

6장 MLP (다층 퍼셉트론)

* BACK-PROPAGATION

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ij}} = \delta_j out_i \quad \text{여기서} \quad \delta_j = \begin{cases} (out_j - t_j) f'(net_j) & j \text{가 출력층 유닛이면} \\ \left(\sum_k w_{jk} \delta_k \right) f'(net_j) & j \text{가 은닉층 유닛이면} \end{cases}$$

Multi Layer Perceptron



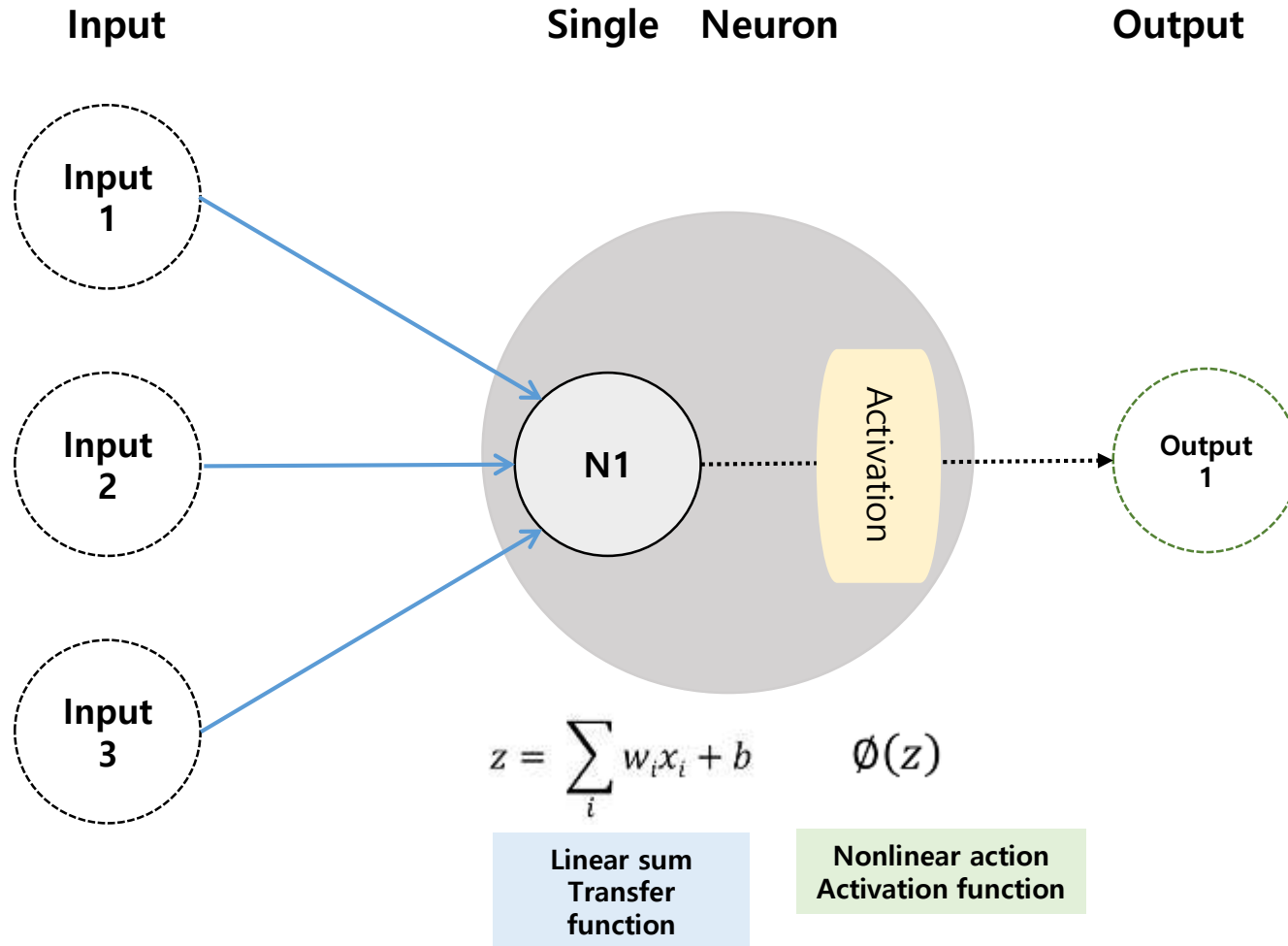
학습 목표

- MLP의 작동 원리를 이해한다.
- 경사하강법을 이해한다.
- 역전파 알고리즘을 이해한다.
- 넘파이만으로 MLP를 구현해본다..



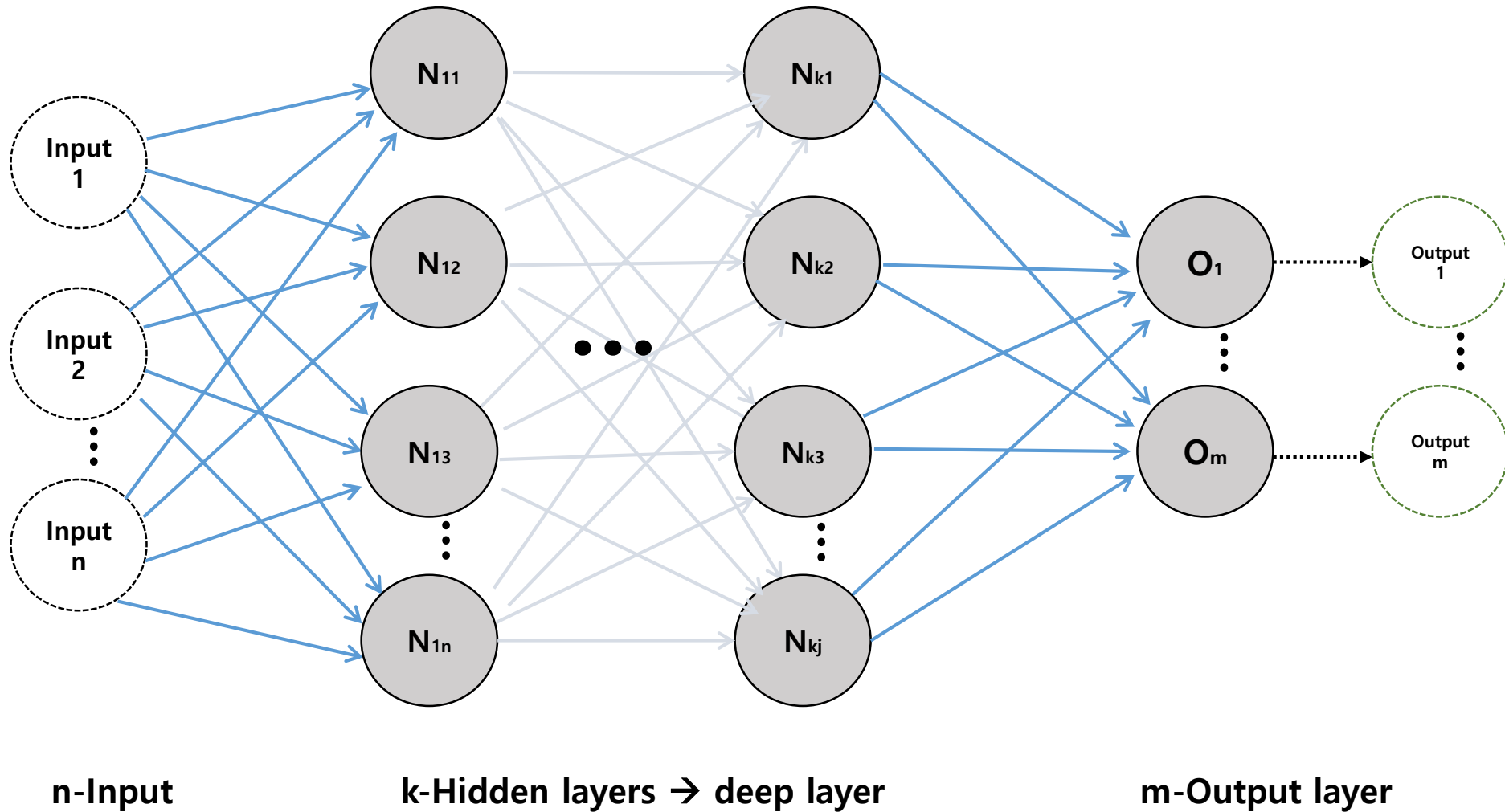


AN (Artificial Neuron)





ANN (Artificial Neural Network) → **MLP**





MLP

- 다층 퍼셉트론(multilayer perceptron: MLP): 입력층과 출력층 사이에 은닉층(hidden layer)을 가지고 있는 퍼셉트론

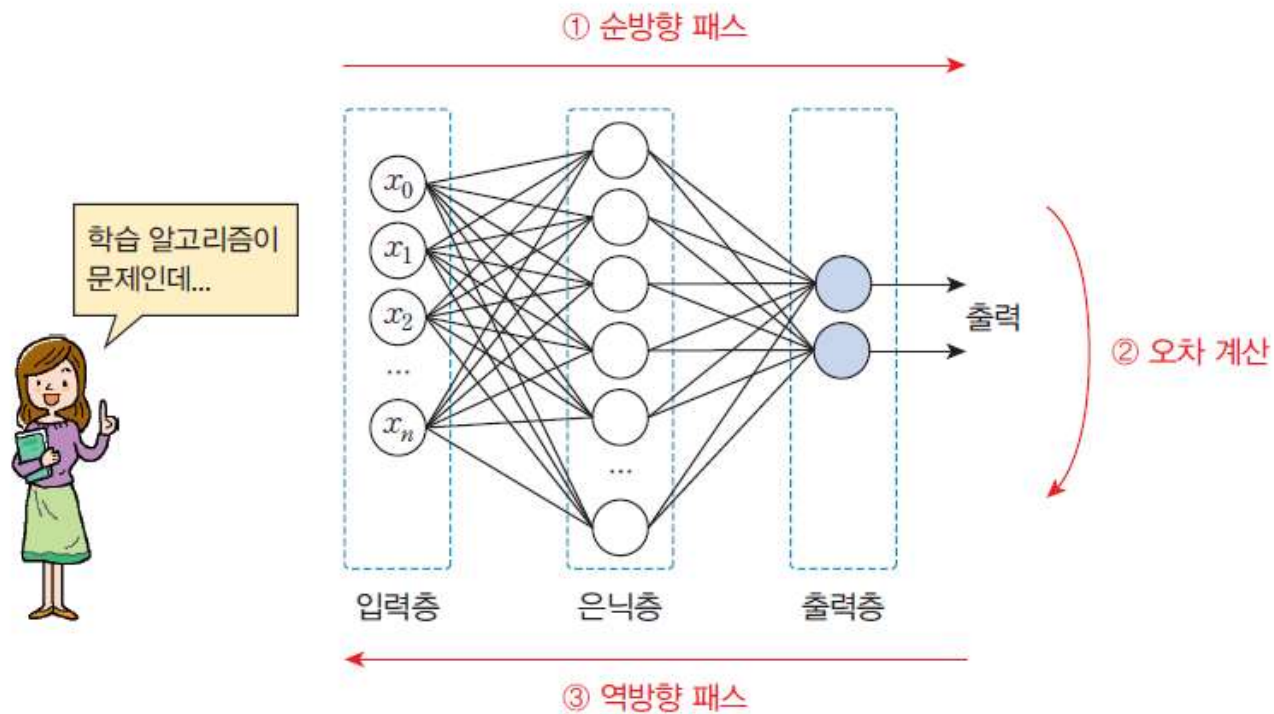


그림 6-1 MLP의 구조



활성화 함수

- 활성화 함수(activation function)은 입력의 총합을 받아서 출력값을 계산하는 함수이다.
- MLP에서는 다양한 활성화 함수를 사용한다.

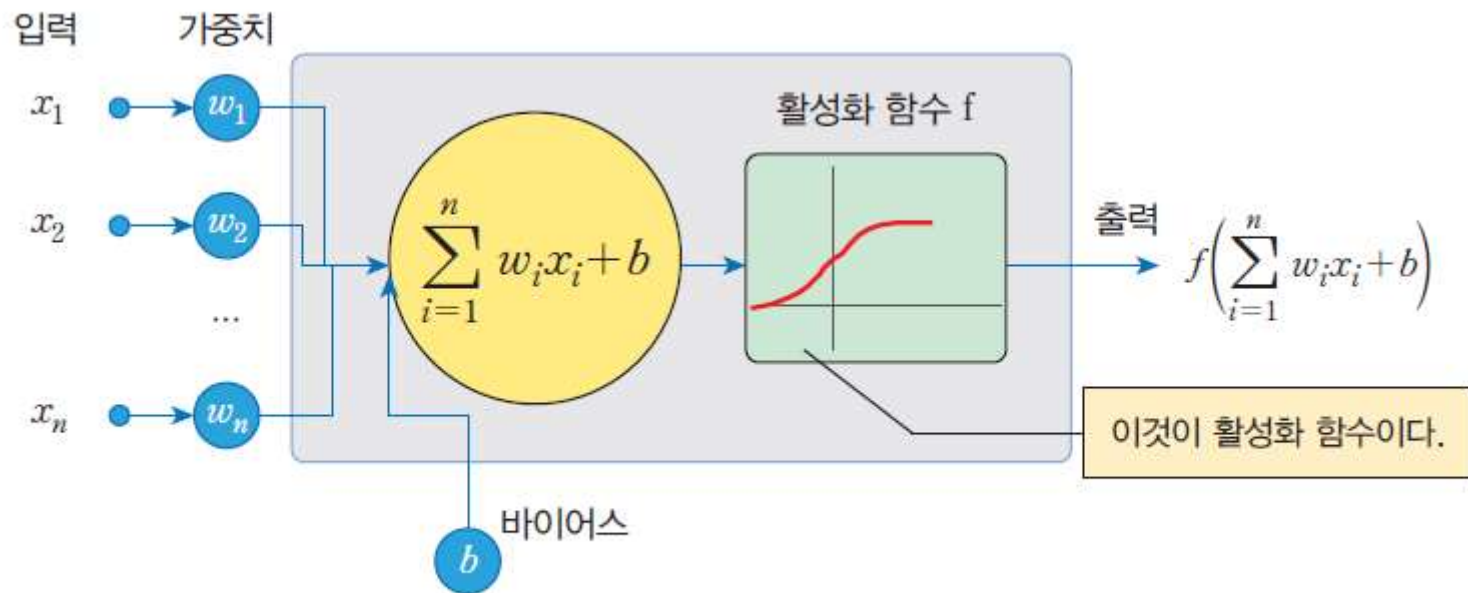


그림 6-2 활성화 함수



일반적으로 많이 사용되는 활성화 함수

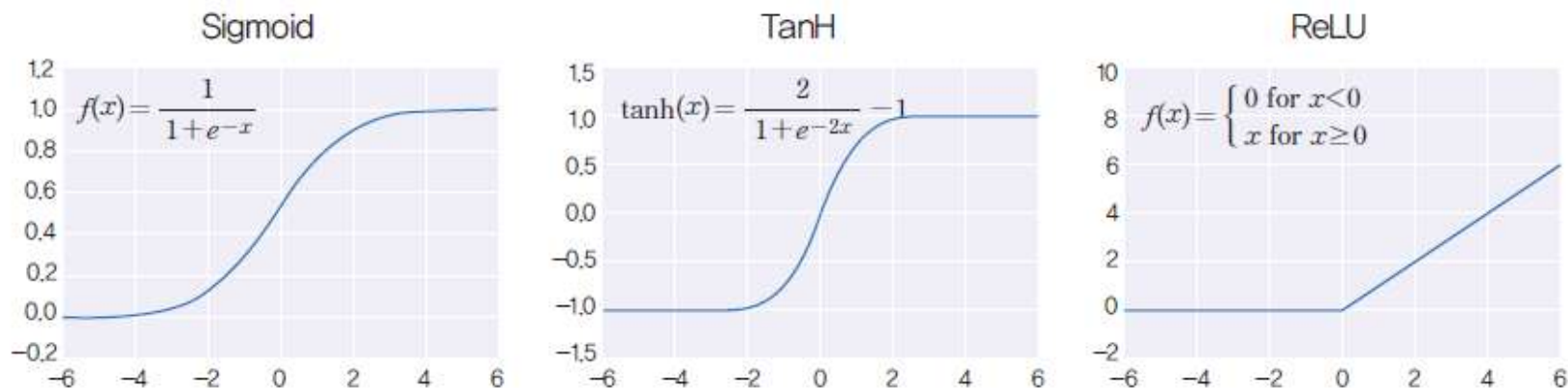
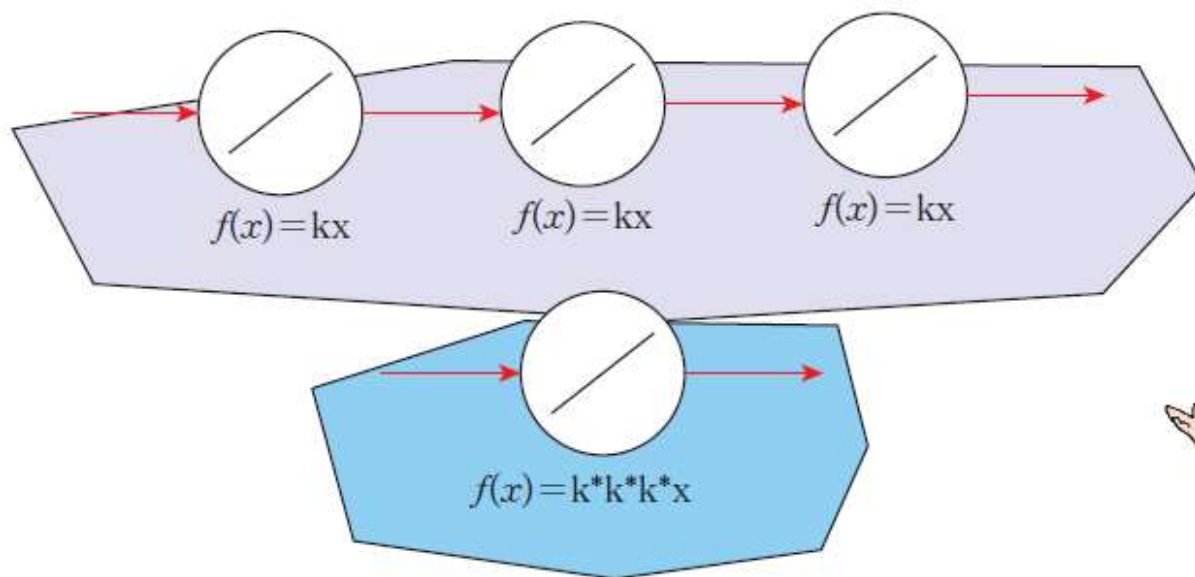


그림 6-3 많이 사용되는 활성화 함수

<https://www.v7labs.com/blog/neural-networks-activation-functions>



선형 레이어는 많아도 쓸모가 없다.



2개의 신경망은 동일한 기능을 수행합니다.



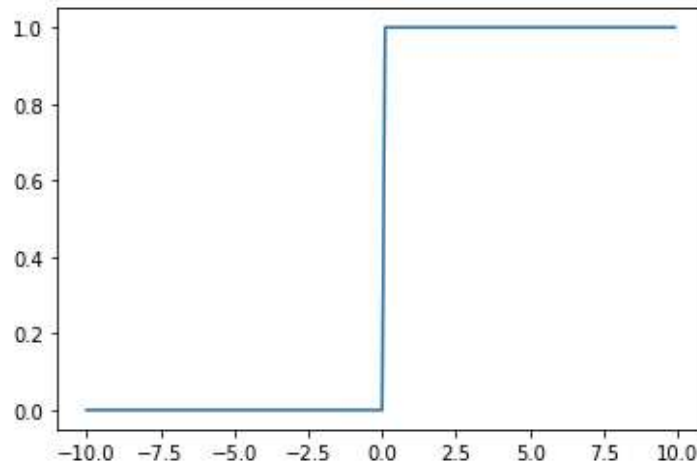
그림 6-4 선형 레이어는 아무리 많아도 하나의 레이어로 대체될 수 있다.



계단 함수 (step function)

- 계단 함수는 입력 신호의 총합이 0을 넘으면 1을 출력하고, 그렇지 않으면 0을 출력하는 함수이다.

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

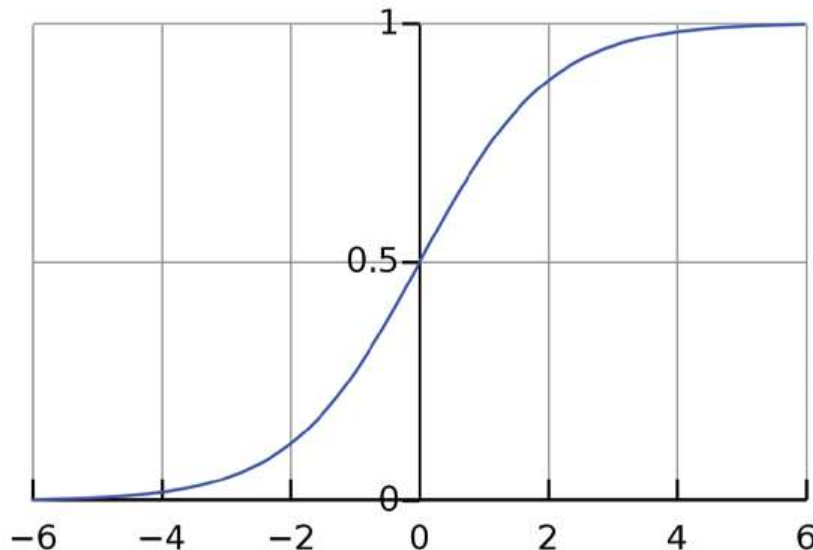




시그모이드 함수 (Sigmoid function)

- 1980년대부터 사용돼온 전통적인 활성화 함수이다. 시그모이드는 다음과 같이 S자와 같은 형태를 가진다.

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

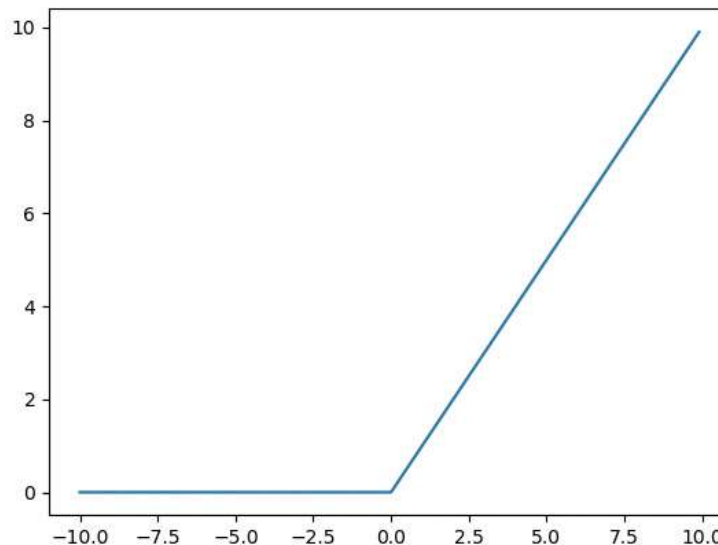




ReLU 함수 (Rectified Linear Unit function)

- ReLU 함수는 최근에 가장 인기 있는 활성화 함수이다. ReLU 함수는 입력이 0을 넘으면 그대로 출력하고, 입력이 0보다 적으면 출력은 0이 된다.

$$f(x) = \begin{cases} x & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases}$$

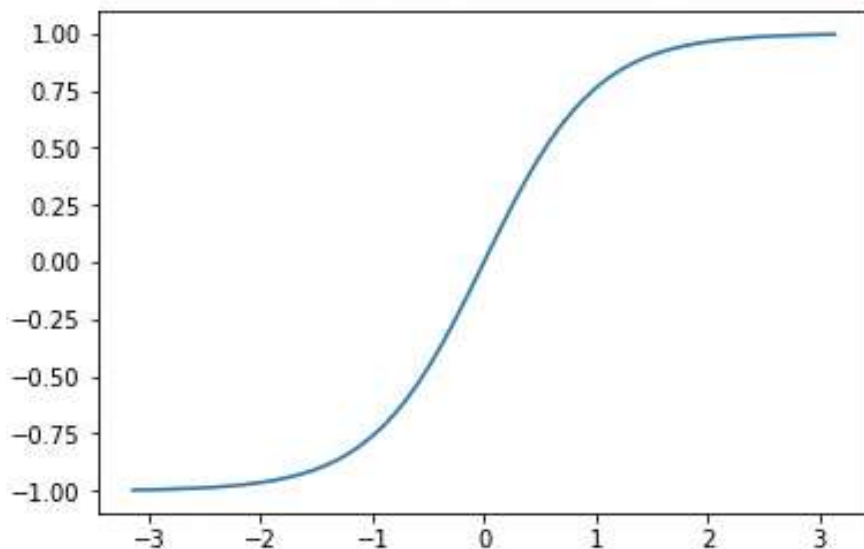




tanh 함수

- $\tanh()$ 함수는 넘파이에서 제공하고 있다. 따라서 별도의 함수 작성은 필요하지 않다. **$\tanh()$** 함수는 시그모이드 함수와 아주 비슷하지만 출력값이 -1에서 1까지이다.

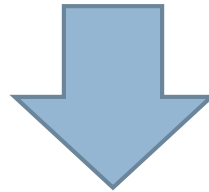
$$f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \frac{2}{1 + e^{-2x}} - 1$$





Lab: 파이썬으로 활성화 함수 구현하기

```
def step(x):  
    if x > 0.000001: return 1  # 부동 소수점 오차 방지  
    else              return 0
```



넘파이 배열을 받기 위하여 변경한다.

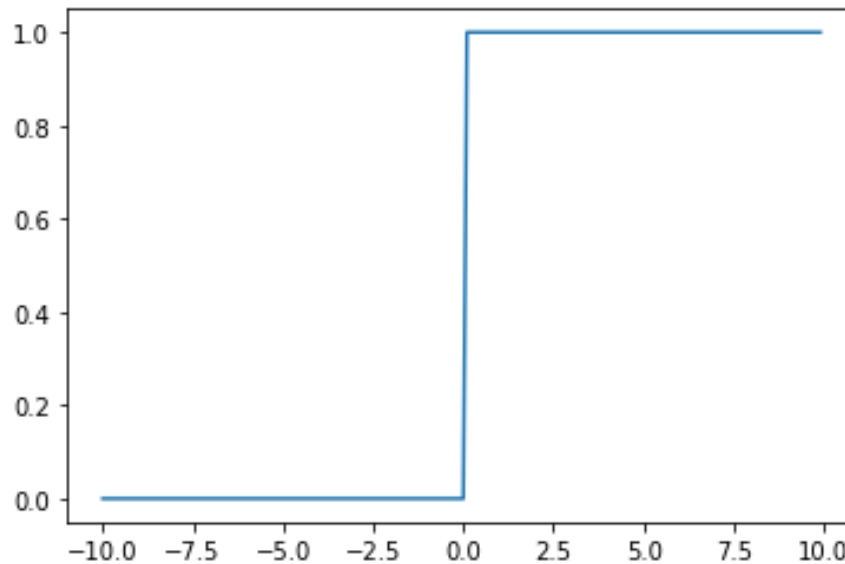
```
def step(x):  
    result = x > 0.000001          # True 또는 False  
    return result.astype(int)      # 정수로 반환
```



그래프 그리기

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
```

```
x = np.arange(-10.0, 10.0, 0.1)
y = step(x)
plt.plot(x, y)
plt.show()
```



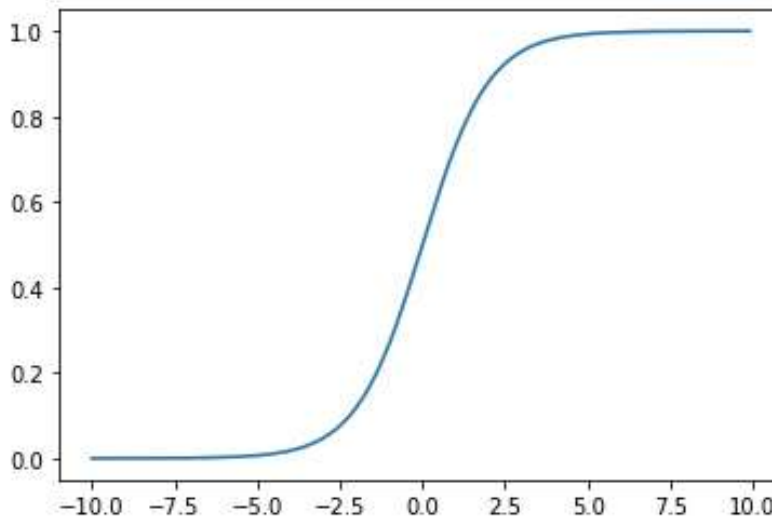


시그모이드 함수

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def sigmoid(x):
    return 1.0 / (1.0 + np.exp(-x))

x = np.arange(-10.0, 10.0, 0.1)
y = sigmoid(x)
plt.plot(x, y)
plt.show()
```

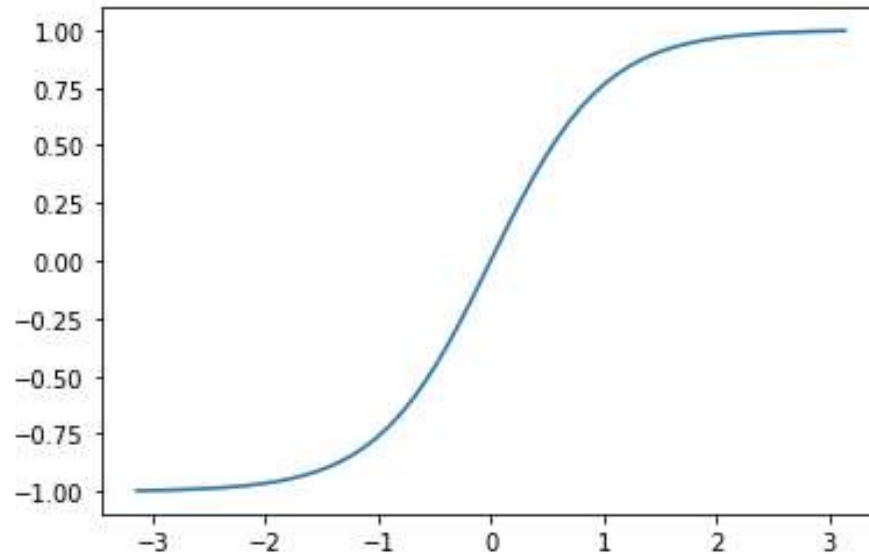




tanh 함수

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

x = np.linspace(-np.pi, np.pi, 60)
y = np.tanh(x)
plt.plot(x, y)
plt.show()
```



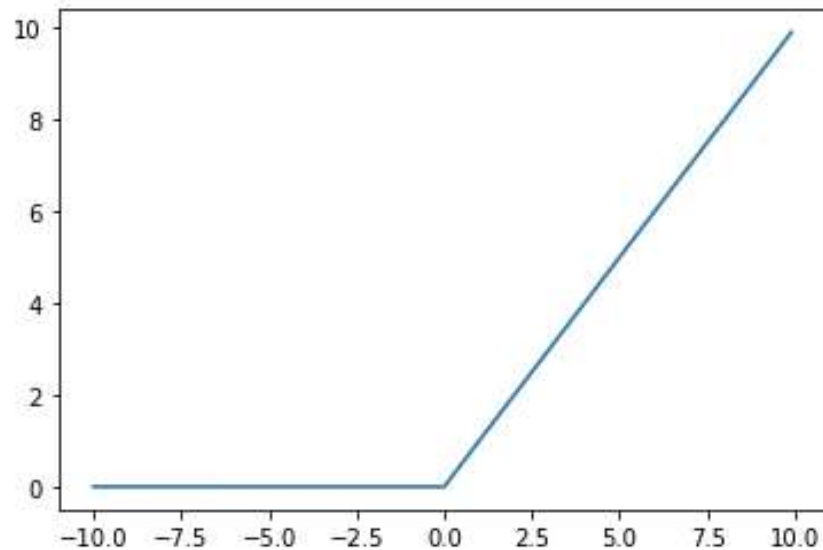


ReLU 함수

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
```

```
def relu(x):
    return np.maximum(x, 0)
```

```
x = np.arange(-10.0, 10.0, 0.1)
y = relu(x)
plt.plot(x, y)
plt.show()
```





MLP의 순방향 패스

- 순방향 패스란 입력 신호가 입력층 유닛에 가해지고 이들 입력 신호가 은닉층을 통하여 출력층으로 전파되는 과정을 의미한다.

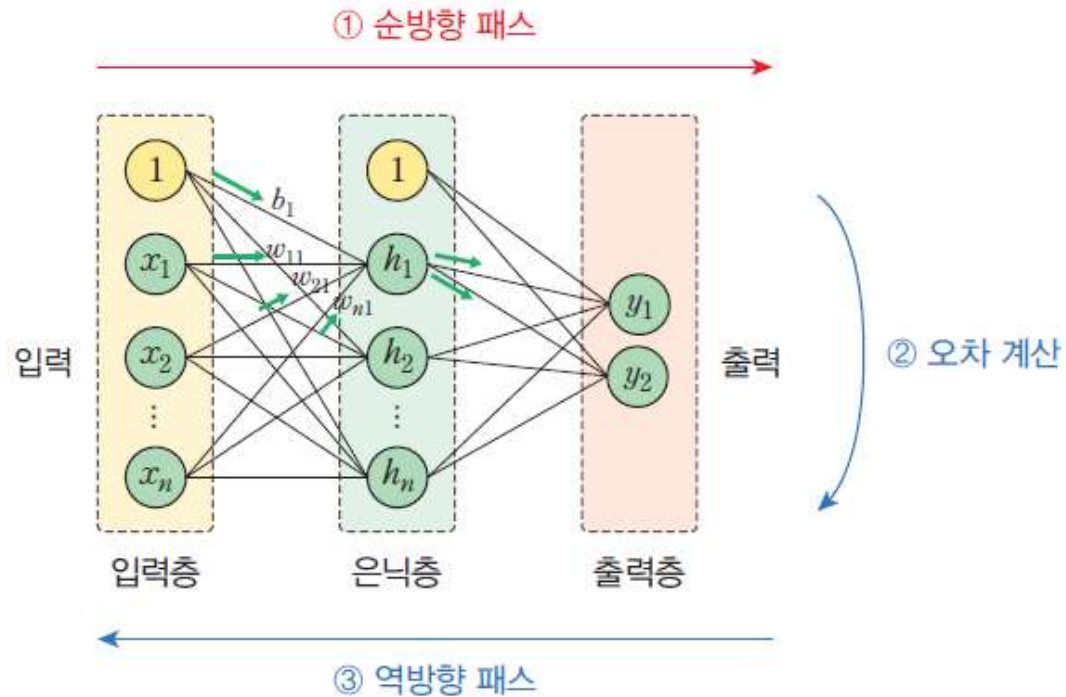
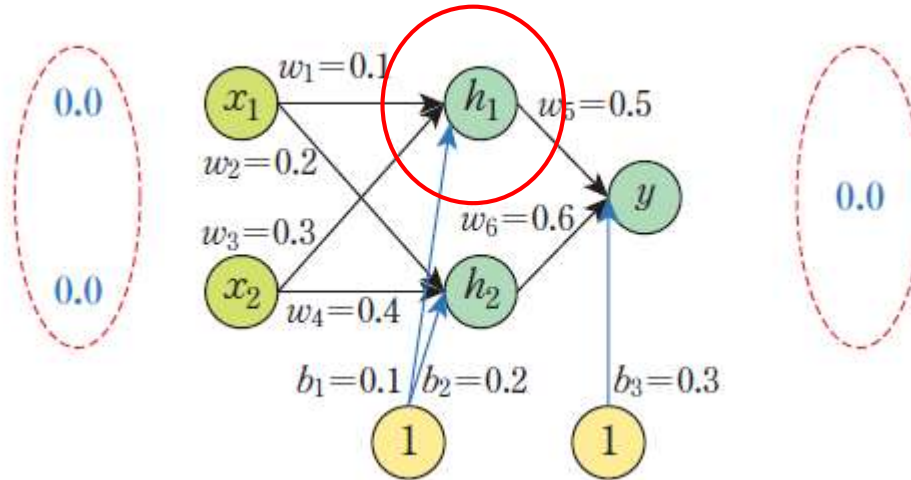


그림 6-5 순방향 패스



손으로 계산해보자.

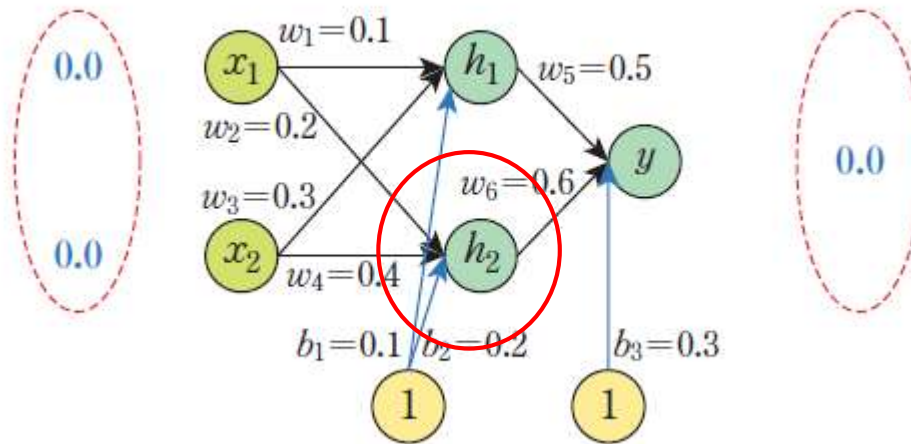


$$z_1 = w_1 * x_1 + w_3 * x_2 + b_1 = 0.1 * 0.0 + 0.3 * 0.0 + 0.1 = 0.1$$

$$a_1 = \frac{1}{1 + e^{-z_1}} = \frac{1}{1 + e^{-0.1}} = 0.524979$$



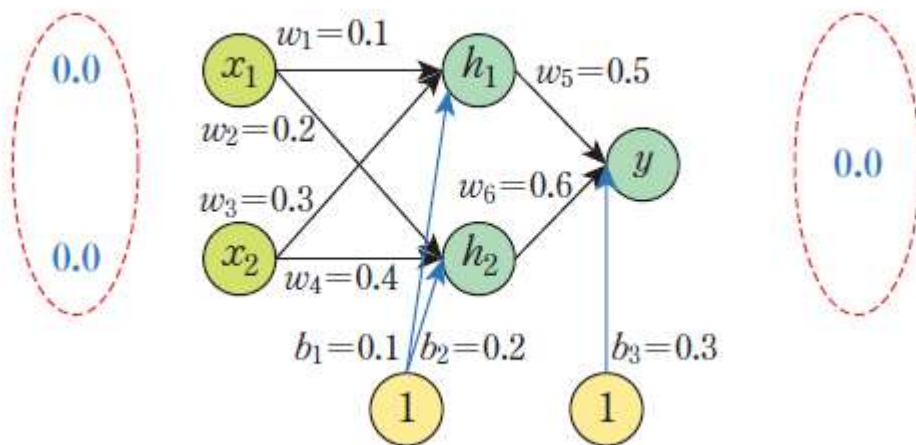
순으로 계산해보자.



$$a_2 = 0.549834$$



손으로 계산해보자.



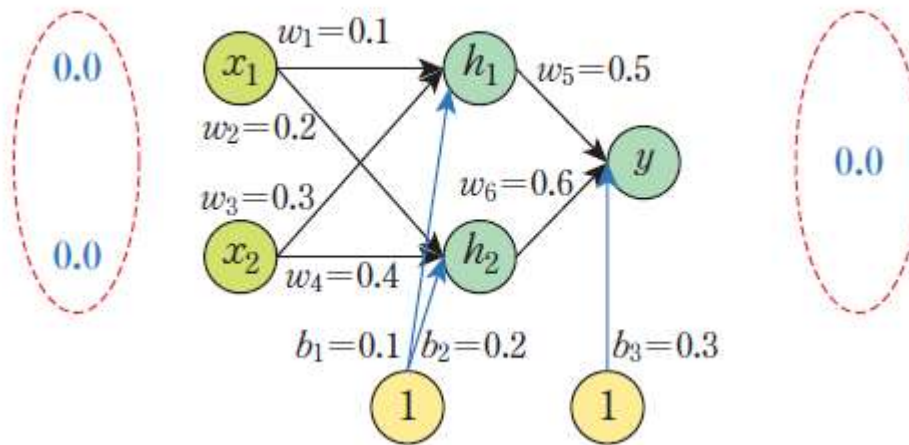
$$\begin{aligned} z_y &= w_5 * a_1 + w_6 * a_2 + b_3 \\ &= 0.5 * 0.524979 + 0.6 * 0.549834 + 0.3 = 0.892389 \end{aligned}$$

$$a_y = \frac{1}{1 + e^{-z_y}} = \frac{1}{1 + e^{-0.892389}} = 0.709383$$

정답은 0이지만 신경망의 출력은 0.71 정도이다.
오차가 상당함을 알 수 있다.



행렬로 표시해보자.



$$z_1 = w_1 * x_1 + w_3 * x_2 + b_1$$

$$z_2 = w_2 * x_1 + w_4 * x_2 + b_2$$

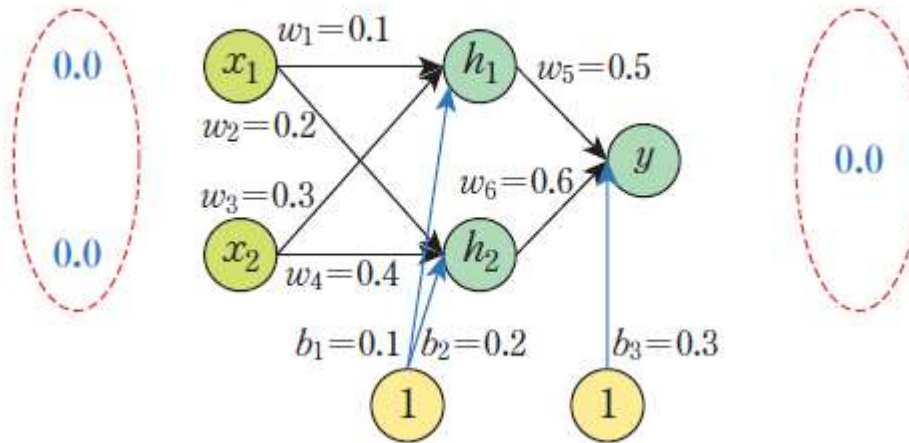


$$Z_1 = XW_1 + B_1$$

행렬로 표시할 수 있다.



행렬로 표시해보자. \Rightarrow *hidden layer*



$$X = [x_1 \ x_2], \quad B_1 = [b_1 \ b_2], \quad Z_1 = [z_1 \ z_2]$$

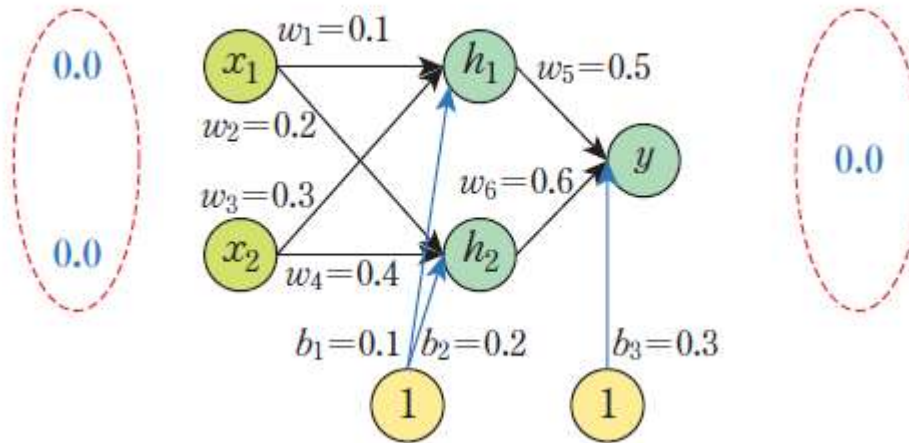
$$W_1 = \begin{bmatrix} w_1 & w_2 \\ w_3 & w_4 \end{bmatrix}$$



$$Z_1 = [z_1 \ z_2] = XW_1 + B_1 = [x_1 \ x_2] \begin{bmatrix} w_1 & w_2 \\ w_3 & w_4 \end{bmatrix} + [b_1 \ b_2]$$



행렬로 표시해보자. \Rightarrow *output layer*



$$W_2 = \begin{bmatrix} w_5 \\ w_6 \end{bmatrix}$$

$$Z_2 = A_1 W_2 + B_2 = [a_1 \ a_2] \begin{bmatrix} w_5 \\ w_6 \end{bmatrix} + [b_3]$$

$$A_2 = [y] = f(Z_2)$$



Lab: MLP 순방향 패스

```
import numpy as np
```

```
# 시그모이드 함수
```

```
def actf(x):  
    return 1/(1+np.exp(-x))
```

```
# 시그모이드 함수의 미분치
```

```
def actf_deriv(x):  
    return x*(1-x)
```

```
# 입력유닛의 개수, 은닉유닛의 개수, 출력유닛의 개수
```

```
inputs, hiddens, outputs = 2, 2, 1
```

```
learning_rate=0.2
```

```
# 훈련 샘플과 정답
```

```
X = np.array([[0, 0], [0, 1], [1, 0], [1, 1]])
```

```
T = np.array([[0], [1], [1], [0]])
```

mlp1.py



Lab: MLP 순방향 패스

```
W1 = np.array([[0.10, 0.20],  
               [0.30, 0.40]])  
W2 = np.array([[0.50], [0.60]])  
B1 = np.array([0.1, 0.2])  
B2 = np.array([0.3])  
  
# 순방향 전파 계산  
def predict(x):  
    layer0 = x  
    Z1 = np.dot(layer0, W1)+B1  
    layer1 = actf(Z1)  
    Z2 = np.dot(layer1, W2)+B2  
    layer2 = actf(Z2)  
    return layer0, layer1, layer2
```

```
# 입력을 layer0에 대입한다.  
# 행렬의 곱을 계산한다.  
# 활성화 함수를 적용한다.  
# 행렬의 곱을 계산한다.  
# 활성화 함수를 적용한다.
```



Lab: MLP 순방향 패스

```
def test():  
    for x, y in zip(X, T):  
        x = np.reshape(x, (1, -1))      # x를 2차원 행렬로 만든다. 입력은 2차원이어야  
        한다.  
        layer0, layer1, layer2 = predict(x)  
        print(x, y, layer2)  
test()
```

```
[[0 0]] [0] [[0.70938314]]  
[[0 1]] [1] [[0.72844306]]  
[[1 0]] [1] [[0.71791234]]  
[[1 1]] [0] [[0.73598705]]
```

학습이 없으므로 난
수만 출력된다.



학습



손실 함수 계산

- 신경망에서 학습을 시킬 때는 실제 출력과 원하는 출력 사이의 오차를 이용한다. 오차를 계산하는 함수를 손실함수(loss function)라고 한다.

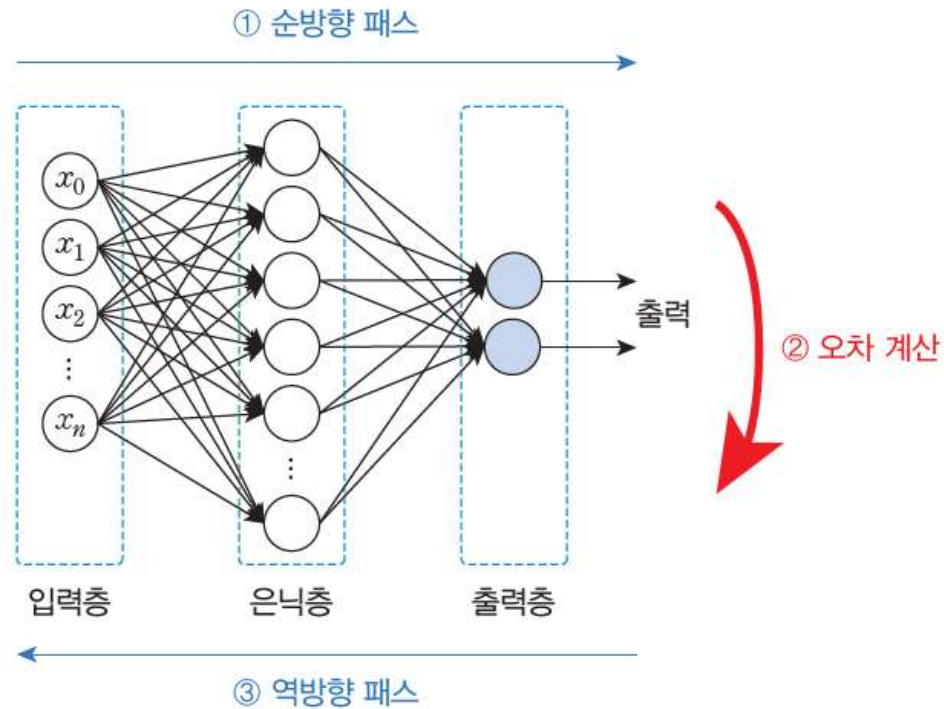
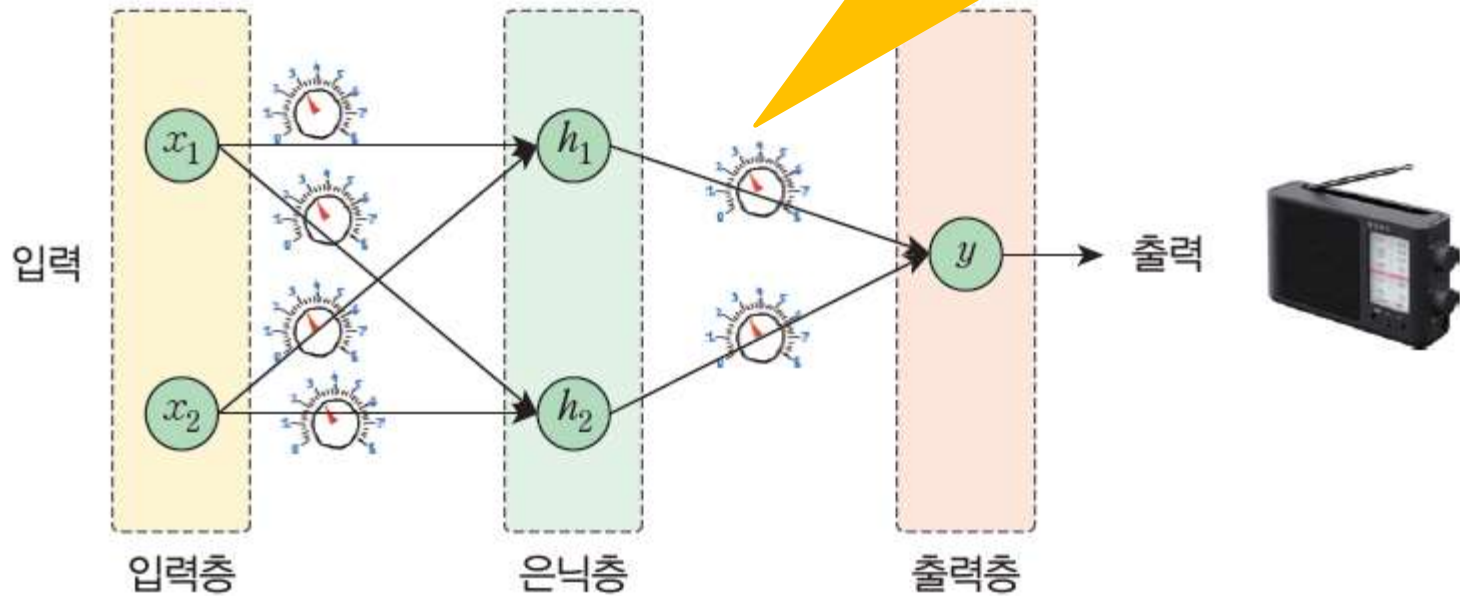


그림 6-6 오차 계산



가중치 == 다이얼 튜닝 (미세 조정)

가중치를 조절한다는 것은 스피커에서
나는 소리를 들으면서 튜너 다이얼을 돌
리는 것과 같다.





손실 함수

- 신경망에서도 학습의 성과를 나타내는 지표가 있어야 한다.
이것을 손실함수(**loss function**)이라고 한다

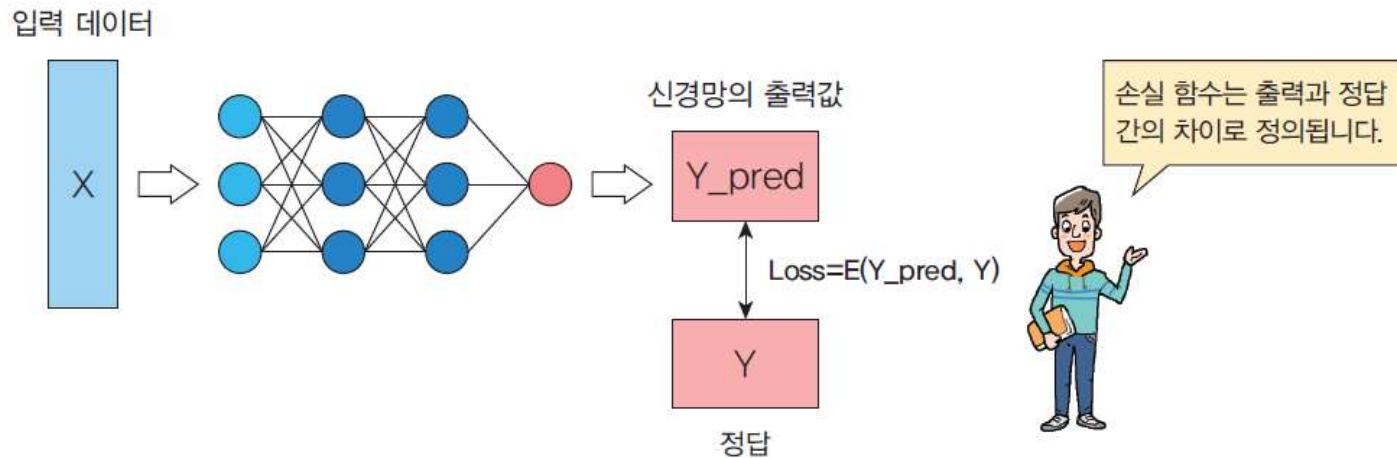


그림 6-7 손실함수의 정의



평균 제곱 오차 (MSE)

- 예측값과 정답 간의 평균 제곱 오차

$$E(w) = \frac{1}{2} \sum_i (y_i - t_i)^2$$

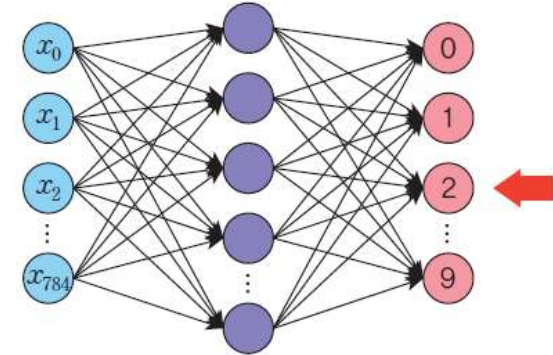


그림 6-8 MNIST 숫자 이미지를 분류하는 신경망

loss_func.py

```
>>> y = np.array([ 0.0, 0.0, 0.8, 0.1, 0.0, 0.0, 0.0, 0.1, 0.0, 0.0 ])
>>> target = np.array([ 0.0, 0.0, 1.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0 ])

>>> def MSE(target, y):
    return 0.5 * np.sum((y-target)**2)

>>> MSE(target, y)
0.029999999999999992
```



예측값과 정답이 많이 차이 나는 경우

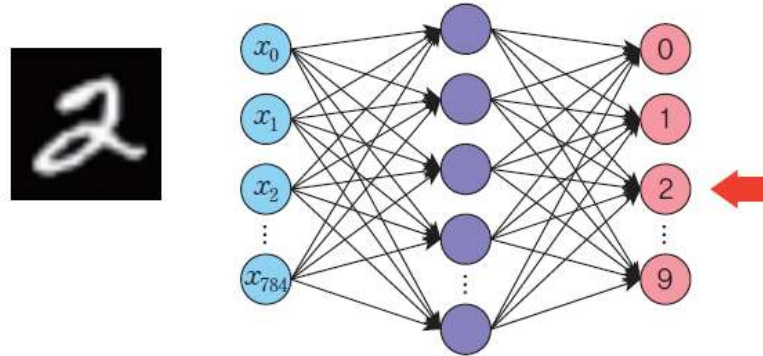


그림 6-8 MNIST 숫자 이미지를 분류하는 신경망

```
>>> y = np.array([ 0.9, 0.0, 0.1, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0 ] )
>>> target = np.array([ 0.0, 0.0, 1.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0, 0.0 ] )

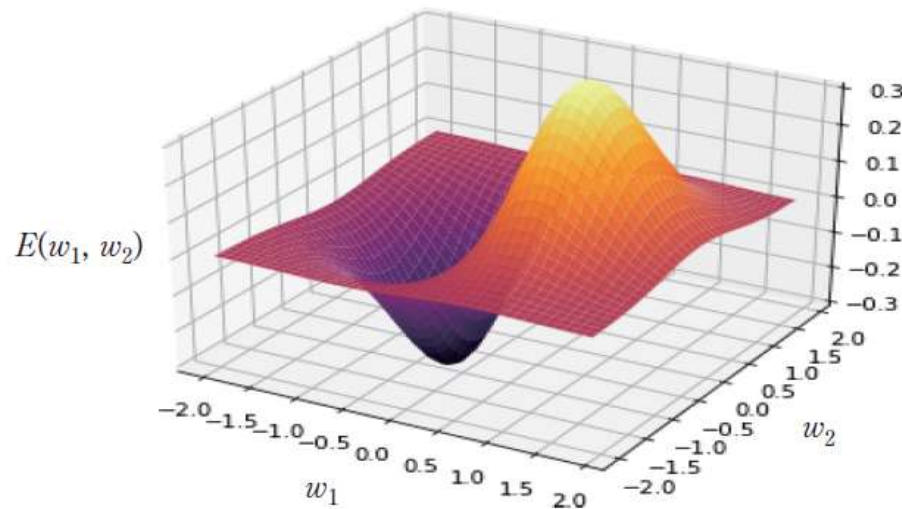
>>> def MSE(target, y):
    return 0.5 * np.sum((y-target)**2)
>>> MSE(target, y)
0.81
```




경사하강법 (gradient decent)

- 역전파 알고리즘은 신경망 학습 문제를 최적화 문제(optimization)로 접근한다. 우리는 손실함수 값을 최소로 하는 가중치를 찾으면 된다.

$$W^* = \underset{W}{\operatorname{argmin}} E(W)$$



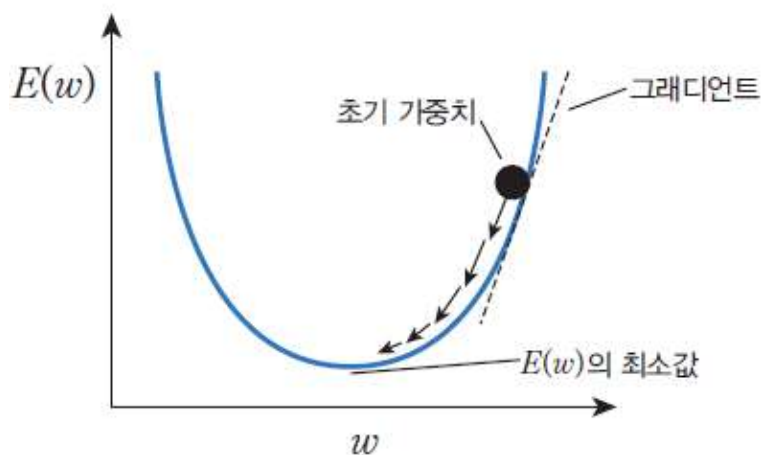
옆의 평면에서 가장 낮은 값을 찾으면 됩니다.



그림 6-9 경사 하강법



경사하강법



그라디언트는 접선의 기울기로 이해
해도 됩니다. 접선의 기울기가 양수
이면 반대로 w 를 감소시킵니다.



그림 6-11 경사 하강법

손실함수를 가중치로 미분한
값이 양수이면



가중치를 감소시킨다.

손실함수를 가중치로 미분한
값이 음수이면



가중치를 증가시킨다.



Lab: 경사하강법의 실습

- 손실 함수 $y = (x - 3)^2 + 10$
- 그래디언트: $y' = 2x - 6$

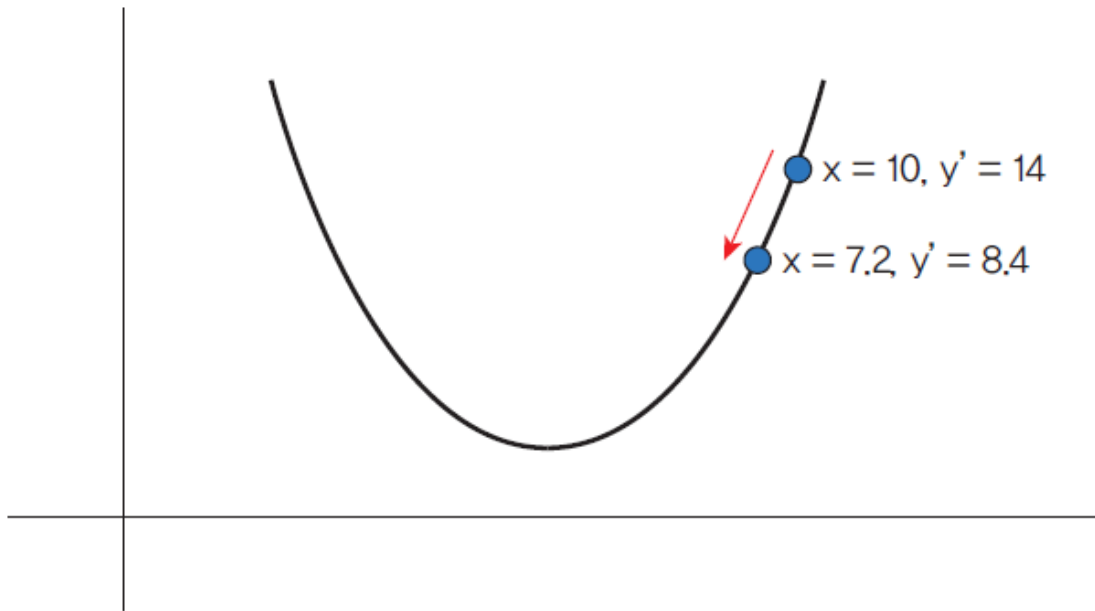


그림 6-12 그래디언트의 계산



경사 하강법 프로그래밍

```
x = 10
learning_rate = 0.2
precision = 0.00001
max_iterations = 100

# 손실함수를 람다식으로 정의한다.
loss_func = lambda x: (x-3)**2 + 10

# 그래디언트를 람다식으로 정의한다. 손실함수의 1차 미분값이다.
gradient = lambda x: 2*x-6

# 그래디언트 강하법
for i in range(max_iterations):
    x = x - learning_rate * gradient(x)
    print("손실함수값(", x, ")=", loss_func(x))

print("최소값 = ", x)
```



실험 결과

손실함수값(7.199999999999999)= 27.639999999999993

손실함수값(5.52)= 16.350399999999997

손실함수값(4.512)= 12.286143999999998

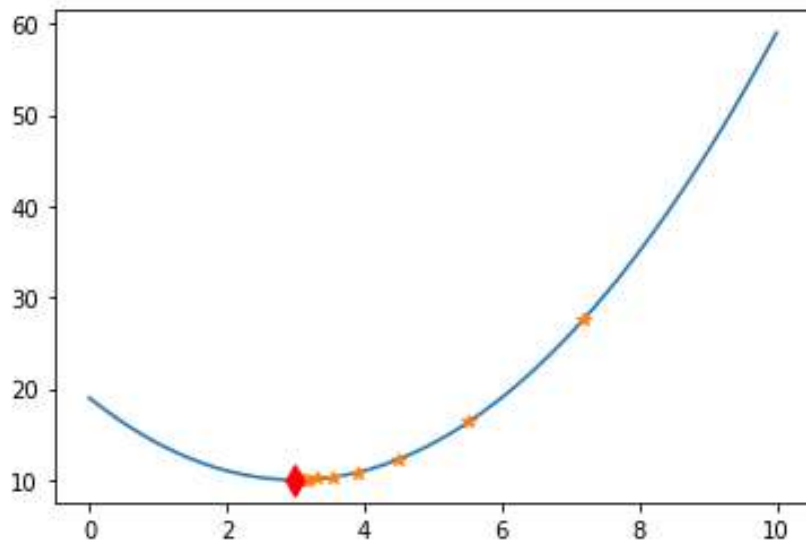
손실함수값(3.9071999999999996)= 10.82301184

손실함수값(3.54432)= 10.2962842624

...

손실함수값(3.0000000000000004)= 10.0

최소값 = 3.0000000000000004



grad_desc1_A.py



Lab: 2차원 그래디언트 시각화

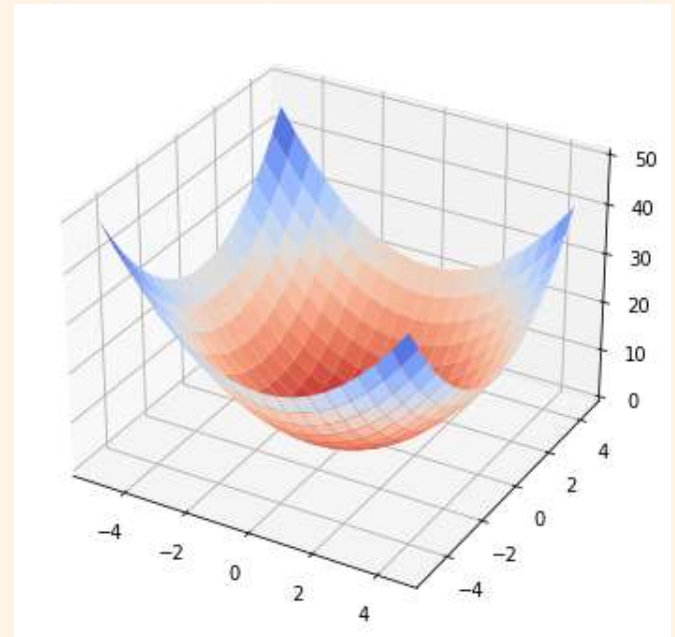
grad_desc2.py

```
from mpl_toolkits.mplot3d import axes3d
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

x = np.arange(-5, 5, 0.5)
y = np.arange(-5, 5, 0.5)
X, Y = np.meshgrid(x, y) # 참고 박스
Z = X**2 + Y**2           # 넘파이 연산

fig = plt.figure(figsize=(6,6))
ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')

# 3차원 그래프를 그린다.
ax.plot_surface(X, Y, Z)
plt.show()
```





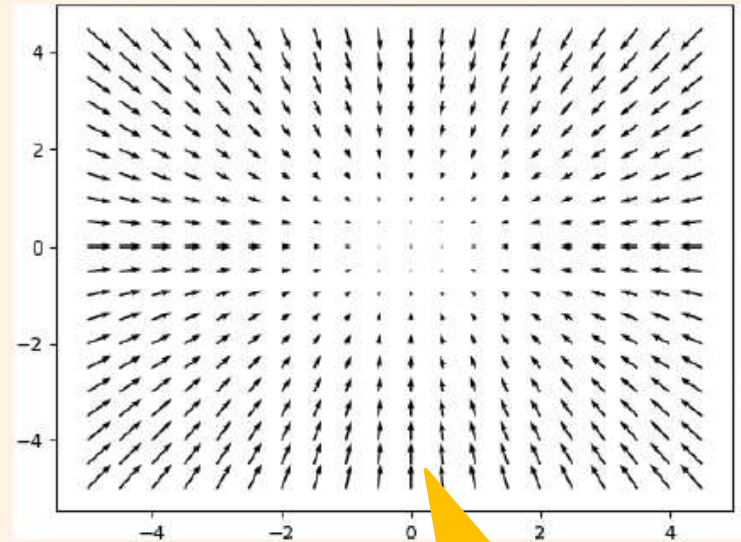
Lab: 2차원 그래디언트 시각화

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
```

```
x = np.arange(-5,5,0.5)
y = np.arange(-5,5,0.5)
X, Y = np.meshgrid(x,y)
U = -2*X
V = -2*Y
```

그래디언트의 음수

```
plt.figure()
Q = plt.quiver(X, Y, U, V, units='width')
plt.show()
```



화살표가 최소값을
가리키고 있음을 알
수 있다.



역전파 학습 알고리즘

(**back-propagation**)

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ij}} = \delta_j out_i \quad \text{여기서} \quad \delta_j = \begin{cases} (out_j - t_j) f'(net_j) & j \text{가 출력층 유닛이면} \\ \left(\sum_k w_{jk} \delta_k \right) f'(net_j) & j \text{가 은닉층 유닛이면} \end{cases}$$



역전파 학습 알고리즘 (back-propagation)

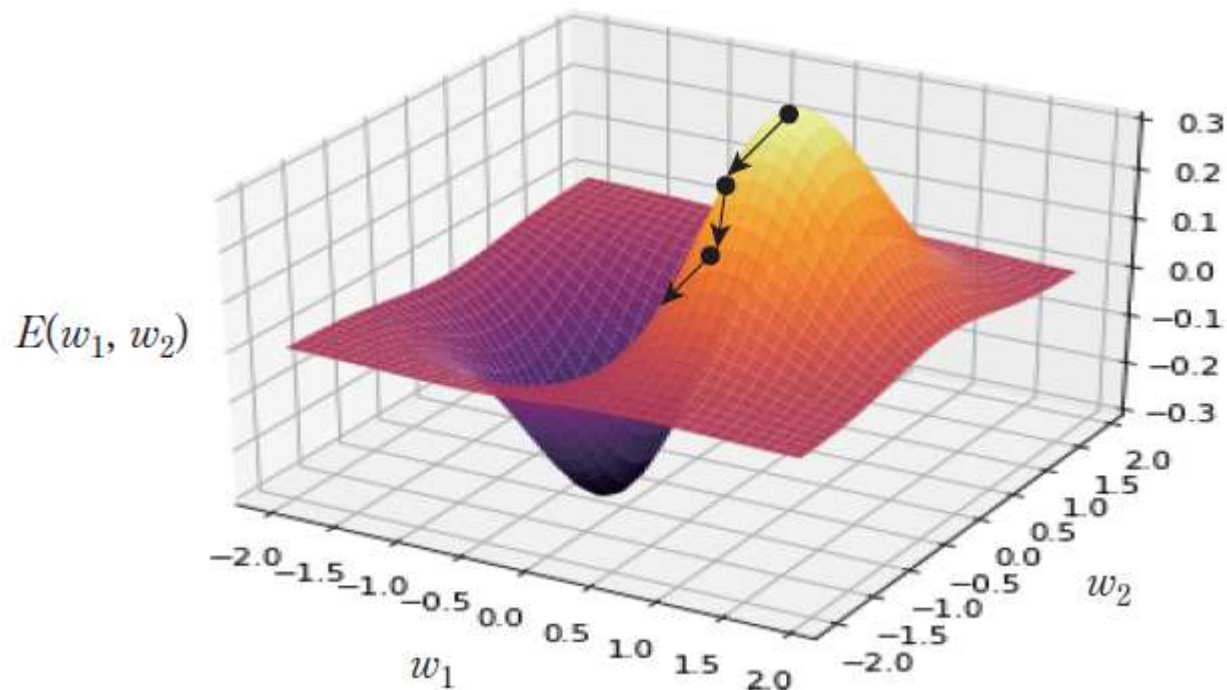
- 역전파 알고리즘은 입력이 주어지면 순방향으로 계산하여 출력을 계산한 후에 실제 출력과 우리가 원하는 출력 간의 오차를 계산한다.
- 이 오차를 역방향으로 전파하면서 오차를 줄이는 방향으로 가중치를 변경한다.

$$w(t+1) = w(t) - \eta \frac{\partial E}{\partial w}$$

- ① 가중치와 바이어스를 0부터 1 사이의 난수로 초기화한다.
- ② 수렴할 때까지 모든 가중치에 대하여 다음을 반복한다.
- ③ 손실함수 E 의 그래디언트 $\partial E / \partial w$ 을 계산한다.
- ④ $w(t+1) = w(t) - \eta \frac{\partial E}{\partial w}$



역전파 학습 알고리즘

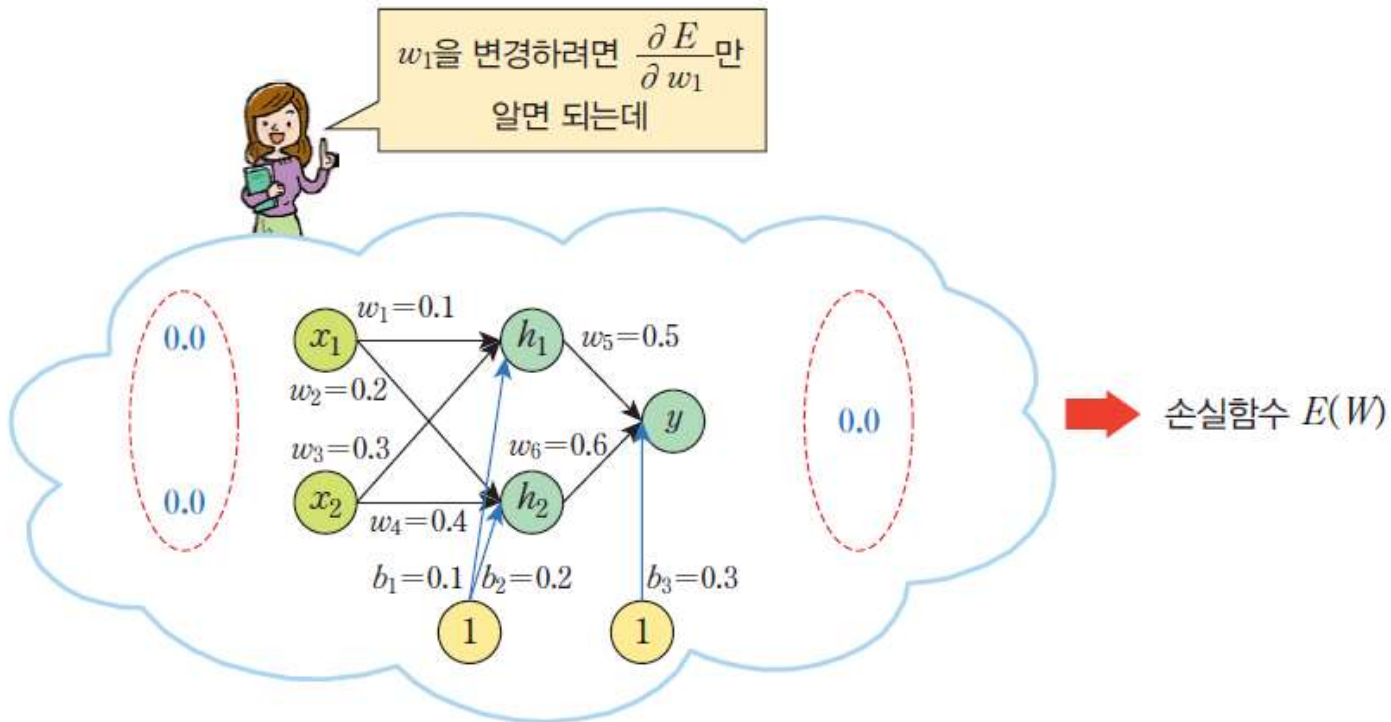


가중치 w_1, w_2 를 조금씩 변화시키며 손실 ($E(w_1, w_2)$)이 최소로 되는 (w_1, w_2) 를 찾는 과정



역전파 알고리즘의 유도 (생각 가능)

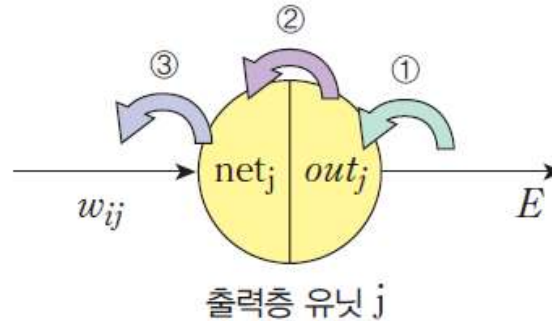
- 미분의 체인룰을 이용하여 유도가 가능하다.





출력층 유닛의 경우

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ij}} = \underbrace{\frac{\partial E}{\partial out_j}}_{\textcircled{1}} \underbrace{\frac{\partial out_j}{\partial net_j}}_{\textcircled{2}} \underbrace{\frac{\partial net_j}{\partial w_{ij}}}_{\textcircled{3}}$$



$$\textcircled{1} \quad \frac{\partial E}{\partial out_j} = \frac{\partial}{\partial out_j} \sum \frac{1}{2} (target_k - out_k)^2 = out_j - target_j$$

유닛의 출력값 변환에 따른 오차의 변화율이다.

$$\textcircled{2} \quad \frac{\partial out_j}{\partial net_j} = \frac{\partial f(net_j)}{\partial net_j} = f'(net_j)$$

입력값의 변화에 따른 유닛 j의 출력 변화율이다.
활성화 함수의 미분값이다.

$$\textcircled{3} \quad \frac{\partial net_j}{\partial w_{ij}} = \frac{\partial}{\partial w_{ij}} \left(\sum_{k=0}^n w_{kj} out_k \right) = \frac{\partial}{\partial w_{ij}} w_{ij} out_i = out_i$$

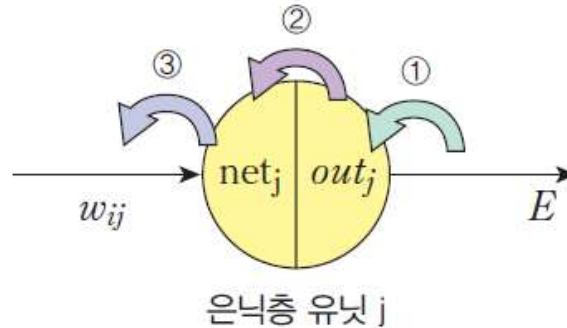
가중치의 변화에 따른 net_j의 변화율이라고 할 수 있다.

$$\therefore \frac{\partial E}{\partial w_{ij}} = \textcircled{1} \times \textcircled{2} \times \textcircled{3} = (out_j - target_j) \times f'(net_j) \times out_i$$



은닉층 유닛의 경우

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ij}} = \underbrace{\frac{\partial E}{\partial out_j}}_{\textcircled{1}} \underbrace{\frac{\partial out_j}{\partial net_j}}_{\textcircled{2}} \underbrace{\frac{\partial net_j}{\partial w_{ij}}}_{\textcircled{3}}$$

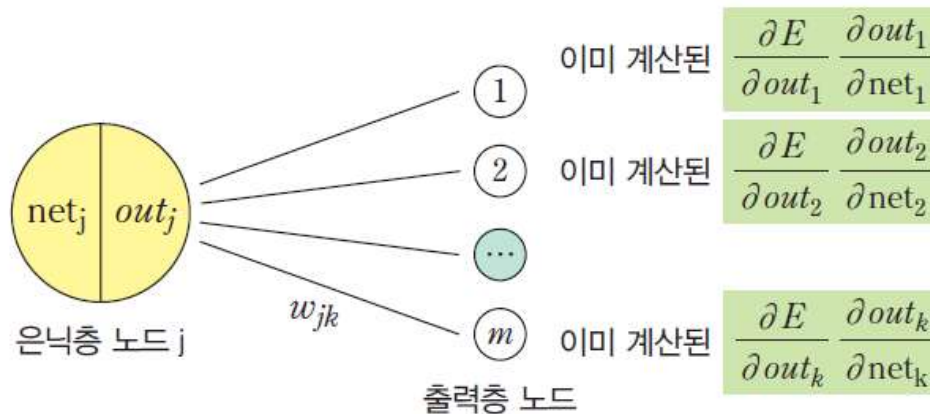


그런데 은닉층 유닛의 오차 E는 어떻게 계산하지?



$$\frac{\partial E}{\partial out_j} = \sum_{k \in L} \left(\frac{\partial E}{\partial out_k} \frac{\partial out_k}{\partial net_k} \frac{\partial net_k}{\partial out_j} \right) = \sum_{k \in L} \left(\frac{\partial E}{\partial out_k} \frac{\partial out_k}{\partial net_k} w_{jk} \right)$$

이것도 체인룰이다!





델타

- $\frac{\partial E}{\partial out_k} \frac{\partial out_k}{\partial net_k}$ 은 여러 문헌에서 **델타**라는 이름으로 불리는 값이다.
- **가중치가 보는 유닛 k에서의 “오차”**라고 생각해도 된다.
- 이 델타가 신경망을 통하여 역전파된다.

$$\delta_j = \begin{cases} (out_j - t_j) f'(net_j) & \text{출력층} \\ \left(\sum_k w_{jk} \delta_k \right) f'(net_j) & \text{인접층} \end{cases}$$

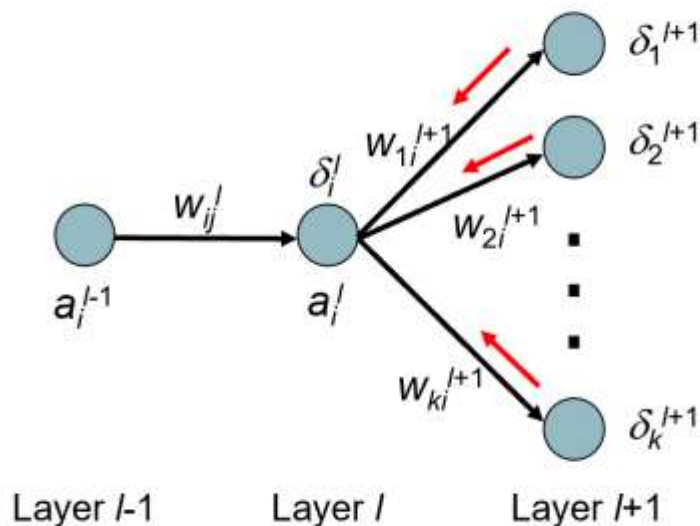
오차



역전파 알고리즘 정리

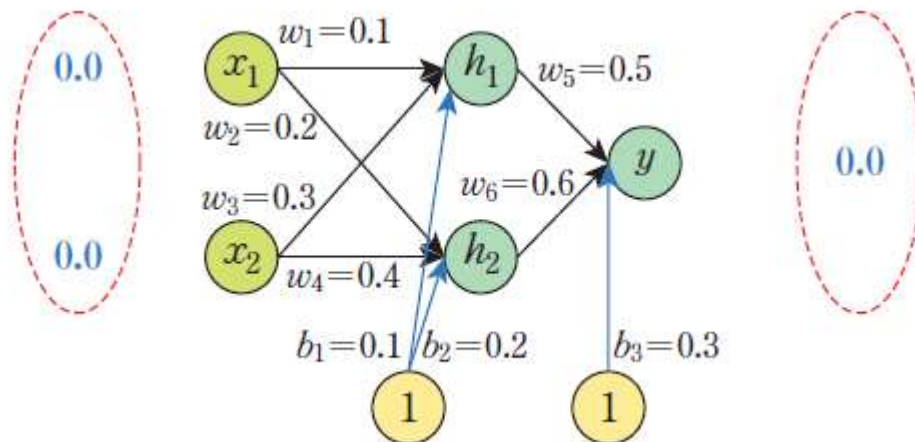
- 결론적으로 그래디언트는 델타에 이전 유닛의 출력값을 곱하면 구할 수 있다.
- 델타는 신경망의 레이어에 따라서 다음과 같이 구분하여서 계산할 수 있다.

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ij}} = \delta_j out_i \quad \text{여기서} \quad \delta_j = \begin{cases} (out_j - t_j) f'(net_j) & j \text{가 출력층 유닛이면} \\ \left(\sum_k w_{jk} \delta_k \right) f'(net_j) & j \text{가 은닉층 유닛이면} \end{cases}$$





역전파 알고리즘을 손으로 계산해보자.



순방향 패스

$$\begin{aligned} \text{net}_y &= w_5 * \text{out}_{h1} + w_6 * \text{out}_{h2} + b_3 \\ &= 0.5 * 0.524979 + 0.6 * 0.549834 + 0.3 = 0.89239 \\ \text{out}_y &= \frac{1}{1 + e^{-\text{net}_y}} = \frac{1}{1 + e^{-0.89239}} = 0.709383 \end{aligned}$$

[[0 0]]	[0]	[[0.99196032]]
[[0 1]]	[1]	[[0.00835708]]
[[1 0]]	[1]	[[0.00836107]]
[[1 1]]	[0]	[[0.98974873]]

아저씨 참조!

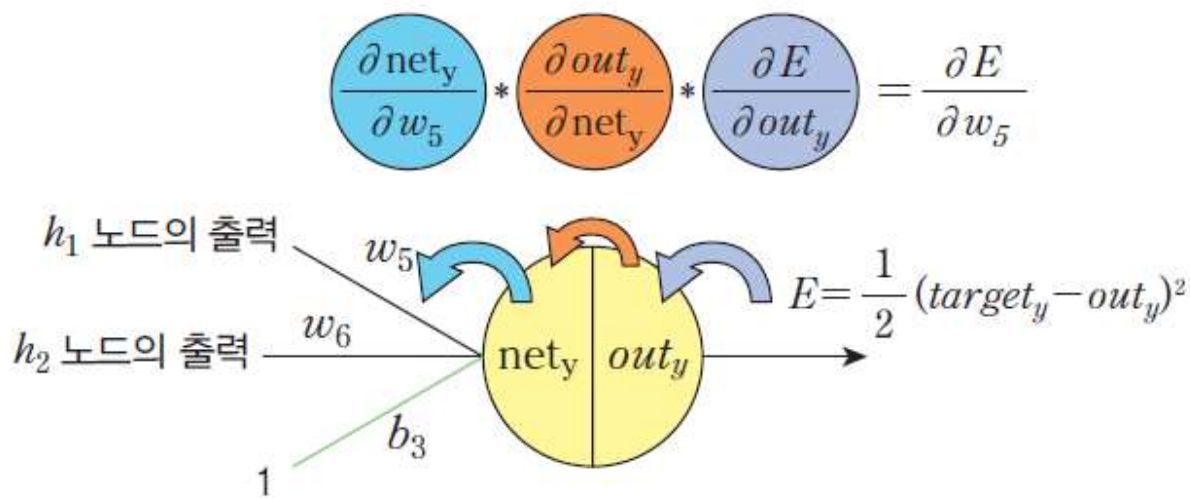


역전파 알고리즘을 손으로 계산해보자.

- 총오차 계산

$$E = \frac{1}{2}(target_y - out_y)^2 = \frac{1}{2}(0.00 - 0.709383)^2 = 0.251612$$

- $\frac{\partial E}{\partial w_5}$ 만 계산해보자.





경사하강법 적용

- ① $\frac{\partial E}{\partial out_y} = 2 * \frac{1}{2}(target_y - out_y)^{2-1} * (-1) = (out_y - target_y)$
 $= (0.709383 - 0.00) = 0.709383$
- ② $\frac{\partial out_y}{\partial net_y} = f'(out_y) = out_y * (1 - out_y) = 0.709383 * (1 - 0.709383) = 0.206158$
- ③ $net_y = w_5 * out_{h1} + w_6 * out_{h2} + b_3 * 1$
 $\frac{\partial net_y}{\partial w_5} = 1 * out_{h1} + 0 + 0 = 0.524979$



$$\frac{\partial E}{\partial w_5} = \frac{\partial E}{\partial out_y} \frac{\partial out_y}{\partial net_y} \frac{\partial net_y}{\partial w_5}$$
$$= 0.709383 * 0.206158 * 0.524979 = 0.076775$$

$$w_5(t+1) = w_5(t) + \eta * \frac{\partial E}{\partial w_5} = 0.5 - 0.2 * 0.076775 = 0.484645$$



입력층 -> 출력층의 가중치와 바이어스

$$w_5(t+1) = w_5(t) + \eta * \frac{\partial E}{\partial w_5} = 0.5 - 0.2 * 0.076775 = 0.484645$$

$$w_6(t+1) = 0.583918$$

$$b_3(t+1) = 0.270750$$

가중치도 낮아지게 된다. . 현재 우리가 얻는 출력값은 0이기 때문이다.

바이어스는 기존 값 보다 낮아지게 된다. 따라서 다음 번에는
유니의 출력을 더 낮게 만들 것
이다. 현재 우리가 얻는 출력값은 0이기 때문이다.



입력층 \rightarrow 은닉층의 가중치와 바이어스

$$w_1(t+1) = w_1(t) + \eta * \frac{\partial E}{\partial w_1} = 0.10 - 0.2 * 0.0 = 0.10$$

$$w_2(t+1) = 0.2, \quad w_3(t+1) = 0.3, \quad w_4(t+1) = 0.4$$

입력값이 0이어서 가중치는 변경되지 않았다 (이전 퍼셉트론과 유사하다. 입력이 0이면 가중치를 아무리 바꿔도 무슨 소용인가?).

$$b_1(t+1) = 0.096352, \quad b_2(t+1) = 0.195656$$

이런 경우에는 바이어스가 큰 역할을 한다 (이래서 바이어스는 반드시 있어야 한다) **바이어스는 기존 값 보다 낮아지게 된다.** 따라서 다음 번에는 은닉층의 출력을 더 낮게 만들 것이다. 현재 우리가 얻는 출력값은 0이기 때문이다.



순시함수 평가 (훈련 결과 \rightarrow 오차 최소화!)

$$E = \frac{1}{2}(target - out_y)^2 = \frac{1}{2}(0.00 - 0.709383)^2 = 0.251612$$



경사하강법 1번 적용

$$E = \frac{1}{2}(target - out_y)^2 = \frac{1}{2}(0.00 - 0.699553)^2 = 0.244687$$



경사하강법 10000번 적용

$$E = \frac{1}{2}(target - out_y)^2 = \frac{1}{2}(0.00 - 0.005770)^2 = 0.000016$$

오차가 크게 줄었다.



넘파이를 이용하여 MLP 구현

- 넘파이의 기능을 이용하면 모든 것을 행렬과 벡터로 표시할 수 있다.
- 행렬을 이용하면 동시에 여러 개의 예제를 동시에 학습시킬 수 있다.
- 역전파할 때는 가중치 행렬을 전치시켜서 사용한다.
- 바이어스는 입력을 1.0으로 고정하고, 이 입력에 붙은 가중치로 생각한다.



넘파이를 이용한 MLP 구현

```
import numpy as np
```

```
# 시그모이드 함수
```

```
def actf(x):  
    return 1/(1+np.exp(-x))
```

```
# 시그모이드 함수의 미분치
```

```
def actf_deriv(x):  
    return x*(1-x)
```

```
# 입력유닛의 개수, 은닉유닛의 개수, 출력유닛의 개수
```

```
inputs, hiddens, outputs = 2, 2, 1
```

```
learning_rate=0.2
```

```
# 훈련 샘플과 정답
```

```
X = np.array([[0, 0], [0, 1], [1, 0], [1, 1]])
```

```
T = np.array([[0], [1], [1], [0]])
```

mlp2.py



순방향 전파 구현

```
W1 = np.array([[0.10,0.20], [0.30,0.40]])  
W2 = np.array([[0.50],[0.60]])  
B1 = np.array([0.1, 0.2])  
B2 = np.array([0.3])
```

순방향 전파 계산

```
def predict(x):
```

```
    layer0 = x
```

```
    Z1 = np.dot(layer0, W1)+B1
```

```
    layer1 = actf(Z1)
```

```
    Z2 = np.dot(layer1, W2)+B2
```

```
    layer2 = actf(Z2)
```

```
    return layer0, layer1, layer2
```

```
    # 입력을 layer0에 대입한다.
```

```
    # 행렬의 곱을 계산한다.
```

```
    # 활성화 함수를 적용한다.
```

```
    # 행렬의 곱을 계산한다.
```

```
    # 활성화 함수를 적용한다.
```




오차 역전파 구현

역방향 전파 계산

```
def fit():  
    global W1, W2, B1, B2  
    for i in range(90000):  
        for x, y in zip(X, T):  
            x = np.reshape(x, (1, -1))  
            y = np.reshape(y, (1, -1))  
  
            layer0, layer1, layer2 = predict(x) # 순방향 계산  
            layer2_error = layer2 - y # 오차 계산  
            layer2_delta = layer2_error * actf_deriv(layer2) # 출력층의 델타 계산  
            layer1_error = np.dot(layer2_delta, W2.T) # 은닉층의 오차 계산 ②  
            layer1_delta = layer1_error * actf_deriv(layer1) # 은닉층의 델타 계산 ③  
  
            W2 += -learning_rate * np.dot(layer1.T, layer2_delta) # ④  
            W1 += -learning_rate * np.dot(layer0.T, layer1_delta) #  
            B2 += -learning_rate * np.sum(layer2_delta, axis=0) # ⑤  
            B1 += -learning_rate * np.sum(layer1_delta, axis=0) #
```

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ij}} = \delta_j out_i \quad \text{여기서} \quad \delta_j = \begin{cases} (out_j - t_j) f'(net_j) & j \text{가 출력층 유닛이면} \\ \left(\sum_k w_{jk} \delta_k \right) f'(net_j) & j \text{가 은닉층 유닛이면} \end{cases}$$



오차 역전파 구현

```
def test():  
    for x, y in zip(X, T):  
        x = np.reshape(x, (1, -1))          # 하나의 샘플을 꺼내서 2차원 행렬로 만든다.  
        layer0, layer1, layer2 = predict(x)  
        print(x, y, layer2)                 # 출력층의 값을 출력해본다.  
  
fit()  
test()
```

Forward pass

```
[[0 0]] [0] [[0.99196032]]  
[[0 1]] [1] [[0.00835708]]  
[[1 0]] [1] [[0.00836107]]  
[[1 1]] [0] [[0.98974873]]
```



Backward pass

```
[[0 0]] [0] [[0.00814407]]  
[[0 1]] [1] [[0.99154105]]  
[[1 0]] [1] [[0.99152258]]  
[[1 1]] [0] [[0.01038517]]  
[-6.7181009  -5.22651178]  
[-6.75291089 -5.23369975]  
[-11.19451524]  
[ 11.04437812]  
[2.8151334  7.80251731] [-5.28026114]
```



구글의 플레이그라운드

- 사이트(<https://playground.tensorflow.org>)
- 텐서 플로우 플레이그라운드는 자바 스크립트로 작성된 웹 애플리케이션으로 웹 브라우저에서 실행
- 이 사이트에서는 사용자가 딥러닝 모델을 구성하고 여러 가지 매개변수를 조정하면서 실험할 수 있는 기능을 제공한다.



구글의 플레이그라운드

A Neural Network Playground

playground.tensorflow.org/#activation=sigmoid&batchSize=10&dataset=gauss®Dataset=reg-plane&learningRate=0.03&r...

학습 시작 버튼

Epoch: 000,000
Learning rate: 0.03
Activation: Sigmoid
Regularization: None
Regularization rate: 0
Problem type: Classification

DATA
Which dataset do you want to use?

입력 데이터 세트
Which properties do you want to feed in?

4 neurons
2 neurons

2 HIDDEN LAYERS

OUTPUT
Test loss 0.493
Training loss 0.497

입력층

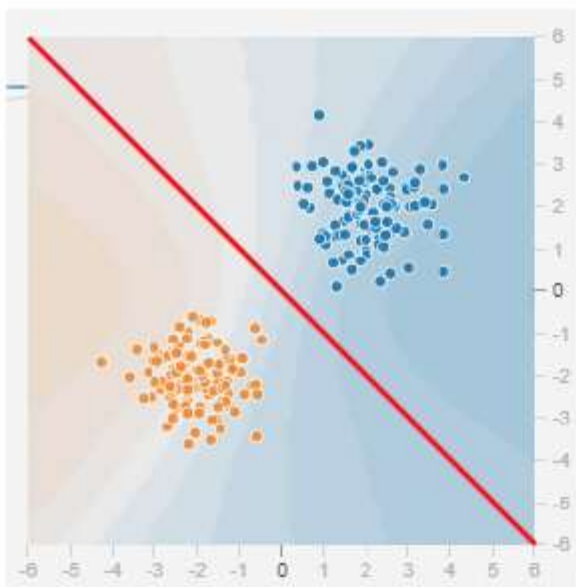
은닉층

출력층

weight values.



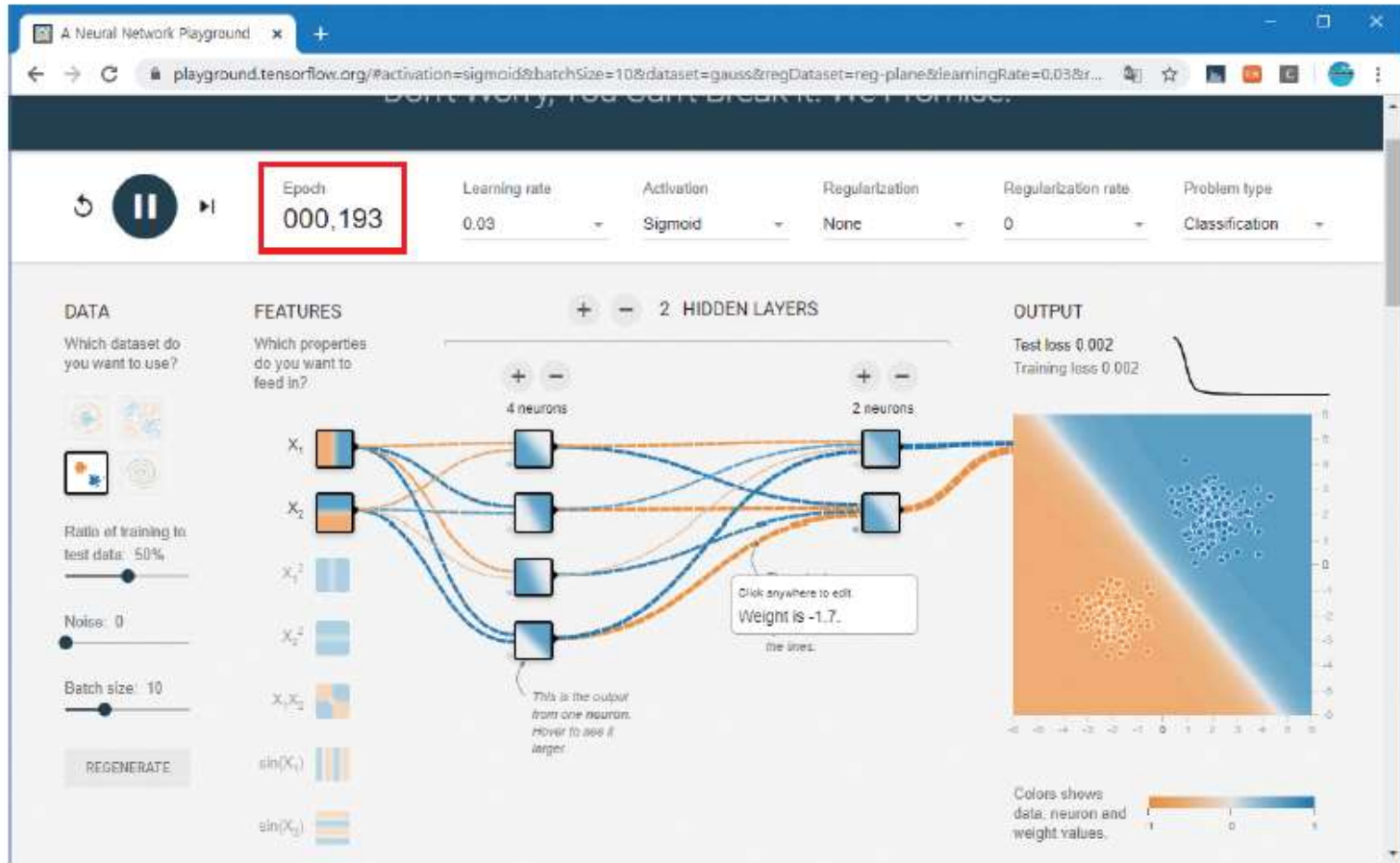
선형 분리 가능한 입력 데이터



$$w_1x_1 + w_2x_2 + b = 0$$

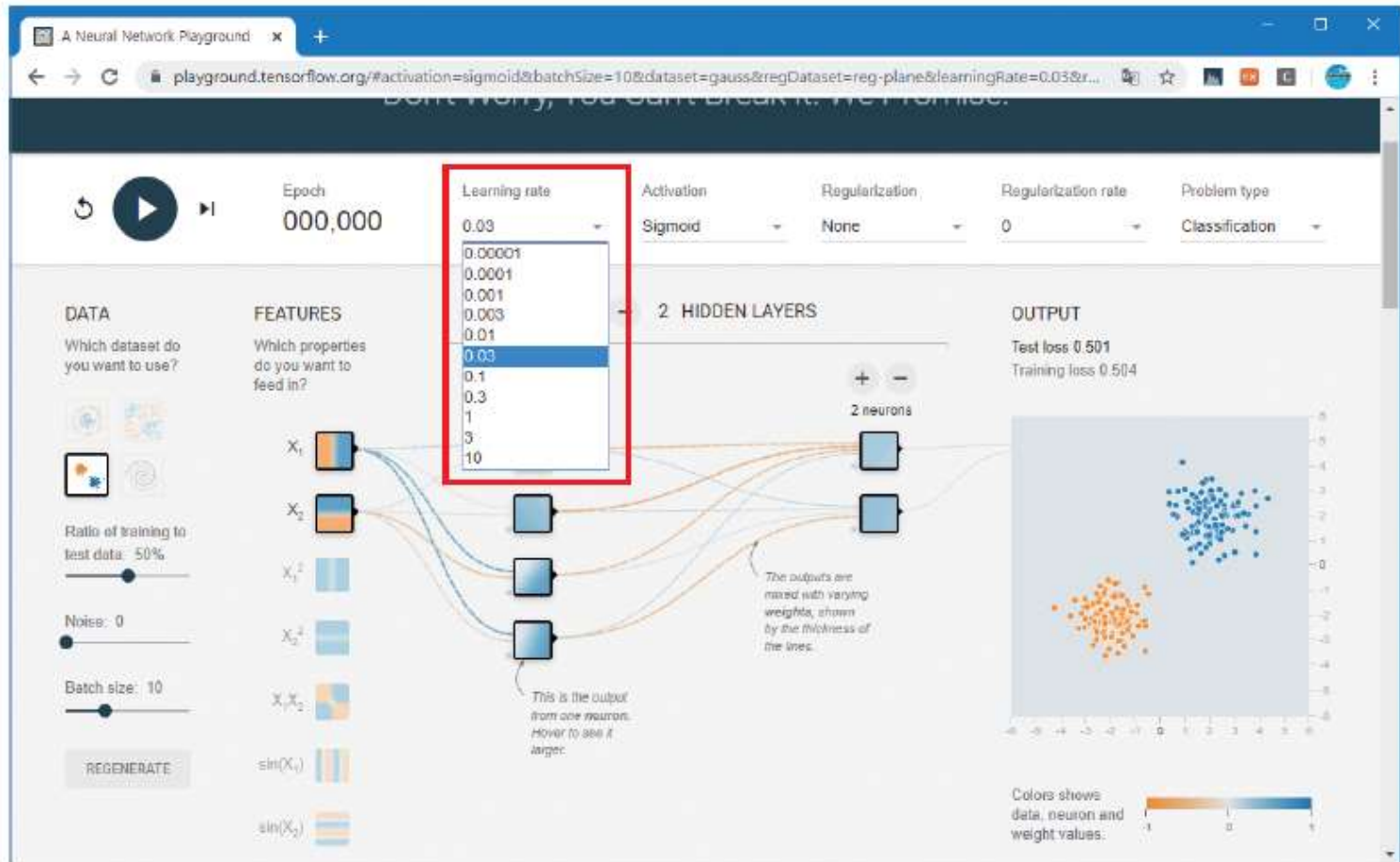


에포크



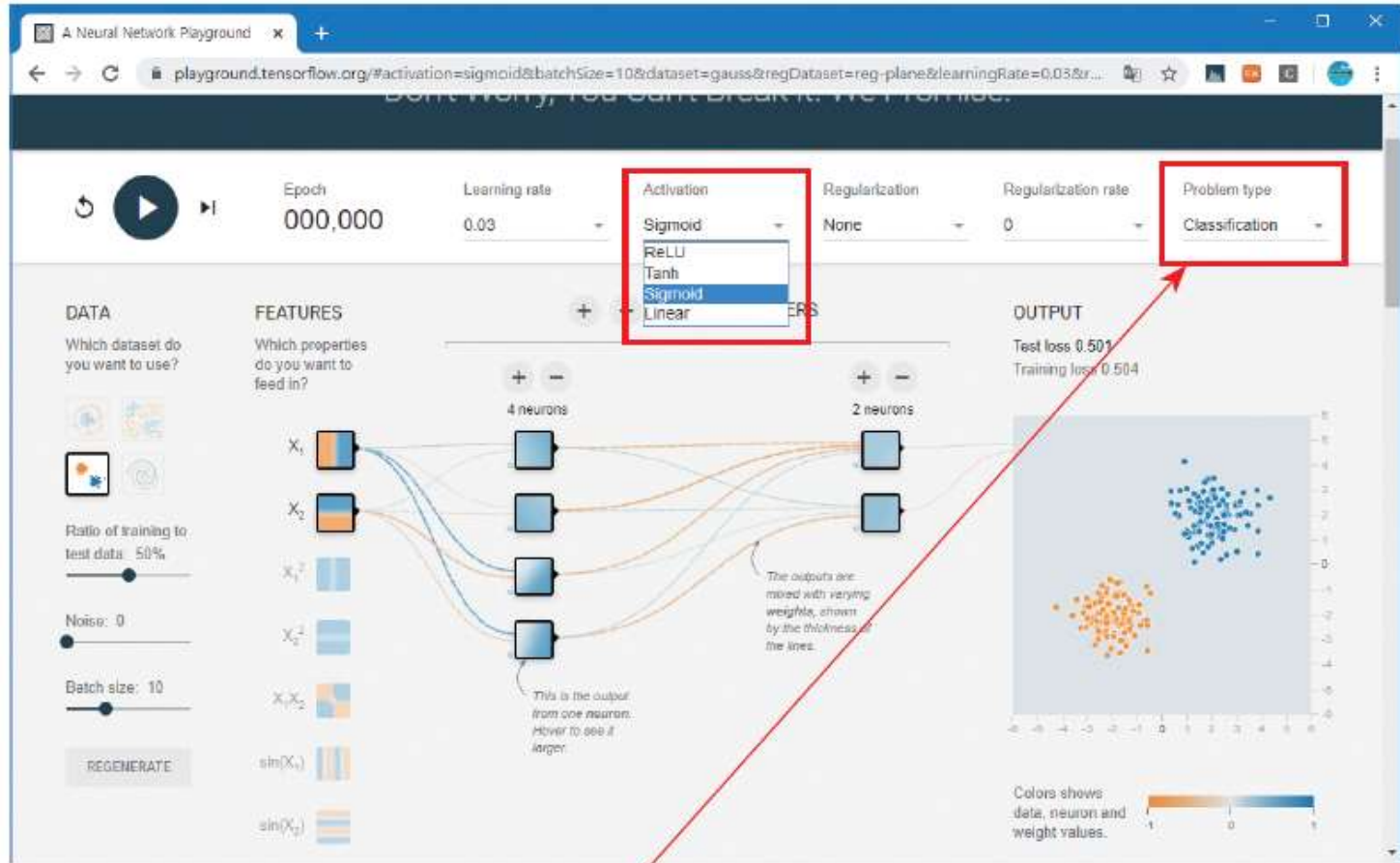


하스리 가이드





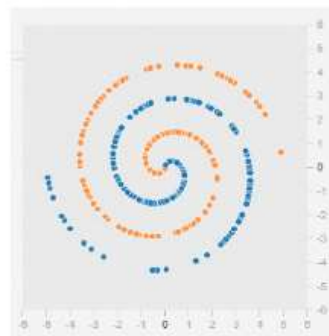
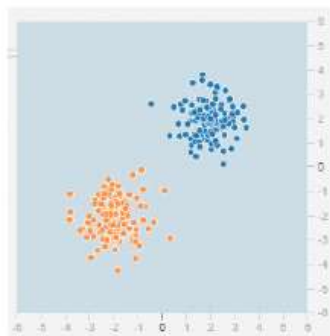
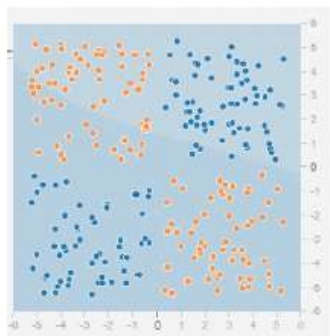
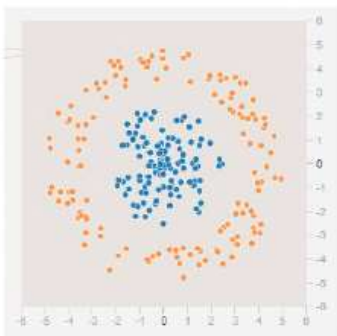
활성화 함수 선택



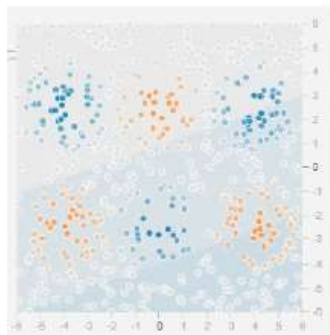
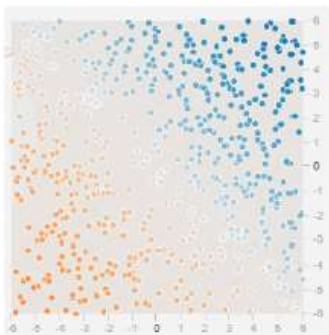


문제 유형

- 분류 문제

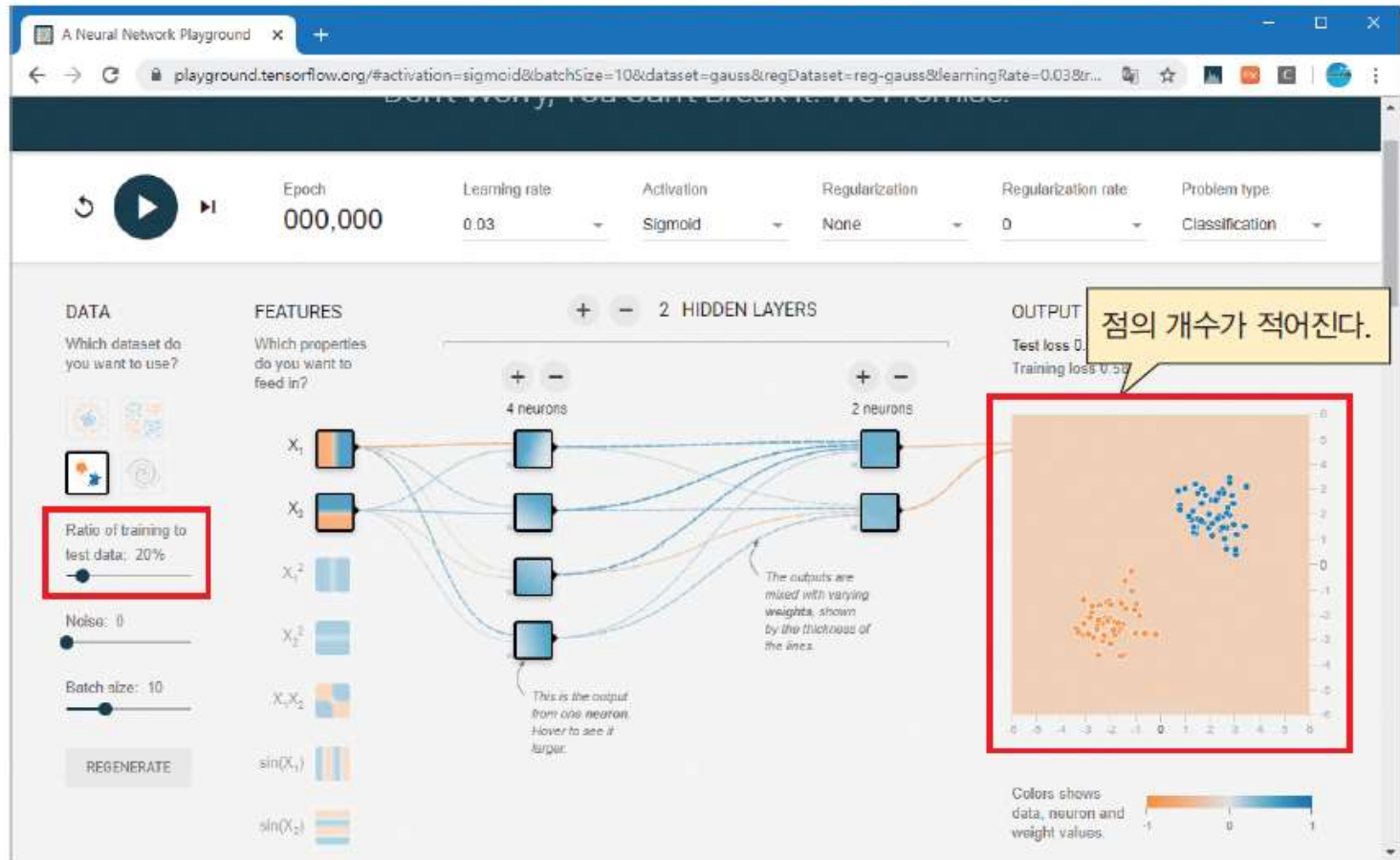


- 회귀 문제



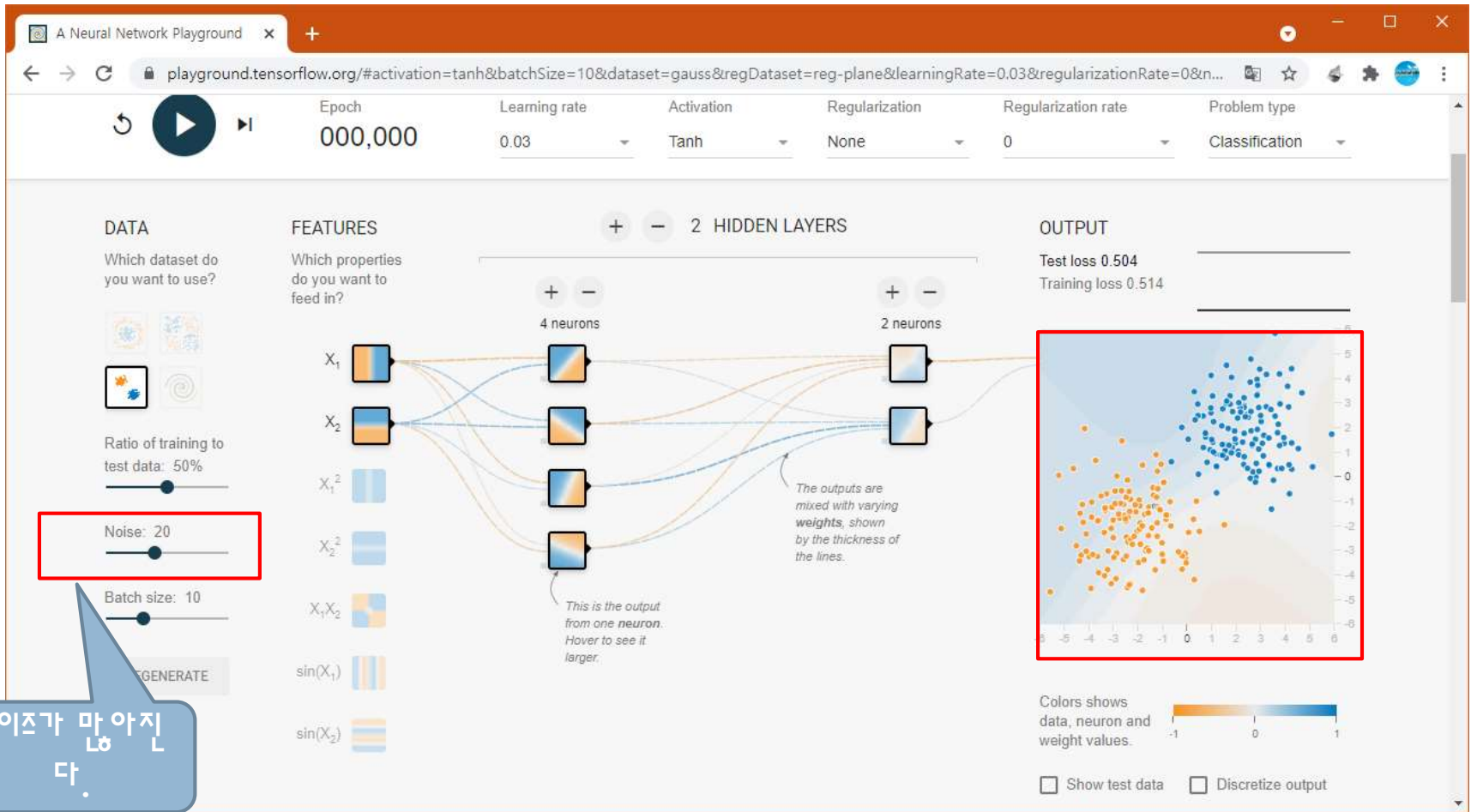


학습 데이터와 테스트 데이터의 비율





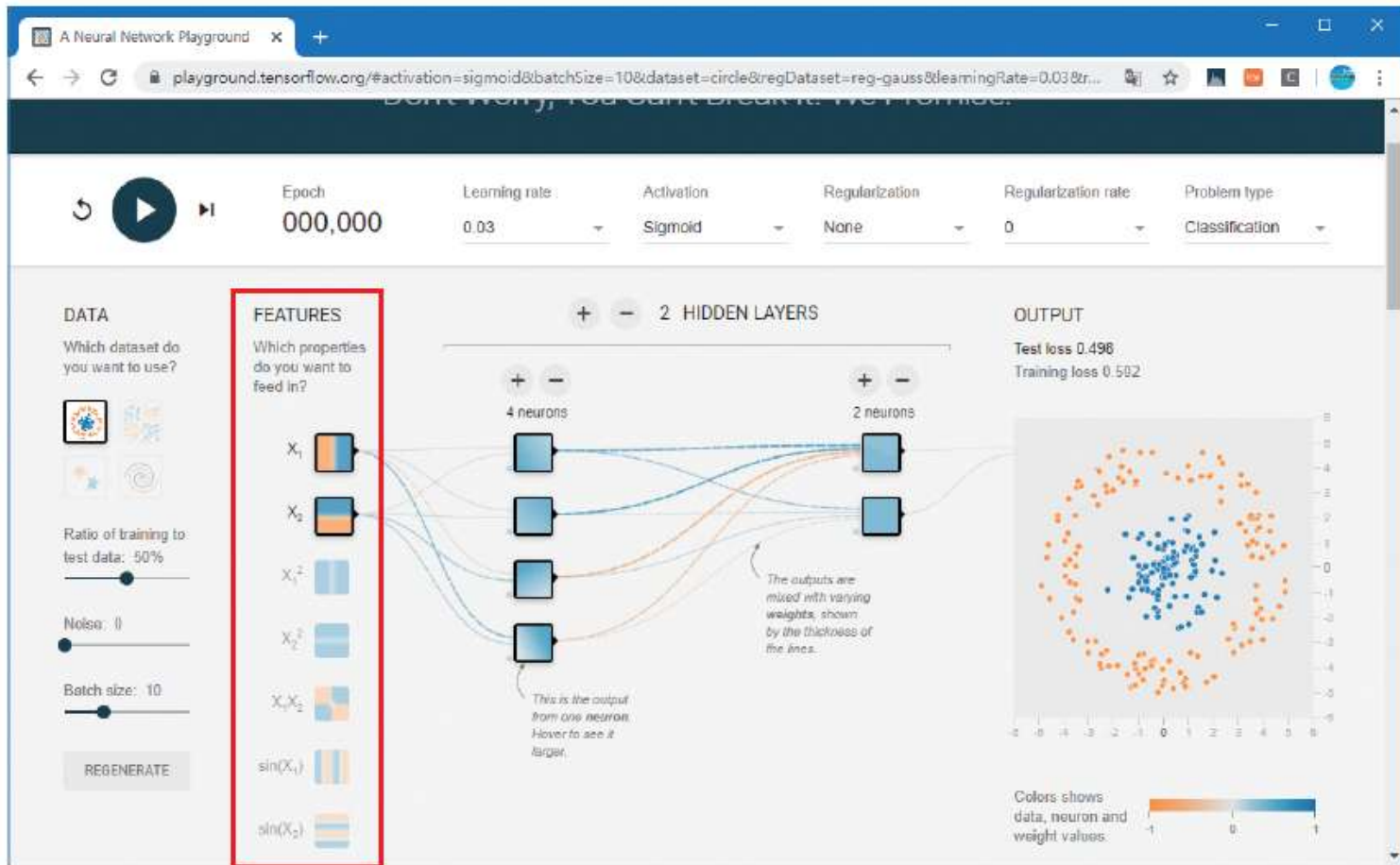
노이즈 비율



노이즈가 많아질수록.

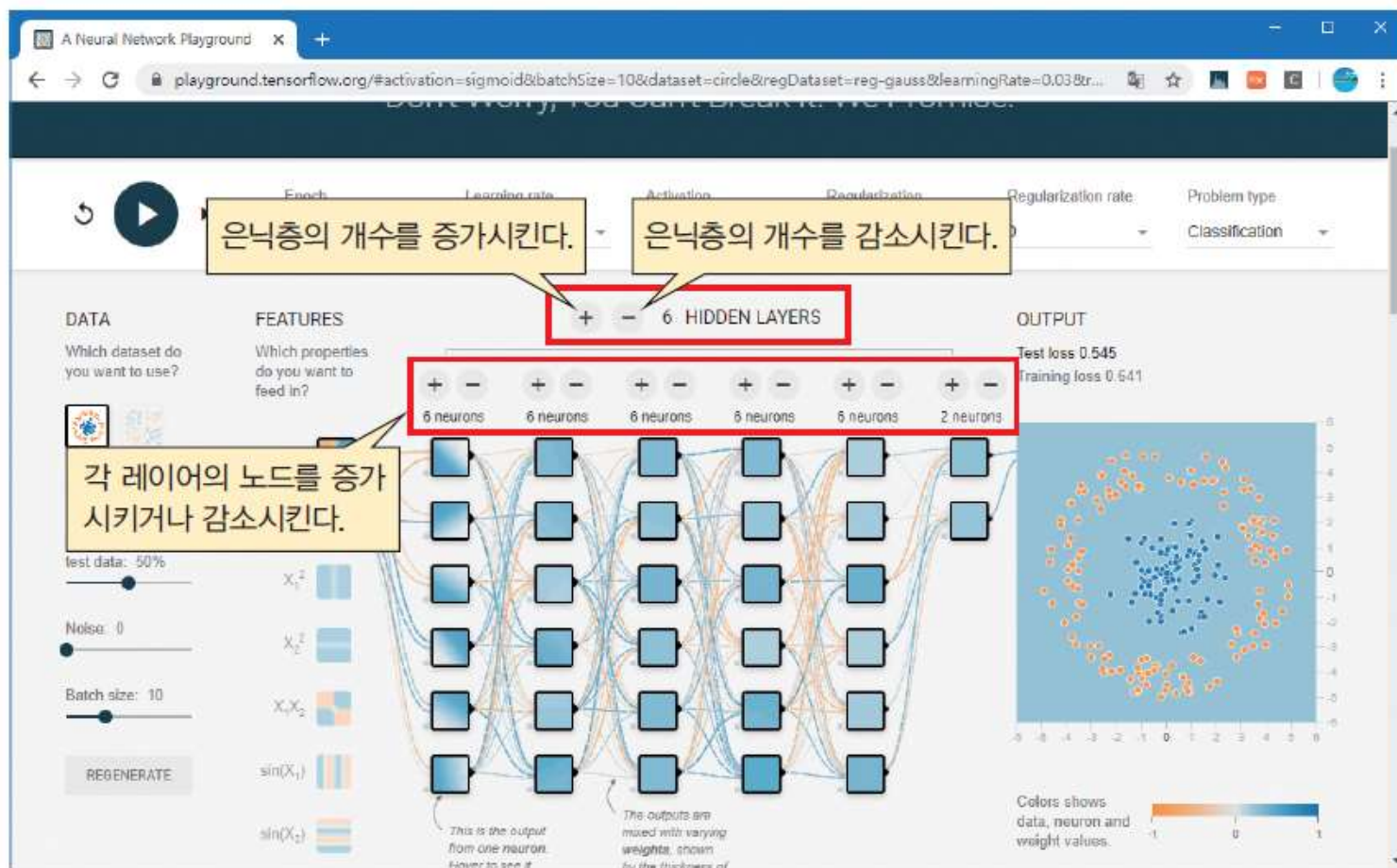


입력 특징 선택



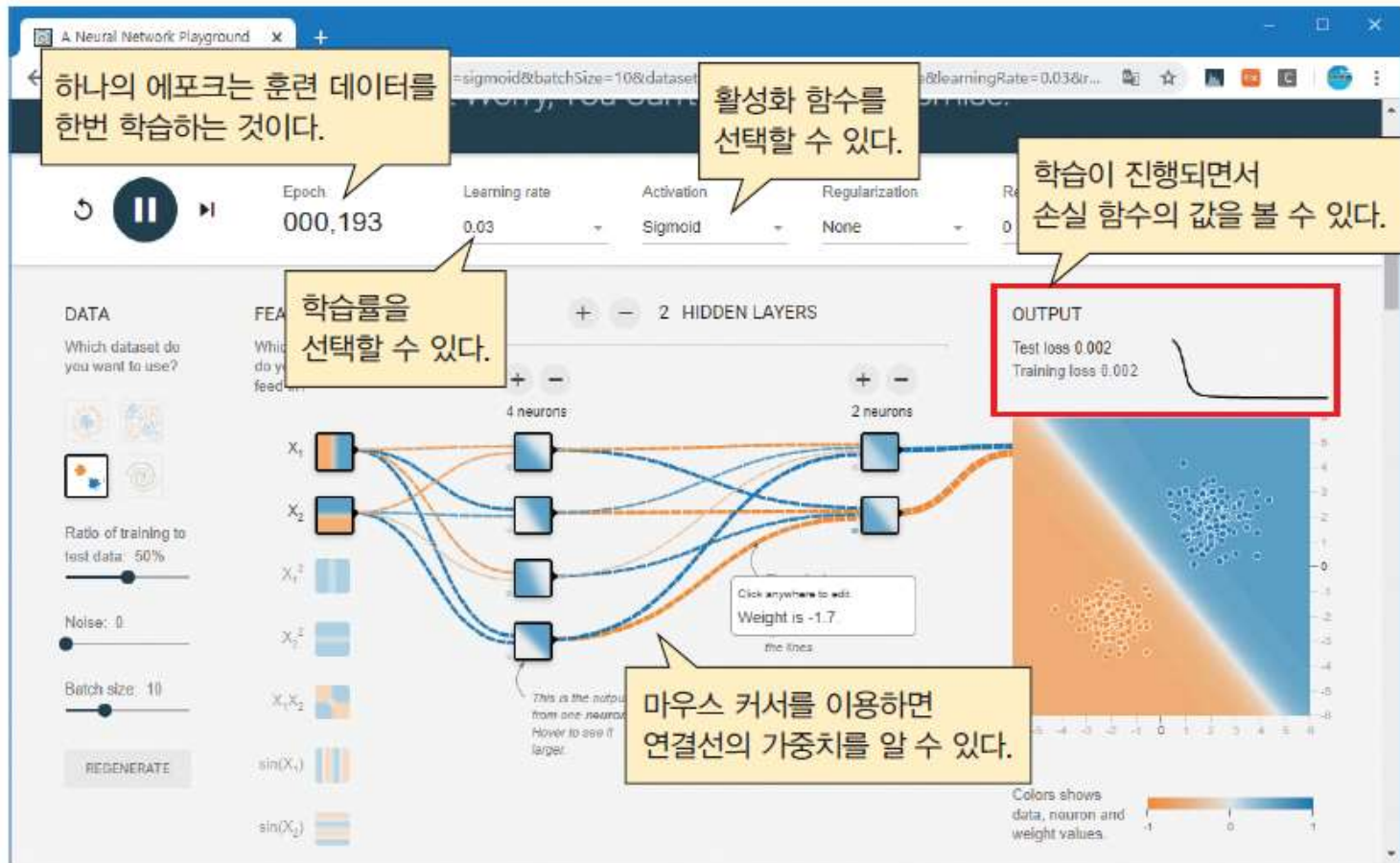


은닉층 추가하기



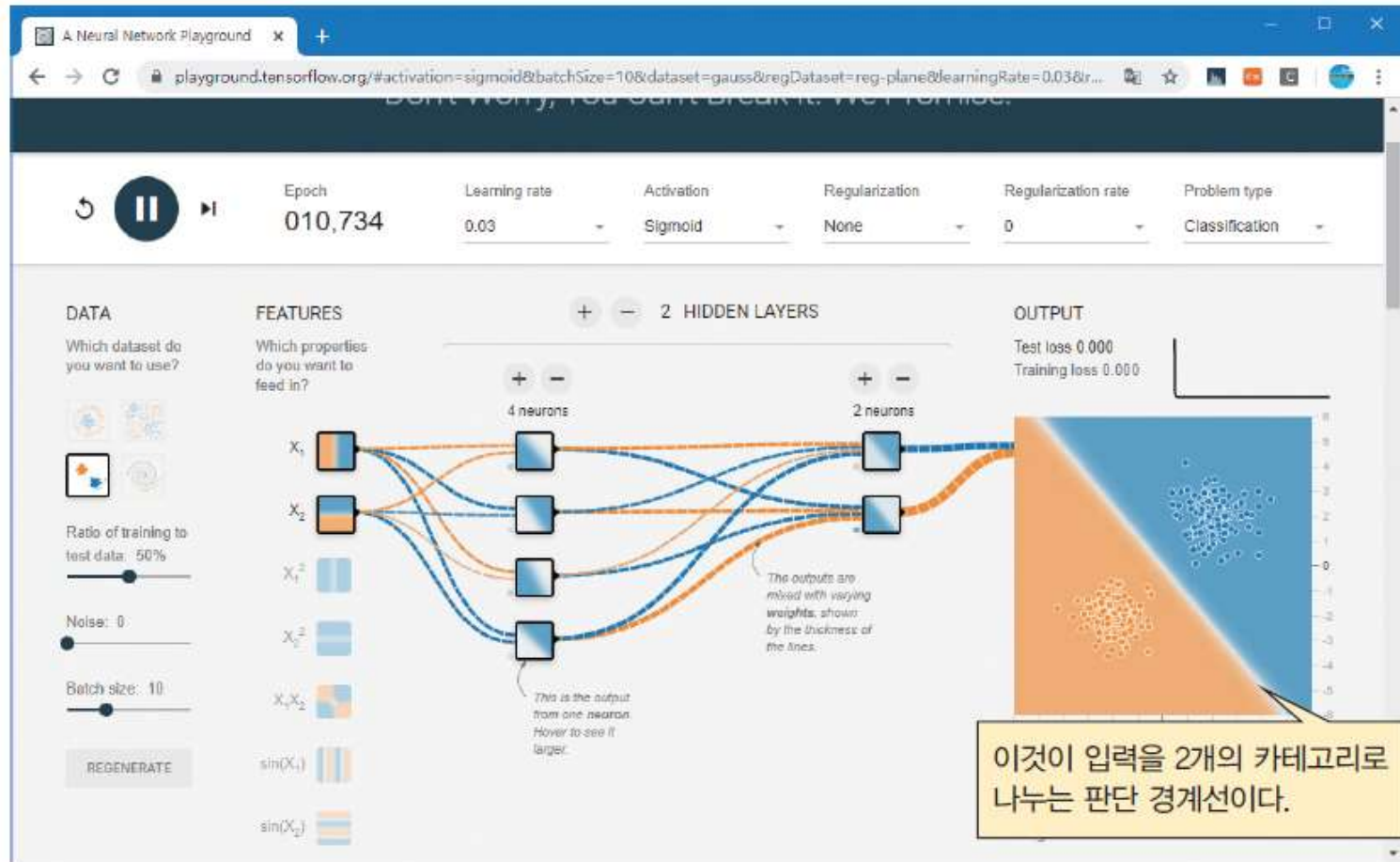


학습 시작





학습 완료





인공지능이 분류 실습

A Neural Network Playground

playground.tensorflow.org/#activation=sigmoid&batchSize=10&dataset=xor®Dataset=reg-gauss&learningRate=0.03®...

Don't Worry, You Can't Break It. We Promise.

Epoch: 006,037 | Learning rate: 0.03 | Activation: Sigmoid | Regularization: None | Regularization rate: 0 | Problem type: Classification

XOR와 유사한 데이터를 선택한다.

시그모이드 함수를 선택한다.

출력 유닛을 두 개만 남긴다. 은닉층은 없다.

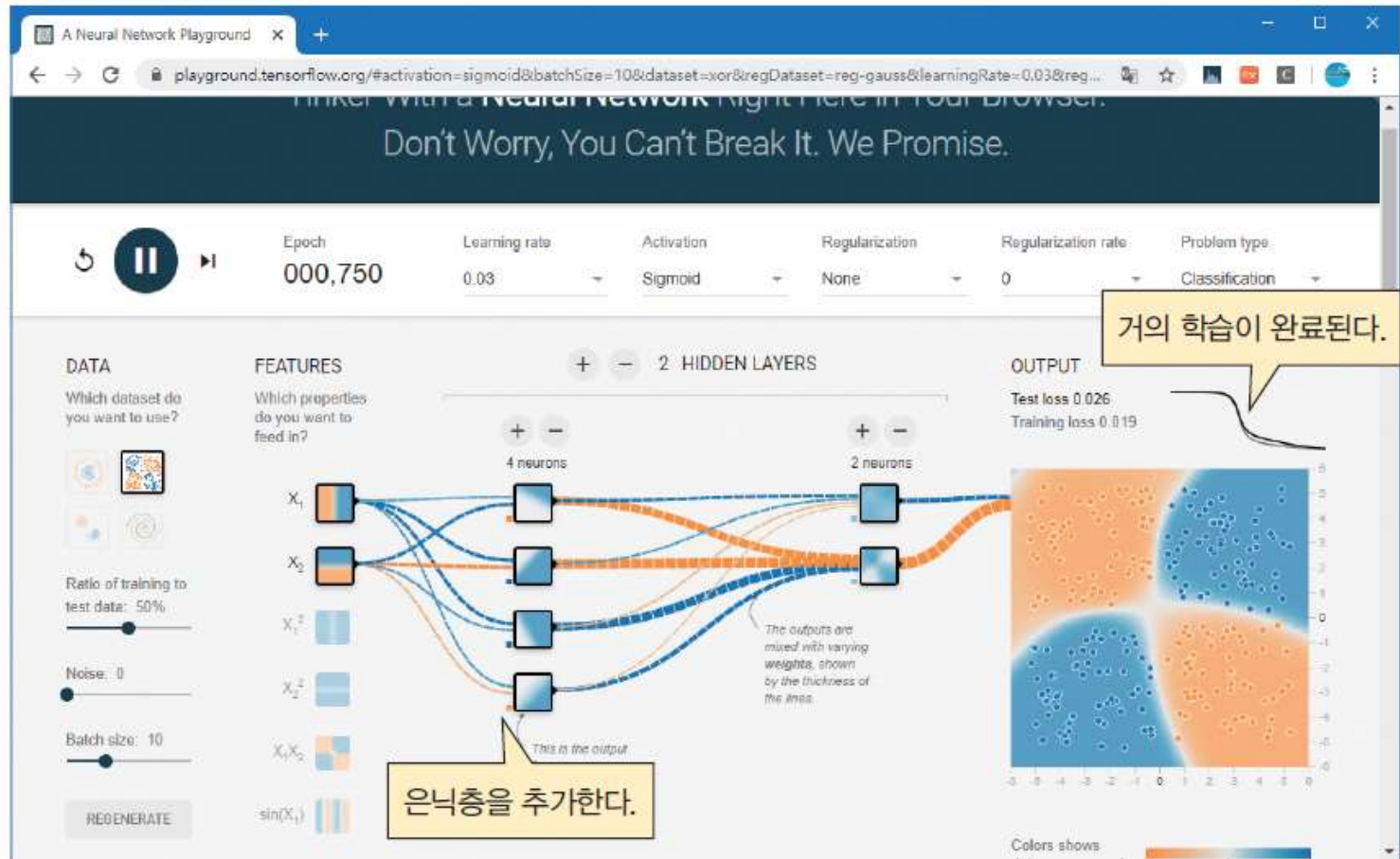
학습이 완료되지 않는다.

Test loss 0.277 | Training loss 0.180

Colors shows



인공지능 추가한 시스템





Summary

- 입력층과 출력층 사이에 은닉층(hidden layer)을 가지고 있는 신경망을 다층 퍼셉트론(multilayer perceptron: MLP)이라고 부른다.
- MLP를 학습시키기 위하여 역전파 알고리즘(back-propagation)이 재발견되었다. 이 알고리즘이 지금까지도 신경망 학습 알고리즘의 근간이 되고 있다.
- 역전파 알고리즘은 입력이 주어지면 순방향으로 계산하여 출력을 계산한 후에 실제 출력과 우리가 원하는 출력 간의 오차를 계산한다. 이 오차를 역방향으로 전파하면서 오차를 줄이는 방향으로 가중치를 변경한다.



Q & A

