6
    c. 30
    d. 24

CONJUNTO DOS NÚMEROS NATURAIS

Na matemática existem, para efeitos didáticos, vários conjuntos dos quais destacaremos alguns considerados importantes em nível de conhecimento. São eles:

- Conjunto dos Números Naturais (representado pela letra N maiúscula);
- Conjunto dos Números Inteiros (representado pela letra Z maiúscula);
- Conjunto dos Números Racionais (representado pela letra Q maiúscula);
- Conjunto dos Números Irracionais (representado pela letra I maiúscula);
- Conjunto dos Números Reais (representado pela letra R maiúscula);

Neste capítulo, iremos abordar exatamente um desses importantes conjuntos: o Conjunto dos Números Naturais.

Ao indagar esse assunto, nos vem logo um curioso questionamento: como surgiram os números naturais?

SURGIMENTO DOS NÚMEROS

O número surgiu a partir do momento em que existiu a necessidade de contar objetos e coisas, e isso aconteceu há mais de 30.000 anos. Os homens nessa época viviam em cavernas e grutas e não existia a ideia de números, mas eles tinham a necessidade de contar. Assim, quando os homens iam pescar ou caçar levavam consigo pedaços de ossos ou de madeira. Para cada animal ou fruto capturado o homem fazia no osso ou no pedaço de madeira um risco. Com a evolução do homem, que, deixando de ser nômade, fixou-se em um só lugar, este passou a praticar não somente a caça e a coleta de frutos, mas também o cultivo de plantas e a criação de animais. A partir daí surgiu a necessidade de uma nova forma de contagem, pois ele precisava controlar o seu rebanho, então passaram a utilizar pedras: cada animal representava uma. Mas como isso era feito? Para cada animal que ia pastar, uma pedra era colocada dentro de um saco. Ao final do dia, para cada animal que entrava no cercado, uma pedra era retirada. Assim, era possível manter o controle e saber se algum animal havia sido comido por outro animal selvagem ou apenas se perdido.

Com a evolução do homem e da matemática, surgiu a palavra cálculo, que em latim significa “contas com pedras”. Portanto, depois de entender um pouco da história de como surgiram os números, dos quais também estão inseridos os que hoje conhecemos como números naturais, podemos citar algumas características importantes que nos ajudarão a entender melhor sobre o conjunto dos números naturais.

OS NÚMEROS NATURAIS

Usamos os Números Naturais para contar pessoas, objetos, produtos e tudo que representar quantidade, ou seja, são esses números que estamos acostumados a usar no cotidiano.

O conjunto dos números naturais é representado pela letra maiúscula N e composto pelos algarismos de zero a nove (0 a 9) e suas combinações.
Os algarismos de 0 a 9 são:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

(lembrando que algarismo é um símbolo utilizado para representar um número)

Exemplo 1

- O número 25 é formado pela combinação dos algarismos 2 e 5, ou seja, a combinação dos algarismos 2 e 5, nessa ordem, formam o número 25.

- O número 1037 é formado pela combinação dos algarismos 1, 0, 3 e 7, ou seja, a combinação dos algarismos 1, 0, 3 e 7, nessa ordem, formam o número 1037.

Representação

Considerando a sucessão dos números naturais, o conjunto dos números naturais é representado da seguinte forma:

N = { 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, ... }

Como vimos, esse conjunto possui os algarismos de 0 a 9. O restante dos números desse conjunto é formado pela combinação destes algarismos todos positivos.

Temos ainda como uma importante característica nesse conjunto, o número zero (0) como sendo o menor número natural não existindo o maior, ou seja, esse conjunto inicia-se do zero (0) e não temos quem seja o último número definido. A sucessão dos naturais é infinita, a qual representamos pelo ponto de reticências (...), e o motivo desses estarem colocados entre chaves é porque na matemática utiliza-se desse símbolo {} para representar a notação de conjunto.

Exemplo 2

Vamos usar uma interessante analogia entre os números naturais e as estrelas:

Faça uma experiência de tentar contar as estrelas. Você pode se deparar com algumas situações, dependendo do clima e do tempo.

Vejamos algumas:

- Olhar para o céu e não ver nenhuma estrela, ou seja, a quantidade de estrelas no céu é zero (0).
- Olhar para o céu e ver poucas estrelas de modo que seja possível contá-las naquele momento.
- Olhar para o céu e ver milhões ou bilhões de estrelas de modo que não seja possível contálas, ou seja, uma quantidade infinita (...) de estrelas.

Portanto, para contar as estrelas utilizamos os números naturais. Iniciamos do zero (no caso de não avistarmos nenhuma estrela no céu), passamos pelos algarismos de 0 a 9 e suas combinações, e não sabemos exatamente quem representa o último número sendo uma sucessão infinita (no caso do céu estar estrelado com uma quantidade incontável ou infinita de estrelas).

Sucessor e Antecessor de um Número Natural

Sucessor: Todo número natural tem um sucessor (número que vem depois do número dado).

Exemplo 3

- O sucessor de 0 é 1, pois $0 + 1 = 1$ (número 0 adicionado a uma unidade).
- O sucessor de 5 é 6, pois $5 + 1 = 6$ (número 5 adicionado a uma unidade).

Antecessor: Todo número natural, com exceção do zero, que é o primeiro número desse conjunto, possui um antecessor (número que vem antes do número dado).

Exemplo 4

- O antecessor de 1 é 0, pois $1 – 1 = 0$
(número 1 subtraído a uma unidade).

- O antecessor de 7 é 6, pois 7 – 1 = 6 (número 7 subtraído a uma unidade).

Operações com os Números Naturais

Na matemática, temos quatro operações básicas que precisamos aprender para uso prático em nossa vida, são elas:

- Adição (conhecida como soma).
- Subtração (conhecida como diferença).
- Multiplicação (conhecida como produto).
- Divisão (conhecida como quociente).

Exemplo 5

Maria tem 48 balas e quer dividi-las igualmente entre seus 8 sobrinhos. Com quantas balas cada sobrinho de Maria vai ficar? Se Maria possui 48 balas para distribuir igualmente entre seus 8 sobrinhos, basta ela ir distribuindo uma bala para cada sobrinho até distribuir todas as 48 balas, o número de vezes que cada sobrinho receber uma bala será exatamente a quantidade de balas que cada sobrinho receberá. Um modo prático para resolver esse problema é dividir o total de balas pela quantidade de sobrinhos, ou seja, dividir 48 por 8, cuja divisão é 6.

48 : 8 = 6

Portanto, cada sobrinho irá ficar com 6 balas.

EXERCÍCIOS

1. Uma loja de roupas femininas colocou todas as blusas em promoção. Marcela gostaria de comprar algumas blusas para dar de presente para suas primas, tias, irmãs e mãe. Ao todo Marcela terá que comprar 12 blusas, e cada blusa da promoção custa R$

25,00. Sendo assim, para comprar as blusas Marcela gastará:

a. 37,00.
b. 200,00.
c. 300,00.
d. 337,00.
e. 25,00.

1. 42) Joana comprou 15 copos. Ela quer guardálos em seu armário que tem 3 prateleiras. A quantidade de copos que Joana vai colocar em cada prateleira de modo que cada uma fique com a mesma quantidade de copos é:
    a. 12 copos .
    b. 6 copos.
    c. 5 copos.
    d. 3 copos.
    e. 15 copos.

CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS

FORMAÇÃO DO CONJUNTO DOS NÚMEROS INTEIROS

O Conjunto dos Números Inteiros é uma extensão do Conjunto dos Números Naturais, pois no Conjunto dos Números Naturais os números são formados pelos algarismos de 0 a 9 e suas combinações todas positivas. Já o Conjunto dos Números Inteiros é formado pelos algarismos de 0 a 9 e suas combinações tanto positivas quanto negativas, ou seja, são os mesmos números, porém, positivos e negativos.

Os números positivos são indicados com o sinal de mais (+) na frente do número ou sem sinal. Já os números negativos são indicados com o sinal de menos (-) na sua frente.

Exemplo 1

- Número 2
  Forma positiva: +2 (mais dois) ou 2 (dois).
  Forma negativa: -2 (menos dois).

  O número dois pode ser escrito na forma positiva por +2 (com o sinal de mais na frente) ou por 2 (sem sinal na frente), e também na forma negativa por -2 (com sinal negativo na frente).

- Número zero (0)
  Não possui forma positiva ou negativa:
  +0 , 0 , -0

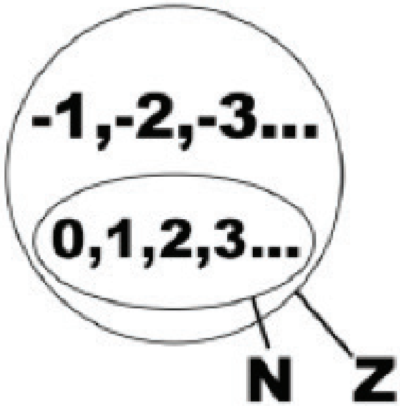
  O zero (0) é um caso particular, pois tanto faz ser positivo ou negativo, independente de ter ou não ter sinal na frente, sua escrita não altera seu significado de valor nulo.

Representações

O conjunto dos números inteiros é representado pela letra Z maiúscula, e dentre as várias formas que temos para representar este conjunto, destacaremos algumas como:

- Representação usando diagramas;
- Representação usando notação de conjuntos;
- Representação usando a reta numérica.

Usando Diagramas



Veja nessa representação por meio de diagramas que no círculo maior (Z) temos números positivos e negativos e no círculo menor (N) apenas números positivos. Portanto, a união entre os números positivos e o zero (naturais) com os negativos (-1, -2, -3, ...) forma o conjunto dos números inteiros.

Usando a Notação de Conjuntos

Ao comparar os números naturais e os inteiros, percebemos que o conjunto dos números naturais está contido no conjunto dos números inteiros, ou seja, todos os números naturais estão dentro do conjunto dos números inteiros.

Símbolo de contido

$N \subset Z$

(N está contido em Z)

$N = \{ \overrightarrow{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \ldots} \}$

$Z = \{ \ldots, -3, -2, -1, \overrightarrow{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \ldots} \}$

Repare que na representação do conjunto dos números inteiros indicada pela letra Z, é possível perceber que dentro desse conjunto estão todos os números naturais. Além disso, podemos notar que no conjunto dos números inteiros todos os números possuem antecessor e sucessor, diferente dos naturais, onde nem todos possuem antecessor, que é o caso do zero (0), por isso o antecessor de zero (0) não é um número natural, e sim inteiro.

Usando a Reta Numérica

Para entender melhor, vejamos a representação dos números inteiros na reta numérica.

Repare na reta, que os números positivos estão a direita do zero (0) e os negativos a esquerda do zero (0), e juntos formam o conjunto dos números inteiros.

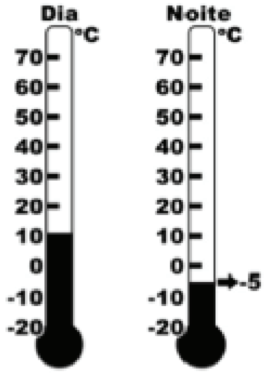
Algumas Utilidades

Os números inteiros estão presentes no cotidiano, envolvidos em determinadas situações com as quais nos deparamos frequentemente.

Podemos citar algumas bem conhecidas como:

- Medir temperatura acima ou abaixo de zero graus Celsius (0 °C);
- Situar fusos horários de países;
- Indicar posições abaixo ou acima do nível do mar;
- Identificar saldos bancários com crédito ou débito;
- Mostrar saldo de gols dos times de futebol em um campeonato etc.

Exemplo 2



10°C acima de zero durante o dia, à noite passou a marcar 5°C abaixo de zero.

Dia:
+10°C ------------- 10°C acima de zero

Noite:
- 5°C ------------- 5°C abaixo de zero

Qual seria a relação dessas temperaturas com
os números inteiros?

Quando falamos acima de zero, estamos nos referindo aos números positivos e quando falamos abaixo de zero, estamos nos referindo aos números negativos.

Exemplo 3

Vamos imaginar que uma pessoa tenha R$500,00 depositados num banco e faça sucessivas retiradas:

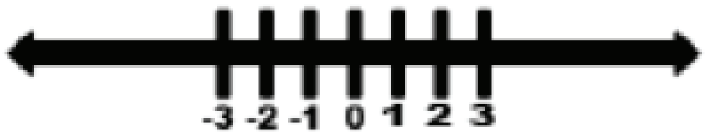
- dos R$500,00 retira R$200,00 e fica com R$300,00;
- dos R$300,00 retira R$200,00 e fica com R$100,00;
- dos R$100,00 retira R$200,00 e fica devendo R$100,00.

A última retirada fez com que a pessoa ficasse devendo dinheiro ao banco. Assim, dever R$100,00 significa ter R$100,00 menos que zero.

Essa dívida pode ser representada por: -100,00 reais (número negativo pertencente aos inteiros)

Oposto de um Número Inteiro

O oposto de um número positivo é um número negativo, assim como o oposto de um número negativo é um número positivo. Essa relação de oposto é simétrica em relação à origem zero (0).



Veja na reta que o oposto do número +2 é -2 e de +3 é -3 sendo estes simétricos em relação à origem zero (0) da reta, ou seja, a distância de 0 a 2 é a mesma de 0 a -2, assim como a distância de 0 a 3 é a mesma de 0 a -3.

Exemplo 4

- O oposto de 23 é -23.
  O oposto do sinal de mais (+) é o sinal de menos (-), em que a distância de 0 a 23 é a mesma de 0 a -23.

- O oposto de -50 é 50.
  O oposto do sinal de menos (–) é o sinal de mais (+), em que a distância de 0 a -50 é a mesma de 0 a 50.

Operações entre Números Inteiros

- Adição e Subtração

Na adição de dois números inteiros de mesmo sinal, devemos somar e manter o sinal desses dois números, já na adição de dois números inteiros de sinais diferentes, devemos subtrair e conservar o sinal do número de maior valor absoluto.

EXERCÍCIOS

1. Roberta depositou em sua conta bancária a quantia de R$200,00. Ao conferir o saldo de sua conta, notou que possuía um saldo negativo de R$50,00. Explique o que aconteceu.

2. O oposto dos seguintes números inteiros 2, 6, 25, 123, -10 e -4 são respectivamente:
   a. -2, -6, -25, +123, +10 e -4.
   b. -2, +6, -25, -123, 10 e 4.
   c. 2, 6, 25, 123, -10 e -4.
   d. -2, -6, -25, -123, 10 e 4.
   e. nenhuma das afirmativas.

CONJUNTO DOS NÚMEROS RACIONAIS

Mesmo depois do surgimento dos números naturais e, posteriormente, dos números inteiros, ainda assim, o homem se viu na necessidade de utilizar novos números que foram surgindo devido à necessidade de cada época, pois novas descobertas foram sendo feitas e com elas criaram-se novos conjuntos, que juntos com os naturais e inteiros chamamos de conjuntos numéricos.

No primeiro capítulo, dissemos que na matemática existem, para efeitos didáticos, vários conjuntos, dos quais destacaríamos alguns considerados importantes em nível de conhecimento. Dentre eles, já vimos:

- Conjunto dos Números Naturais (N);
- Conjunto dos Números Inteiros (Z).

Neste capítulo, veremos sobre o Conjunto dos Números Racionais.

Sobre os outros dois conjuntos (conjunto dos números irracionais e conjunto dos números reais) veremos a principal característica de um número irracional quanto a sua formação e, que o conjunto dos números reais se trata da união de todos esses outros conjuntos citados até aqui (naturais, inteiros, racionais e irracionais), ou seja, o conjunto dos números reais é composto por todos os números que vimos e que ainda veremos no decorrer desse capítulo.

Números Racionais

O Conjunto dos Números Racionais é representado pela letra maiúscula Q, e formado pelos números racionais que são os naturais (N), inteiros (Z), frações, decimais e dízimas periódicas.

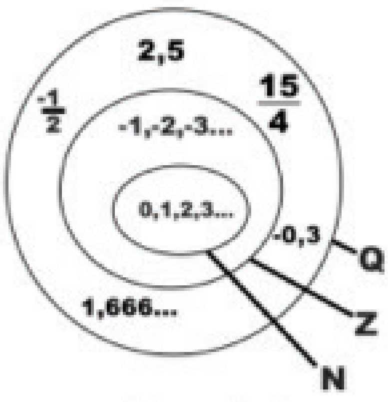
Representações

Dentre as várias formas que temos para representar o conjunto dos números racionais, destacaremos algumas como:

- Representação usando diagramas;
- Representação usando notação de conjuntos;
- Representação usando a reta numérica.

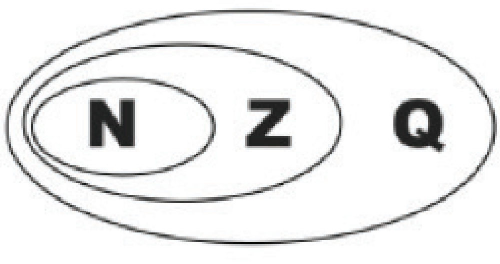
Usando Diagramas

A representação por diagramas é caracterizada pela utilização de um círculo que representa um conjunto, onde os números, chamados de elementos, localizam-se do lado de dentro do círculo para indicar que estes pertencem ao conjunto.



Nesta representação, o círculo menor, indicado pela letra N, representa o conjunto dos números naturais (0, 1, 2, 3, ...), já o círculo do meio, indicado pela letra Z, representa o conjunto dos números inteiros que são todos os naturais mais os negativos (... , -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...), e o círculo maior, indicado pela letra Q, representa o conjunto dos números racionais, que além dos naturais e inteiros, também contém outros números como: decimais, frações e dízimas periódicas.

$$\left(-\frac{1}{2}\ ;\ -0{,}3\ ;\ 2{,}5\ ;\ \frac{15}{4}\ ;\ 1{,}666\ \ldots\right)$$



Símbolo de contido

$N \subset Z \subset Q$

Note que dentro do conjunto dos números racionais (Q) está contido o conjunto dos números inteiros (Z), e dentro do conjunto dos números inteiros está contido o conjunto dos números naturais (N). Assim, podemos dizer que todo número natural é inteiro e que todo número inteiro é racional e, portanto, tanto os números naturais quanto os números inteiros são números racionais.

Usando a Reta Numérica

Outra forma interessante de representar o conjunto dos números racionais é usando a reta enumerada, a qual facilita a visualização e compreensão quanto a ordem e valor de cada número.

Esta reta representa o conjunto dos números racionais e os números indicados nela são elementos pertencentes ao conjunto. Repare que nela temos números naturais (0 e 1), números inteiros que são os próprios naturais (0 e 1), frações (-4/5, 1/3, 5/4, 7/2) e números decimais (-0,25 e -1,5), onde todos esses números e uma infinidade de outros, que não aparecem na reta mas que pertencem a ela, são considerados números racionais.

É bom ressaltar que entre um número racional e outro existe uma infinidade de números racionais.

Usando a Notação de Conjuntos

Vimos dois tipos de representação do conjunto dos números racionais, agora vejamos um terceiro usando a notação de conjuntos, representação da qual caracteriza esse conjunto quanto a sua formação.

$$Q = \left\{\frac{a}{b} \; com \; a \; e \; b \; \in Z \; e \; b \neq 0\right\}$$

O conjunto dos números racionais (Q) é igual ao conjunto formado por 'a' sobre 'b' (fração), onde 'a' e 'b' pertencem ao conjunto dos números inteiros (Z) com 'b' diferente de zero (0), ou seja, na fração indicada por a/b, 'a' é o numerador podendo ser qualquer número inteiro, e 'b' é o denominador também podendo ser qualquer número inteiro, porém diferente de zero (0), pois o denominador de qualquer fração nunca pode ser igual a zero pelo fato de não existir divisão por zero.

Frações

Uma fração indica a divisão entre dois números, em que o número de cima é chamado de numerador e o de baixo de denominador. O numerador pode ser interpretado como sendo a quantidade de partes que se tem de um todo ou total, em que este todo ou total é indicado no denominador.

Números Decimais

Os números decimais são números não inteiros que também podem ser escritos na forma de fração, cuja principal característica é a presença da vírgula, ou seja, todo número separado por vírgula será classificado como decimal.

Exemplo

- 0,3
- 0,25
- -0,45

Na letra "a", o número decimal é zero vírgula três ou três décimos (0,3), que também pode ser escrito na forma de fração como três sobre dez ou 3 partes de 10 (3/10).

0,3 = 3/10

Para transformar o número decimal 0,3 na fração 3/10, colocamos o número 3, formado após a vírgula, no numerador e o número 10, referente a casa dos décimos, no denominador, pois o número decimal 0,3 significa três décimos (uma casa decimal após a vírgula).

Já na letra “b”, o número decimal é zero vírgula vinte e cinco ou vinte e cinco centésimos (0,25), que também pode ser escrito na forma de fração como vinte e cinco sobre cem ou 25 partes de 100 (25/100) que equivale a um quarto ou 1 parte de 4 (1/4).

0,25= 25/100 = ¼

Para transformar o número decimal 0,25 na fração 25/100, colocamos o número 25, formado após a vírgula, no numerador e o número 100, referente a casa dos centésimos, no denominador, pois o número decimal 0,25 significa vinte e cinco centésimos (duas casas decimais após a vírgula).

Quanto a fração 1/4, esta se originou da simplificação da fração &) %99, em que o numerador 25 e o denominador 100, ambos foram divididos por 25, ou seja, na fração 25/100, dividimos o numerador 25 por 25 e denominador 100 também por 25 gerando a fração ¼ que é equivalente a 25/100.

E na letra “c”, o número decimal é menos zero vírgula quarenta e cinco ou menos quarenta e cinco centésimos (-0,45), decimal que também pode ser escrito na forma de fração como menos quarenta e cinco sobre cem ou menos 45 partes de 100 (-45/100) que é equivalente a menos nove sobre vinte ou menos 9 partes de 20 (-9/20).

-0,45 = -45/100 = -9/20

Note que nos três exemplos foi possível escrever os números decimais em forma de fração, tanto no caso dos decimais positivos quanto dos negativos. O mesmo pode ser feito de fração para números decimais, ou seja, também podemos escrever uma fração em forma de número decimal, para isso, basta dividirmos o numerador pelo denominador e teremos o resultado em número decimal, isto quando a divisão não for exata.

EXERCÍCIO

1. Numa festa de aniversário, o bolo foi partido em 20 pedaços iguais. Ao distribuir os pedaços aos convidados, o aniversariante preferiu repartir de uma vez só 5/20 do bolo para Carlos, 6/20 para Cláudia e 7/20 para Clóvis. O aniversariante percebeu que ainda havia sobrado do bolo e resolveu também comer 1 pedaço. Quanto ao restante, após o aniversariante também comer 1 pedaço, podemos afirmar que:
    a. sobraram ainda 2/20 do bolo.
    b. não sobrou nenhum pedaço.
    c. ainda resta 1 pedaço, ou seja, 1/19 do bolo.
    d. faltou bolo para os convidados.
    e. restou 1 pedaço, ou seja, 1/20 do bolo.

POTENCIAÇÃO

Buscando facilitar a representação de números com valores numéricos muito altos ou muito baixos, foi criado um tipo de representação que nos permite escrever um mesmo número de outra forma com o mesmo valor numérico. Este tipo de representação é chamado de potenciação.

Potência

Quando multiplicamos um determinado número por ele mesmo várias vezes, podemos representá-lo em forma de potência, sendo que este número multiplicado por si mesmo várias vezes é chamado de base, e a quantidade de vezes que esse número é multiplicado chamamos de expoente.

Exemplo 1

(três elevado a quatro é igual 81)

No esquema, temos a representação do número 81 na forma de potência, em que o número 3 é chamado de base, o número 4 é chamado de expoente e o número 81 é o resultado de três elevado a quatro chamado de potência.

Note que 34 é igual a 81, pois 34 significa 3.3.3.3 (três vezes três quatro vezes) que é igual a 81, em que o resultado (81) chamado de potência é o produto (multiplicação) da base (3) por ela mesma a quantidade de vezes o valor do expoente (4).

Fator

Os números envolvidos em uma multiplicação são chamados de fatores e o resultado da multiplicação é chamado de produto. Quando os fatores são todos iguais, existe uma forma diferente de fazer a representação dessa multiplicação que é a potenciação.

Exemplo 2

$$\underbrace{2.2.2.2}_{\textbf{fatores}} = 16 \rightarrow \textbf{produto}$$

(multiplicação de fatores iguais)

Neste esquema, os fatores são todos iguais a 2 e o produto entre eles é igual a 16. Se os fatores são todos iguais, podemos representar a mesma multiplicação da seguinte forma:

$$2.2.2.2 = 2^4 = 16$$

(fatores iguais a 2)

Tanto a multiplicação 2.2.2.2 (dois vezes dois vezes dois quatro vezes) quanto a potência _* (dois elevado a quatro) são iguais a 16, ou seja, escrevemos o produto dos fatores 2 em forma de potência tendo o mesmo valor numérico como resultado.

Se os fatores são todos iguais a 2 e estão sendo multiplicados entre si 4 vezes, podemos representar o fator 2 como sendo a base, e essa quantidade de vezes (4) como sendo o expoente.

Esta representação é conhecida como potenciação.

2^4=16

Assim, sempre que tivermos fatores iguais, podemos montar uma potência.

É importante ressaltar que:

- A base será o valor do fator;
- O expoente é a quantidade de vezes que o fator repete;
- A potência é o resultado do produto entre os fatores.

Exemplo 3

Vamos escrever as seguintes potências em forma de fatores e encontrar seus respectivos resultados:

- $3^2=3\ .3=9$
- $2^3=2\ .2\ .2=8$

EXERCÍCIO

1. Se numa festa uma pessoa gastou 3^4 de reais na entrada e mais 5^3 de reais de consumo, podemos dizer que entre entrada e consumo ela gastou ao todo na festa exatamente:
    a. R$200,00.
    b. R$81,00.
    c. R$125,00.
    d. R$206,00.
    e. R$27,00.

RADICIAÇÃO

No capítulo anterior, vimos um assunto muito importante para compreensão do conteúdo que iremos estudar agora, pois entendendo bem o processo que envolve a potenciação fica mais fácil assimilar o que iremos estudar sobre a radiciação.

O principal motivo que faz a potenciação ser considerada um dos pré-requisitos de estudo da radiciação é o fato desta ser sua operação inversa, ou seja, a potenciação é denominada a operação inversa da radiciação.

Assim, é fundamental conhecer o que representa cada termo da radiciação bem como o método usado para encontrar cada raiz, tendo em vista que tudo depende dos valores indicados tanto no índice quanto no radicando, os quais são termos da radiciação que iremos conhecer durante este capítulo.

Vejamos algumas comparações e relações a respeito da potenciação e da radiciação, que vão nos orientar melhor:

- Na Potenciação, vimos que o expoente indica a quantidade de vezes que devemos multiplicar a base por ela mesma: 3^2=3 .3=9

Na Radiciação, faremos o processo inverso da potenciação, ou seja, se três ao quadrado é nove, então a raiz quadrada de nove é três.

$\sqrt[2]{9} = 3$

Se o número 3 multiplicado por ele mesmo é 9, significa que a raiz quadrada de 9 é 3.

3 .3=3^2=9

$\sqrt[2]{9} = 3$

Termos da Radiciação

Agora, vejamos como se chamam e onde se localizam cada um dos termos que caracterizam a radiciação:

- O número 2 representa o termo chamadoíndice.
- O número 9 representa o termo chamado radicando.
- O número 3 é chamado raiz (representa o resultado do radical raiz quadrada de nove).
- O símbolo √ indicado no esquema é chamado símbolo da raiz.
- E a expressão $\sqrt[2]{9}$ é chamada radical.

Exemplo 1

$$\text{índice} \leftarrow \sqrt[2]{9} \rightarrow \text{radicando}$$
$$\text{índice} \leftarrow \sqrt[3]{8} \rightarrow \text{radicando}$$

No primeiro radical $\sqrt[2]{9}$, o índice é 2 e o radicando é 9. Já no segundo $\sqrt[3]{8}$ o índice é o 3 e o radicando é 8.

Repare que nos dois radicais aparece o valor do índice. Porém, existem radicais em que o valor do índice não aparece. Quando isso acontece, significa que seu valor é 2, ou seja, sempre que o valor do índice não aparecer indicado no radical, significa que se trata de uma raiz quadrada de índice 2.

Exemplo 2

$$\text{índice} \leftarrow \sqrt{9} \rightarrow \text{radicando}$$

Observe que no radical $\sqrt{9}$ temos o valor do radicando que é 9, porém não aparece o valor do índice. Neste caso, devemos saber que seu valor é 2, admitindo o mesmo para qualquer radical, cujo o valor do índice não aparece, independente do radicando.

Assim, a expressão $\sqrt{9}$ (raiz quadrada de 9 com índice oculto) é a mesma indicada por $\sqrt[2]{9}$ (raiz quadrada de 9 com índice visível).

$$\sqrt{9} = \sqrt[2]{9}$$

(radicais iguais)

Nomenclatura de Radicais

É o nome que se dá a cada um dos radicais de acordo com o valor de seu índice e radicando.

Exemplo 3

- $\sqrt{4}$

  Note que este é um radical, em que o índice não é visível, ou seja, não aparece, isto significa que seu valor é 2. Se o radicando igual a 4, logo o radical é chamado de raiz quadrada de quatro. Quadrada por ter índice 2 e de quatro por ter radicando 4.

- $\sqrt[3]{8}$

  Neste radical, o índice vale 3 e o radicando 8, isto significa que sua nomenclatura é raiz cúbica de oito. Cúbica por ser de índice 3 e de oito porque o radicando vale 8.

- $\sqrt[4]{81}$

Agora, temos um radical de índice 4 e radicando 81, deste modo lê-se: raiz quarta de oitenta e um. Quarta por ter índice 4 e de oitenta e um por ser o valor do radicando.

- $\sqrt[5]{32}$

  O radical é raiz quinta de trinta e dois. Quinta porque o índice é 5 e trinta e dois porque o radicando é 32.

  Repare que a nomenclatura dos radicais depende do valor do índice e do radicando, em que o radicando é escrito da mesma forma que se lê.

De Potência para Radical

Sempre que tivermos uma potência com expoente na forma fracionária, podemos escrever essa potência na forma de radical, em que o numerador da fração que faz papel de expoente na potência vira expoente no radicando mantendo a mesma base da potência, e o denominador dessa mesma fração vira índice da raiz, gerando um radical de mesmo valor da potência.

Exemplo 4

$$3^{\frac{3}{2}} = \sqrt[2]{3^3}$$

Na fração $\frac{3}{2}$, que é expoente da potência $3^{\frac{3}{2}}$ de base, 3, o numerador 3 vira expoente no radicando também de base 3 e o denominador 2 vira índice da raiz gerando o radical $\sqrt[2]{3^3}$.

De Radical para Potência

Se quisermos fazer o processo inverso, ou seja, transformar um radical numa potência, basta colocar no expoente da potência, a fração contendo o índice da raiz no denominador e o expoente do radicando no numerador, mantendo a mesma base e gerando uma potência de mesmo valor do radical

Exemplo 5

$$\sqrt[3]{2^4} = 2^{\frac{4}{3}}$$

$$\sqrt{4^3} = 4^{\frac{3}{2}}$$

EXERCÍCIO

1. Considerando o radical $\sqrt{2^4}$, de acordo com suas características, é correto afirmar que:
    a. apresenta índice dois, radicando dois, e sua nomenclatura é dada por: raiz quadrada de dois elevado a quatro.
    b. apresenta índice um, o radicando é uma potência indicada por dois elevado a quatro, e sua nomenclatura é dada por: raiz quarta de dois.
    c. apresenta índice dois, o radicando é uma potência indicada por dois elevado a quatro, e sua nomenclatura é dada por: raiz quadrada de dois elevado a quatro.
    d. apresenta índice quatro, radicando dezesseis, que é equivalente a dois elevado a quatro, e sua nomenclatura é dada por: raiz quadrada de dois elevado a quatro ou raiz quadrada de dezesseis.
    e. apresenta índice zero, radicando dezesseis, que é o resultado de dois elevado a quatro, e sua nomenclatura é dada por: raiz

2. O resultado de $\sqrt[3]{8}$ é:
    a. 2.
    b. 3.
    c. 4.
    d. 1.
    e. um valor incalculável.

REGRA DE TRÊS SIMPLES

Antes de estudarmos sobre a regra de três simples, é importante que saibamos primeiro o que é uma regra de três.

Regra de Três

Chamamos de regra de três a um processo de resolução de problemas de quatro valores, dos quais um deles não é conhecido, ou seja, três valores são conhecidos e precisamos determinar o outro.

A regra de três pode ser dividida em:

- Regra de três simples;
- Regra de três composta.

Neste capítulo, limitaremos em trabalhar somente com o primeiro caso, que é a regra de três simples.

Regra de Três Simples

Chamamos de regra de três simples a relação entre duas grandezas podendo ser direta ou inversa dependendo do tipo dessas grandezas.

Quando as duas grandezas forem diretamente proporcionais, usamos a regra de três simples direta; e quando forem inversamente proporcionais, utilizamos a regra de três simples inversa.

Vários problemas que envolvem duas grandezas, sejam elas diretamente ou inversamente proporcionais, podem ser resolvidos pelo uso da regra de três simples.

Representando uma Regra de Três Simples

Para facilitar os cálculos, podemos representar uma regra de três simples por meio de tabelas ou esquemas contendo quatro valores relacionados a duas grandezas em situações distintas, em que apenas três dos quatro valores são conhecidos, ou seja, um dos valores de uma das grandezas em uma das situações é desconhecido.

Exemplo 1

$Tecido\ (m)$		$Preço\ (R\$)$
8	________	156
12	________	x

Neste esquema ou tabela, temos duas colunas contendo duas grandezas em situações distintas. Na primeira coluna, temos dois valores referentes à grandeza "Tecido" em duas situações diferentes, que mostram a quantidade em metros (m) de um determinado tecido indicada por 8 e 12. Já na segunda coluna, temos a grandeza "Preço"
também em duas situações diferentes, que mostram os preços em reais (R$) deste tecido indicados por 156 e x, que são os preços correspondentes às medidas expressas na primeira coluna.

Note que são duas grandezas, Tecido e Preço, em duas situações distintas, primeira e segunda linha, em que dos quatro valores apresentados, três são conhecidos e um não, ou seja, sabemos os dois valores referentes a grandeza "Tecido" que são: 8m (primeira linha) e 12m (segunda linha), e sabemos apenas um dos valores referente à grandeza "Preço" que é R$156,00 (primeira linha), sendo desconhecido o outro valor indicado por x (segunda linha).

Resolvendo uma Regra de Três Simples

Para resolver um problema usando a regra de três simples, primeiro devemos identificar quais são as duas grandezas envolvidas e, em seguida, montar uma tabela contendo duas colunas (uma para cada grandeza) separando e organizando os valores fornecidos, cada um em sua respectiva coluna referente à grandeza a que pertence, de acordo com a cronologia dos fatos.

Após organizarmos a tabela ou esquema com as duas grandezas e seus respectivos valores, montamos uma proporção igualando as razões relacionadas às duas situações envolvendo cada grandeza e, por fim, aplicamos a propriedade fundamental da proporção para encontrar o valor desconhecido.

Exemplo 2

Sabendo que 8m de um determinado tecido custam R$156,00. Quanto custará 12m deste mesmo tecido?

Para resolver problemas deste tipo, basta usar a regra de três simples, pois temos duas situações distintas envolvendo duas grandezas com quatro valores, dos quais apenas três são conhecidos oucitados no enunciado.

Acompanhe o processo:

- Identificando as grandezas
  As grandezas são: Tecido e Preço, em que a grandeza Tecido está em metros e a grandeza Preço em reais.

- Montando a tabela com as grandezas e seus respectivos valores:

Tecido (m)		*Preço (R$)*
8	________	156
12	________	x

  Na primeira coluna, temos a grandeza Tecido, indicada em metros (m), e na segunda coluna a grandeza Preço, indicada em reais (R$). Na primeira linha, temos a primeira situação, em que 8m de tecido custam R$156,00 e na segunda linha, temos a segunda situação, em que não sabemos quanto custa 12m deste mesmo tecido, ou seja, o valor desconhecido é justamente o preço de 12m deste tecido, o qual foi indicado por x.

- Montando a proporção

$$8/12 = 156/x$$

(8 está para 12, assim como 156 está para x)

As razões são montadas na mesma ordem da tabela, ou seja, da grandeza Tecido, tiramos a razão 8/12 (8 está para 12), e da grandeza Preço, a razão 156/x (156 está para x). Depois, estas razões foram igualadas gerando uma proporção montada a partir dos valores das duas grandezas.

- Aplicando a propriedade fundamental da proporção

$$8/12 = 156/x$$

(produto dos extremos é igual ao produto dos meios, ou seja, multiplicação cruzada)

(se temos 8x e queremos apenas o valor de 1x, então devemos dividir o valor de 8x que é 1872 em 8 partes iguais, ou seja, o número 8 que está multiplicando x, passa para o outro lado da igualdade dividindo, deixando apenas o valor de x isolado)

$x=1872/8$
$x= 234$

Se x é igual a 234, significa que na compra de 12 metros deste tecido, uma pessoa pagaria R$234,00. Portanto, 12m deste tecido custará R$234,00.

Regra de Três Simples Direta

Uma regra de três simples direta é uma forma de relacionar duas grandezas diretamente proporcionais, utilizando-se de quatro valores, em que apenas três deles são conhecidos.

Exemplo 3

Na extremidade de uma mola colocada verticalmente, foi pendurado um corpo com massa de 5Kg, em que verificamos que ocorreu um deslocamento no comprimento da mola de 27cm.

Se colocarmos um corpo com 10Kg de massa na extremidade da mesma mola, qual será o deslocamento no comprimento dela?

De acordo com as informações fornecidas no problema, podemos montar a seguinte tabela referente às duas grandezas envolvidas e seus respectivos valores:

Massa do corpo (Kg)	Deslocamento da mola (cm)
5	27
10	x

As grandezas envolvidas são: Massa e Deslocamento. Analisando estas grandezas, veremos que são diretamente proporcionais, pois de acordo com que se aumenta a massa do corpo, o deslocamento no comprimento da mola também aumenta na mesma proporção.

Sendo conhecidos três dos quatro valores nas duas situações, podemos obter o outro valor indicado por x (valor desconhecido), utilizando os dados fornecidos na tabela por meio de uma proporção direta.

Vejamos:

Massa (kg)		*Deslocamento (cm)*
5	————	27
10	————	x

(esquema com as grandezas e seus valores)

5/10 = 27/x
(5 está para 10, assim como 27 está para x)

Observe que na proporção 5/10 = 27/x, os números 5 e 10 (referentes à grandeza Massa) aparecem na mesma ordem em que estão na tabela (ordem direta), formando a razão 5/10. O mesmo acontece com os números 27 e x (referentes à grandeza Deslocamento) que formam a razão 27/x, também na mesma ordem em que aparecem na tabela (ordem direta).

Agora, basta apicarmos a propriedade fundamental da proporção, em que o produto dos extremos é igual ao produto dos meios.

5/10 = 27/x
(multiplicando cruzado)

5 . x = 10 . 27
5x = 270
(o 5 que está multiplicando passa dividindo)

x = 270/5
x = 54

Assim, se x é igual a 54, significa que o deslocamento no comprimento da mola, colocando um corpo de 10Kg de massa em sua extremidade, será de 54cm.

Portanto, o deslocamento no comprimento da mola será o dobro da primeira situação, ou seja, de 27cm passará para 54cm.

Regra de Três Simples Inversa

Uma regra de três simples inversa é uma forma de relacionar duas grandezas inversamente proporcionais utilizando-se de quatro valores, em que apenas três deles são conhecidos.

Exemplo 4

Em um treino de Fórmula 1, um corredor imprimindo a velocidade média de 200Km/h, fez um certo percurso em 30 segundos. Se este
corredor mudasse sua velocidade média para 300Km/h, qual seria o tempo gasto por ele para fazer o mesmo percurso?

Representando o tempo procurado pela letra x e organizando os valores citados no enunciado de acordo com suas grandezas, podemos montar a seguinte tabela:

Velocidade (Km/h)	Tempo (s)
200	30
300	x

Neste caso, note que relacionamos grandezas inversamente proporcionais (Velocidade e Tempo), pois num mesmo percurso, se aumentarmos a velocidade, consequentemente, o tempo diminui na mesma proporção que a velocidade foi aumentada.

Assim, a forma de montarmos a proporção, deve ser diferente da usada na regra de três simples direta, pois, pelo fato serem grandezas inversamente proporcionais, antes de aplicarmos a propriedade fundamental da proporção, devemos inverter uma das razões e manter a outra na mesma ordem em que aparece na tabela.

Ordem da tabela:

$$\begin{array}{ccc} Velocidade\ (Km/h) & & Tempo\ (s) \\ 200 & \text{-------} & 30 \\ 300 & \text{-------} & x \end{array}$$

200/300 = 30/x
(200 está para 300, assim como 30 está para x)

Invertendo uma das razões:

$$200/300 = x/30$$

(200 está para 300, assim como x está para 30)

Os números 200 e 300 (referentes à grandeza Velocidade Média) mantiveram-se na mesma ordem em que aparecem na tabela, formando a razão 200/300. Já os números 30 e x (referentes à grandeza Tempo) foram invertidos para formar a razão, ou seja, ao invés de formarmos a razão 30/x de acordo com a ordem da tabela, fizemos a inversão entre numerador e denominador trocando-os de posição, gerando a razão x/30.

$$30/x = x/30$$

(a razão inversa de 30/x é x/30)

Depois de montarmos a proporção invertendo uma das razões, lembrando que poderíamos ter invertido qualquer uma das duas, basta resolvê-la usando sua propriedade fundamental.

$$200/300 = x/30$$

(produto dos extremos é igual ao produto dos meios e vice-versa, ou seja, multiplicação cruzada)

$$300 \,.\, x = 200 \,.\, 30$$

$$300x = 6000$$

(300 que está multiplicando passa dividindo)

$$x = 6000/300$$

$$x = 20$$

Portanto, se a velocidade do corredor for de 300Km/h, ele gastará 20 segundos (s) para realizar o mesmo percurso.

EXERCÍCIOS

1. Comprando 8m de corda paguei R$15,00. Se eu comprar 16m desta mesma corda pagarei:
    a. R$30,00.
    b. R$7,50.
    c. R$20,00.
    d. R$35,00.
    e. R$32,00.

2. Com 6 pedreiros podemos construir um muro em 4 dias. Se diminuirmos a quantidade de pedreiros para 3, o tempo gasto para fazer o mesmo trabalho será de:
    a. 2 dias.
    b. 4 dias.
    c. 6 dias.
    d. 8 dias.
    e. 10 dias.

PORCENTAGEM

A porcentagem é bastante explorada no cotidiano. Diariamente, é possível observar, em nosso meio, diversas situações e comentários a respeito deste assunto, seja na televisão, nas lojas, nos bancos ou em qualquer outro estabelecimento.

Este é um tema da matemática muito conhecido e não deixa de ser interessante, pois é de grande praticidade para todos nós.

O Termo Por Cento

Historicamente, a expressão por cento aparece nas principais obras de aritmética de autores italianos do século XV. O símbolo % (de porcentagem) surgiu como uma abreviatura da palavra "cento" utilizada nas operações mercantis.

O termo "por cento" é proveniente do Latim per centum e quer dizer "por cem". Toda razão ou fração da forma a/b (a está para b ou a sobre b), na qual o denominador b vale 100 pode ser classificada em de taxa de porcentagem, ou simplesmente porcentagem.

$$\frac{a}{b} \rightarrow \frac{a}{b} \Rightarrow b = 100$$

(denominador 100)

Representações

A porcentagem é caracterizada pela presença do símbolo de porcentagem (%) na frente do número que, por sua vez, pode ser representada por meio de uma fração com denominador 100.

Para indicar um índice de 10 por cento, escrevemos o número 10 seguido do símbolo de porcentagem (%) gerando o índice indicado por 10%. Este índice (dez por cento) significa que em cada 100 unidades de algo tomaremos 10, isto é, 10% de 100 é igual a 10.

A Porcentagem na Forma Fracionária

Sempre que quisermos representar uma porcentagem em forma de fração basta representar o numerador como sendo o valor da porcentagem e o denominador sendo igual a 100.

Exemplo 1

- 10% (dez por cento)
  10% é igual a 10/100 (dez sobre cem), em que na fração 10/100 o numerador 10 indica o valor da porcentagem e o denominador 100 representa o termo por cento.

$$10\% = 10/100$$

- 80% (oitenta por cento)
  80% é igual a 80/100 (oitenta sobre cem), em que na fração 80/100 o numerador 80 indica o valor da porcentagem e o denominador 100 representa o termo por cento.

$$80\% = 80/100$$

Obtendo uma Porcentagem

Para se obter o valor de uma porcentagem, ou seja, para calcular tantos por cento de um determinado valor, basta fazer o produto entre a porcentagem que queremos e este determinado valor.

Exemplo 2

- 10% de 80
  Queremos saber quanto representa 10% de 80.
  Assim, basta multiplicarmos a porcentagem pelo valor dado, ou seja, multiplicar 10% por 80.

10% . 80

(escrevendo na forma fracionária)

10/100 . 80

(multiplicando o valor da porcentagem pelo número dado)

800/100 = 8

Portanto, 10% de 80 é igual a 8.

Exemplo 3

Um fichário tem 20 fichas numeradas, em que 60% destas fichas estão etiquetadas com um número par. Sabendo disso, responda:

a. a) Quantas fichas estão etiquetadas com um número par?
b. b) Quantas fichas estão etiquetadas com um número ímpar?
    - Na letra "a", queremos saber quantas fichas estão etiquetadas com um número par, ou seja, quanto representa 60% de 20, pois ao todo são 20 fichas das quais 60% possuem etiquetas par. Desse modo, basta multiplicar a porcentagem pelo valor dado, ou seja, multiplicar 60% por 20.

60% . 20

(escrevendo na forma fracionária)

60/100 . 20

(multiplicando o valor da porcentagem pelo número dado)

1200/100 = 12

Portanto, das 20 fichas temos 12 com etiquetas de número par.

- Já na letra "b", queremos saber a quantidade de fichas que foram etiquetadas com um número ímpar. Neste caso, temos duas opções:

  - Primeira
    Calcular 40% de 20, pois o total de fichas representa 100%, e se deste total de 100% temos que 60% é par, logo o restante será ímpar, ou seja, de 60% para 100% faltam 40% ou 100% - 60% = 40% (o restante é 40%)

    Calculando 40% de 20:

    40% . 20
    (escrevendo na forma fracionária)

    40/100 . 20
    (multiplicando o valor da porcentagem pelo número dado)

    800/100 = 8
    (8 fichas com numeração ímpar)

  - Segunda
    A segunda opção é mais prática, pois se no total temos 20 fichas, em que 12 são de numeração par, significa que o restante das fichas são de numeração ímpar, ou seja, de 12 para 20 faltam 8 ou 20-12=8 (o restante é 8)

    Portanto, das 20 fichas, 12 estão etiquetadas com um número par e 8 com um número ímpar.

EXERCÍCIOS

1. Ao comprar uma mercadoria á vista, obtive um desconto de 10%

sobre o preço marcado na etiqueta. Se paguei R$450,00 pela mercadoria, o preço original dessa mercadoria era sem o desconto era:

   a. R$600,00
   b. R$550,00
   c. R$500,00
   d. R$490,00
   e. R$590,00

2. O FGTS (Fundo de Garantia por Tempo de Serviço) é um direito do trabalhador com carteira assinada, no qual o empregador é obrigado por lei a depositar em uma conta na Caixa Econômica Federal o valor de 8% do salário bruto do funcionário. Esse dinheiro deverá ser sacado pelofuncionário na ocorrência de demissão sem justa causa. Assim, o valor do depósito efetuado pelo empregador, calculado o FGTS sobre um salário bruto de R$ 1.500,00 será de:
   a. R$1380,00
   b. R$1300,00
   c. R$150,00
   d. R$100,00
   e. R$120,00

GEOMETRIA PLANA

Conceitos históricos e cálculo de áreas

Nesse estudo sobre a Geometria Euclidiana ou Plana, serão abordados os principais conceitos e um pouco da história desse ramo da matemática milenar que desempenha tão grande representatividade na vida da humanidade. Não há dúvidas da importância da Geometria na vida humana. O conhecimento geométrico revolucionou o saber, tornando-se o seu estudo, necessário à realização de grandes feitos nas áreas da construção e na partilha de terras. Se dividirmos a palavra Geometria conseguimos chegar ao seu significado etimológico: geo (terra) + metria (medida), portanto Geometria significa medida de terra.

Passeio pela história

O conhecimento geométrico como conhecemos hoje nem sempre foi assim. A geometria surgiu de forma intuitiva, e como todos os ramos do conhecimento, nasceu da necessidade e da observação humana. O seu início se deu forma natural através da observação do homem à natureza. Ao arremessar uma pedra num lago, por exemplo, observou-se que ao haver contato dela com a água, formavam-se circunferências concêntricas – centros na mesma origem. Para designar esse tipo de acontecimento surgiu a Geometria Subconsciente.

Conhecimentos geométricos também foram necessários aos sacerdotes. Por serem os coletores de impostos da época, a eles era incumbida a demarcação das terras que eram devastadas pelas enchentes do Rio Nilo. A partilha da terra era feita diretamente proporcional aos impostos pagos. Enraizada nessa necessidade puramente humana, nasceu o cálculo de área.

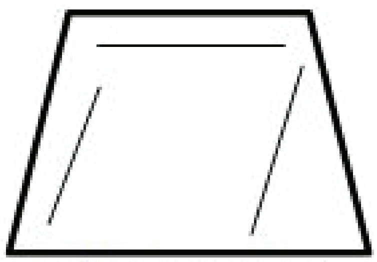
Muitos acontecimentos se deram, ainda no campo da Geometria

Subconsciente, até que a mente humana fosse capaz de absorver propriedades das formas antes vistas intuitivamente. Nasce com esse feito a Geometria Científica ou Ocidental. Essa geometria, vista nas instituições de ensino, incorpora uma série de regras e sequências lógicas responsáveis pelas suas definições e resoluções de problemas de cunho geométrico.

Foi em 300 a.C. que o grande geômetra Euclides de Alexandria desenvolveu grandiosos trabalhos matemático-geométricos e os publicou em sua obra intitulada Os Elementos. Essa foi, e continua sendo, a maior obra já publicada - desse ramo - de toda a história da humanidade. A Geometria plana, como é popularmente conhecida nos dias atuais, leva também o título deGeometria Euclidiana em homenagem ao seu grande mentor Euclides de Alexandria.

Cálculo de Áreas

Conhecer sobre área é conhecer sobre o espaço que podemos preencher em regiões poligonais convexas – qualquer segmento de reta com extremidades na região só terá pontos pertencentes a esta.



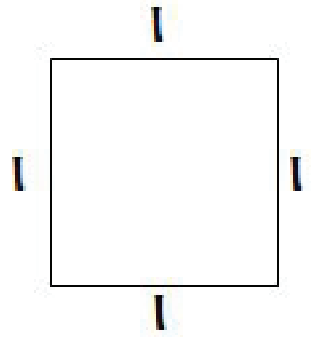
Polígono convexo

Todos os segmentos de retas contidos no plano e que têm extremidades nele, permanecem com os seus pontos pertencentes ao plano.

O cálculo de áreas tem muita aplicabilidade em diferentes momentos, seja em atividades puramente cognitivas, ou até mesmo trabalhistas. Um exemplo de profissional que faz uso dessa ferramenta para tornar possível o desempenho do seu trabalho é o pedreiro. É através do conhecimento de área que é possível estimar a quantidade de cerâmica necessária para pavimentar um determinado cômodo de uma casa, por exemplo.

O quadrado

O quadrado é uma figura geométrica plana regular em que todos os seus lados e ângulos são iguais. Veja um exemplo de quadrado na figura a seguir:



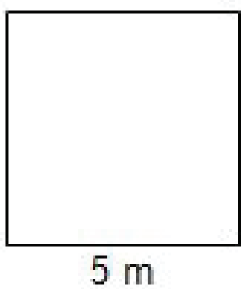
Todos os lados são iguais e tem medida **l**. Os quatro ângulos são congruentes e medem 90º cada.

Para calcular a área de um quadrado basta que se multipliquem dois dos seus lados l entre si.

Área do quadrado = Lado x Lado **Ou**

$A_{\square} = l \times l$, Ou ainda, $A_{\square} = l^2$

Exemplo 1



Para pavimentar a sala de sua casa D. Carmem comprou 26 m2 de piso. Sabendo que a sala tem o formato quadrangular e que um dos lados mede 5 m, diga se o piso comprado por D. Carmem será suficiente para pavimentar a sua sala.

- A sala tem o formato quadrangular;
- O seu lado mede 5 m;
- A área do quadrado é A = l 2.

Com base nos dados acima temos:

$$A_{\square} = l^2 \longrightarrow l = 5\,m$$

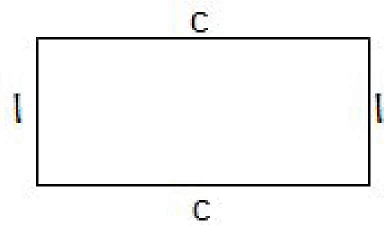
$$A_{\square} = (5m)^2 = \mathbf{25\ m^2}$$

Conclui-se então que o piso comprado por D. Carmem será suficiente para pavimentar sua sala e ainda sobrará 1 m2.

Lembrete: a unidade de medida de área mais utilizada é o metro quadrado (m2), porém em alguns casos usa-se o km2, cm2, etc.

O retângulo

O retângulo é uma figura geométrica plana cujos lados opostos são paralelos e iguais e todos os ângulos medem 90º. Confiram o retângulo abaixo:



Os lados opostos são iguais c = c e l = l.

Os quatro ângulos são congruentes e medem 90º cada.

Para calcular a área do retângulo, basta que se multipliquem seu comprimento c pela largura l.

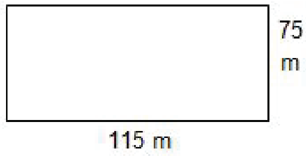
Área do retângulo = comprimento x largura **Ou**

$$A_{\square} = c \times l$$

Exemplo 2

Num campeonato de futebol a equipe organizadora do evento está providenciando o gramado que será plantado em toda área do campo. Para comprar as gramas, a equipe precisa saber a área do campo, pois a grama é vendida por metro quadrado. Sabendo que o campo tem 115 m de comprimento por 75 m de largura e ainda que o campo tem o formato retangular, ajude a equipe a solucionar o problema, diga quantos metros quadrados de área tem o campo de futebol?

- *O campo tem o formato de um retângulo;*
- *O comprimento equivale a 115 m;*
- *A largura são 75 m;*
- *A área do retângulo é* $A_{\square} = c \times l$



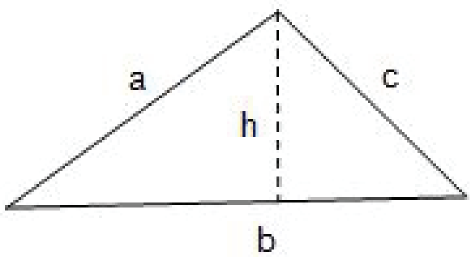
Com base nos dados temos,

$$A_{\square} = c \times l \longrightarrow c = 115\text{ m e } l = 75\text{ m}$$

$$A_{\square} = 115\text{ m} \times 75\text{ m} \longrightarrow \mathbf{A_{\square} = 8625\ m^2}$$

O triângulo

O triângulo é uma figura geométrica plana formada por três lados e três ângulos. A soma dos seus ângulos internos é igual 180º.



a, b e c representam os lados do triângulo, enquanto h representa a sua altura.

Para calcular a área do triângulo multiplica-se a base b pela altura h e divide o resultado por 2 (metade da área do retângulo).

$$\text{Área do Triângulo} = \frac{base\ x\ altura}{2} \quad \textbf{Ou}$$

$$A_{\triangle} = \frac{b\ x\ h}{2}$$

Exemplo 3

Encontre a área de um triângulo cuja base mede 8,2 cm e a altura 3,6 cm.

- *Medida da base 8,2 cm;*
- *Medida da altura 3,6 cm;*
- *Área do triângulo* $A_{\triangle} = \frac{b\ x\ h}{2}$

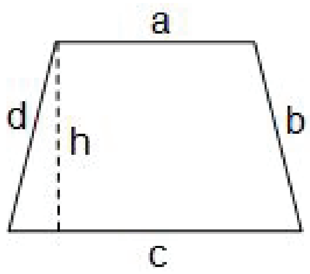
Com base nos dados temos,

$$A_{\triangle} = \frac{b\ x\ h}{2} \longrightarrow b = 8{,}2\text{ cm e } h = 3{,}6\text{ cm}$$

$$A_{\triangle} = \frac{8{,}2\ cm\ x\ 3{,}6\ cm}{2} \longrightarrow \mathbf{A_{\triangle} = 14{,}76\ cm^2}$$

O trapézio

O trapézio é uma figura plana com um par de lados paralelos (bases) e um par de lados concorrentes.



a // c, b ├ c e h representa a altura do trapézio.

- // → **paralela**
- ├ → **concorrente**

Para calcular a área do trapézio adiciona-se a base maior c à base menor a, ao resultado da soma multiplica-se a altura, e por fim, divide-se o resultado final por 2.

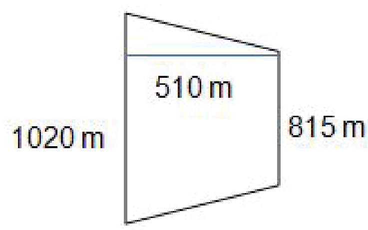
$$\text{Área do trapézio} = \frac{(Base\ maior + base\ menor)x\ altura}{2} \quad \textbf{ou}$$

$$A_{\square} = \frac{(c+a)x\ h}{2}$$

Exemplo 4

Um fazendeiro quer saber a área de um lote de terra que acabara de comprar. O lote tem o formato de um trapézio. Sabendo que a frente mede 1020 m, o fundo, 815 m e a distância da frente ao fundo é de 510 m. Determine a área do lote.

- *O lote tem a forma de um trapézio;*
- *A frente mede 1020 m;*
- *O fundo mede 815 m;*
- *A distância da frente ao fundo é de 510 m.*
- *A área de um trapézio é* $A_{\square} = \frac{(c+a)x\ h}{2}$



Com base nos dados temos,

$$A_{\square} = \frac{(c+a)x\ h}{2} \longrightarrow c = 1020\ m,\ a = 815\ e\ h = 510\ m.$$

$$A_{\square} = \frac{(1020\ m + 815\ m)\ x\ 510}{2} \longrightarrow \mathbf{A_{\square} = 467925\ m^2}.$$

Conclusão

A necessidade geométrica perpassou o tempo e está impregnada em nossas vidas nos dias atuais. O conhecimento da Geometria Plana (Euclidiana) é tão importante que não é possível o caminhar separado da sua prática e do seu entendimento

VOLUME DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

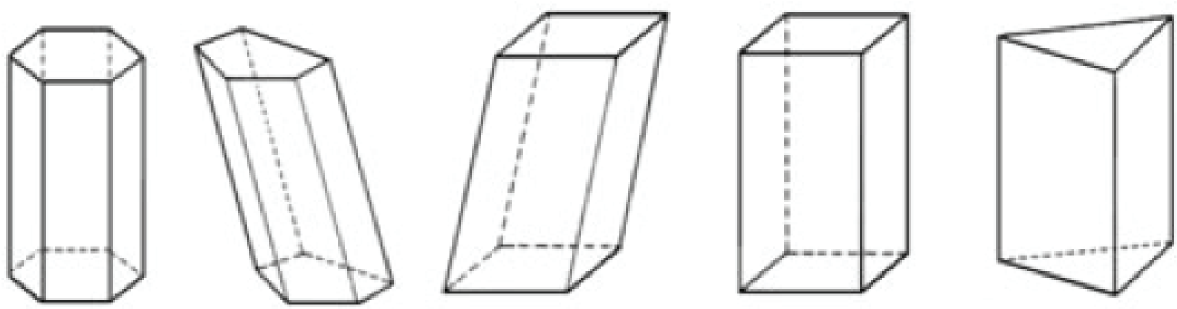
Dizemos que o volume de um corpo é o espaço que ele ocupa. Esses corpos possuem capacidade de acordo com o tamanho de suas dimensões. Observe as principais medidas de volume e sua correspondência com a capacidade:

- $1m^3$ (metro cúbico) = 1 000 litros
- $1dm^3$ (decímetro cúbico) = 1 litro
- $1cm^3$ (centímetro cúbico) = 1 mililitro

Para determinarmos o volume de um corpo precisamos multiplicar a área da base e a altura. Lembrando que a base de uma figura pode assumir variadas dimensões (triângulos, quadriláteros, pentágonos, hexágonos, heptágonos entre outros). Alguns sólidos recebem nomes e possuem fórmula definida para o cálculo do volume.

Prisma

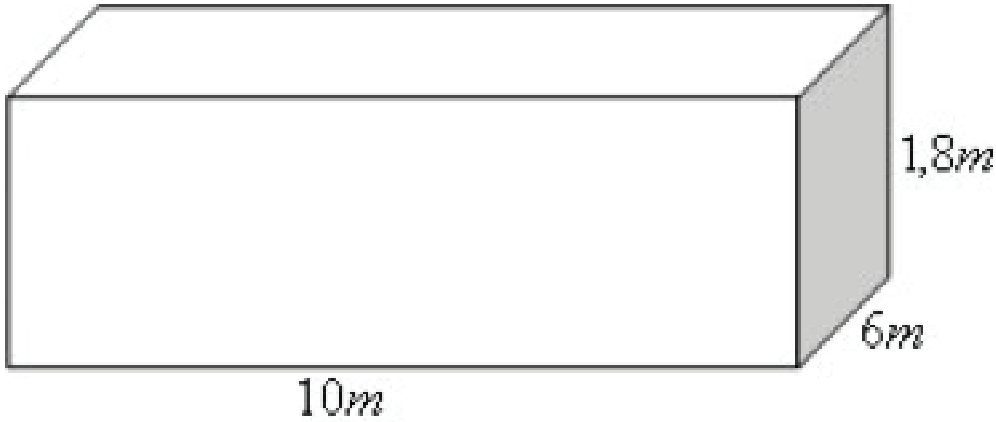
Os prismas são sólidos em que o volume depende do formato da base. Para isso precisamos saber qual a fórmula indicada para calcular, primeiramente, a área da base de um prisma e, posteriormente, determinar o volume.



Prisma recto | Prisma oblíquo | Paralelepípedo | Paralelepípedo rectângulo | Prisma triangular

Paralelepípedo

Uma piscina possui o formato de um paralelepípedo com as seguintes dimensões: 10 metros de comprimento, 6 metros de largura e 1,8 metros de profundidade. Determine o volume e a capacidade da piscina.



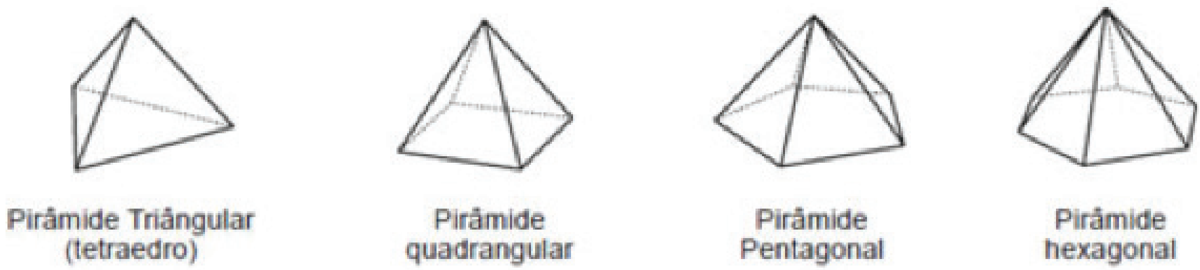
- V = a * b * c
- V = 10 * 6 * 1,8
- V = 108 m³ ou 108 000 litros

Pirâmide

As pirâmides podem possuir em sua base um triângulo, um quadrilátero, um pentágono, um hexágono entre outros. A fórmula para determinar o volume de uma pirâmide é:

$$V = \frac{Ab * h}{3}$$

Onde V = volume;
Ab = área da base
h = altura



Determine o volume de uma pirâmide quadrangular medindo 6 metros de comprimento e altura igual a 20 metros.

$$V = \frac{Ab * h}{3}$$

$$V = \frac{6 * 6 * 20}{3}$$

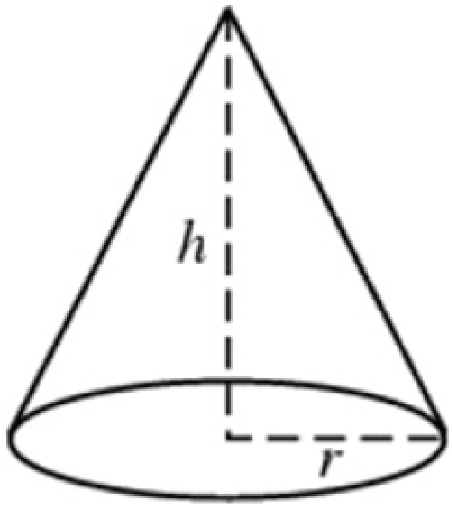
$$V = \frac{720}{3}$$

$$V = 240m^3$$

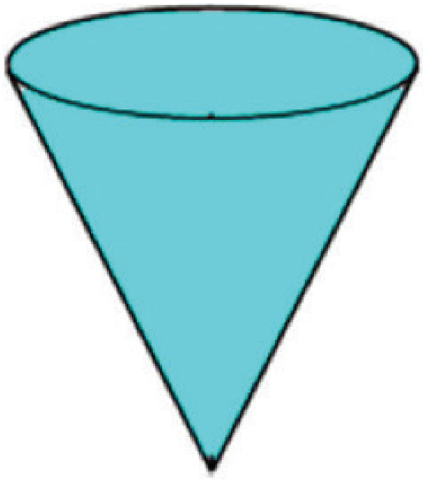
Cone

A base de um cone possui o formato circular. Para determinar o volume de um cone utilizamos a seguinte fórmula:

$$V = \frac{\pi * r^2 * h}{3}$$



Um reservatório tem o formato de um cone circular reto invertido, com raio da base medindo 5 metros e altura igual a 10 metros. Determine o volume do reservatório.



$$V = \frac{3{,}14 * 5^2 * 10}{3}$$

$$V = \frac{3{,}14 * 25 * 10}{3}$$

$$V = \frac{785}{3}$$

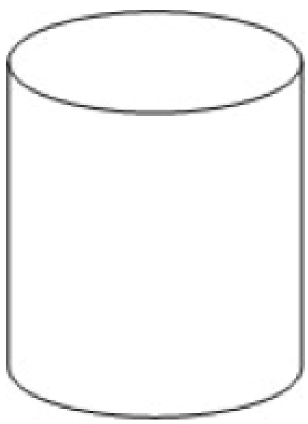
$$V = 261{,}66\ m^3$$

$$V = 261.666{,}66...\ litros$$

Cilindro

O cilindro possui a base superior e base inferior no formato circular. Seu volume é dado pela fórmula:

$V = \varpi * r^2 * h$



Vamos calcular o volume de um cilindro circular com raio da base medindo 8 cm e altura igual a 20 cm.

- V = 3,14 * 8² * 20
- V = 3,14 * 64 * 20
- V = 4 019,20 cm³

Esfera

A esfera é um corpo circular maciço, formado pala rotação de um semicírculo. O volume da esfera é dado pela expressão:

$$V = \frac{4 * \pi * r^3}{3}$$

Determine o volume da esfera que possui raio igual a 3 metros.

$$V = \frac{4 * 3{,}14 * 3^3}{3}$$

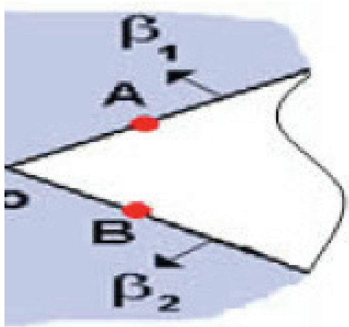
$$V = \frac{4 * 3{,}14 * 27}{3}$$

$$V = \frac{339{,}12}{3}$$

$$V = 113{,}04\,m^3$$

ÂNGULOS

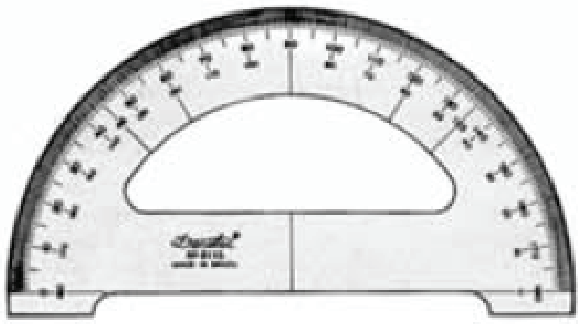
Denominamos ângulo a região do plano limitada por duas semirretas de mesma origem. As semirretas recebem o nome de lados do ângulo e a origem delas, de vértice do ângulo.



A unidade usual de medida de ângulo, de acordo com o sistema internacional de medidas, é o grau, representado pelo símbolo °, e seus submúltiplos são o minuto ’ e o segundo ”.

Temos que 1° (grau) equivale a 60’ (minutos) e 1’ equivale a 60”(segundos).

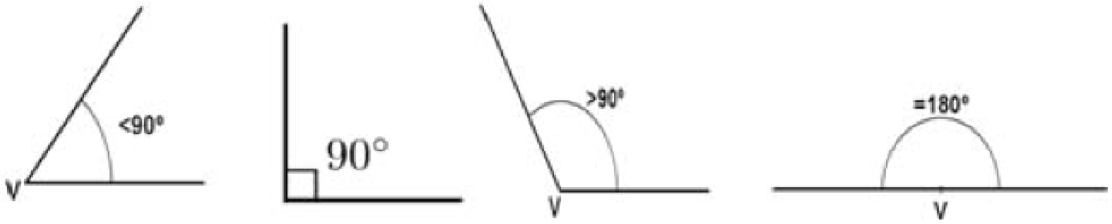
O objeto capaz de medir o valor de um ângulo é chamado de transferidor, podendo ele ser de “meia volta” (180°) ou volta inteira (360°).



Classificação de ângulos

Os ângulos são classificados de acordo com suas medidas:

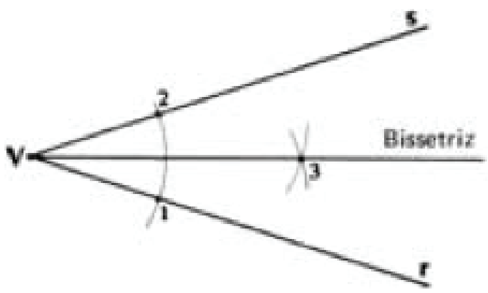
- Agudo: ângulo com medida menor que 90°.
- Reto: ângulo com medida igual a 90°.
- Obtuso: ângulo com medida maior que 90°.
- Raso: ângulo com medida igual a 0° ou 180°.



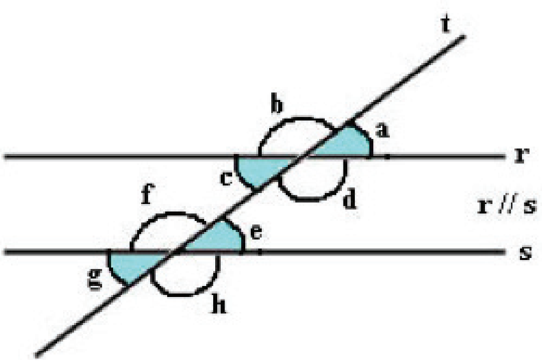
agudo reto obtuso raso

Bissetriz de um ângulo

Bissetriz de um ângulo pode ser definida como a semirreta que se origina no vértice do ângulo principal, dividindo-o em outros dois ângulos com medidas iguais.



Retas paralelas cortadas por uma transversal



Ângulos correspondentes: a e e, d e h, b e f, c e g	Congruentes
Ângulos colaterais externos: a e h, b e g	Suplementares
Ângulos colaterais internos: e e d, c e f	Suplementares
Ângulos alternos externos: a e g, b e h	Congruentes
Ângulos alternos internos: d e f, c e e	Congruentes

Rua Leonice, Qd. 160, Lt. 12, Parque Estrela Dalva II, Luziânia-GO.