

Análise de Algoritmos - Guia de Estudo (Tópico 4)

Prof. Dr Juliano Henrique Foleis

Instruções

Estude o PDF do tópico 4 disponibilizada no Moodle. Nele são apresentadas várias análises de trechos iterativos que são comumente encontrados em muitos algoritmos. Houve um esforço para contemplar variações comumente utilizadas, proporcionando um conjunto de exemplos que servem para nortear a análise de trechos iterativos arbitrários.

Exercícios

1) Analise a seguinte versão do algoritmo **BubbleSort** e indique seu custo usando a notação Θ .

```
0. BubbleSort(A, n)
1. FOR i = 1 TO n-1 DO
2.     FOR j = n TO i+1 STEP j-- DO:
3.         IF A[j] < A[j-1] THEN
4.             TROCA(A, j, j-1)
```

2) Observe que o laço **while** do procedimento **InsertionSort** utiliza uma pesquisa linear para varrer (no sentido inverso) o subvetor ordenado $A[1..j-1]$. Podemos usar em vez disso uma busca binária para encontrar o ponto de inserção do elemento da posição j no subvetor $A[1..j-1]$.

```
0. InsertionSort(A, n)
1. FOR j = 2 TO n DO
2.     chave = A[j]
3.     i = j-1
4.     WHILE i > 0 AND A[i] > chave DO
5.         A[i+1] = A[i]
6.         i--
7.     END WHILE
8.     A[i+1] = chave
9. END FOR
```

a) Altere o **InsertionSort** acima para usar a busca binária para encontrar o ponto de inserção do elemento da posição j no subvetor $A[1..j-1]$. Suponha que já exista um algoritmo **BuscaBinaria(A,n,j)** que retorne a posição que o elemento atualmente na posição $j+1$ deve ser inserido no subvetor $A[1..j]$ de forma que o subvetor $A[1..j]$ se torne ordenado. Esta função não altera o vetor A . Considere que esta função tem custo $\Theta(\lg(n))$.

b) Analise o algoritmo desenvolvido no item **a** e indique seu custo.

c) O custo do algoritmo que você desenvolveu no item **a** e analisou no item **b** é assintoticamente inferior ao InsertionSort apresentado?

3) Faça a análise assintótica dos laços a seguir. Expresse o custo dos laços em notação Θ . Considere que o tamanho do problema é dado pela variável n .

a)

```
1. i = 0
2. j = 0
3. y = 0
4. s = 0
5. FOR (j=0; j<n+1; j++) DO
6.     y+=j
7. END FOR
8. FOR (i=1; i<=y; i++) DO
9.     s++
10. END FOR
```

b)

```
1. x = 0
2. FOR (i=4*n; i<=1; i--) DO
3.     x+=2*i
4. END FOR
```

c)

```
1. y = 0
2. FOR (j=1; j*j<=n; j++) DO
3.     y++
4. END FOR
```

d)

```
1. y = 1
2. j = 0
3. FOR (j=1; j<=2*n; j+=2) DO
4.     y+=j
5. END FOR
6. s = 0
7. FOR (i=1; i<=j; i++) DO
8.     s++
9. END FOR
```

e)

```
1. x = 0
2. FOR (i=1; i<=n; i*=3) DO
3.     x++
4. END FOR
```

f)

```
1. b = 0
2. FOR (i=0; i<n; i++) DO
3.     FOR (j=0; j<=i*n; j++) DO
4.         x++
5.     END FOR
6. END FOR
```

g)

```
1. z = 0
2. i = 1
3. WHILE z < (n*(n+1))/2 DO
4.     z+=i
5.     i++
6. END WHILE
```

h)

```
1. a = 0
2. k = n*n
3. WHILE (k>=1) DO
4.     FOR(j=0; j<n*n; j++) DO
5.         a++
6.     END FOR
7.     k/=2
8. END WHILE
```

i)

```
1. a = 0
2. k = n*n*n
3. WHILE (k>1) DO
4.     FOR (j=0; j<k; j++)
5.         a++
6.     END FOR
7.     k = k / 2;
8. END WHILE
```

j) Considere que o custo da função $F(n)$ abaixo é $\Theta(n^2)$.

```
1. a = 0
2. FOR (i=0; i<n; i++) DO
3.     F(n)
4.     FOR(j=0; j<n; j++) DO
5.         a++
6.     END FOR
7. END FOR
```

k) Considere que o custo da função $F(n)$ abaixo é $\Theta(\lg(n))$.

```
1. a = 0
2. FOR (i=0; i<n; i++) DO
3.     F(n)
4.     FOR(j=0; j<i; j++) DO
5.         a++
6.     END FOR
7. END FOR
```

l) Considere que o custo da função $F(n)$ abaixo é $\Theta(n)$.

```
1. a = 0
2. FOR (i=0; i<n; i*=2) DO
3.     F(n)
4.     FOR(j=0; j<i; j++) DO
5.         a++
6.     END FOR
7. END FOR
```

m) Considere que o custo da função $F(n)$ abaixo é $\Theta(n)$ e que o custo da função $G(n)$ é $\Theta(\lg(n))$.

```
1. a = 0
2. FOR (i=0; i<n; i++) DO
3.     IF (n % 2 == 0)
4.         F(n)
5.     ELSE
6.         G(n)
7.         a++
8.     END IF
9. END FOR
```

n) Considere que o custo da função $F(n)$ abaixo é $\Theta(n)$.

```
1. a = 0
2. FOR (i=0; i<n; i++) DO
3.     IF (n % 2 == 0)
4.         F(n)
5.     ELSE
6.         FOR(j=0; j<i; j++) DO
7.             a++
8.         END FOR
9.     END IF
10. END FOR
```

o) Considere que o custo da função $F(n)$ abaixo é $\Theta(n)$.

```
1. a = 0
2. FOR (i=0; i<n; i*=2) DO
3.     IF (n % 2 == 0)
4.         F(n)
5.     ELSE
6.         FOR(j=0; j<i; j++) DO
7.             a++
8.         END FOR
9.     END IF
10. END FOR
```

p)

```
1. soma = 0
2. FOR (i=0; i<=n, i++) DO
3.     FOR(j=1; j<=i; j++) DO
4.         FOR(k=0; k<j; k++) DO
5.             soma++
6.         END FOR
7.     END FOR
8. END FOR
```

q)

```
1. soma = 0
2. FOR (i=0; i<=n, i++) DO
3.     FOR(j=1; j<=i*i; j++) DO
4.         FOR(k=0; k<j; k++) DO
5.             soma++
6.         END FOR
7.     END FOR
8. END FOR
```

Exercícios para Entregar

Os exercícios que devem ser entregues são: 1, 2, 3a, 3b, 3c, 3f, 3i, 3k, 3m, 3p.

Faça manualmente no papel almaço, folha de caderno ou similares.

Envie o PDF com as resoluções pela tarefa aberta no Moodle. No caso do exercício ser feito no papel, tire fotos e organize-as em um PDF, na sequência adequada. Recomendo o uso de algum app que escaneie, corrija e junte as fotos em um só PDF, como o Microsoft Lens. Links para Download grátis: ([Android](#)) ([iOS](#)).

Prazo para entrega: 11/4/2022 até as 23:55.

Bons Estudos!