

# Analyse von Funktionen

## Generell

Eine Funktion kann vielfältig analysiert werden. Voraussetzung sind dabei die Ableitungen bis einschließlich der 3. Ableitung.

## Nullstellen

Die Nullstellen der Ursprungsfunktion können in mehreren Verfahren oder Kombination dieser bestimmt werden. Diese sind

- Umformung(z. B. Ausklammern)
- pq-Formel
- Taschenrechner(solve)
- Polynomdivision(nicht behandelt)

Da die Umformung schwer einzugrenzen ist und die Lösung mit dem Taschenrechner einfach, wird nur die pq-Formel betrachtet.

Die pq-Formel lässt sich nur auf Quadratische Funktionen bzw. Funktionen des 2. Grades anwenden. Dabei muss der Vorfaktor  $a$  aus der Normalform  $ax^2 + bx + c$  1 sein.  $b$  wird im Folgenden als  $p$  bezeichnet,  $c$  als  $q$ .

Die pq-Formel lautet:

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

Das Einsetzen ergibt in die Formel ergibt dann die Nullstellen der Funktion.

Wenn man von der Funktion  $f(x) = x^2 + 4x + 2$  ausgeht, dann ist die zugehörige pq-Formel

$$x_{1,2} = -\frac{4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 - 2}$$

Diese lässt sich vereinfachen zu

$$x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{4 - 2}$$

Ist allerdings die Summe unter der Wurzel negativ, so gibt es keine Lösungen.

## y-Achsenabschnitt

Der y-Achsenabschnitt ist der Wert der Funktion an der Stelle  $x = 0$ . Er bezeichnet den Schnittpunkt des Graphen mit der y-Achse und lässt sich durch Einsetzen von Null in die Ursprungsfunktion berechnen.

Extrempunkte

Wendepunkte

Symmetrie

Funktionsgraph

Verhalten im Unendlichen

Definitionsbereich

Wertebereich

Monotonie

Monotonie

Krümmung

Tangengleichung

Normalengleichung