

Übungsaufgaben zu Extremstellen und Wendepunkten (1)

Bestimmen von Extremstellen

Die Extremstellen eines Graphen sind die höchsten oder niedrigsten Punkte des Graphen. Dabei unterscheidet man zwischen lokalen und globalen Minima und Maxima. Global bedeutet, dass es auf den ganzen Graphen der höchste oder tiefste Punkt ist, lokal, dass es nur in einem Bereich der höchste oder tiefste Punkt ist.

Die Extremstellen einer Funktion $f(x)$ sind an den Stellen, wo $f'(x) = 0$ gilt, also wo die Ursprungsfunktion keine Steigung hat. Außerdem gibt die 2. Ableitung, wenn man sie mit Null gleichsetzt, also $f''(x) = 0$, aufschluss darüber, ob es ein Hoch- oder Tiefpunkt ist. Ist der Wert der 2. Ableitung an der Stelle x größer als 0, so liegt ein Tiefpunkt vor, ist der Wert kleiner als 0, dann ist es ein Hochpunkt.

Somit lässt sich festhalten, dass die zur Berechnung der Extremstellen die 1. Ableitung der Funktion mit 0 gleichgesetzt werden muss. An den Stellen wo nun $f'(x) = 0$ ist, muss nun x in die 2. Ableitung eingesetzt werden, um zu prüfen, ob es ein Hoch- oder Tiefpunkt ist. Zum Schluss können noch durch Einsetzen in die Ursprungsfunktion die tatsächlichen Punkte berechnet werden.

1. Ableitung gleich Null setzen: $f'(x) = 0$
In 2. Ableitung einsetzen: $f''(x) > 0$ oder $f''(x) < 0$
Punkte berechnen: $E(x|f(x))$

Bestimmen von Wendepunkten

Die Wendepunkte bei einem Graphen sind die Punkte, wo der Graph sein Krümmungsverhalten ändert. Voraussetzung dafür ist, dass die 2. Ableitung an diesem Punkt gleich 0 ist und die 3. Ableitung ungleich 0.

Für einen Wendepunkt gilt also:
 $f''(x) = 0$ $f'''(x) \neq 0$

Zur Bestimmung der Wendestellen müssen nun zunächst die Ableitungen gebildet werden und die 2. Ableitung wird mit 0 gleichgesetzt. Anschließend überprüft man dann mit der 3. Ableitung, ob es ein Wendepunkt ist.

Aufgaben zu Extremstellen und Wendepunkten

- a) $f(x) = x^3 - 3x + 2$ b) $f(x) = x^3 + 3x + 1$ c) $f(x) = 2x^3 + 1x - 2$
d) $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 5$ e) $f(x) = 4x^2 + 3x + 1$ f) $f(x) = 0.5x^3 + 1.5x + 1.5$