

Тема: «Решение нелинейных уравнений. Метод Ньютона, секущих. Комплексные корни».

Упражнения:

1. Найдите значение $\operatorname{erf}(x) - 0.5 = 0.0$. Для вычисления значений $\operatorname{erf}(x)$ используйте любую, из написанных вами программ.
2. Существует классический метод Кардано для решения кубических уравнений. Кубическое уравнение $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ преобразуют к приведённой форме: $y^3 + py + q = 0$ подстановкой $x = y - \frac{a}{3}$.

Коэффициенты приведенной формы: $p = b - \frac{a^2}{3}$, $q = c - \frac{ab}{3} + 2\left(\frac{a}{3}\right)^3$.

Один действительный корень приведенной формы можно найти по формулам:

$$s = \left[\left(\frac{p}{3} \right)^3 + \left(\frac{q}{2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad y_1 = \left[-\frac{q}{2} + s \right]^{\frac{1}{3}} + \left[-\frac{q}{2} - s \right]^{\frac{1}{3}}, \quad \text{после чего действительный}$$

корень исходного уравнения вычисляется по формуле: $x_1 = y_1 - \frac{a}{3}$.

Можно найти аналогичные формулы для других двух корней или же разделить исходное уравнение на $x - x_1$ и решить полученное квадратное уравнение.

А) Примените метод Кардано для решения уравнения $x^3 + 3x^2 + \alpha^2 x + 3\alpha^2 = 0$ для различных значений α . Исследуйте потерю точности вследствие ошибок округления при больших α , например, α , имеющих порядок величины, обратной к машинному эпсилон.

Б) Примените к этому же уравнению для тех же значений α метод Ньютона. Исследуйте влияние ошибок округления, а также выбора начального приближения.