

ЗАДАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ТЕОРИЯ АЛГОРИТМОВ»

Задания из тем, выделенных желтым цветом выполнить обязательно (5 заданий (по 1 из 5 тем). Всего должно быть сделано 8 заданий, но повторяться задания, выделенные зеленым цветом в группе не должны!

Тема1: Словесная форма представления алгоритма.

Задание 1. Определить площадь трапеции по введенным значениям оснований (a и b) и высоты (h).

Задание 2. Определить среднее арифметическое двух чисел, если a положительное и частное (a/b) в противном случае.

Задание 3. Составить алгоритм нахождения суммы целых чисел в диапазоне от 1 до 10.

Тема2: Графическая форма представления алгоритма

Задание 4. Линейный алгоритм, выполненный в Задании 1, переделать на циклический с заданным количеством циклов по примеру Задания 6.

Задание 5. Найти сумму значений переменной P, полагая, что начальное значение этой переменной равно нулю, т.е. $P=0$. В каждом цикле переменная изменяется на 2, т.е. $P=P+2$. Количество циклов равно 5. В результате данного алгоритма значение переменной будет равно $P=10$.

Задание 6. Пусть заданы начальные значения переменных: $x:=1$; $y:=5$.

Начало цикла;

пока $y > x$

$y := y - x$;

конец цикла.

Определить количество циклов и значения переменных x, y после выхода из цикла.

Тема3: Представление алгоритма на псевдокоде.

Задание 7. Составить алгоритм решения задачи с помощью алгоритмического языка псевдокод и с помощью блок-схем, используя конструкцию линейного алгоритма.

Задание 7.1. Вычислить площадь поверхности и объем усеченного конуса по следующим формулам

$$S = \pi (R + r) l + \pi R^2 + \pi r^2 ;$$

$$V = (1/3) \pi (R^2 + r^2 + Rr) h .$$

Задание 7.2. Вычислить координаты центра тяжести трех материальных точек с массами m_1 , m_2 , m_3 и координатами (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) по формулам:

$$x_c = (m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3) / (m_1 + m_2 + m_3) ;$$

$$y_c = (m_1y_1 + m_2y_2 + m_3y_3) / (m_1 + m_2 + m_3) .$$

Задание 7.3. Вычислить площадь треугольника со сторонами a, b, c по формуле Герона:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} ,$$

где p – полупериметр, вычисляемый по формуле $\frac{a+b+c}{2}$,

Задание 7.4. Вычислить координаты точки, делящей отрезок a_1a_2 в отношении $n_1:n_2$ по формулам:

$$x = \frac{x_1 + \gamma x_2}{1 + \gamma} ; y = \frac{y_1 + \gamma y_2}{1 + \gamma} , \text{ где } \gamma = \frac{n_1}{n_2} .$$

Задание 7.5. Вычислить медианы треугольника со сторонами a, b, c по формулам:

$$m_a = 0.5\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2} ;$$

$$m_b = 0.5\sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2} ;$$

$$m_c = 0.5\sqrt{2b^2 + 2a^2 - c^2} ;$$

Задание 7.6. Вычислить площадь круга и длину окружности по введенному значению радиуса.

Задание 7.7. Вычислить площадь S и периметр L эллипса по введенным значениям полуосей a и b :

$$S = \pi \cdot a \cdot b ;$$

$$L = \frac{1}{2}(a^2 + b^2)$$

Тема4: Составление программ для машины Тьюринга

Задание 8.

Задача 1.1. $A = \{a, b\}$. Заменить во входном слове все символы “ a ” на “ b ”.

Пример (рис. 1.2):

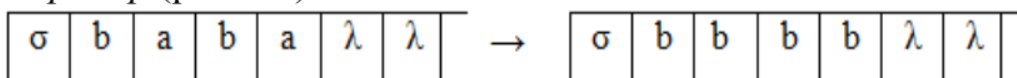
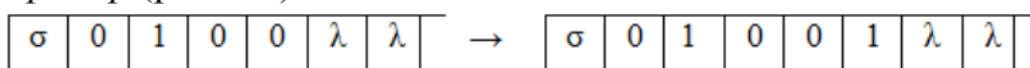


Рис. 1.2. Пример замены символов

Задание 9.

Задача 1.2. $A = \{0, 1\}$. Записать в конце слова 1. Если слово пустое – вывести сообщение об ошибке (отметив заключительное состояние как Ω^1).

Пример (рис. 1.3):



Задание 10.

Задача 1.3. $A = \{0, 1\}$. После слова записать первую букву слова. Если слово пустое – вывести сообщение об ошибке (отметив заключительное состояние как Ω^1).

Пример (рис. 1.4.):

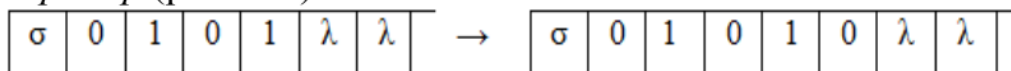


Рис. 1.4. Пример записи после слова первого символа

Задание 11.

Задача 1.5. $A = \{0, 1, 2\}$. Во входном слове заменить все комбинации “012” на звездочки.

Пример (рис. 1.6.):

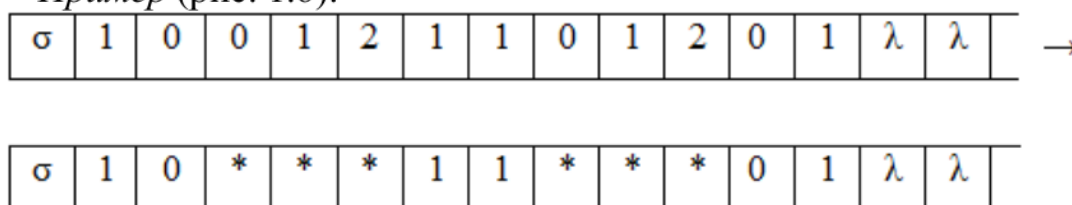


Рис. 1.6. Пример замены комбинации символов

Тема5: Составление программ для машины Поста.

Задание 12.

Задача 1.15. $A = \{0, 1\}$. Машина двухленточная. Дано слово, оно записано на первой ленте. Скопировать это слово на вторую ленту в обратном порядке.

Задание 13.

Задача 1.16. $A = \{0, 1\}$. Машина трехленточная. Даны два числа в двоичном коде, они записаны на первой и второй ленте соответственно. Считается, что слова записаны нормально: т.е. оба слова всегда есть и начинаются они с единицы (исключение только для числа ноль). Определить, чему равна сумма этих двух чисел, и результат записать на третью ленту.

Задание 14.

Задача 1.17. $A = \{1\}$. Машина трехленточная. Даны два числа в унарном коде, они записаны на первой и второй ленте соответственно. Определить, чему равно произведение этих двух чисел и результат записать на третью ленту.

Тема6: Составление нормальных алгоритмов Маркова.

Задание 15.

Задача 1.18. $A = \{0, 1\}$. Заменить произвольное слово на символ «0».

Задание 16.

Задача 1.19. $A = \{0, 1\}$. Удвоить все символы в слове.

Решение. Предлагается следующий алгоритм: найти начало слова, затем удваивать все символы.

Задание 17.

Задача 1.20. $A = \{0, 1\}$. Удалить каждый третий символ.

Решение. Предлагается следующий алгоритм: найти начало слова, затем отсчитывать каждый третий символ, меняя вид челнока.

Задание 18.

Задача 1.21. $A = \{0, 1\}$. Поставить в конце слова «+», если в нем есть хотя бы один ноль, поставить «-», если это не так.

Задание 19.

Задача 1.22. $A = \{0, 1\}$. Переработать слово в «+», если в нем есть хотя бы два нуля (неважно расположены они рядом или нет), и в «-», если это не так (т.е. исходное слово удаляется).

Тема7: Решение задач по составлению линейных алгоритмов.

Задание 20. Вычислить и вывести на экран значение медианы треугольника со сторонами a, b, c по формулам:

$$\begin{aligned}m_a &= 0.5\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2} ; \\m_b &= 0.5\sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2} ; \\m_c &= 0.5\sqrt{2b^2 + 2a^2 - c^2} ;\end{aligned}$$

Задание 21. Вычислить и вывести на экран площадь круга и длину окружности по введенному значению радиуса.

Задание 22. Вычислить и вывести на экран площадь S и периметр L эллипса по введенным значениям полуосей a и b :

$$\begin{aligned}S &= \pi \cdot a \cdot b ; \\L &= \frac{1}{2} \pi (a^2 + b^2)\end{aligned}$$

Задание 23. Вычислить и вывести на экран объем V и площадь боковой поверхности цилиндра S по введенным значениям радиуса основания R и высоты цилиндра H .

$$\begin{aligned}V &= \pi \cdot R^2 \cdot H ; \\S &= 2 \cdot \pi \cdot R \cdot H .\end{aligned}$$

Задание 24. Вычислить и вывести на экран объем V и площадь боковой поверхности конуса S по введенным значениям радиуса основания r , высоты h и образующей l :

$$\begin{aligned}V &= \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot h ; \\S &= \pi \cdot r \cdot l .\end{aligned}$$

Задание 25. Вычислить и вывести на экран объем V и площадь поверхности S сферы по введенному значению радиуса r :

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 ;$$

$$S = 4 \cdot \pi \cdot r^2 .$$

Тема8: Решение задач по составлению ветвящихся алгоритмов.

Задание 26. Составить программу для решения квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$.

Задание 27. Определить максимальное четное число из двух введенных.

Задание 28. Определить, можно ли из отрезков с длинами x , y и z построить треугольник.

Задание 29. Ввести два числа a и b . Большее число заменить утроенным произведением, меньшее – полусуммой.

Задание 30. Если среди трех чисел a , b , c имеется хотя бы одно четное, то найти максимальное число, иначе – минимальное.

Задание 31. Определить, в каком квадранте находится точка с координатами x и y и вывести номер квадранта на экран.

Задание 32. Найти квадрат наибольшего из двух чисел a и b . Вывести на экран число 1, если наибольшим является число a , число 2 – если наибольшим числом является b .

Задание 33. Определить, попадает ли точка с координатами x и y в круг радиусом R . Если точка попадает в круг, вывести на экран единицу, в противном случае – ноль.

Задание 34. Написать алгоритм решения задачи, которая решает уравнение $ax + b = 0$ относительно x для любых чисел a и b , введенных с клавиатуры. Все числа считаются действительными.

Задание 35. Написать алгоритм решения задачи, которая определяет, лежит ли точка $A(x,y)$ внутри некоторого кольца («внутри» понимается в строгом смысле, т.е. случай, когда точка A лежит на границе кольца, недопустим). Центр кольца находится в начале координат. Для кольца заданы внутренний и внешний радиусы $r1$, $r2$. Координаты x и y вводятся с клавиатуры.

Тема9: Решение задач по составлению циклических алгоритмов.

Задание 36. Найти сумму чисел, кратных трем, в диапазоне от 0 до 50.

Задание 37. Найти сумму первых десяти чисел, кратных пяти.

Задание 38. Найти произведение четных чисел в диапазоне от 2 до 30.

Задание 39. Вводятся положительные числа. Прекратить ввод, когда сумма введенных чисел превысит 100.

Задание 40. Требуется найти сумму чисел, кратных 7, в диапазоне от 0 до 100. Вывести на экран сумму чисел и их количество.

Задание 41. Определить количество целых чисел, кратных 3 (от 3 и далее), дающих в сумме число, превышающее 200.

Задание 42. Вводятся 10 чисел. Вывести на экран суммы положительных и отрицательных чисел и их количество.

Задание 43. Вывести на экран значения функции $y=\sin(x)$ для $0 \leq x \leq 180$ с шагом в 1° .

Задание 44. Подсчитать площади десяти кругов с радиусами от 1 см с шагом 2 см и вывести значения площадей на экран.

Задание 45. Вводятся положительные числа. Прекратить ввод чисел, когда их сумма превысит 100. Результат вывести на экран.

Тема10: Составление алгоритма поиска в неупорядоченном массиве.

Задание 46. Определить порядковые номера нулей в массиве.

Задание 47. Все отрицательные элементы массива заменить нулями. Выдать сообщение о количестве таких замен.

Задание 48. Найти порядковый номер минимального числа в массиве.

Задание 49. Найти значение и координаты первого по порядку положительного элемента в массиве.

Задание 50. Найти количество единиц в массиве.

Задание 51. Каких чисел в массиве больше: положительных или отрицательных? (массив может содержать нулевые значения).

Задание 52. Исходные данные: В таблице 10 строк. Первый столбец – фамилия работника, второй – стаж работника.

Задание 53. По стажу работника определить, к какой группе он относится, если 1 группа – стаж до 3-х лет, 2 группа – до 5 лет, 3 группа – до 10 лет, 4 группа – свыше 10 лет.

Задание 54. Найти сумму диагональных элементов блока ячеек, состоящего из 5 строк и 5 столбцов.

Задание 55. Двадцати переменным массива присвоить одно и то же значение, равное наибольшему из них.

Тема11: Некоторые методы решения типовых задач в одномерном массиве.

Задание 56. Дан массив чисел. В клетке $C1$ записано некоторое число. Определить порядковый номер этого числа в массиве. Если в массиве такого числа нет, выдать об этом сообщение.

Задание 57. Просуммировать положительные и отрицательные числа в массиве. Записать полученные суммы в ячейки $B1$ и $B2$. (в массиве могут быть нулевые значения).

Задание 58. В клетку $A1$ записать число, если количество положительных элементов массива больше количества отрицательных. В противном случае записать в клетку $A1$ любой текст.

Задание 59. Найти сумму положительных элементов массива, имеющих индекс 3, 5, 7 и т.д.

Задание 60. В блоке ячеек записана матрица чисел. Ячейки с отрицательными значениями закрасить синим цветом, с положительными – красным, с нулями – желтым.

Задание 61. Найти количество отрицательных элементов в массиве $C1, C2, \dots, C20$, используя оператор цикла *do until loop*.

Задание 62. Дана последовательность $X(10)$. Найти сумму отрицательных элементов и вывести на печать номера этих элементов, используя оператор цикла *do loop while*.

Задание 63. Вычислить произведение элементов, стоящих на нечетных местах в последовательности $X(20)$, используя оператор цикла *do while loop*.

Задание 64. Дана последовательность $X1, X2, \dots, X20$. Заменить в ней отрицательные значения элементов на их квадраты. Вывести на печать полученную

последовательность, используя оператор цикла *do while loop*.

Тема12: Некоторые методы решения типовых задач в двумерном массиве.

Задание 65. Задан массив $A(6,5)$. Найти номер строки и номер столбца с минимальным значением.

Задание 66. Задан массив $A(4,5)$. Найти минимальное значение.

Задание 67. Задан массив $x(5,5)$. Найти сумму отрицательных значений в каждой строке.

Задание 68. Задан массив $x(5,5)$. Найти сумму положительных значений в каждом столбце.

Задание 69. Задан массив $c(5,5)$ и число a . Найти количество элементов, равных по значению a .

Задание 70. Задан массив $c(5,5)$ и число a . Найти сумму элементов, равных по значению a .

Задание 71. Задан массив $x(5,5)$ и число a . Найти номера строк и столбцов элементов, равных по значению a .

Задание 72. Задан массив $x(5,5)$ и интервал (a,b) . Найти номера строк и столбцов элементов, попавших по значению в этот интервал.

Задание 73. Задан массив $x(5,5)$ и интервал $x[a,b]$. Найти количество элементов, попавших по значению в этот интервал.

Задание 74. Задан массив $x(5,5)$ и интервал $x[a,b]$. Найти сумму элементов, попавших по значению в этот интервал.

Тема13: Разработка рекурсивных алгоритмов.

Задание 75.

Создайте программы, реализующие рекурсивный и итеративный алгоритмы вычисления n -ого числа Фибоначчи. Сравните время их работы для $n = 10, 20, 30, \dots, 90$. Чтобы избежать переполнения, для $n < 100$ используйте беззнаковое представление чисел размером в 8 байт (тип `unsigned long long` или `uint64_t` в языке C и `uint64` в языке Pascal). Результаты сравнения оформить в виде таблицы и виде графика.

Задание 76.

Проанализируйте вычислительную и пространственную сложности алгоритмов умножения чисел. На основе анализа проведите сравнение данных алгоритмов.

Задание 77.

Разработайте два алгоритма возведения числа в целую неотрицательную степень a^n , $n \in \mathbb{Z}^+$ различающиеся по сложности. Обратите внимание, что вычисление a^{15} может потребовать только 6 операций умножения

$$a^{15} = a (a^7)^2 = a \left(a (a^3)^2 \right)^2 = a \left(a (a (a^2))^2 \right)^2.$$

А для вычисления a^{100} может потребоваться всего 14 операций умножения. Для разработанных алгоритмов определите вычислительную сложность и проведите сравнительный анализ.

Задание 78.

Используя следующее выражение

$$\begin{pmatrix} F_n \\ F_{n-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_{n-1} \\ F_{n-2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^{n-1} \begin{pmatrix} F_1 \\ F_0 \end{pmatrix},$$

разработайте алгоритм вычисления n -ого числа Фибоначчи, работающий за $O(\log n)$ шагов.

Тема14: Решение задач на определение сложности алгоритма.

Задание 79.

Составить алгоритм и определить его сложность для следующей задачи: Задан массив $A(6,5)$. Найти номер строки и номер столбца с минимальным значением.

Задание 80.

Составить алгоритм и определить его сложность для следующей задачи: Найти количество отрицательных элементов в массиве $C1, C2, \dots, C20$, используя оператор цикла *do until_loop*.

Задание 81.

Составить алгоритм и определить его сложность для следующей задачи: Найти максимальное значение из значений элементов последовательности $x1, x2, \dots, x20$ (одномерного массива), используя оператор *do while...loop*

Задание 82.

Составить алгоритм и определить его сложность для следующей задачи: Определите произведение трех переменных.

Тема15: Анализ алгоритмов поиска.

Задание 83

1. Сгенерировать массив целых случайных чисел размером $N = 1000$. (Для генерации случайных чисел используйте класс *System.Random*).
2. Отсортировать полученный массив любым методом сортировки.
3. Ввести с клавиатуры некоторое целое число.
4. Используя метод **интерполяционного поиска**, определить, позицию введенного числа в массиве, если оно в нем присутствует.

Задание 84

Составить программу, которая в заданном текстовом файле ищет все вхождения, введенного пользователем слова, формируя список позиций (от начала файла) искомого слова. Метод поиска – любой, кроме линейного поиска подстроки.