

Ökonometrie

Prof. Dr. Franziska Bönte

FH Wedel

Sommersemester 2024

Gliederung des Moduls Ökonometrie

- ① Schätz- und Testverfahren im linearen Modell nach der kleinsten Quadrate-Methode
- ② Schätzung verallgemeinerter linearer Modelle insbesondere Schätzen bei Autokorrelation der Störgröße (Aitken-Schätzung)
- ③ Allgemeine dynamische Modelle
- ④ Ökonometrische Mehrgleichungsmodelle

Teil 2: Verallgemeinertes Lineares Modell

2–1 Schätzung bei Autokorrelation der Störgröße

- Aitken-Schätzung
- Iterative Aitken-Schätzung
 - Verfahren nach Corchrane-Orcutt (CORC)
 - Verfahren nach Hildreth-Lu (HILU)

Teil 2: Verallgemeinertes Lineares Modell

2–1 Aitken-Schätzung

2–1.1 Aitken-Schätzung bei Autokorrelation 1. Grades

$$y - \delta y_{-1} = (X - \delta X_{-1})\beta + \epsilon$$

$$\hat{\beta}_{\text{Aitken}} = [X' H' H X]^{-1} X' H' H y \text{ mit } H' H = \Omega^{-1}$$

Teil 2: Verallgemeinertes Lineares Modell

2–1 Aitken-Schätzung

2–1.2 Iterative Aitken-Schätzung: Verfahren nach Cochrane und Orcutt (CORC)

Zweistufige iterative Schätzung:

- ① Schätze $\hat{\beta}$ und \hat{u} aus Modell $y = X\hat{\beta} + \hat{u}$
- ② Schätze $\hat{\delta}$ aus $\hat{u} = \delta\hat{u}_{-1} + \epsilon$

$$\hat{\delta} = \frac{\sum_{t=2}^T \hat{u}_t \hat{u}_{t-1}}{\sum_{t=2}^T \hat{u}_{t-1}^2} \approx 1 - 0,5dw$$

- ③ Neue Schätzung für β unter Berücksichtigung der Autokorrelationsbeziehung mit dem soeben geschätzten $\hat{\delta}$ aus
$$y - \delta y_{-1} = (X - \delta X_{-1})\beta + \epsilon$$
bzw. $y^* = X^*\beta + \epsilon$, wenn $y^* = y - \hat{\delta}y_{-1}$ und $X^* = X - \hat{\delta}X_{-1}$
- : Wiederhole Schritte, bis die beiden Schätzer (mehr oder minder gut) konvergieren.

Teil 2: Verallgemeinertes Lineares Modell

2–1 Aitken-Schätzung

2–1.2 Iterative Aitken-Schätzung: Verfahren nach Hildreth und Lu (HILU)

Sucherverfahren

- ① Wähle diverse $\delta : -1 < \delta < 1$
- ② Schätze mit allen δ s den Parameter β aus $y - \delta y_{-1} = (X - \delta X_{-1})\beta + \epsilon$
- ③ Wähle die Werte von $\hat{\delta}$ und $\hat{\beta}$, bei dem die Residuenvarianz $\hat{\epsilon}\hat{\epsilon}'$ minimal ist

Teil 2: Verallgemeinertes Lineares Modell

2–1 Aitken-Schätzung

2–1.3 Eigenschaften der Aitken-Schätzer: Konsistenz

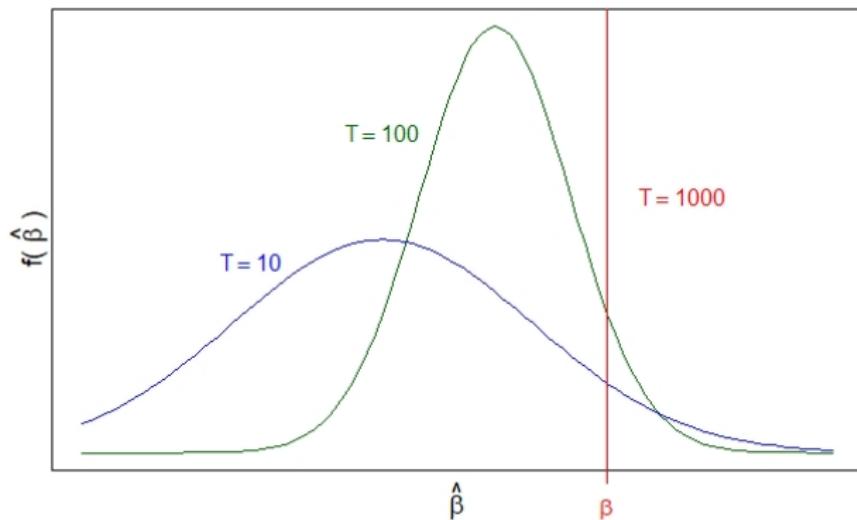
$$\lim_{T \rightarrow \infty} P(|\hat{\beta} - \beta| < \epsilon) = p \lim \hat{\beta} = 1$$

Teil 2: Verallgemeinertes Lineares Modell

2–1 Aitken-Schätzung

2–1.3 Eigenschaften der Aitken-Schätzer: Konsistenz

Konsistenz von Schätzfunktionen



Teil 2: Verallgemeinertes Lineares Modell

2–2 Schätzung bei Heteroskedastizität

2–2 Schätzung bei Heteroskedastizität

- Aitken-Schätzung bei Heteroskedastizität: gewogene Schätzung
- Verwenden des White-Standardfehlers

Teil 2: Verallgemeinertes Lineares Modell

2–2 Schätzung bei Heteroskedastizität

Aitken-Schätzung

Modell:

$$y = X\beta + u$$

transformiertes Modell:

$$Hy = HX\beta + Hu$$

Schätzer:

$$\hat{\beta} = [X'H'HX]^{-1}X'H'Hy$$

Varianz-Kovarianzmatrix:

$$E(uu') = \sigma^2 \Omega \text{ mit } H'H = \Omega^{-1}$$

Aitken-Schätzer:

$$\hat{\beta}_{\text{Aitken}} = [X'\Omega^{-1}X]^{-1}X'\Omega^{-1}y$$

Varianz des Schätzers:

$$E[(\hat{\beta} - \beta)']'(\hat{\beta} - \beta) = \sigma^2(X'\Omega^{-1}X)^{-2}$$

Teil 2: Verallgemeinertes Lineares Modell

2–2 Schätzung bei Heteroskedastizität

Whites Idee (1980)

Verwende die quadrierten Residuen \hat{u}_t^2 anstelle der Varianzen $\sigma_t^2 = \sigma^2 \cdot \omega$.

⇒ Ersetze $\sigma^2(X'\Omega X) = \sum_t \sigma_t^2(x_t' x_t)$ durch $\sum_t \hat{u}_t^2(x_t' x_t)$

Es ergibt sich die Varianz-Kovarianz-Matrix der Parameter:

$$\widehat{\text{Var}}^W(\hat{\beta}) = \frac{T}{T-k} (X'X)^{-1} \left(\sum_t \hat{u}_t^2(x_t' x_t) \right) (X'X)^{-1}$$

Teil 2: Verallgemeinertes Lineares Modell

2–3 Schätzung bei instabiler Modellstruktur

Schätzung unter Verwendung von Dummy-Variablen

$$d_{it} = \begin{cases} 1 & \text{für } i = \text{„ein spezielles Ereignis“} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$y = \sum_i X\beta_i d_i + u$$