퍼셉트론

Perceptron

학습 목표

- 신경망에 대하여 이해한다.
- 신경망의 초기 모델인 퍼셉트론을 이해한다.
- 퍼셉트론의 작동원리를 이해한다.
- 퍼셉트론 학습 알고리즘을 이해한다.
- 퍼셉트론의 한계점을 인식한다.

신경망

- 최근에 많은 인기를 끌고 있는 딥러닝(deep learning)의 시작은 1950년대부터 연구되어 온 인공 신경망(artificial neural network: ANN)이다.
- 인공 신경망은 생물학적인 신경망에서 영감을 받아서 만들어진 컴퓨팅 구조이다.

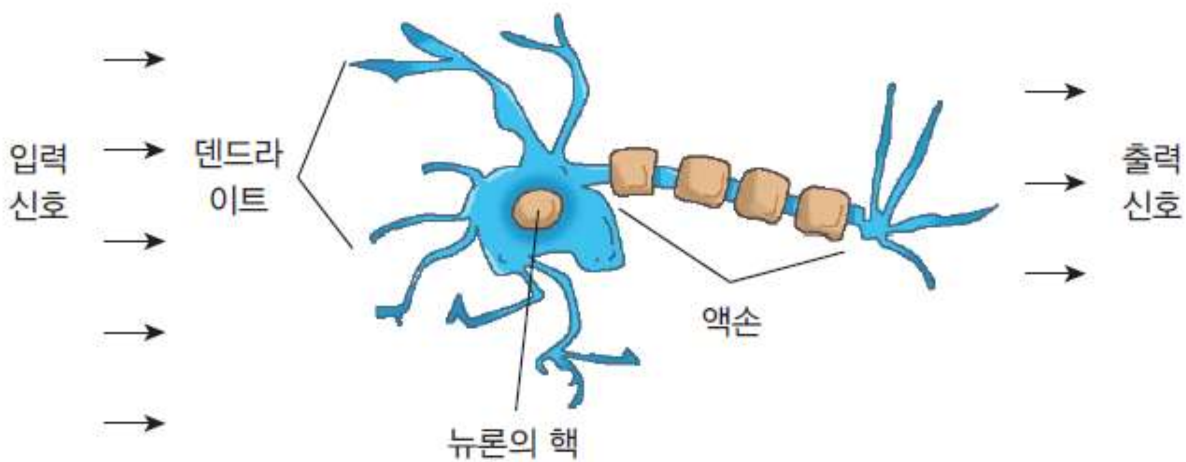
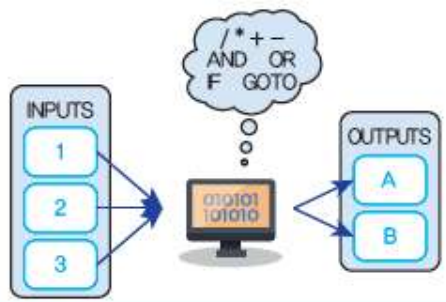


그림 5-1 뉴런의 구조

전통적인 컴퓨터 vs 인공신경망

	기존의 컴퓨터	인간의 두뇌
처리소자의 개수	10^8개의 트랜지스터	10^{10}개의 뉴런
처리소자의 속도	10^{12}Hz	10^2Hz
학습기능	없음	있음
계산 스타일	중앙집중식, 순차적인 처리	분산 병렬 처리
		

신경망의 장점

- 첫 번째는 학습이 가능하다는 점이다. 데이터만 주어지면 신경망은 예제로부터 배울 수 있다.
- 두 번째는 몇 개의 소자가 오동작하더라도 전체적으로는 큰 문제가 발생하지 않는다는 점이다.

그림 5-3 학습하는 컴퓨터

신경망이 필요한 분야

- 예를 들어 강아지 이미지와 고양이 이미지를 식별하는 작업을 생각해보자. 인간은 쉽게 이미지를 인식하지만 인간도 인식의 메커니즘을 정확히 모르기 때문에 인식 알고리즘을 명시적으로 만드는 것은 아주 어려운 일이다.

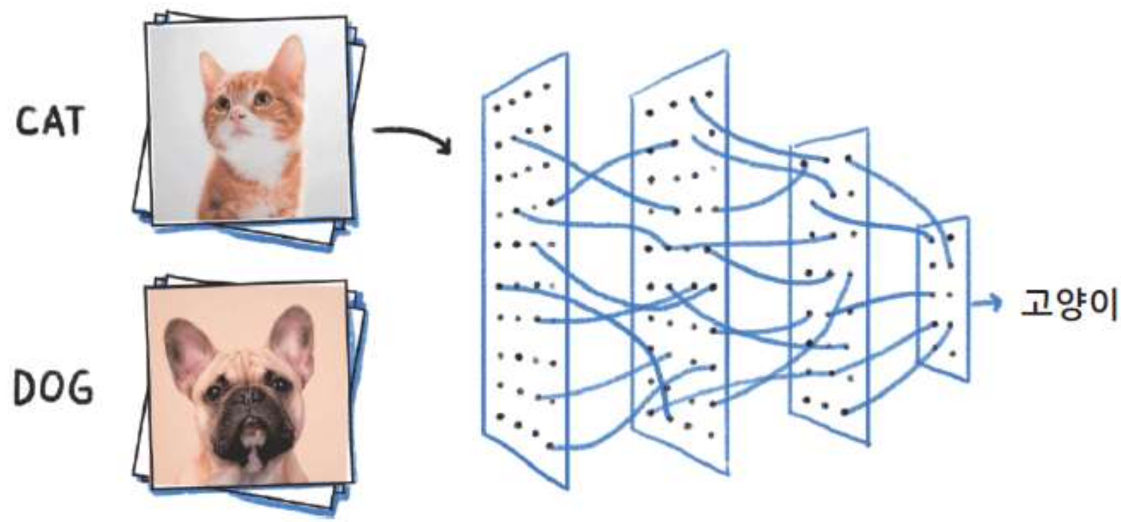


그림 5-4 신경망을 이용한 이미지 인식

퍼셉트론

- 퍼셉트론(perceptron)은 1957년에 로젠블라트(Frank Rosenblatt)가 고안한 인공 신경망이다.

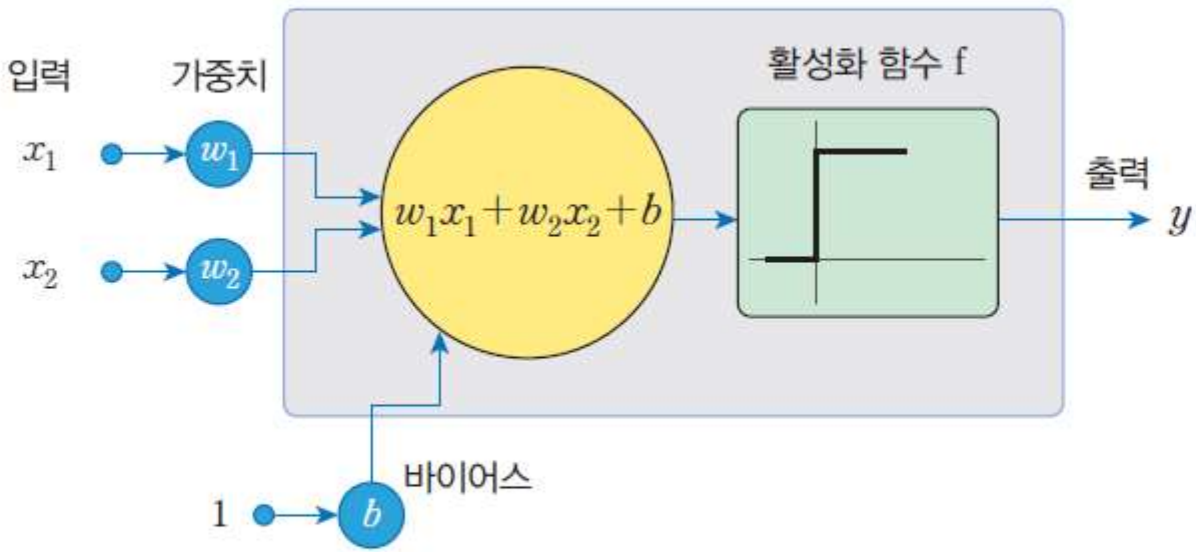


그림 5-5 퍼셉트론에서의 뉴런의 모델

퍼셉트론

- 뉴런에서는 입력 신호의 가중치 합이 어떤 임계값을 넘는 경우에만 뉴런이 활성화되어서 1을 출력한다. 그렇지 않으면 0을 출력한다.

$$y = \begin{cases} 1 & \text{if } (w_1x_1 + w_2x_2 + b \geq 0) \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

퍼셉트론은 논리 연산을 학습할 수 있을까?

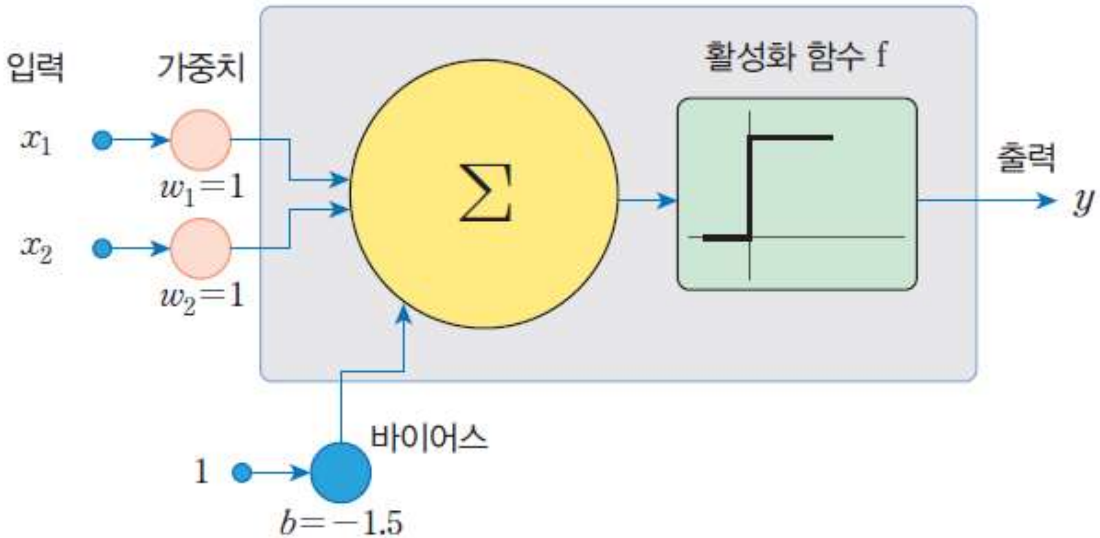


그림 5-6 논리 연산을 하는 퍼셉트론

x_1	x_2	y
0	0	0
1	0	0
0	1	0
1	1	1

퍼셉트론은 논리 연산을 학습할 수 있을까?

표 5-2 퍼셉트론 출력 계산

x_1	x_2	$w_1x_1 + w_2x_2$	b	y
0	0	1*0+1*0=0	−1.5	0
1	0	1*1+1*0=1	−1.5	0
0	1	1*0+1*1=1	−1.5	0
1	1	1*1+1*1=2	−1.5	1

활성화 함수

- 계단 함수

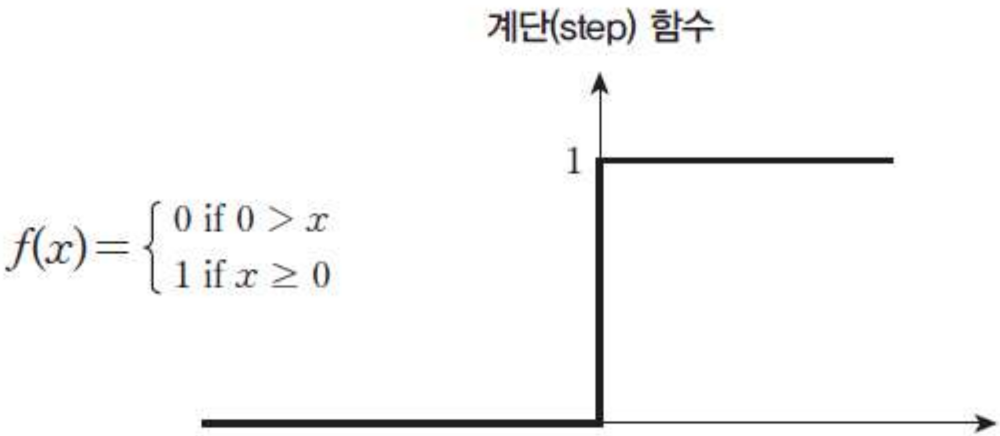


그림 5-7 퍼셉트론에서의 활성화 함수

퍼셉트론 구현 #1 (순수 파이썬 사용)

```
epsilon = 0.0000001

def perceptron(x1, x2):
    w1, w2, b = 1.0, 1.0, -1.5
    sum = x1*w1+x2*w2+b
    if sum > epsilon :                    # 부동소수점 오차를 방지하기 위하여
        return 1
    else :
        return 0

print(perceptron(0, 0))
print(perceptron(1, 0))
print(perceptron(0, 1))
print(perceptron(1, 1))
```

```
0
0
0
1
```

퍼셉트론 구현 #2(넘파이 사용)

```
import numpy as np
epsilon = 0.0000001

def perceptron(x1, x2):
    X = np.array([x1, x2])
    W = np.array([1.0, 1.0])
    B = -1.5
    sum = np.dot(W, X)+B
    if sum > epsilon :
        return 1
    else :
        return 0

print(perceptron(0, 0))
print(perceptron(1, 0))
print(perceptron(0, 1))
print(perceptron(1, 1))
```

```
0
0
0
1
```

퍼셉트론 학습 알고리즘

- 학습이라고 부르려면 신경망이 스스로 가중치를 자동으로 설정해주는 알고리즘이 필요하다. 퍼셉트론에서도 학습 알고리즘이 존재한다.

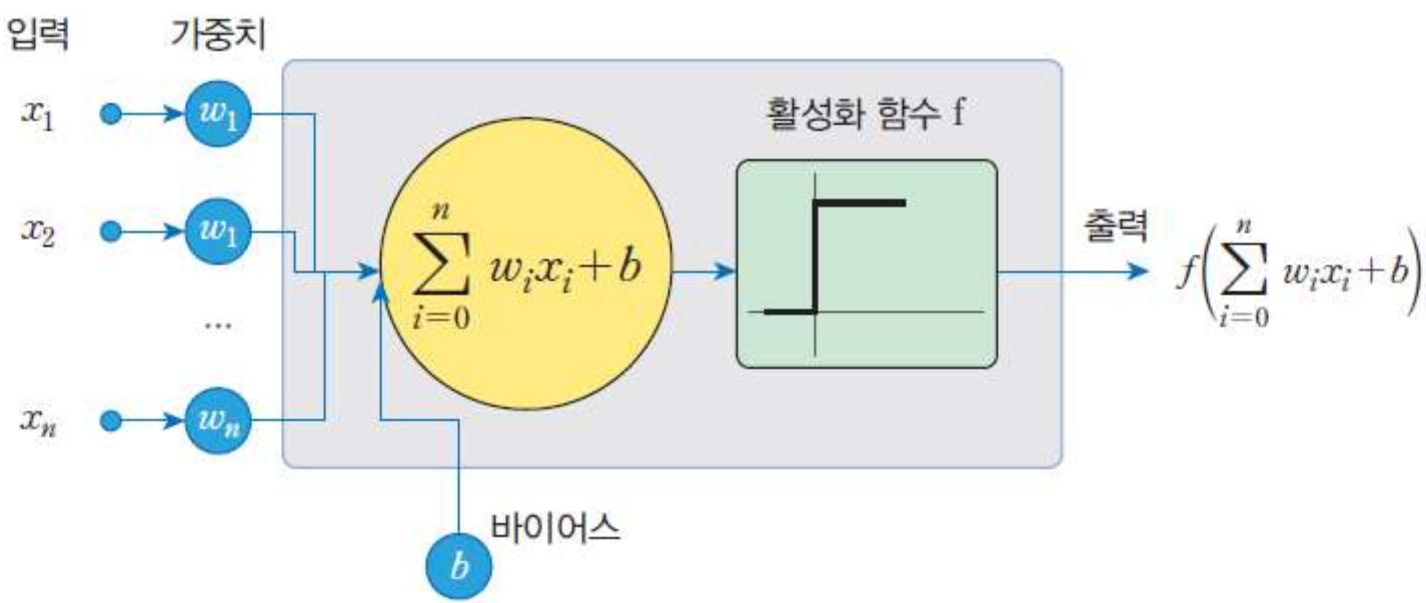


그림 5-8 퍼셉트론

퍼셉트론 학습 알고리즘

input: 학습 데이터 $(x^1, d^1), \ldots, (x^m, d^m)$

① 모든 w와 바이어스 b를 0 또는 작은 난수로 초기화한다.
② while (가중치가 변경되지 않을 때까지 반복)
③ for 각 학습 데이터 $\boldsymbol{x}^k$와 정답 d^k
④ $y^k(t) = f(\boldsymbol{w}(t) \cdot \boldsymbol{x}^k)$
⑤ 모든 가중치 w_i에 대하여 $w_i(t+1) = w_i(t) + \eta \cdot (d^k - y^k(t)) \cdot x_i^k$

논리 연산자 학습 과정

$$w_i(t+1) = w_i(t) + \eta \cdot (d^k - y^k(t)) \cdot x_i^k$$

- 퍼셉트론이 1을 0으로 잘못 식별했다고 하자. 가중치의 변화량은 η * (1-0) * x_i^k 가 된다. 따라서 가중치는 증가된다. 가중치가 증가되면 출력도 증가되어서 출력이 0에서 1이 될 가능성이 있다.

- 반대로 0을 1로 잘못 식별했다고 하자. 가중치의 변화량은 η * (0-1) * x_i^k 가 된다. 따라서 가중치는 줄어든다. 가중치가 줄어들면 출력도 감소되어서 출력이 1에서 0이 될 가능성이 있다.

퍼셉트론 학습 알고리즘

```
import numpy as np

epsilon = 0.0000001          # 부동소수점 오차 방지

def step_func(t):            # 퍼셉트론의 활성화 함수
    if t > epsilon: return 1
    else: return 0

X = np.array([               # 훈련 데이터 세트
    [0, 0, 1],               # 맨 끝의 1은 바이어스를 위한 입력 신호 1이다.
    [0, 1, 1],               # 맨 끝의 1은 바이어스를 위한 입력 신호 1이다.
    [1, 0, 1],               # 맨 끝의 1은 바이어스를 위한 입력 신호 1이다.
    [1, 1, 1]                # 맨 끝의 1은 바이어스를 위한 입력 신호 1이다.
])

y = np.array([0, 0, 0, 1])   # 정답을 저장하는 넘파이 행렬
W = np.zeros(len(X[0]))      # 가중치를 저장하는 넘파이 행렬, len(X[0])=3
```

퍼셉트론 학습 알고리즘

```
def perceptron_fit(X, Y, epochs=10):   # 퍼셉트론 학습 알고리즘 구현
    global W
    eta = 0.2                                             # 학습률

    for t in range(epochs):
        print("epoch=", t, "======================")
        for i in range(len(X)):
            predict = step_func(np.dot(X[i], W))
            error = Y[i] - predict                 # 오차 계산
            W += eta * error * X[i]                         # 가중치 업데이트
            print("현재 처리 입력=",X[i],"정답=",Y[i],"출력=",predict,"변경된 가중치=", W)
        print("================================")
```

퍼셉트론 학습 알고리즘

```
def perceptron_predict(X, Y):                              # 예측
    global W
    for x in X:
        print(x[0], x[1], "->", step_func(np.dot(x, W)))

perceptron_fit(X, y, 6)
perceptron_predict(X, y)
```

AND

```
epoch= 0 ========================
현재 처리 입력= [0 0 1] 정답= 0 출력= 0 변경된 가중치= [0. 0. 0.]
현재 처리 입력= [0 1 1] 정답= 0 출력= 0 변경된 가중치= [0. 0. 0.]
현재 처리 입력= [1 0 1] 정답= 0 출력= 0 변경된 가중치= [0. 0. 0.]
현재 처리 입력= [1 1 1] 정답= 1 출력= 0 변경된 가중치= [0.2 0.2 0.2]
====================================
epoch= 1 ========================
현재 처리 입력= [0 0 1] 정답= 0 출력= 1 변경된 가중치= [0.2 0.2 0. ]
현재 처리 입력= [0 1 1] 정답= 0 출력= 1 변경된 가중치= [ 0.2  0.  -0.2]
현재 처리 입력= [1 0 1] 정답= 0 출력= 0 변경된 가중치= [ 0.2  0.  -0.2]
현재 처리 입력= [1 1 1] 정답= 1 출력= 0 변경된 가중치= [0.4 0.2 0. ]
====================================
epoch= 2 ========================
현재 처리 입력= [0 0 1] 정답= 0 출력= 0 변경된 가중치= [0.4 0.2 0. ]
현재 처리 입력= [0 1 1] 정답= 0 출력= 1 변경된 가중치= [ 0.4  0.  -0.2]
현재 처리 입력= [1 0 1] 정답= 0 출력= 1 변경된 가중치= [ 0.2  0.  -0.4]
현재 처리 입력= [1 1 1] 정답= 1 출력= 0 변경된 가중치= [ 0.4  0.2 -0.2]
====================================
epoch= 3 ========================
현재 처리 입력= [0 0 1] 정답= 0 출력= 0 변경된 가중치= [ 0.4  0.2 -0.2]
현재 처리 입력= [0 1 1] 정답= 0 출력= 0 변경된 가중치= [ 0.4  0.2 -0.2]
현재 처리 입력= [1 0 1] 정답= 0 출력= 1 변경된 가중치= [ 0.2  0.2 -0.4]
현재 처리 입력= [1 1 1] 정답= 1 출력= 0 변경된 가중치= [ 0.4  0.4 -0.2]
====================================
```

AND

```
epoch= 4 =======================
현재 처리 입력= [0 0 1] 정답= 0 출력= 0 변경된 가중치= [ 0.4  0.4 -0.2]
현재 처리 입력= [0 1 1] 정답= 0 출력= 1 변경된 가중치= [ 0.4  0.2 -0.4]
현재 처리 입력= [1 0 1] 정답= 0 출력= 0 변경된 가중치= [ 0.4  0.2 -0.4]
현재 처리 입력= [1 1 1] 정답= 1 출력= 1 변경된 가중치= [ 0.4  0.2 -0.4]
==================================
epoch= 5 =======================
현재 처리 입력= [0 0 1] 정답= 0 출력= 0 변경된 가중치= [ 0.4  0.2 -0.4]
현재 처리 입력= [0 1 1] 정답= 0 출력= 0 변경된 가중치= [ 0.4  0.2 -0.4]
현재 처리 입력= [1 0 1] 정답= 0 출력= 0 변경된 가중치= [ 0.4  0.2 -0.4]
현재 처리 입력= [1 1 1] 정답= 1 출력= 1 변경된 가중치= [ 0.4  0.2 -0.4]
==================================
0 0 -> 0
0 1 -> 0
1 0 -> 0
1 1 -> 1
```

sklearn으로 퍼셉트론 실습하기

```
from sklearn.linear_model import Perceptron

# 샘플과 레이블이다.
X = [[0,0],[0,1],[1,0],[1,1]]
y = [0, 0, 0, 1]

# 퍼셉트론을 생성한다. tol는 종료 조건이다. random_state는 난수의 시드이다.
clf = Perceptron(tol=1e-3, random_state=0)

# 학습을 수행한다.
clf.fit(X, y)

# 테스트를 수행한다.
print(clf.predict(X))
```

```
[0 0 0 1]
```

퍼셉트론의 한계점

- XOR 연산 *perceptron4_XOR.py, perceptron6_XOR.py*

x1	x2	y
0	0	0
1	0	1
0	1	1
1	1	0

```
...
0 0 -> 1
0 1 -> 1
1 0 -> 0
1 1 -> 0
```

원하는 출력이 나오지 않는다.

선형 분류 가능 문제

- 패턴 인식 측면에서 보면 퍼셉트론은 직선을 이용하여 입력 패턴을 분류하는 선형 분류자(linear classifier)의 일종이라고 말할 수 있다.

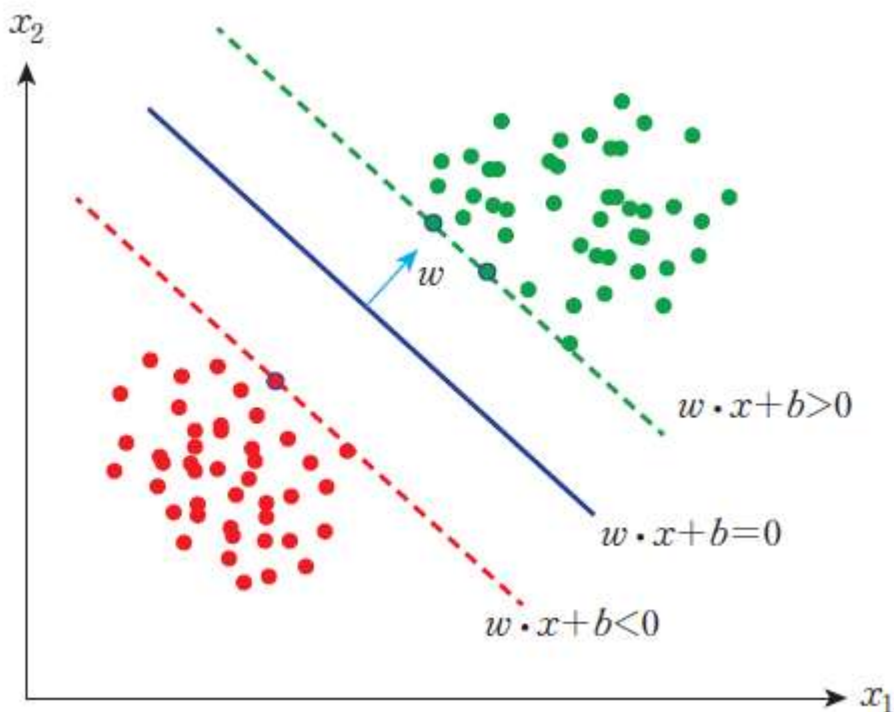


그림 5-10 선형 분류자

선형 분류 가능 문제

- Minsky와 Papert는 1969년에 발간된 책 “Perceptrons”에서 1개의 레이어(layer, 계층)으로 구성된 퍼셉트론은 XOR 문제를 학습할 수 없다는 것을 수학적으로 증명

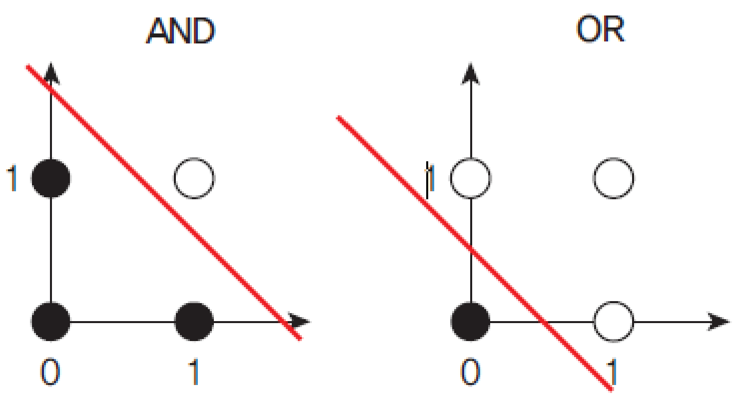


그림 5-11 선형 분리 가능한 문제

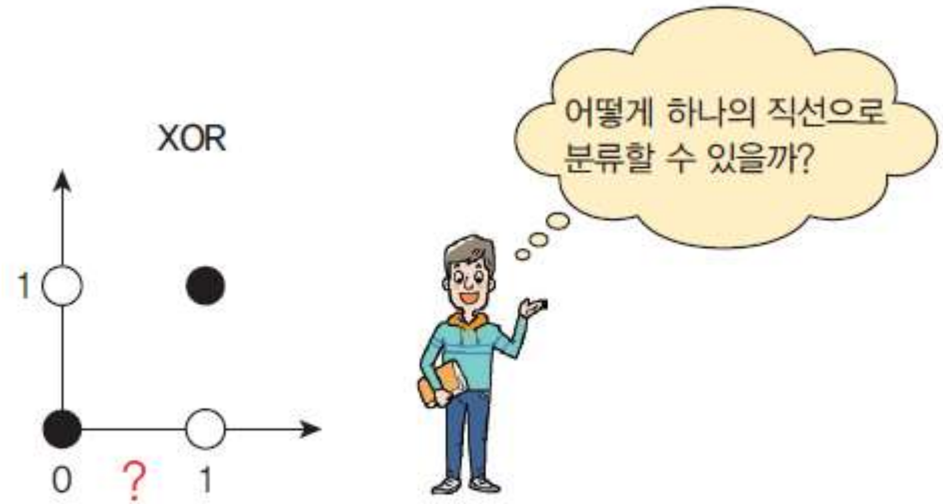


그림 5-12 선형 분리 불가능한 문제

다층 퍼셉트론으로 XOR 문제를 해결

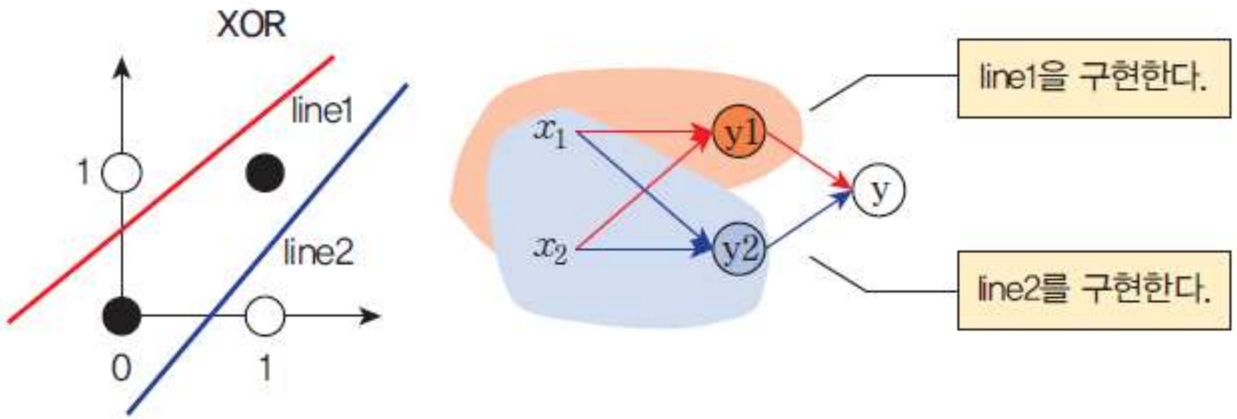
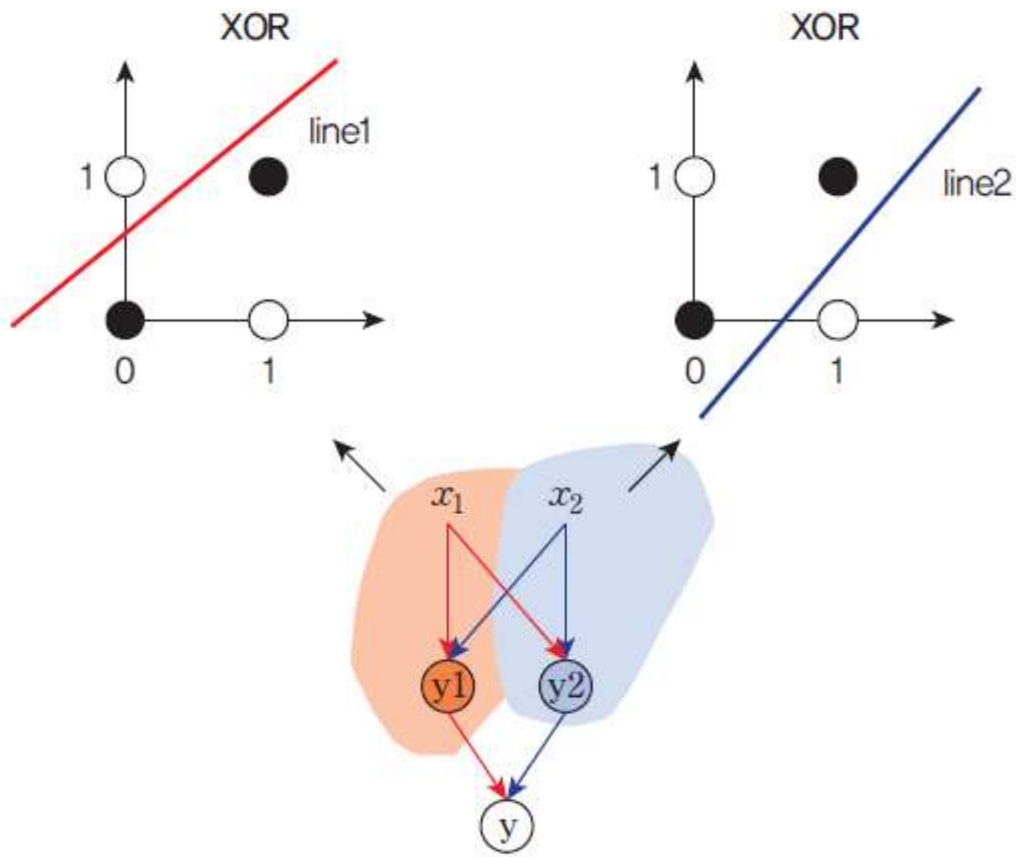


그림 5-13 다층을 사용하는 퍼셉트론

다층 퍼셉트론으로 XOR 문제를 해결



다층 퍼셉트론으로 XOR 문제를 해결

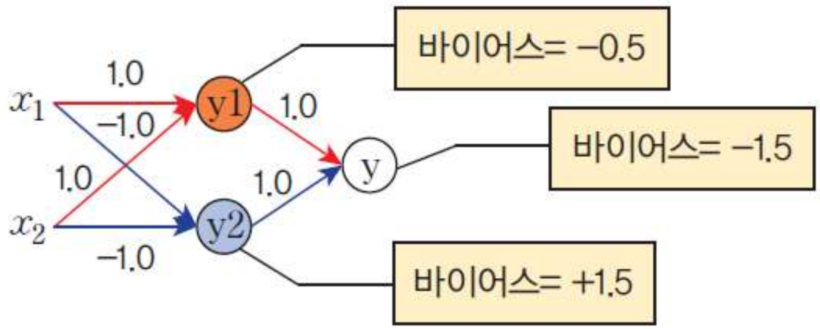
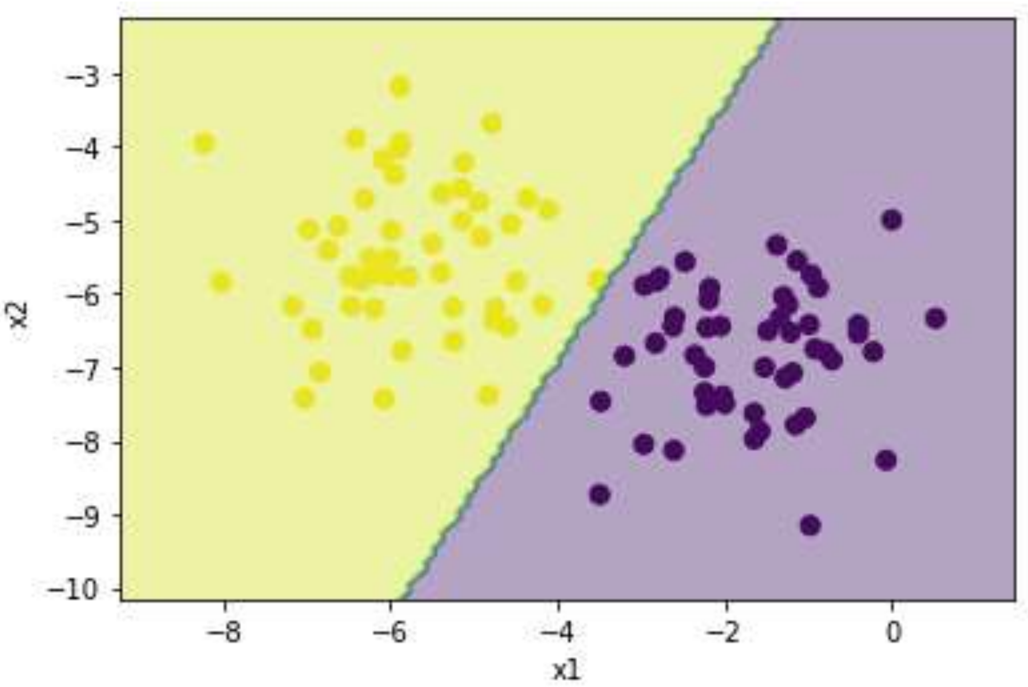


그림 5-14 다층 퍼셉트론에서 XOR 문제 해결

x_1	x_2	y1	y2	y	XOR 출력
0	0	0	1	0	0
1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1
1	1	1	0	0	0

Mini Project: 시뮬레이션 데이터

- 시뮬레이션 데이터 분포를 구분하는 퍼셉트론 *perceptron5_A.py*



Mini Project: 퍼셉트론으로 분류 [DIY]

- 대학생들의 신장과 체중을 받아서 성별을 출력하는 퍼셉트론을 만들어보자.

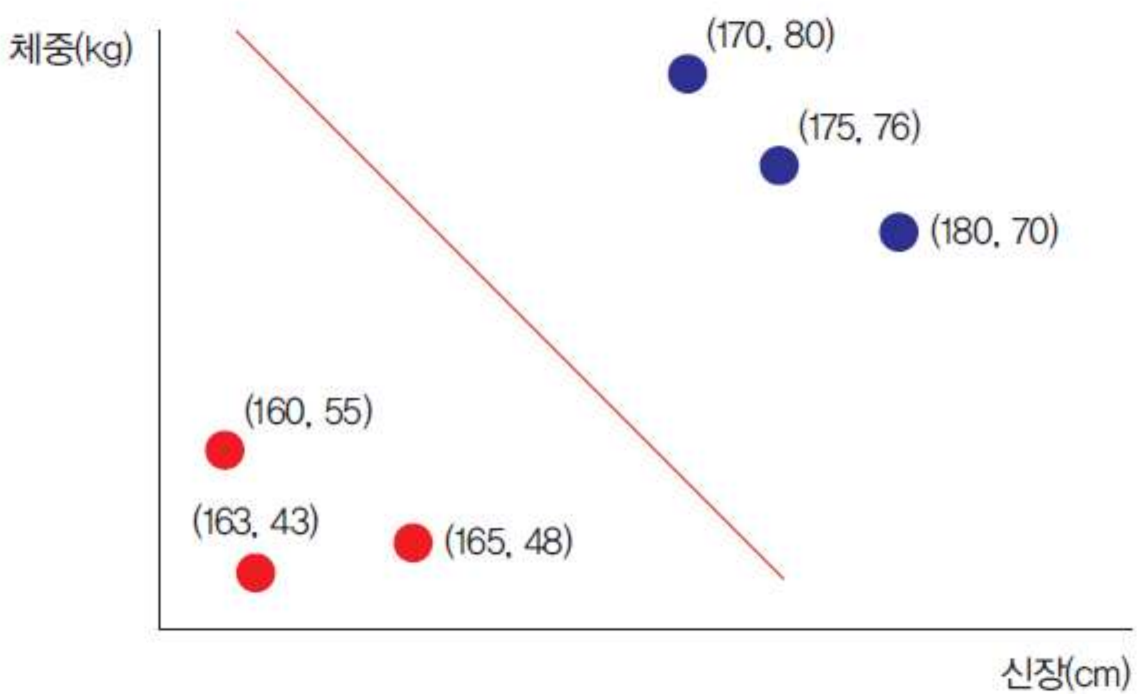


그림 5-15 신장과 체중으로 남녀를 구분하는 문제

Mini Project: 퍼셉트론으로 분류 [DIY-code1]

```
# Model
from sklearn.linear_model import Perceptron

X = [[160, 55],[165, 48],[163, 43],[170, 80], [175,76], [180,70]]   # 항상 2차원 배열이어야 한다.
y = [0, 0, 0, 1, 1, 1]

# 퍼셉트론을 생성한다. tol는 종료 조건이다. random_state는 난수의 시드이다.
clf = Perceptron(tol=1e-3, random_state=0)

# 학습을 수행한다.
clf.fit(X, y)

# 테스트를 수행한다.
print(clf.predict(X))
print(clf.coef_)          # 가중치
print(clf.intercept_)     # 바이어스 값
```

Mini Project: 퍼셉트론으로 분류 [DIY-code2]

```
#   Plot data
######################################
X1=[x[0] for x in X]
X2=[x[1] for x in X]
import matplotlib.pyplot as plt

plt.scatter(X1,X2,c=y)
plt.show()
```

```
#   Check result
import numpy as np
Y1=np.array(X)@(np.array(clf.coef_).T)+clf.intercept_

epsilon = 0.0000001
def step_func(t):                    # 퍼셉트론의 활성화 함수
    if t > epsilon: return 1
    else: return 0

for i in range(len(Y1)):
    print(step_func(Y1[i]))
```

Summary

- 딥러닝(deep learning)의 시작은 1950년대부터 연구되어 온 인공 신경망(artificial neural network: ANN)이다.
- 신경망의 가장 큰 장점은 학습이 가능하다는 점이다. 데이터만 주어지면 신경망은 예제로부터 배울 수 있다.
- 뉴런은 다른 뉴런들로부터 신호를 받아서 모두 합한 후에 비선형 함수를 적용하여 출력을 계산한다. 연결선은 가중치를 가지고 있고 이 가중치에 학습의 결과가 저장된다.
- 입력을 받아서 뉴런을 활성화시키는 함수를 활성화 함수(activation function)라고 한다.
- 퍼셉트론은 하나의 뉴런만을 사용한다. 다수의 입력을 받아서 하나의 신호를 출력하는 장치이다.
- **퍼셉트론은 AND나 OR 같은 논리적인 연산을 학습할 수 있었지만 XOR 연산은 학습할 수 없었다. 선형 분리 가능한 문제만 학습할 수 있었다.**

Q & A