

Flambage Des Poutres

OBJECTIFS:

- Compréhension physique du flambement
- Flambage d'Euler
- Flambage avec déformée initiale
- Méthode énergétique

10.1 Position du problème

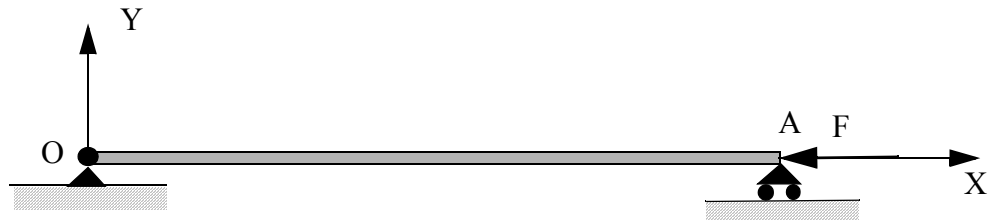


Figure 10.1 Poutre droite en compression

Considérons une poutre droite OA, de longueur L , liée au bâti par une rotule en O et par un appui simple en A. Le matériau la constituant a pour module de Young E . La section droite a pour surface S et pour moment quadratique I_z .

Cette poutre est soumise en A à un effort de compression \vec{F} $(-F, 0, 0)$ avec $F > 0$. Sous cette sollicitation tous les éléments de réduction sont nuls excepté l'effort normal N ($N = -F$). En utilisant les formules du chapitre 4 il est facile de déterminer le déplacement du point A: U_A .

$$\epsilon_x = -\frac{F}{E \cdot S} \Rightarrow U_A = -\frac{F \cdot L}{E \cdot S} \quad \text{EQ:10.1}$$

Comparons ce résultat avec des mesures qui proviendraient d'un essai très bien

réalisé avec un matériau élastique jusqu'à rupture.

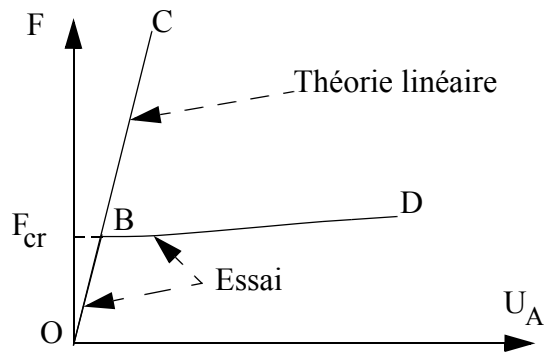


Figure 10.2 Relation force déplacement à l'extrémité de la poutre

Pour une force appliquée inférieure à une valeur F_{cr} les courbes expérimentales et théoriques coïncident. Au delà d'une force F_{cr} les deux courbes sont différentes. La solution théorique est valable de O à C mais:

- de O à B l'équilibre est stable,
- de B à C l'équilibre est instable. Il existe alors une autre position d'équilibre stable qui est différente de la position initiale.

F_{cr} est appelée la force critique de flambage. Il faut bien remarquer que de B à D le matériau peut rester dans le domaine élastique.

Analysons qualitativement pourquoi la position initiale peut devenir une position d'équilibre instable sous un chargement de compression.

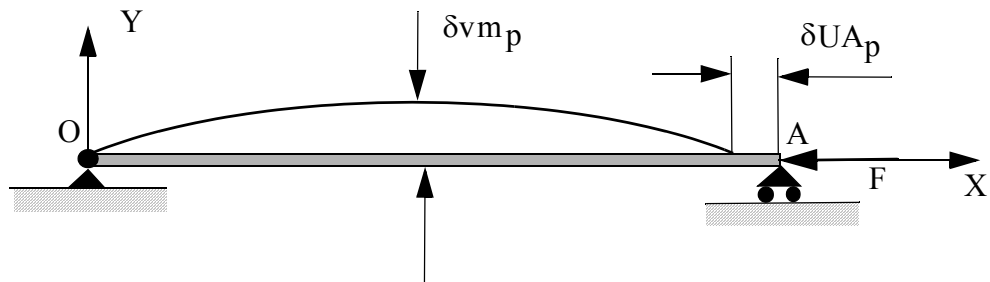


Figure 10.3 Poutre droite en compression soumise à une perturbation

Soit la poutre de la Figure 10.3 soumise à la perturbation $\delta v m_p$. Dans cette perturbation la poutre emmagasine une énergie élastique de flexion δW . Cette énergie est fonction des caractéristiques de la poutre (module de Young, longueur, moments quadratiques de la section) et de la valeur de la perturbation $\delta v m_p$.

$$\delta W = f(E, I_z, L, \delta v m_p) \quad \text{EQ:10.2}$$

Pour que la poutre revienne en position initiale il est nécessaire qu'elle ait emmagasiné une énergie suffisante pour pouvoir repousser la force F. Il faut qu'elle soit capable de produire un travail δT .

$$\delta T = F \cdot \delta U_{A_p} \quad \text{EQ:10.3}$$

Le déplacement du point A δU_{A_p} ne dépend que la perturbation δv_{mp} . Donc

$$\delta T = F \cdot g(\delta v_{mp}) \quad \text{EQ:10.4}$$

Faisons augmenter la force F. A partir d'une valeur F_{cr} δT devient supérieur à δW . Dans ce cas la poutre ne peut plus reprendre sa position initiale, l'équilibre initial était instable: la poutre flambe. F_{cr} est appelée la force critique de flambage.

Le flambage se produit essentiellement pour des poutres comprimées mais il peut apparaître dès qu'une partie de la poutre est en compression ce qui est le cas, par exemple, pour une sollicitation de flexion.

10.2 Flambage d'une poutre comprimée: méthode de l'équilibre adjacent.

10.21 Poutre parfaitement rectiligne

Soit une poutre droite de section constante, de longueur L, articulée aux deux extrémités et soumise à un effort de compression F (Figure 10.4)

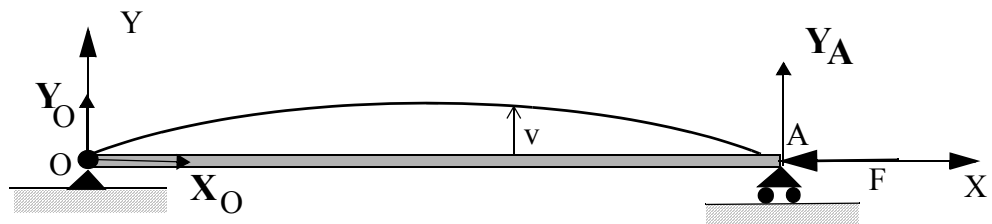


Figure 10.4 Poutre droite bi-articulée en compression

Cherchons la force critique de flambage. Dans la méthode de l'équilibre adjacent on cherche à déterminer les valeurs de F pour lesquelles il existe une position d'équilibre différente de la position initiale.

L'équilibre global de la poutre déformée conduit aux trois équations suivantes:

$$\begin{aligned} X_O - F &= 0 \\ Y_O + Y_A &= 0 \\ Y_A \cdot L &= 0 \end{aligned} \quad \text{EQ:10.5}$$

qui conduisent à:

$$Y_O = Y_A = 0 \quad X_O = -F \quad \text{EQ:10.6}$$



Déterminons le moment de flexion, *en position déformée*, pour une section droite

d'abscisse x.

$$M_z = - F \cdot v \quad \text{EQ:10.7}$$

v est la composante suivant y du déplacement d'un point de la ligne moyenne. Il a été démontré, lors du chapitre sur la flexion, que la relation entre la flèche et le moment de flexion, pour une poutre droite, est donnée par la formule suivante:

$$\frac{d^2 v}{dx^2} = \frac{M_z}{E \cdot I_z} \quad \text{EQ:10.8}$$

Soit:

$$\frac{d^2 v}{dx^2} = \frac{-(F \cdot v)}{E \cdot I_z} \quad \text{EQ:10.9}$$

Cette relation n'est valable que pour de petits déplacements et dans le domaine élastique du matériau.

Posons:

$$\frac{F}{E \cdot I_z} = \omega^2. \quad \text{EQ:10.10}$$

L'équation EQ:10.9 devient:

$$\frac{d^2 v}{dx^2} + \omega^2 \cdot v = 0 \quad \text{EQ:10.11}$$

La solution générale de cette équation est la suivante:

$$v = A_1 \cdot \cos(\omega x) + A_2 \cdot \sin(\omega x) \quad \text{EQ:10.12}$$

Les constantes sont déterminées à partir des conditions aux limites.

$$v = 0 \text{ pour } x=0 \text{ et pour } x=L \quad \text{EQ:10.13}$$

Soit

$$A_1 = 0 \quad \text{EQ:10.14}$$

$$A_2 \cdot \sin(\omega L) = 0 \quad \text{EQ:10.15}$$

La solution $A_2 = 0$ implique que la flèche v est nulle. On retrouve que la position initiale est une position d'équilibre.

Pour que la flèche soit différente de zéro il faut que A_2 ne soit pas nul. Il faut

que:

$$\sin(\omega L) = 0 \quad \text{EQ:10.16}$$

Soit:

$$\omega \cdot L = k \cdot \pi \quad \text{EQ:10.17}$$

D'après EQ:10.10 la force F doit être égale à:

$$F = \frac{k^2 \cdot \pi^2 \cdot E \cdot Iz}{L^2} \quad \text{EQ:10.18}$$

La valeur de F associée à la plus faible valeur de k (k=1) est la force critique de flambage, notée F_{cr}. Dans ce cas particulier elle s'appelle la force critique de flambage d'Euler.

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot Iz}{L^2} \quad \text{EQ:10.19}$$

Cette force critique correspond à la plus petite charge qui maintient la poutre en position fléchie. La déformée associée a pour équation:

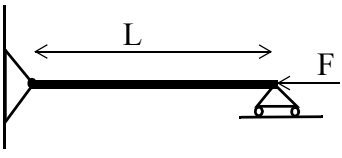
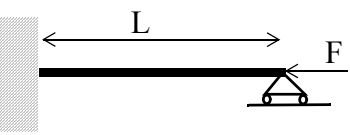
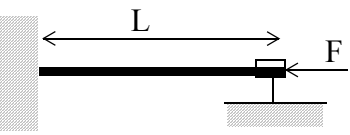
$$v = A_2 \cdot \sin\left(\pi \cdot \frac{x}{L}\right) \quad \text{EQ:10.20}$$

La valeur de A₂ ne peut pas être déterminée. L'équilibre est indifférent. Il faut bien remarquer que cette solution n'est valable que pour de petites valeurs de v.

Pour des coefficients k plus grands que 1 on obtient d'autres valeurs de F qui sont sans intérêt pratique puisqu'elles correspondent à des équilibre instables. Pour pouvoir pratiquement les atteindre il faut forcément passer par une force égale à la force critique F_{cr}.

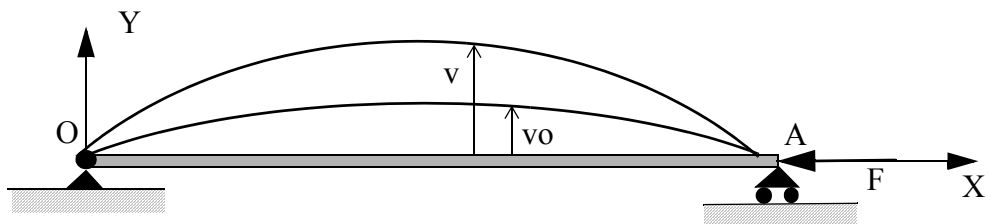
Par la même méthode il est possible de déterminer les forces critiques pour différentes conditions aux limites. Sur le Tableau 10.1 sont indiquées les forces critiques pour les conditions aux limites les plus courantes

Tableau 10.1 Forces critiques de flambage pour des poutres en compression

	Conditions aux limites	F _{cr}
	Appuyée Appuyée	$\frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L^2}$
	Encastrée Appuyée	$2,046 \cdot \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L^2}$
	Encastrée glissière	$4 \cdot \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L^2}$

10.22 Flambage avec déformation initiale.

Dans la réalité une poutre n'est jamais parfaitement rectiligne. Examinons l'influence d'une déformation initiale.

**Figure 10.5** Poutre avec déformation initiale

Considérons la poutre bi-articulée de la Figure 10.5. Elle est soumise à un effort de compression F. Cette poutre a pour déformée initiale:

$$v_0 = A \sin\left(\pi \cdot \frac{x}{L}\right) \quad \text{EQ:10.21}$$

Sur une section droite il existe un moment de flexion qui vaut:

$$M_Z = -(F \cdot v) \quad \text{EQ:10.22}$$

L'augmentation de la flèche $v-v_0$ doit satisfaire à l'équation différentielle suivante:

$$\frac{d^2(v - v_0)}{dx^2} = -\left(\frac{F \cdot v}{E \cdot I_z}\right) \quad \text{EQ:10.23}$$

En utilisant les équations EQ:10.10 et EQ:10.21 on obtient:

$$\frac{d^2 v}{dx^2} + \omega^2 v = -A \cdot \frac{\pi^2}{L^2} \cdot \sin\left(\pi \cdot \frac{x}{L}\right) \quad \text{EQ:10.24}$$

La solution générale de cette équation est la suivante:

$$v = A_1 \sin(\omega x) + A_2 \cos(\omega x) - \frac{A \cdot \frac{\pi^2}{L^2}}{\omega^2 - \frac{\pi^2}{L^2}} \cdot \sin\left(\pi \cdot \frac{x}{L}\right) \quad \text{EQ:10.25}$$

Vérifions les conditions aux limites.

En $x=0$ et $x=L$ la flèche v doit être nulle. Ceci impose que A_1 et A_2 sont nuls.

En remplaçant A_1 , A_2 et ω par leurs valeurs dans l'équation EQ:10.25 on obtient:

$$v = -\frac{A \cdot \frac{\pi^2}{L^2}}{\frac{F}{E \cdot I_z} - \frac{\pi^2}{L^2}} \cdot \sin\left(\pi \cdot \frac{x}{L}\right) : \quad \text{EQ:10.26}$$

Soit:

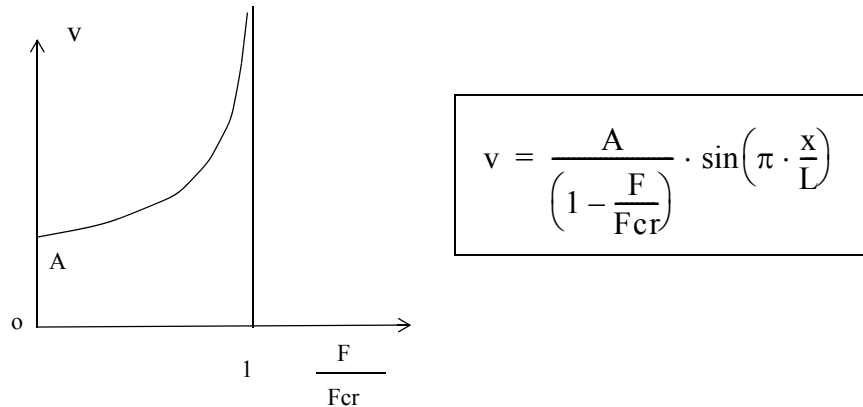


Figure 10.6 Evolution de la flèche en fonction de la force de compression

Sous l'action de la force F les flèches sont majorées dans le rapport $\frac{1}{1 - \frac{F}{F_{cr}}}$. La

flèche, mais aussi le moment de flexion, deviennent très grands lorsque la force F tend vers F_{cr} .

Calculons la contrainte normale associée à une force de compression F . Cette contrainte est due à l'effort normal et au moment de flexion M_z . Puisque

$M_z = E \cdot I_z \cdot \frac{d^2 v}{dx^2}$ la valeur absolue de la contrainte normale est maximale en $x=L/2$ et vaut:

$$|\sigma_x| = \frac{F}{S} + E \cdot Y_{\max} \cdot \frac{\pi^2}{L^2} \cdot \frac{A}{\left(1 - \frac{F}{F_{cr}}\right)} \quad \text{EQ:10.27}$$

Y_{\max} est la cote maximale d'un point de la section droite.



D'après la formule EQ:10.27 la contrainte σ_x atteint toujours la limite élastique du matériau bien avant que la force F soit égale à la force critique d'Euler. Ceci est d'autant plus vrai que la déformée initiale est importante. La poutre, dans la réalité, ne peut donc supporter qu'un effort inférieur à la force critique d'Euler.

Dans le but de déterminer une méthode expérimentale permettant d'obtenir la force critique nous analysons la valeur de la flèche au centre de la poutre.

D'après les équations EQ:10.25 EQ:10.26:

$$v = \frac{A}{\left(1 - \frac{F}{F_{cr}}\right)} \quad \text{EQ:10.28}$$

Appelons $v_a = v - A$ la flèche additionnelle.

$$va + A = \frac{A}{\left(1 - \frac{F}{F_{cr}}\right)} \quad \text{EQ:10.29}$$

Soit

$$F_{cr} \cdot \frac{va}{F} - va = A \quad \text{EQ:10.30}$$

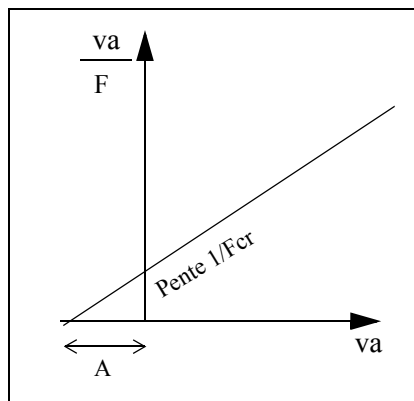


Figure 10.7 Méthode de Southwell

Si nous portons sur un graphique en abscisse va et en ordonnée $\frac{va}{F}$ nous obtenons une droite qui a pour pente l'inverse de la force critique. Ce résultat permet de trouver expérimentalement la force critique puisqu'il est en général facile de mesurer va et F et donc de tracer cette droite. Ce procédé est dû à Southwell.

Il est à remarquer qu'il peut être étendu en remplaçant va par la contrainte ou la déformation de flexion. Cette déformation peut en général être facilement obtenue en plaçant deux jauges extensométriques sur les faces supérieure et inférieure de la section droite. En prenant pour valeur de la déformation la demi différence des valeurs obtenues par ces deux jauges les déformations dues à l'effort normal sont éliminées. La mesure est directement proportionnelle à la déformation due au moment de flexion donc à va .

10.23 Flambage en grands déplacements

Considérons la poutre représentée sur la Figure 10.4. Si les déplacements sont importants il n'est plus possible de confondre l'angle et la tangente. La formule EQ:10.8 n'est plus valable. La relation existant entre la déformée et le moment de flexion, si s est l'abscisse curviligne, est la suivante:

$$\frac{d\theta_z}{ds} = -\left(\frac{F \cdot v}{E \cdot I_z}\right) \quad \text{EQ:10.31}$$

Dérivons par rapport à s , on obtient

$$E \cdot I_z \cdot \frac{d^2\theta_z}{ds^2} = -F \cdot \frac{dv}{ds} = -F \cdot \sin(\theta_z) \quad \text{EQ:10.32}$$

Multiplions les deux membres de cette équation par $2 \frac{d\theta z}{ds}$ puis intégrons en notant qu'en $x=0$ $\theta z = \theta z_0$ et que $\frac{d\theta z}{ds} = 0$ d'après EQ:10.31. Nous obtenons:

$$E \cdot I_z \cdot \left(\frac{d\theta z}{ds} \right)^2 = 2F(\cos(\theta z) - \cos(\theta z_0)) \quad \text{EQ:10.33}$$

Intégrons cette nouvelle équation. Nous appelons s_I l'abscisse curviligne du milieu de la poutre. En ce point la rotation θz de la section est nulle par symétrie. On obtient:

$$s = s_I - \left(\frac{1}{\omega} \cdot \int_0^\theta \frac{1}{\sqrt{2 \cdot (\cos(\theta z) - \cos(\theta z_0))}} d\theta \right) \quad \text{EQ:10.34}$$

Par définition en $s=0$ $\theta z = \theta z_0$. L'équation EQ:10.34 s'écrit:

$$s_I = \frac{1}{\omega} \cdot \int_0^{\theta z_0} \frac{1}{\sqrt{2 \cdot (\cos(\theta z) - \cos(\theta z_0))}} d\theta \quad \text{EQ:10.35}$$

Faisons le changement de variable suivant:

$$\sin\left(\frac{\theta z}{2}\right) = \sin\left(\frac{\theta z_0}{2}\right) \cdot \sin(a) \quad \text{EQ:10.36}$$

L'équation EQ:10.35 devient:

$$s_I = \frac{1}{\omega} \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\cos\left(\frac{\theta z}{2}\right)} da = \frac{1}{\omega} \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\sin\frac{\theta z_0}{2}\right)^2 (\sin a)^2}} da \quad \text{EQ:10.37}$$

Si on néglige le raccourcissement dû à l'effort normal s_I est égal à $L/2$. L'équation EQ:10.37 permet pour une valeur de θz_0 de déterminer ω et donc la valeur

de la force F.

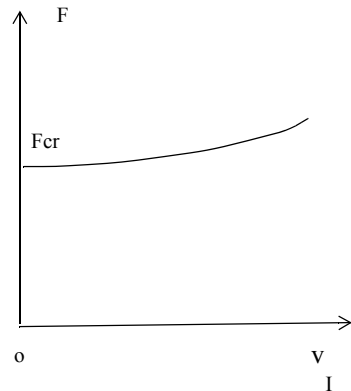


Figure 10.8 Evolution de la flèche au centre

On peut alors déterminer la flèche maximale qui vaut:

$$v_I = \int_0^{s_I} \sin(\theta z) dz \quad \text{EQ:10.38}$$

$$v_I = \frac{1}{\omega} \cdot \int_0^{\theta z_0} \frac{\sin(\theta z) d\theta z}{\sqrt{2 \cdot (\cos(\theta z) - \cos(\theta z_0))}}$$

Soit:

$$v_I = \frac{2}{\omega} \cdot \sin\left(\frac{\theta z_0}{2}\right) \quad \text{EQ:10.39}$$

L'évolution de la flèche en fonction de la force est donnée sur la Figure 10.8. Si

θz_0 est très petit on peut négliger dans EQ:10.37 $\left(\sin\left(\frac{\theta z_0}{2}\right)\right)^2 (\sin a)^2$ devant 1. On trouve alors que F est égal à F_{cr} . Quand θz_0 croît, F croît également. Si θz_0 est égal à 60° la valeur de F est 1,152 F_{cr} .

10.24 Influence de la déformée due à l'effort tranchant

Considérons toujours la poutre définie précédemment. Sur une section droite il existe un effort tranchant T_Y qui vaut:

$$T_Y = F \cdot \frac{dv}{dx} \quad \text{EQ:10.40}$$

Cet effort tranchant crée une flèche telle que:

$$\frac{dv_T}{dx} = k_y \cdot \frac{T_Y}{G \cdot S} \quad \text{EQ:10.41}$$

La courbure de la ligne moyenne est alors égale à:

$$\frac{d^2 v}{dx^2} = \frac{Mz}{E \cdot Iz} + \frac{k_y}{G \cdot S} \cdot \frac{dT_Y}{dx} \quad \text{EQ:10.42}$$

Soit:

$$\frac{d^2 v}{dx^2} = \frac{-(F \cdot v)}{E \cdot Iz} + \frac{k_y}{G \cdot S} \cdot F \cdot \frac{d^2 v}{dx^2} \quad \text{EQ:10.43}$$

Cette équation peut s'écrire:

$$\frac{d^2 v}{dx^2} + \omega^2 \cdot v = 0 \quad \text{avec} \quad \omega = \sqrt{\frac{F/E \cdot Iz}{1 - k_y \cdot F/(G \cdot S)}} \quad \text{EQ:10.44}$$

On obtient la même équation que EQ:10.11. Les conditions aux limites étant les mêmes la force critique est donnée par EQ:10.17 soit:

$$\omega \cdot L = k \cdot \pi \quad \text{EQ:10.45}$$

D'après la valeur de ω donnée par EQ:10.44 on obtient:

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot Iz}{L^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot E \cdot Iz}{L^2} \cdot \frac{k_y}{G \cdot S}} \quad \text{EQ:10.46}$$



La prise en compte de l'effort tranchant conduit à trouver une force critique plus faible que celle obtenue en considérant que la déformée est due uniquement au moment de flexion. Pour des poutres longues réalisées avec des matériaux isotropes la variation est négligeable, par contre, pour des poutres sandwich cette variation peut devenir très importante.

10.3 Détermination des forces critiques par une méthode énergétique.

10.31 Principe de la méthode

Considérons l'énergie potentielle totale qui est la somme de l'énergie élastique W et de l'énergie potentielle des efforts extérieurs V .

$$E_T = W + V \quad \text{EQ:10.47}$$

Une configuration d'équilibre stable correspond à un minimum de l'énergie potentielle totale E_T (Théorème de Lejeune Dirichlet).

Soit:

$$\delta E_T = 0 \quad \delta^2 E_T > 0 \quad \text{EQ:10.48}$$

La force critique de flambage sera atteinte lorsque l'équilibre cessera d'être stable.

$$\delta E_T = 0 \quad \delta^2 E_T = 0 \quad \text{EQ:10.49}$$

10.32 Déformations de Lagrange.

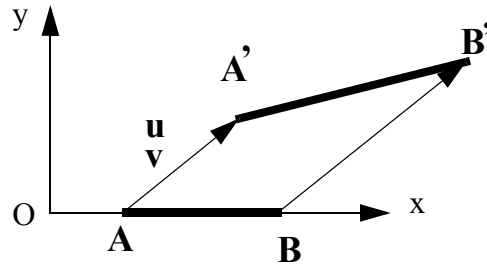


Figure 10.9 Déformation d'un segment AB dans le plan xy

Considérons, dans un solide, un segment AB de longueur dx porté par l'axe x . Sous l'action des forces extérieures ce solide se déforme et le segment AB devient par exemple le segment A'B'. Nous supposons pour simplifier que A'B' appartient au plan xy . Soit u et v les composantes du déplacement du point A suivant les axes x et y . Les composantes du vecteur déplacement du point B ont pour composantes suivant x et y les valeurs suivantes:

$$u + \frac{\partial u}{\partial x} dx, \quad v + \frac{\partial v}{\partial x} dx.$$

Déterminons la longueur ds du segment déformé A'B'.

$$ds = \sqrt{\left(dx + \frac{\partial u}{\partial x} dx\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} dx\right)^2} \quad \text{EQ:10.50}$$

Si toutes les dérivées sont petites devant 1, ce qui est le cas si les déplacements sont petits, alors:

$$ds = dx \left\{ 1 + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \cdot \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 \right] \right\} \quad \text{EQ:10.51}$$

L'allongement relatif ϵ_x vaut:

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \cdot \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 \right] \quad \text{EQ:10.52}$$

Pour un problème dans l'espace on trouverait:

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \cdot \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 \right] \quad \text{EQ:10.53}$$

10.33 Détermination de la force critique

Considérons la poutre de la Figure 10.3 et une perturbation qui vérifie les con-

ditions aux limites en déplacement c'est à dire cinématiquement admissible.
Soit par exemple

$$\delta v = \delta A \cdot (x - L) \cdot x \quad \text{EQ:10.54}$$

Pour déterminer si la poutre est stable ou instable il faut calculer la variation de l'énergie potentielle totale. Puisque la position de départ est une position d'équilibre $\delta E_T = 0$.

Nous considérons que dans la perturbation la variation d'énergie élastique est due uniquement au moment de flexion. D'après le chapitre 5 l'énergie élastique s'écrit:

$$\frac{dW}{dx} = \frac{1}{2} \cdot \frac{Mz^2}{E \cdot Iz} \quad \text{EQ:10.55}$$

D'autre part pour une poutre droite:

$$\frac{d^2 v}{dx^2} = \frac{Mz}{E \cdot Iz} \quad \text{EQ:10.56}$$

d'où:

$$\frac{dW}{dx} = \frac{1}{2} \cdot E \cdot Iz \cdot \frac{d^2 v}{dx^2} \quad \text{EQ:10.57}$$

La variation d'énergie élastique dans la perturbation est égale à:

$$\delta^2 W = \int_0^L \frac{1}{2} \cdot E \cdot Iz \cdot 4 \cdot \delta A^2 dx = 2 \cdot E \cdot Iz \cdot \delta A^2 \cdot L \quad \text{EQ:10.58}$$

Le travail des efforts extérieurs est égal d'après EQ:10.53 à:

$$\delta^2 T = F \cdot \int_0^L \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 \cdot dx = F \cdot \frac{1}{6} \cdot \delta A^2 \cdot L^3 \quad \text{EQ:10.59}$$

La variation d'énergie potentielle totale vaut:

$$\delta^2 E_T = \delta A^2 \cdot \left(2 \cdot E \cdot Iz \cdot L - F \cdot \frac{1}{6} \cdot L^3 \right) \quad \text{EQ:10.60}$$

La force critique correspond à la force qui rend l'équilibre instable soit:

$$\delta^2 E_T = 0 \quad \text{EQ:10.61}$$

D'où:

$$F_{cr} = 12 \cdot \frac{E \cdot Iz}{L^2} \quad \text{EQ:10.62}$$

Cette solution est à comparer avec la solution exacte trouvée précédemment:

$$F_{cr} = \pi^2 \cdot \frac{E \cdot Iz}{L^2} \quad \text{EQ:10.63}$$



L'erreur commise est de 21%. La force trouvée par la méthode énergétique est toujours supérieure à la force critique exacte ce qui est normal puisque la perturbation choisie ne permet que certaines déformations, elle rigidifie la structure considérée. Pour augmenter la précision il suffit d'enrichir la base choisie pour exprimer la perturbation. On peut prendre par exemple:

$$\delta v = A \cdot (X - L) \cdot X + B \cdot (X - L)^2 \cdot X^2 \quad \text{EQ:10.64}$$

On obtient:

$$F_{cr} = 9,875 \cdot \frac{E \cdot Iz}{L^2} \quad \text{EQ:10.65}$$

L'erreur n'est plus que de 0,06%.