

Álgebra Relacional

André Luis Schwerz
andreluis@utfpr.edu.br

Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Banco de Dados 1
2017/1

Agenda

- 1 Contextualização
- 2 Álgebra Relacional
- 3 Operadores de Seleção e Projeção
- 4 Operadores de Conjunto
- 5 Operador Renomear
- 6 Junções
- 7 Operador de Divisão
- 8 Exercícios

Entender:

- Qual o fundamento das linguagens de consulta relacionais como a SQL.
- O que é e qual é a importância da Álgebra Relacional.

Agenda

- 1 Contextualização
- 2 Álgebra Relacional
- 3 Operadores de Seleção e Projeção
- 4 Operadores de Conjunto
- 5 Operador Renomear
- 6 Junções
- 7 Operador de Divisão
- 8 Exercícios

- A Álgebra Relacional é uma linguagem formal de consulta associada ao modelo relacional
- Na álgebra as consultas usam operadores.
 - Descreve um procedimento passo a passo para computar o resultado
- A álgebra relacional tem influenciado linguagens comerciais como a SQL

Contextualização

Preliminares

```
Marinheiros(id-marin: integer, nome-marin: string, avaliacao: integer,  
            idade: real)
```

```
Barcos(id-barco: integer, nome-barco: string, cor: string)
```

```
Reservas(id-marin: integer, id-barco: integer, dia: date)
```

Contextualização

Preliminares

M1 - Marinheiros

id-marin	nome-marin	avaliação	idade
22	Dustin	7	45,0
31	Lubber	8	55,5
58	Rusty	10	35,0

R1 - Reservas

id-marin	id-barco	data
22	101	10/10/96
58	103	11/12/96

M2 - Marinheiros

id-marin	nome-marin	avaliação	idade
28	Yuppy	9	35,0
31	Lubber	8	55,5
44	Guppy	5	35,0
58	Rusty	10	35,0

Agenda

- 1 Contextualização
- 2 Álgebra Relacional**
- 3 Operadores de Seleção e Projeção
- 4 Operadores de Conjunto
- 5 Operador Renomear
- 6 Junções
- 7 Operador de Divisão
- 8 Exercícios

Álgebra Relacional

Visão geral

- Usa operadores relacionais
- Cada operador aceita uma ou duas instâncias de relações como entrada e produz uma instância de relação de saída
 - Facilita a composição de operadores
- **Expressão de álgebra relacional**
 - Recursivamente definida como:
 - uma relação
 - um operador unário aplicado a uma única expressão ou um operador binário aplicado a duas expressões
- Sistemas relacionais usam expressões algébricas para representar **planos de avaliação de consultas**

Agenda

- 1 Contextualização
- 2 Álgebra Relacional
- 3 Operadores de Seleção e Projeção**
- 4 Operadores de Conjunto
- 5 Operador Renomear
- 6 Junções
- 7 Operador de Divisão
- 8 Exercícios

- Operador de **seleção** σ (**sigma**)

- Unário
- Seleciona linhas de uma relação
 - Exemplo, aplicado à instância M2:

$$\sigma_{avaliacao > 8}(M2)$$

- Especifica as tuplas a serem mantidas por meio de uma condição de seleção
 - Expressão booleana que usa conectivos lógicos (\wedge, \vee, \neg)
 - Operadores de comparação ($<, \leq, \geq, >, =, \neq$)
 - As referências à atributos podem ser feitas por posição (na forma i ou $.i$) ou por nome (na forma $nome$ ou $.nome$)

- Operador de **projeção** π (**Pi**)

- Unário
- Projeta colunas de uma relação
 - Exemplo, aplicado à instância M2:

$$\pi_{nome-marim,avaliacao}(M2)$$

- E se a expressão fosse essa? $\pi_{idade}(M2)$
 - A resposta de uma expressão é uma **relação** e não um **multiconjunto**

Álgebra Relacional

Seleção e Projeção

- Seleção e projeção em conjunto

$$\pi_{\text{nome-marim,avaliacao}} \left(\left(\sigma_{\text{avaliacao} > 8} (M2) \right) \right)$$

M2 - Marinheiros

id-marim	nome-marim	avaliação	idade
28	Yuppy	9	35,0
31	Lubber	8	55,5
44	Guppy	5	35,0
58	Rusty	10	35,0

Resultado da Expressão

nome-marim	avaliação
Yuppy	9
Rusty	10

Agenda

- 1 Contextualização
- 2 Álgebra Relacional
- 3 Operadores de Seleção e Projeção
- 4 Operadores de Conjunto**
- 5 Operador Renomear
- 6 Junções
- 7 Operador de Divisão
- 8 Exercícios

Operações de Conjunto

União

- Denotada pelo operador de **união** \cup
 - Binário
 - $R \cup M$ retorna uma relação com todas as tuplas da instância de R ou todas as tuplas da instância de M (ou ambas)
 - R e M devem ser compatíveis
 - Devem ter o mesmo número de campos
 - Os campos têm, respectivamente, o mesmo domínio
 - O esquema de resultado é idêntico ao esquema de R
 - Por definição, os campos da instância resultado herdam os nomes dos campos de R

Operações de Conjunto

União - Exemplo

M1 - Marinheiros

id-marin	nome-marin	avaliação	idade
22	Dustin	7	45,0
31	Lubber	8	55,5
58	Rusty	10	35,0

M2 - Marinheiros

id-marin	nome-marin	avaliação	idade
28	Yuppy	9	35,0
31	Lubber	8	55,5
44	Guppy	5	35,0
58	Rusty	10	35,0

M1 \cup M2

id-marin	nome-marin	avaliação	idade
22	Dustin	7	45,0
31	Lubber	8	55,5
58	Rusty	10	35,0
28	Yuppy	9	35,0
44	Guppy	5	35,0

Operações de Conjunto

Interseção

- Denotada pelo operador de **interseção** \cap
 - Binário
 - $R \cap M$ retorna uma relação com todas as tuplas que ocorrem em ambas as instâncias de R e M
 - R e M devem ser compatíveis
 - Devem ter o mesmo número de campos
 - Os campos têm, respectivamente, o mesmo domínio
 - O esquema de resultado é idêntico ao esquema de R

Operações de Conjunto

Interseção - Exemplo

M1 - Marinheiros

id-marin	nome-marin	avaliação	idade
22	Dustin	7	45,0
31	Lubber	8	55,5
58	Rusty	10	35,0

M2 - Marinheiros

id-marin	nome-marin	avaliação	idade
28	Yuppy	9	35,0
31	Lubber	8	55,5
44	Guppy	5	35,0
58	Rusty	10	35,0

M1 \cap M2

id-marin	nome-marin	avaliação	idade
31	Lubber	8	55,5
58	Rusty	10	35,0

Operações de Conjunto

Diferença de conjunto

- Denotada pelo operador **diferença** —
 - Binário
 - $R - M$ retorna uma relação com todas as tuplas que ocorrem na instância de R , mas não ocorrem em M
 - R e M devem ser compatíveis
 - Devem ter o mesmo número de campos
 - Os campos têm, respectivamente, o mesmo domínio
 - O esquema de resultado é idêntico ao esquema de R

Operações de Conjunto

Diferença de conjunto - Exemplo

M1 - Marinheiros

id-marin	nome-marin	avaliação	idade
22	Dustin	7	45,0
31	Lubber	8	55,5
58	Rusty	10	35,0

M2 - Marinheiros

id-marin	nome-marin	avaliação	idade
28	Yuppy	9	35,0
31	Lubber	8	55,5
44	Guppy	5	35,0
58	Rusty	10	35,0

M1 – M2

id-marin	nome-marin	avaliação	idade
22	Dustin	7	45,0

Operações de Conjunto

Produto cartesiano

- Denotada pelo operador **produto cartesiano** \times
 - Binário
 - $R \times M$ retorna uma relação cujo esquema contém todos os campos de R (na mesma ordem que aparecem em R) seguidos por todos os campos de M (na mesma ordem que aparecem em M)
 - O resultado de $R \times M$ contém uma tupla $\langle r, s \rangle$ (concatenação) para cada par de tuplas $r \in R, s \in M$
 - $R \times M$ herdam os nomes dos campos correspondentes de R e M
 - Conflito de nomeação
 - Nesse caso, não há herança e os campos são referenciados posicionalmente.

Operações de Conjunto

Produto cartesiano - Exemplo

M1 - Marinheiros

id-marin	nome-marin	avaliação	idade
22	Dustin	7	45,0
31	Lubber	8	55,5
58	Rusty	10	35,0

R1 - Reservas

id-marin	id-barco	data
22	101	10/10/96
58	103	11/12/96

M1 × R1

id-marin	nome-marin	avaliação	idade	id-marin	id-barco	data
22	Dustin	7	45,0	22	101	10/10/96
31	Lubber	8	55,5	22	101	10/10/96
58	Rusty	10	35,0	22	101	10/10/96
22	Dustin	7	45,0	58	103	11/12/96
31	Lubber	8	55,5	58	103	11/12/96
58	Rusty	10	35,0	58	103	11/12/96

Agenda

- 1 Contextualização
- 2 Álgebra Relacional
- 3 Operadores de Seleção e Projeção
- 4 Operadores de Conjunto
- 5 Operador Renomear**
- 6 Junções
- 7 Operador de Divisão
- 8 Exercícios

- Denotado pelo operador **renomear** ρ (**Rho**)

- Renomeia relações e campos
- Formato:

$$\rho(R(\overline{F}), E)$$

- E - expressão de álgebra relacional arbitrária
- R - uma instância de uma nova relação que contém as mesmas tuplas que o resultado de E , com alguns campos renomeados denotados por \overline{F}
- \overline{F} - lista de termos no formato *nomeantigo* \rightarrow *nomenovo* ou *posicao* \rightarrow *nomenovo*
- Não deve haver ambiguidade e não deve haver dois campos no resultado com o mesmo nome
- R e F são exclusivamente opcionais

Operador Renomear

Exemplo

$$\rho\left(C(1 \rightarrow id - marin1, 5 \rightarrow id - marin2), M1 \times R1\right)$$

M1 × R1

id-marin1	nome-marin	avaliação	idade	id-marin2	id-barco	data
22	Dustin	7	45,0	22	101	10/10/96
31	Lubber	8	55,5	22	101	10/10/96
58	Rusty	10	35,0	22	101	10/10/96
22	Dustin	7	45,0	58	103	11/12/96
31	Lubber	8	55,5	58	103	11/12/96
58	Rusty	10	35,0	58	103	11/12/96

Operadores de Conjunto

Considerações

- É frequente encontrar outros operadores de álgebra relacional
- No entanto, eles podem ser definidos em termos desses operadores básicos
 - O operador de renomear é usado apenas por conveniência sintática
 - Até mesmo, o operador de interseção é redundante, podendo ser definido como $R - (R - M)$

Agenda

- 1 Contextualização
- 2 Álgebra Relacional
- 3 Operadores de Seleção e Projeção
- 4 Operadores de Conjunto
- 5 Operador Renomear
- 6 Junções**
- 7 Operador de Divisão
- 8 Exercícios

- Maneira mais comum de juntar duas relações em álgebra relacional
 - Junção = produto cartesiano + seleções + projeções

- Denotada pelo operador de **junções** \bowtie (**bowtie**)
 - Formada por um par de relações e uma *condição de junção*
 - A condição de junção = é idêntica a condição de seleção
 - Definição
 - $R \bowtie_c M = \sigma_c(R \times M)$
 - A condição c pode referenciar campos em R e em M
 - Nominalmente ou posicionalmente

Junções

Junções condicionais - Exemplo

- Exemplo:

$$M1 \bowtie_{m1.id-marim < r1.id-marim} R1$$

(id-marin)	nome-marin	avaliação	idade	(id-marin)	id-barco	data
22	Dustin	7	45,0	58	103	11/12/96
31	Lubber	8	55,5	58	103	11/12/96

- O campo (id-marin) de M1 e R1 **não** são omitidos no resultado final

- Caso especial de junção condicional no qual a condição de junção usa apenas igualdades ligadas por \wedge
- Não se mantém o campo duplicado para evitar redundância
 - Ou seja, refina-se a operação de junção com uma projeção a mais para eliminar o campo que seria duplicado
- Em caso de conflito de nomeação os campos ficam sem nome

- Exemplo:

$$M1 \bowtie_{m1.id-marim=r1.id-marim} R1$$

(id-marin)	nome-marin	avaliação	idade	id-barco	data
22	Dustin	7	45,0	101	10/10/96
58	Rusty	10	35,5	103	11/12/96

- Caso especial da equijunção
 - As igualdades são especificadas para todos os campos que têm os mesmos nomes em R e M
 - Neste caso, omite-se a condição de junção
 - Garante que os mesmos campos não tenham conflitos de nomeação (ou seja, dois campos com o mesmo nome)
- No exemplo anterior, na verdade, podemos observar uma junção natural, denotada como:
 - $M1 \bowtie R1$
- Caso não existe campos com o mesmo nome, a junção natural resulta em um produto cartesiano

Agenda

- 1 Contextualização
- 2 Álgebra Relacional
- 3 Operadores de Seleção e Projeção
- 4 Operadores de Conjunto
- 5 Operador Renomear
- 6 Junções
- 7 Operador de Divisão**
- 8 Exercícios

- Denotado pelo operador de **divisão** / (ou \div)
- Definido por:

$$\pi_x(A) - \pi_x\left(\left(\pi_x(A) \times B\right) - A\right)$$

- Operador útil para certos tipos de consulta
 - Por exemplo, localize os nomes dos marinheiros que reservaram todos os barcos
- Compreender a definição do operador de divisão em termos de outros operadores é importante
- Menos importante que os demais operadores
 - Não suportado por muitos SGBDs

- Considere duas instâncias de relação A e B
 - A tem os campos x e y
 - B tem apenas o campo y (com o mesmo domínio de $A.y$)
 - $A \div B =$ conjunto de todos os valores x tais que, para todo valor y em B há uma tupla $\langle x, y \rangle$ em A

- Para cada valor x em A , considere o conjunto de valores y que aparecem em tuplas de A com esse valor x . Se esse conjunto contiver (todos os valores de y em B), o valor estará no resultado $A \div B$

Divisão

Mais uma explicação

- Fazendo uma analogia à divisão inteira
 - Considere os inteiros A e B
 - $A \div B =$ ao maior inteiro Q tal que $Q * B \leq A$
- Dadas as instâncias da relações A e B
 - $A \div B$ é a maior instância de relação Q tal que $Q \times B \subseteq A$

Divisão

Exemplo

R

A	B
a1	b1
a2	b1
a3	b1
a4	b1
a1	b2
a3	b2
a2	b3
a3	b3
a4	b3
a1	b4
a2	b4
a3	b4

S

A
a1
a2
a3

$T \leftarrow R \div S$

B
b1
b4

Divisão

Exemplo

A

id-f	id-p
f1	p1
f1	p2
f1	p3
f1	p4
f2	p1
f2	p2
f3	p2
f4	p2
f4	p4

B1

id-p
p2

B2

id-p
p2
p4

B3

id-p
p1
p2
p4

$A \div B1$

id-f
f1
f2
f3
f4

$A \div B2$

id-f
f1
f4

$A \div B3$

id-f
f1

Agenda

- 1 Contextualização
- 2 Álgebra Relacional
- 3 Operadores de Seleção e Projeção
- 4 Operadores de Conjunto
- 5 Operador Renomear
- 6 Junções
- 7 Operador de Divisão
- 8 Exercícios**

Exercícios

Base de dados

M3 - Marinheiros

id-marin	nome-marin	avaliação	idade
22	Dustin	7	45,0
29	Brutus	1	33,0
31	Lubber	8	55,5
32	Andy	8	25,5
58	Rusty	10	35,0
64	Horatio	7	35,0
71	Zorba	10	16,0
74	Horatio	9	35,0
85	Art	3	25,5
95	Bob	3	63,5

R2 - Reservas

id-marin	id-barco	data
22	101	10/10/98
22	102	10/10/98
22	103	10/08/98
22	104	10/07/98
31	102	11/10/98
31	103	11/06/98
31	104	11/12/98
64	101	09/05/98
64	102	09/05/98
74	103	09/08/98

B1 - Barcos

id-barco	nome-barco	cor
101	Interlake	azul
102	Interlake	vermelho
103	Clipper	verde
104	Marine	vermelho

(C1) Encontre os nomes dos marinheiros que reservam o barco 103.

$$\pi_{nome-mar\acute{in}} \left(\left(\sigma_{id-barco=103}(Reservas) \right) \bowtie Marinheiros \right)$$

Outra alternativa:

$$\rho \left(Temp1, \sigma_{id-barco=103}(Reservas) \right)$$

$$\rho \left(Temp2, Temp1 \bowtie Marinheiros \right)$$

$$\pi_{nome-mar\acute{in}}(Temp2)$$

(C1) Encontre os nomes dos marinheiros que reservam o barco 103.

$$\pi_{nome-mar} \left(\left(\sigma_{id-barco=103}(Reservas) \right) \bowtie Marinheiros \right)$$

Mais uma alternativa:

$$\pi_{nome-mar} \left(\sigma_{id-barco=103}(Reservas \bowtie Marinheiros) \right)$$

(C2) Encontre os nomes dos marinheiros que reservam um barco vermelho.

$$\pi_{nome-marim} \left((\sigma_{cor='vermelho'} Barcos) \bowtie Reservas \bowtie Marinheiros \right)$$

(C3) Encontre as cores dos barcos reservados por Lubber.

$$\pi_{cor} \left((\sigma_{nome-marim='Lubber'} Marinheiros) \bowtie Reservas \bowtie Barcos \right)$$

(C4) Encontre os marinheiros que reservaram pelos menos um barco.

$$\pi_{nome-marim} (Marinheiros \bowtie Reservas)$$

Exercícios Resolvidos

(C5) Encontre os nomes dos marinheiros que reservaram um barco vermelho **ou** um barco verde.

$$\rho\left(TempBarcos, (\sigma_{cor='Vermelho'} Barcos) \cup (\sigma_{cor='Verde'} Barcos)\right) \\ \pi_{nome-mar\acute{e}}(TempBarcos \bowtie Reservas \bowtie Marinheiros)$$

(C6) Encontre os id-marins dos marinheiros que reservaram um barco vermelho **e** um barco verde.

$$\rho\left(BarcosVerm, (\sigma_{cor='Vermelho'} Barcos) \bowtie Reservas \bowtie Marinheiros\right) \\ \rho\left(BarcosVerd, (\sigma_{cor='Verde'} Barcos) \bowtie Reservas \bowtie Marinheiros\right) \\ \pi_{id-mar\acute{e}}(BarcosVerm) \cap \pi_{id-mar\acute{e}}(BarcosVerd)$$

(C7) Encontre os nomes dos marinheiros que reservaram pelo menos dois barcos.

$$\rho\left(\text{TempReservas}, \pi_{id-mar, nome-mar, id-barco}(\text{Marinheiros} \bowtie \text{Reservas})\right)$$

$$\rho\left(\text{ParesReservas}, (1 \rightarrow id-mar1, 2 \rightarrow nome-mar1, 3 \rightarrow id-barco1, 4 \rightarrow id-mar2, 5 \rightarrow nome-mar2, 6 \rightarrow id-barco2), \text{TempReservas} \times \text{TempReservas}\right)$$

$$\pi_{nome-mar1}\left(\sigma_{id-mar1=id-mar2 \wedge id-barco1 \neq id-barco2}(\text{ParesReservas})\right)$$

(C8) Encontre os id-marins dos marinheiros com idade acima de 20 que não reservaram um barco vermelho.

$$\pi_{id-marin}(\sigma_{idade > 20} \text{Marinheiros}) -$$

$$\pi_{id-marin}\left((\sigma_{cor='vermelho'} \text{Barcos}) \bowtie \text{Reservas} \bowtie \text{Marinheiros}\right)$$

Exercícios Resolvidos

(C9) Encontre os nomes dos marinheiros que reservaram todos os barcos.

$$\rho\left(\text{TempldMarins}, \left(\pi_{id-mar\text{in}, id-barco} \text{Reservas}\right) / \left(\pi_{id-barco} \text{Barcos}\right)\right)$$

$$\pi_{nome-mar\text{in}}\left(\text{TempldMarins} \bowtie \text{Marinheiros}\right)$$

(C10) Encontre os nomes dos marinheiros que reservaram todos os barcos de nome Interlake.

$$\rho\left(\text{TempldMarins}, \left(\pi_{id-mar\text{in}, id-barco} \text{Reservas}\right) / \left(\pi_{id-barco} \left(\sigma_{nome-barco='Interlake'} \text{Barcos}\right)\right)\right)$$
$$\pi_{nome-mar\text{in}}\left(\text{TempldMarins} \bowtie \text{Marinheiros}\right)$$