

Übungsaufgaben zu Ableitungsregeln, AB2

Potenzregel

Die wichtigste Ableitungsregel ist wohl die Potenzregel. Sie erlaubt es, Potenzfunktionen abzuleiten wie z. B. $f(x) = x^2$. Die formale Regel ist dabei $f(x) = x^n \rightarrow f'(x) = n \cdot x^{n-1}$. Diese gilt sowohl für positive als auch negative Exponenten.

Beispiele für Ableitungen nach dieser Regel sind:

$$f(x) = x^3 \rightarrow f'(x) = 3 \cdot x^{3-1} = 3x^2$$

$$f(x) = x^{-3} \rightarrow f'(x) = -3 \cdot x^{-3-1} = -3x^{-4}$$

Summen- und Differenzregel

Diese Regeln beschreibt, wie man Terme behandelt, die mit $+$ oder $-$ mit verbunden sind.

Bei Plus und Minus, also bei $f(x) = x^2 + x^3$ oder $f(x) = x^2 - x^3$ lassen sich die Terme x^2 und x^3 als eigene Funktionen verstehen, die man einzeln ableitet und dann wieder mit dem jeweiligen Rechenzeichen verbindet.

Für $f(x) = x^2 + x^3$ ist die Ableitung $f'(x) = 2x + 3x^2$,
da $x^2 \rightarrow 2x$ und $x^3 \rightarrow 3x^2$.

Diese beiden Ableitungen der individuellen Funktionen, die die Gesamtfunktion ausmachen, müssen nun nur noch mit dem Rechenzeichen verbunden werden.

Somit also auch $f(x) = x^2 - x^3 \rightarrow 2x - 3x^2$

Faktorregel

Diese Regel beschreibt, dass Faktoren vor einer Potenzfunktion, die man ableitet, erhalten bleiben. Die Potenzfunktion $f(x) = 2x^2$ setzt sich aus dem Faktor 2 und der Funktion x^2 zusammen. Allgemein ließe sich dies auch als $f(x) = c \cdot g(x)$ beschreiben, wo $g(x)$ nun die Funktion ist, und c der Faktor. Bei der Ableitung der Funktion $f(x)$ bleibt der Faktor c unverändert, sodass $f'(x) = 2 \cdot 2x$. Allgemein also $f'(x) = c \cdot g'(x)$

Aufgaben zu Ableitungsregeln

Bilden sie die 1. und 2. Ableitung der Funktionen.

Beispiel:

$$f(x) = 2x^3$$

$$f'(x) = 6x^2$$

$$f''(x) = 12x$$

a) $f(x) = x^4$

b) $f(x) = 2x^2$

c) $f(x) = x^5 + 2$

d) $f(x) = 3x^3 + 2x^2 + 1$

e) $f(x) = 1x^2 + x$

f) $f(x) = 20x^2$

g) $f(x) = 2x^1 + 2$

h) $f(x) = 0.5x^2 + 2x$

i) $f(x) = 0x^3 + x^2$