

一、问题要求

```
1  【题目大意】
2      桌子上有一个m行n列的方格矩阵，将每个方格用坐标表示，行坐标从下到上依次递增，列坐标从左
3      至右依次递增，左下角方格的坐标为(1,1)，则右上角方格的坐标为(m,n)且（ $0 < m+n \leq 20$ ）。
4
5      小明是个调皮的孩子，一天他捉来一只蚂蚁，不小心把蚂蚁的右脚弄伤了，于是蚂蚁只能向上或向
6      右移动。小明把这只蚂蚁放在左下角的方格中，蚂蚁从左下角的方格中移动到右上角的方格中，每步移动
7      一个方格。蚂蚁始终在方格矩阵内移动，请计算出不同的移动路线的数目。
8
9  【输入格式】
10     每一组第一行有两个数n、m表示m行n列。
11
12     【输出格式】
13     不同的移动路线的数目
14
15     例如
16         输入  10  10
17         输出 48620
```

二、问题分析

```
1  * 问题就描述为蚂蚁可以向上走或者向右走两种选择，所以自然而然想到
2      1. 一个格子可以由其左边格子走过来
3      2. 也可以由其下边格子走过来
4  * 然后就可以使用动态规划进行状态转移
5  注意：
6  * 该问题抽象出来是一个数学问题，可以用排列组合做
7  * 也可以用动态规划做，本实验报告是用的动态规划做
```

三、数据结构和算法设计

物理数据对象的设计

```
1  物理数据对象就是数组就足以存储所有数据
2  但如果想适应更大的数据就用long long int
3      开一个dp数组
4      const int maxn = 1000;
5      int dp[maxn][maxn];
```

算法思想的设计

```
1  【关键想法】
2      使用动态规划
3      定义dp[i][j]为蚂蚁走到第i行j列的路线数目
4      状态转移方程为  $dp[i][j] = dp[i-1][j] + dp[i][j-1]$  即为其下和其左的路线之和
5
6  【注意点】
7      动态规划开数组注意点就是下标要对应，还有初始化边界问题
8      初始化 $dp[1][i] = 1$  (  $1 \leq i \leq n$  n为列数)
9           $dp[j][1] = 1$  (  $1 \leq j \leq m$  m为行数)
10     我采用的编程下标是一一对应，所以注意数组要至少多开一位
```

关键功能的算法步骤

```
1  // m : 为行数
2  // n : 为列数
3  void count(int m,int n)
4  {
5      //初始化
6      for(int i = 1 ; i <= m ; i ++ )
7      {
8          dp[i][1] = 1;
9      }
10     for(int i = 1 ; i <= n ; i ++ )
11     {
12         dp[1][i] = 1;
13     }
14     //进行计算
15     for(int i = 2 ; i <= m ; i ++ )
16     {
17         for(int j = 2 ; j <= n ; j ++ )
18         {
19             //状态转移方程
20              $dp[i][j] = dp[i-1][j] + dp[i][j-1]$ ;
21         }
22     }
23 }
```

三、算法性能分析

本算法主要空间消耗在开的数组中。

空间复杂度为 $O(n_2)$

时间主要消耗在状态转移中

时间复杂度为 $T(n^2)$

四、算法改进

改进方法一

该算法可以用组合数学做

即 $C(m, m+n)$,进行实现即可

空间复杂度为 $O(1)$, 时间复杂度为 $T(n^2)$

改进方法二

滚动数组

可以将动态规划做的方法开的数组降为 $O(n)$

因为每次计算只用到了其左边和上面的数据，而且其上面的数据在没更新之前还是之前的数据

```
1  int main()
2  {
3      int m = 0;
4      int n = 0;
5      cin>>m>>n;
6      long long int * dp = new long long int [n + 1];
7      fill(dp,dp + n + 1,1);
8      for(int i = 2; i <=m ; i++)
9      {
10         for(int j = 2; j <= n ; j ++ )
11         {
12             dp[j] = dp[j] + dp[j-1];
13         }
14     }
15     cout<<dp[n];
16 }
```

时间复杂度为 $O(n^2)$

空间复杂度为 $O(n)$

五、日志

本道题还算比较简单，一眼看去就有几种方法，但是还是有可以优化的地方，动态规划的最简单的题莫过于此