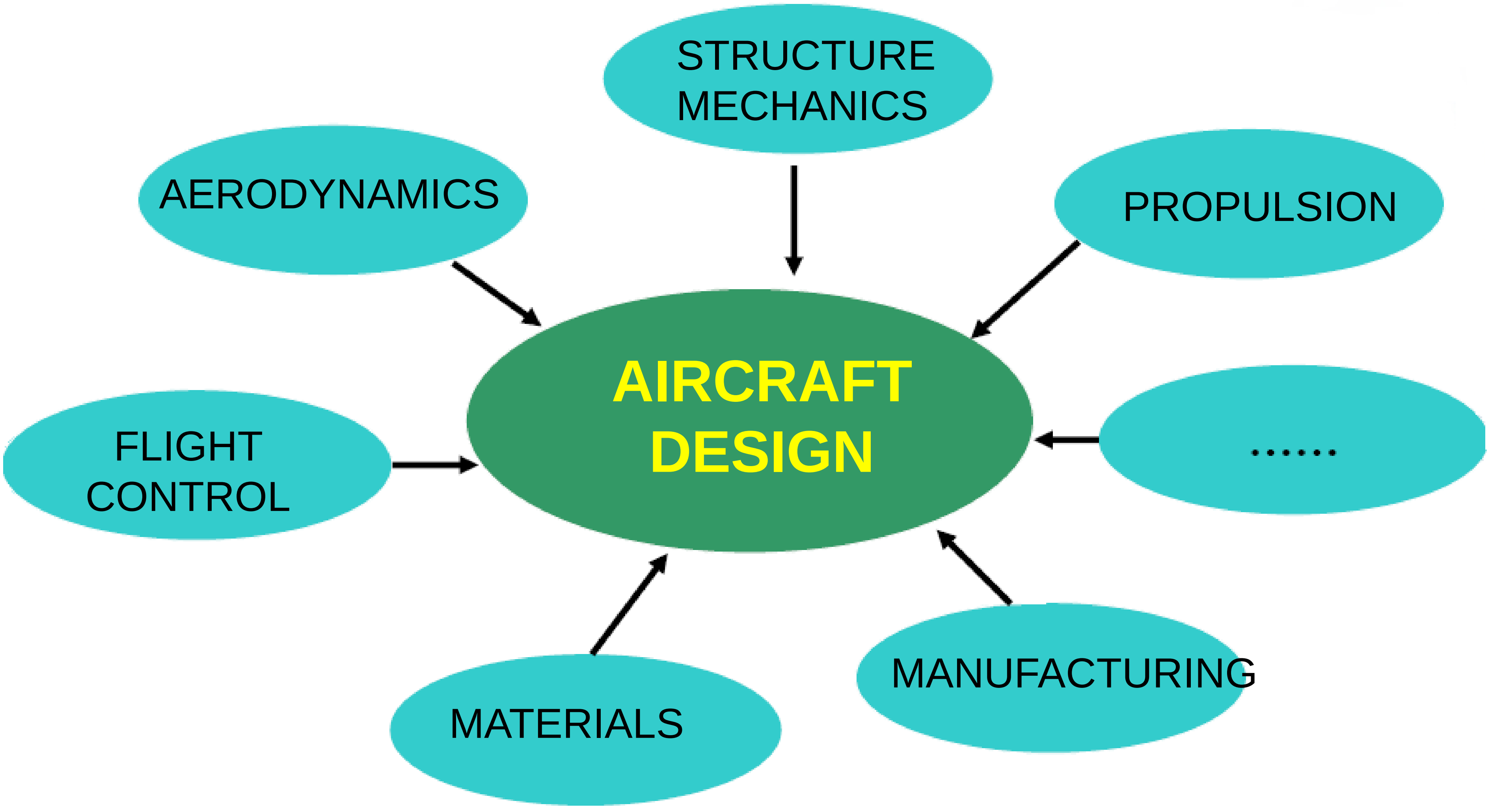
飞机结构设计与分析导论

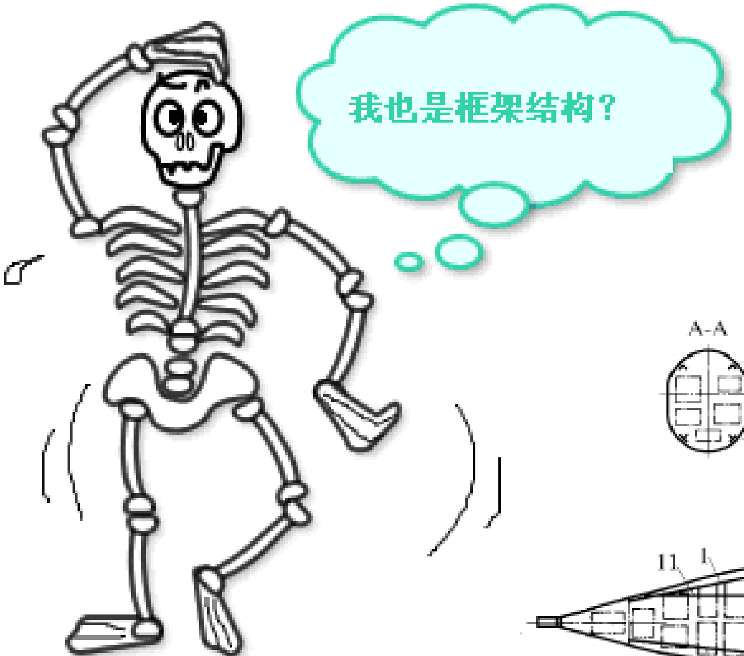
中欧航空工程师学院 飞机结构与材料
李湘萍

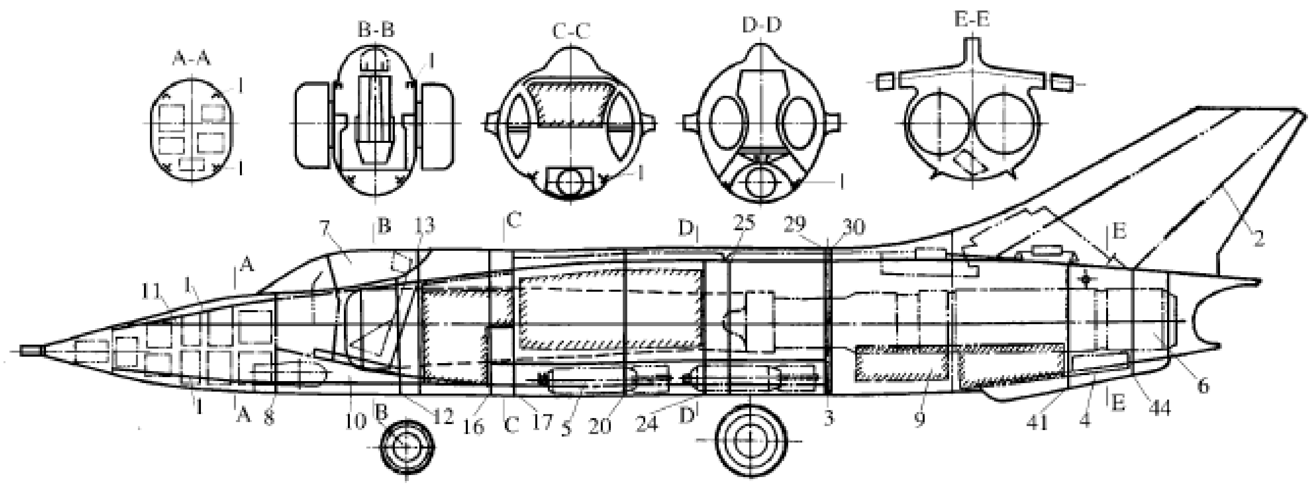
目　录

问题1:你能举出几种不同的飞机结构布局设计?


STRUCTURE MECHANICS
AERODYNAMICS
PROPULSION
AIRCRAFT DESIGN
FLIGHT CONTROL
....
MATERIALS
MANUFACTURING

Why worry about structures?





Structural integrity

Why Worry about Structures?

Definition of structural integrity:

" Capability of a structure to carry out the operation for which it was designed"

How assure "structural integrity" while minimizing cost?

In aerospace structures, cost often means weight.

Why?

Saving a pound of weight means more

- payload (extra passengers, more satellites)
- fuel (longer distance, longer duration via extended station keeping)

• • •

Why Worry about Structures?

Amount industries (civilian) are willing to pay to save a pound of weight:

Satellites	\$10,000 - \$20,000 (w/o servicing)
Transport Aircraft	\$100 - \$200
General Aircraft	\$25
Automobile	~ \$0.00

Many aspects will be taken into consideration:

- Required loads
- Required deformations
- Corrosion resistance
- ……

The computation and estimation work is complex and time-consuming!

Why Worry about Structures?

设计： 对指定的要求给出设计方案(图纸)

分析： 对已有的结构分析计算其性能(程序、公式、数据)

性能： 强度、刚度、稳定性、寿命、可靠性、重量

寿命 ← 疲劳：裂纹形成寿命、断裂裂纹扩展寿命

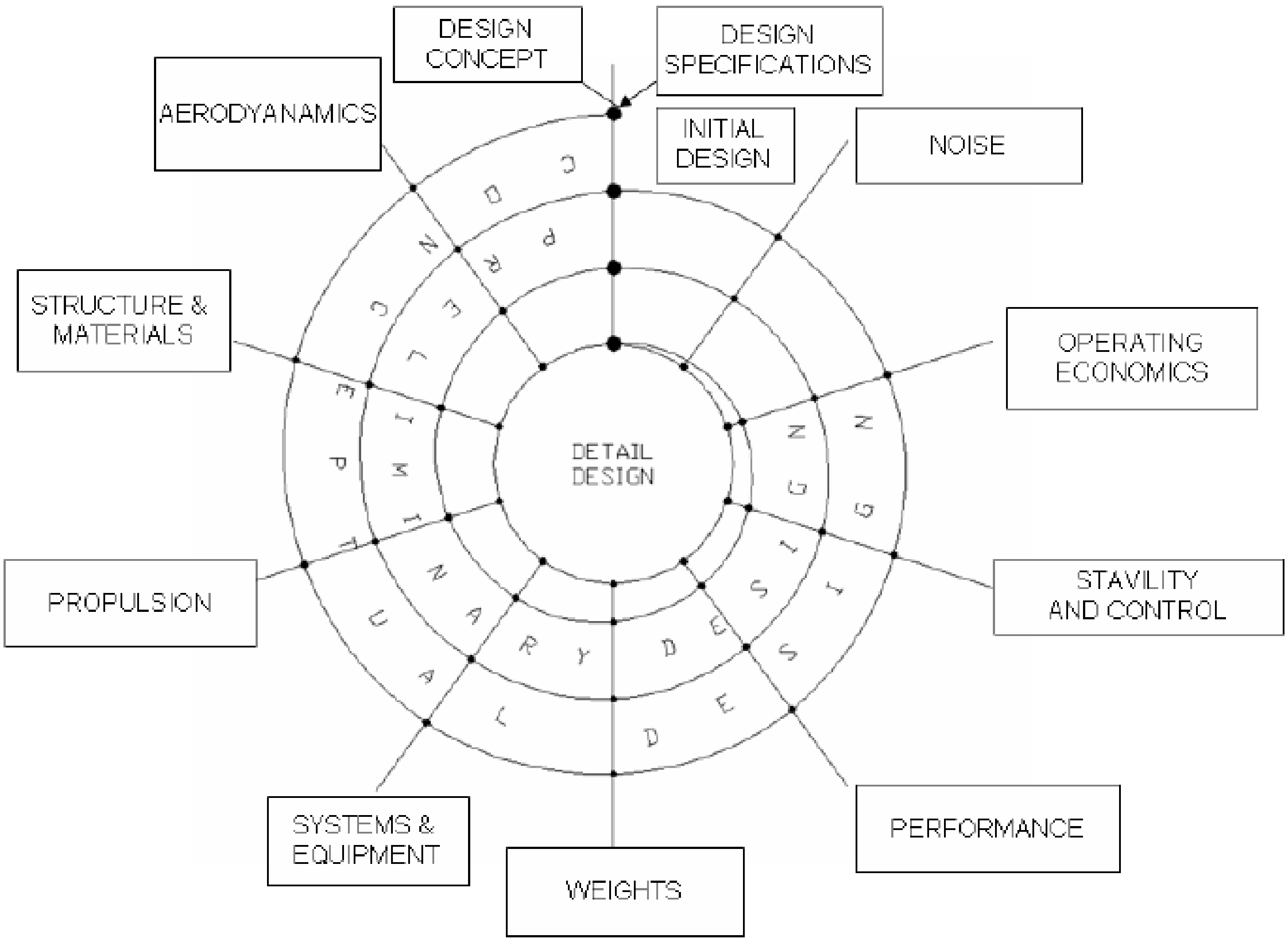
可靠性 ← 规定时间、规定条件、规定功能

重量 ← 结构优化

目　录

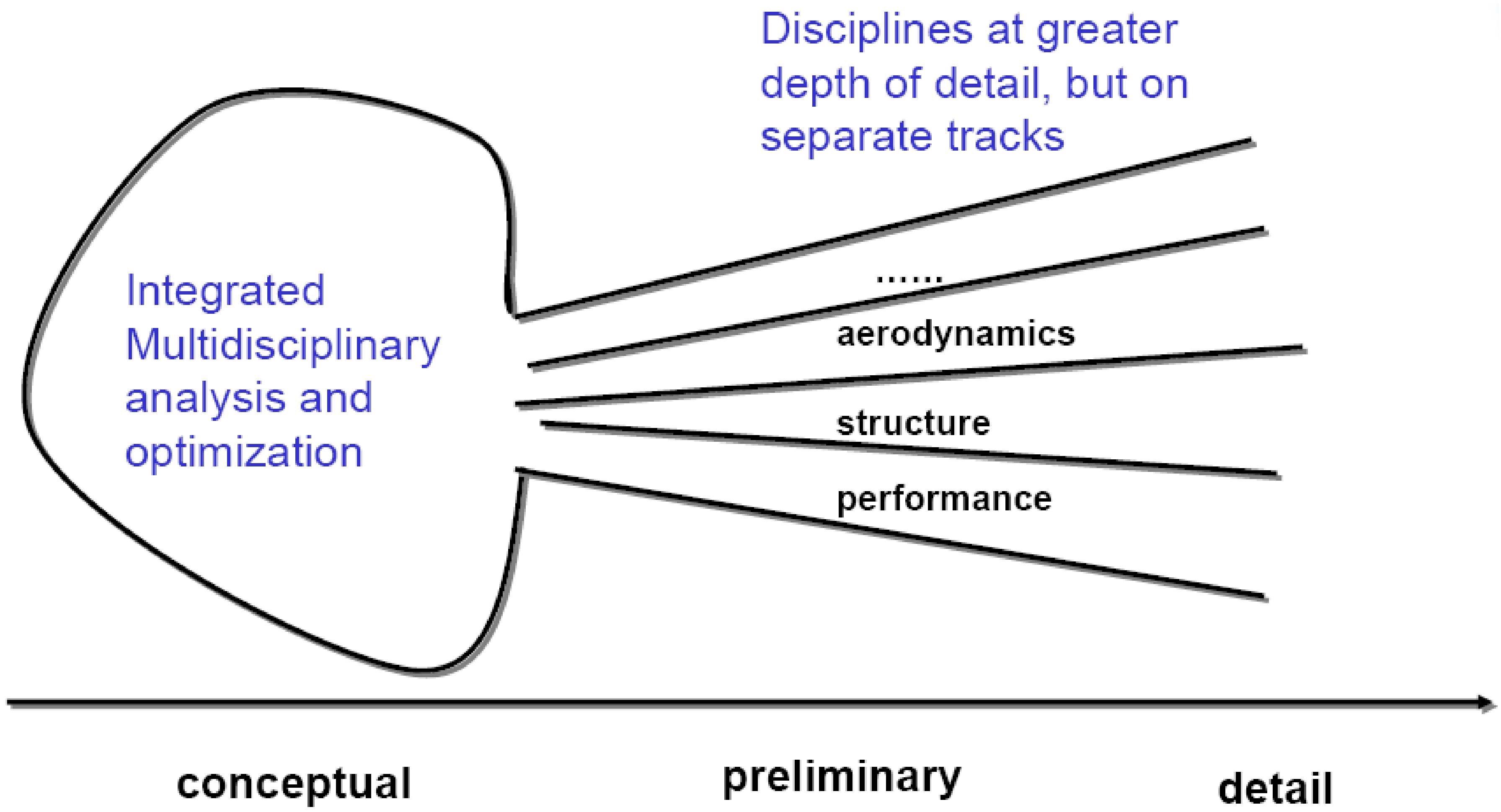
Procedure for Aircraft Design

Multidisciplinary synthesis



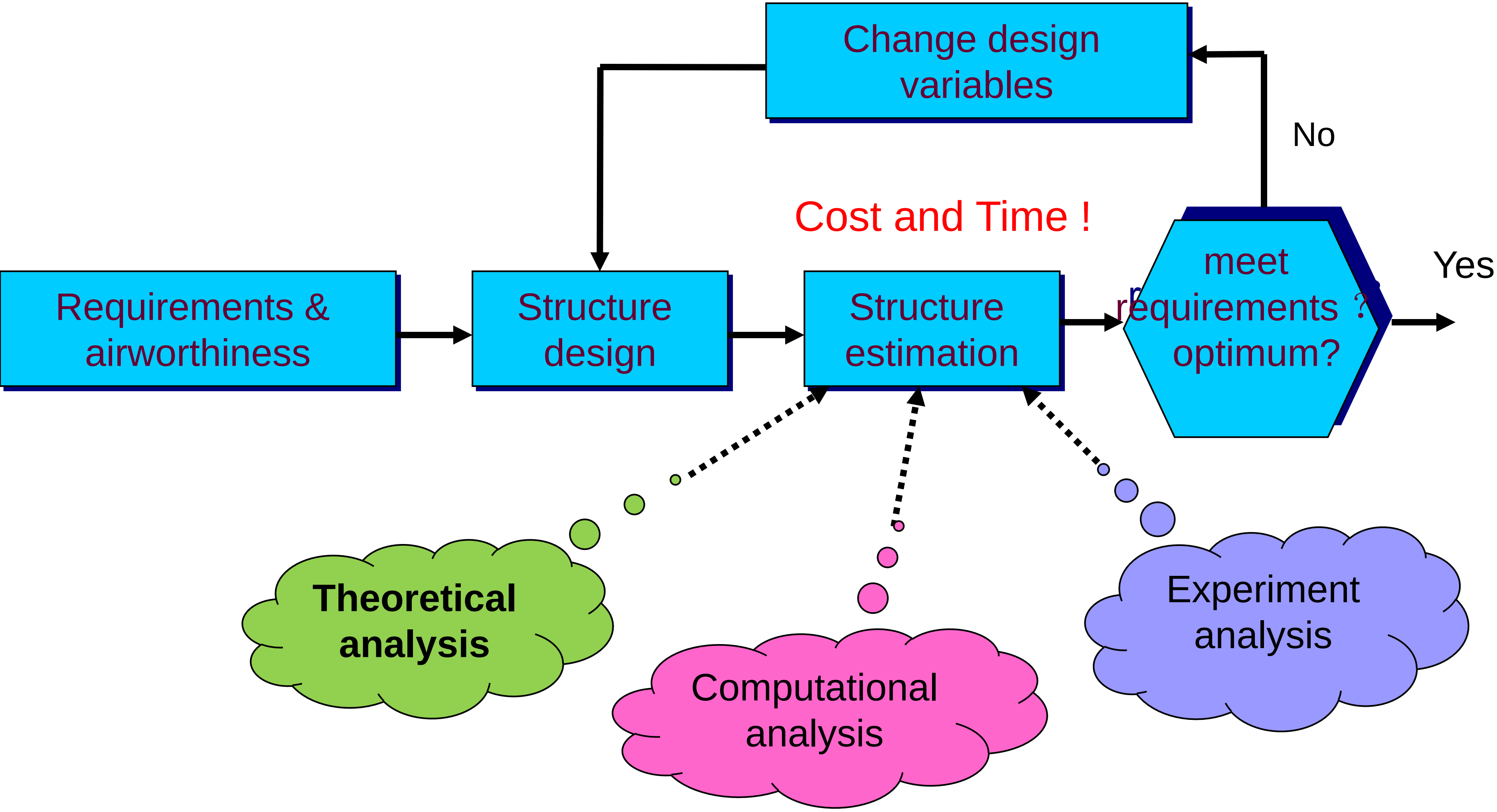
Repetitious and iterative

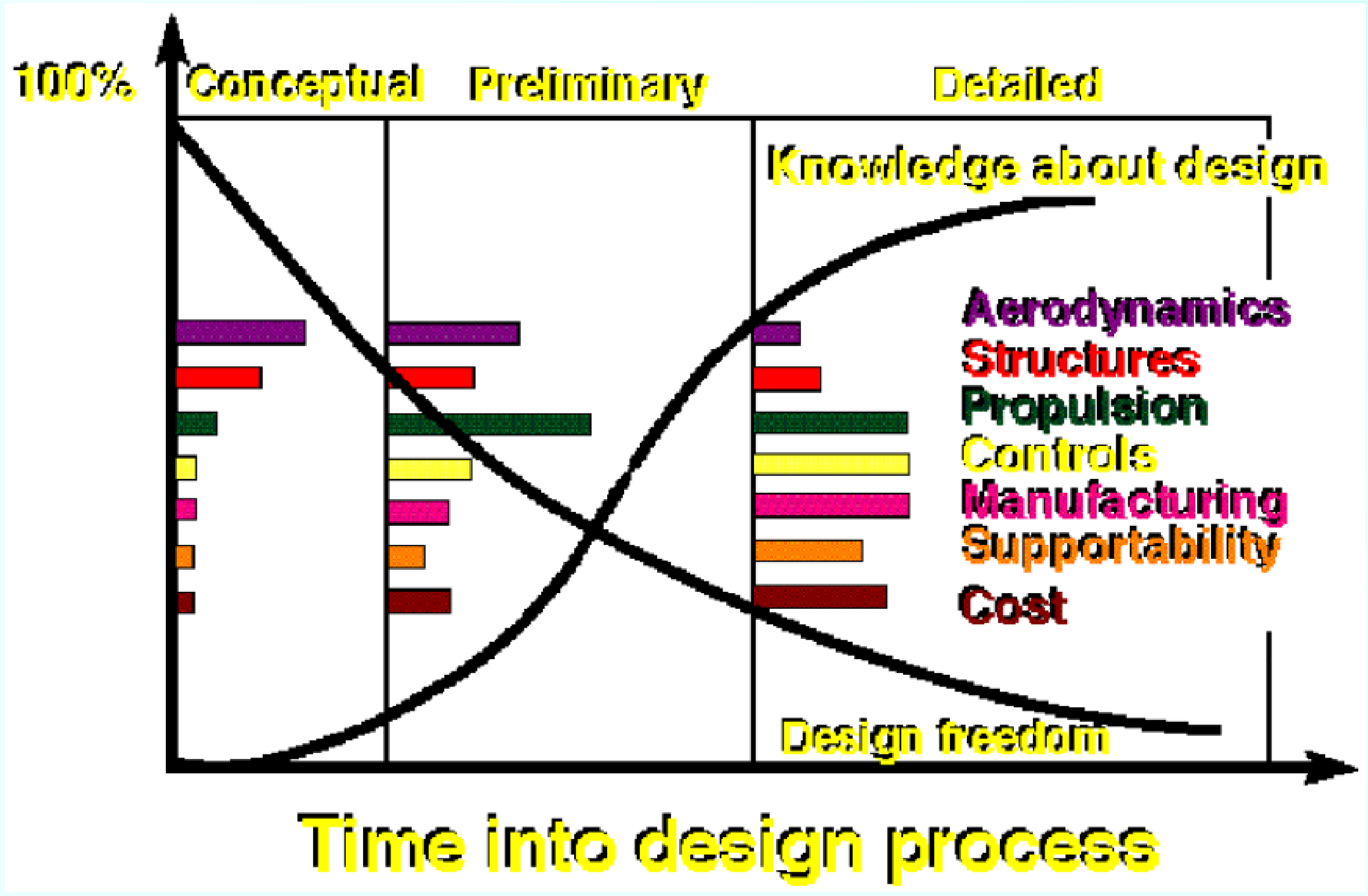
分析评估逐渐深化



Disciplines at greater depth of detail, but on separate tracks
Integrated Multidisciplinary analysis and optimization
......
aerodynamics
structure
performance
conceptual
preliminary
detail

Aircraft structure design process




100%
Conceptual
Preliminary
Detailed
Knowledge about design
Aerodynamics
Structures
Propulsion
Controls
Manufacturing
Supportability
Cost
Design freedom
Time into design process

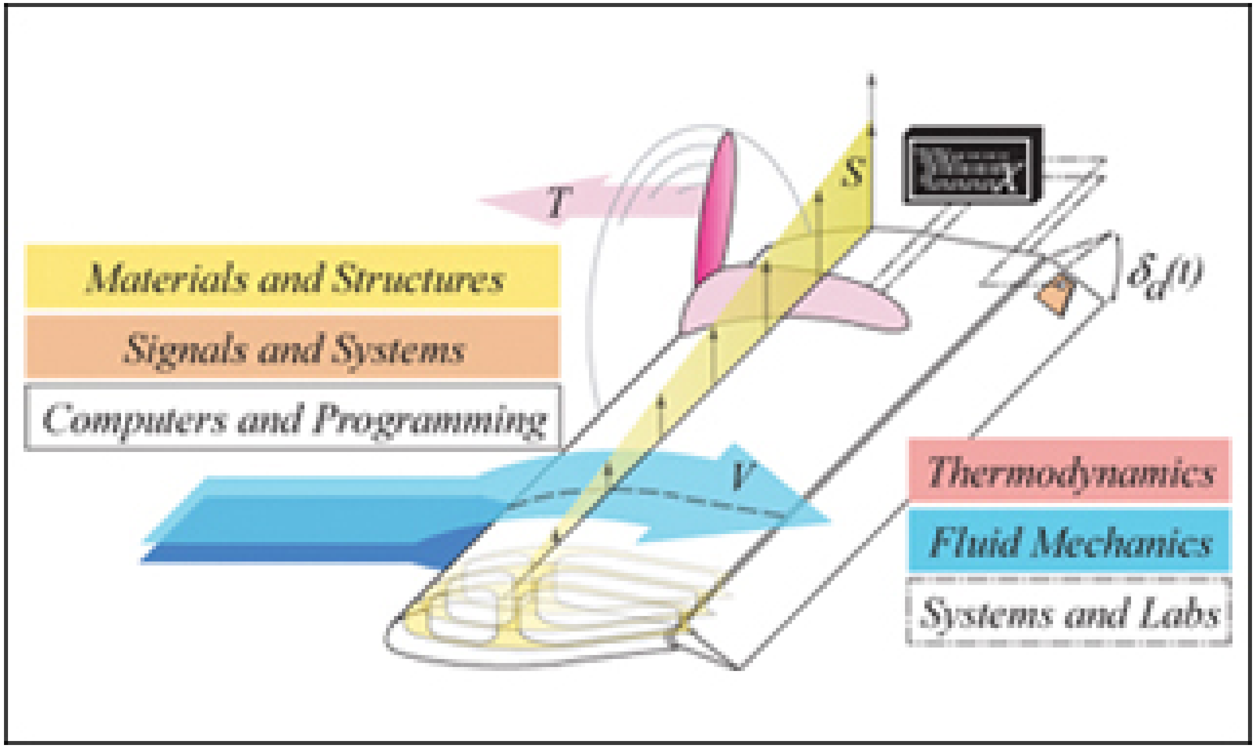
目　录

Many aspects will be taken into consideration:

■Required loads

■Required deformations

……



飞机结构分析所涉及的学科

理论力学
材料力学
固体力学
流体力学
材料学
计算数学

弹塑性力学
计算力学
运动与动力学
计算机科学
有限元法

中欧学院结构与材料方向开设的课程：

弹性力学、线性梁理论、板壳理论、结构动力学、有限元方法与应用、结构疲劳、航空航天器结构与外载荷分析、金属材料、复合材料等等

3.1 基本概念

强度（strength）指构件或零部件在外力作用下，抵御破坏(断裂）或显著变形的能力。

刚度（stiffness）指构件或零部件在外力作用下，抵御弹性变形或位移的能力，即其弹性变形或位移不应超过工程上允许的范围。

稳定性（stability）构件或零部件在某些受力形式（例如轴向压力）下，保持或恢复原有平衡形式的能力，即其平衡形式不会发生突然转变。

强度不足：起重机钢缆绳断裂、压力容器破裂、大型水坝被洪水冲垮等。

刚度不足：桥梁结构的变形过大影响车辆的通行安全；机床主轴的变形过大影响加工精度；机械零件的变形过大影响整个系统的平稳运行，产生过大的噪音以及导致另部件的过量磨损等。

稳定性不足：承压细长杆突然变弯，或薄壁构件承载时发生折皱等等，这些都叫做**失稳**，严重时会使结构迅速丧失承载能力而破坏。建筑物的立柱失稳导致建筑物的坍塌就是一例。

3.1 基本概念

固体的变形可分为两类：一类是撤除外力后可以完全自行消除的变形，称为**弹性变形**（elastic deformation）；另一类是撤除外力后不能消除，而被永久保留下来的变形，称为**塑性变形**（plastic deformation）或残余变形。固体材料受力较小，或变形的初期阶段一般发生弹性变形。当受力较大时会同时发生弹性变形和塑性变形。只发生弹性变形的固体称为**弹性体或弹性材料**，大多数工程构件在正常工作条件下只容许产生弹性变形。

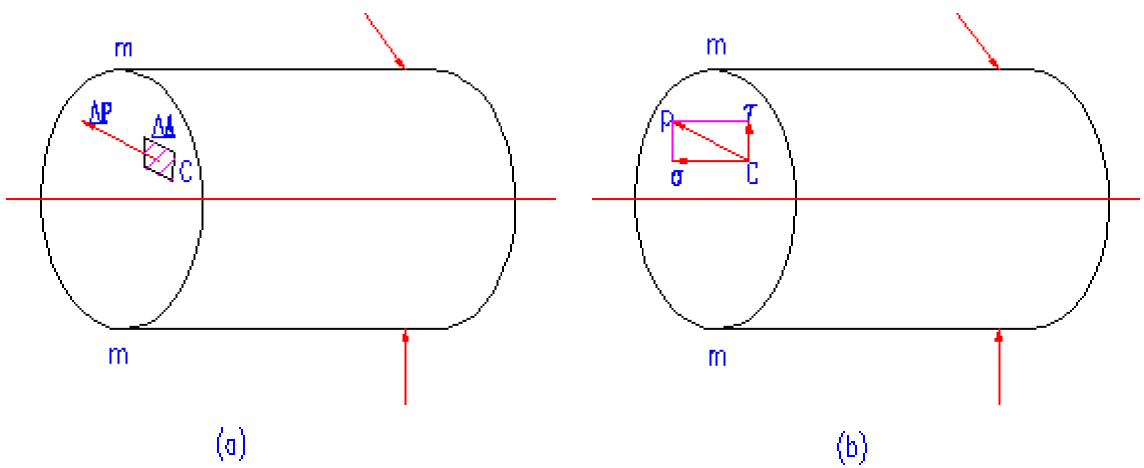
弹性体受力后发生的变形与材料特性有关，且受力与变形之间存在确定的关系，称为**物性关系**（constitutive relation）（物理关系/本构关系）。

3.1 基本概念

应力（stress）

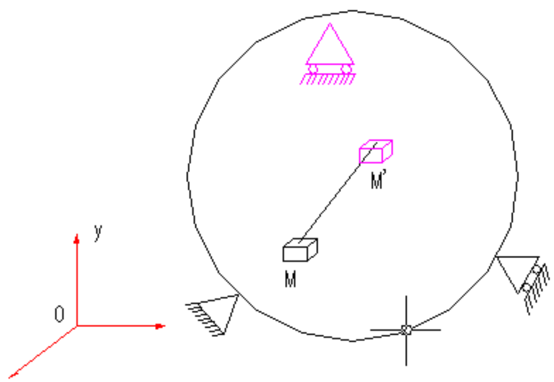
在如下图所示的m—m截面上，围绕任意点C取微小截面ΔA，该面上分布的内力为$\triangle P$，当ΔA趋于无限小，得到的极限值 σ 称为C点的应力。

$$\sigma = \lim_{\Delta A \to 0} p_m = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta p}{\Delta A}$$

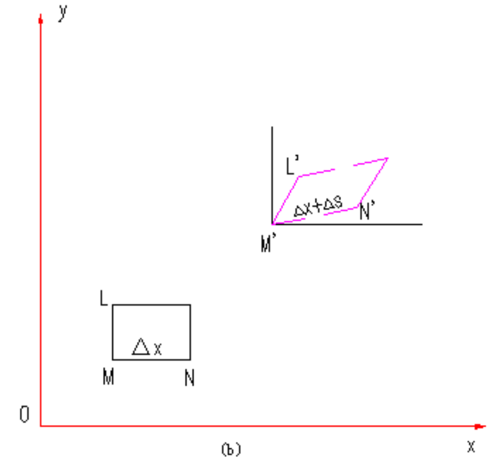


3.1 基本概念

应变（strain）



(a)



(b)

$$\varepsilon = \lim_{\overline{MN}\to 0} \frac{\overline{M'N'} - \overline{MN}}{\overline{MN}} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta x}$$

$$\gamma = \lim_{\substack{\overline{MN}\to 0 \\ \overline{ML}\to 0}} \left(\frac{\pi}{2} - \angle L'M'N' \right)$$

ε 称为 M 点沿 x 方向的线应变或简称为应变；

γ 称为 M 点在 xy 平面内的剪应变或角应变；

以上变量是表示一点处应变的两个基本量，它们没有量纲。

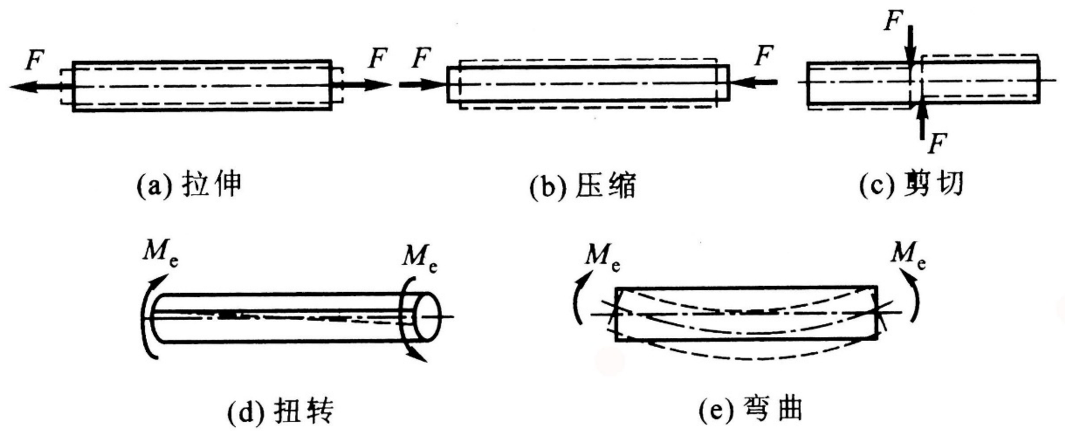
3.2 杆件受力与变形的基本形式

轴向拉伸或压缩（axial tension or compression）——当杆件两端承受沿轴线方向的拉力或压力载荷时，杆件将产生轴向伸长或压缩变形。

剪切（shearing）——在平行于杆横截面的两个相距很近的平面内，方向相对地作用着两个横向力，当这两个力相互错动并保持二者之间的距离不变时，杆件将产生剪切变形。

扭转（torsion）——当作用在杆件上的力组成作用在垂直于杆轴平面内的力偶矩时，杆件将产生扭转变形，即杆件的横截面绕其轴相互转动。

弯曲（bending）——当外加力偶矩或外力作用于杆件的纵向平面内时，杆件将发生弯曲变形，其轴线将变成曲线。



工程上将承受拉伸的杆件统称为拉杆，简称**杆**（rods）；受压杆件称为压杆或柱（column）；承受扭转或主要承受扭转的杆件统称为**轴**（shaft）；承受弯曲或横力的杆件统称为**梁**（beam）。

3.3 材料在静拉伸下的力学行为

3.3.1拉伸性能:

通过拉伸试验可测材料的弹性、强度、延性、应变硬化和韧度等重要的力学性能指标，它是材料的基本力学性能。

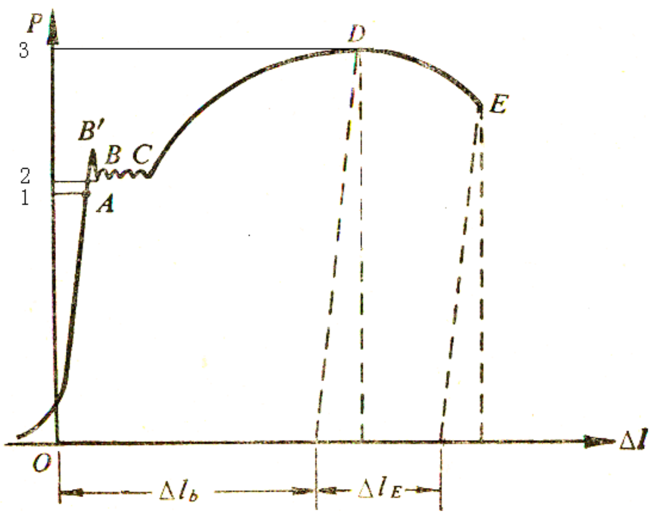
3.3.2拉伸性能的作用、用途:

a.在工程应用中，拉伸性能是结构静强度设计的主要依据之一。

b.提供预测材料的其它力学性能的参量，如抗疲劳、断裂性能。

（研究新材料，或合理使用现有材料和改善其力学性能时，都要测定材料的拉伸性能）

3.3 材料在静拉伸下的力学行为



低碳钢拉伸变形曲线

在A点以前的拉伸阶段，拉力和试件伸长基本成正比，这一阶段材料服从胡克定律，应力与应变的比值为一常数E，此时称材料是线弹性的 。继续增大拉力，将出现应变明显增加而应力不显著变化的阶段，此时称材料已经进入屈服阶段。经过屈服阶段后，材料又恢复了抵抗变形，到达D点时，拉力如果再增加，试件将被拉断。

比例极限 $\sigma_p = \dfrac{p_1}{A_0}$　弹性极限 $\sigma_e = \dfrac{p_2}{A_0}$　延伸率 $\delta = \dfrac{L_1 - L_0}{L_0} \times 100\%$

屈服强度 $\sigma_S = \dfrac{p_{BC}}{A_0}$　抗拉强度 $\sigma_b = \dfrac{p_3}{A_0}$　断面收缩率 $\psi = \dfrac{A_0 - A_1}{A_0} \times 100\%$

注：A_0 表示试件原始横截面面积，A_1 表示拉断后颈缩处的横截面面积

3.3.3 弹性模量的工程意义

由胡克定律，可以知道单向应力状态下材料的应力－应变关系为：

$$\sigma = E\varepsilon$$

$$\tau = G\gamma$$

其中，E 为弹性模量，G 为剪切弹性模量。 工程上常把两者称为材料的刚度。

材料的弹性模量主要取决于结合键的本性和原子间的结合力，而材料的成分和组织对它的影响不大，所以说它是一个对组织不敏感的性能指标。比如钢材的弹性模量约为206GPa，则不论是45 或A3，都是这个数值。弹性模量是和材料的熔点成正比的，越是难熔的材料弹性模量也越高 。

3.3.4 屈服强度的工程意义

影响屈服强度的内在因素有：结合键、组织、结构、原子本性。

影响屈服强度的外在因素有：温度、应变速率、应力状态。随着温度的降低与应变速率的增高,材料的屈服强度升高。

传统的强度设计方法，对塑性材料，以屈服强度为标准，规定许用应力

$$[\sigma]= \sigma_s /n$$

安全系数n一般取2或更大。

3.4 应力分析与强度理论

3.4.1失效：

由强度不足、刚度不足以及稳定性不足引起的构件未能完成既定功能的现象，都称为失效。

脆性材料断裂时的应力是强度极限 σ_b， 塑性材料到达屈服时的应力是屈服极限 σ_S。为了保证构件有足够的强度，在载荷作用下构件的实际应力 σ 显然应该低于极限应力 $[\sigma]$。

3.4.2 应力状态分析

实际工作中进行强度校核时，则首先应该求出结构中最危险点的工作应力 σ ，然后再将其与极限应力 $[\sigma]$做比较。

$$\sigma \le [\sigma], \text{安全}$$

$$\sigma \succ [\sigma], \text{不安全}$$

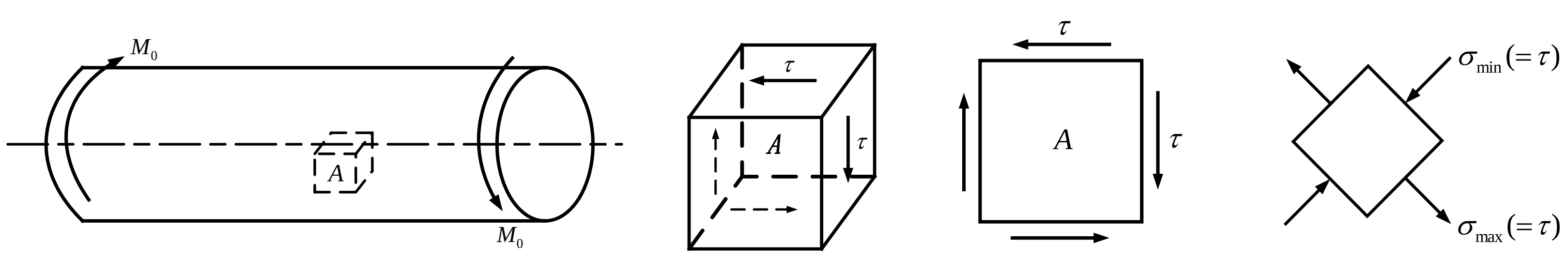
3.4.2 应力状态分析

对处于一般受力状态下单元体，首先要对单元体各个方向上的应力和变形进行分析，建立它们与材料破坏规律之间的联系，从而解决强度计算问题。受力构件内一点处不同方位截面上应力的集合，称为一点处的应力状态。

在单元体图中，有的面上无切应力，这样的面称为主平面；主平面上的正应力称为主应力。在一般情况下，受力构件内的任一点都存在三个互相垂直的主平面，在这三个主平面上分别作用有三个主应力，分别用σ_1、σ_2、σ_3表示，并且$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$

如果一点的三个主应力都不为零，则称该点为三向（或空间、复杂）应力状态。若只有两个主应力不为零，则称该点为二向（或平面）应力状态。如果只有一个主应力不为零，就称为单轴（或单向）应力状态。

如下图受扭转圆轴中的A点处于二向应力状态，且 $\sigma_1 = \tau$，$\sigma_2 = 0$，$\sigma_3 = -\tau$



3.4.3 强度理论和相当应力

对于轴向拉压、扭转及平面弯曲等基本变形，构件内的危险点均处于单向应力状态或纯切应力状态。通过单向应力状态的拉压试验或薄壁圆筒的扭转试验测其强度指标，除以安全因数得许用应力后，可建立相应的强度条件：

$$\sigma \le [\sigma] \quad \text{或} \quad \tau \le [\tau]$$

当构件的受载比较复杂或形状比较复杂时，构件内的危险点常常处于复杂（二向或三向）应力状态。要建立复杂应力状态下的强度条件，必须弄清材料破坏的原因。材料的破坏现象可归结为两类，即脆性断裂和塑性失效。例如，铸铁在拉伸和扭转试验时发生脆性断裂破坏，其原因是最大拉应力引起的；低碳钢在拉压和扭转时，当载荷增加到某一数值时就发生明显的塑性变形，其原因是最大切应力引起的。由此可见，脆性材料以脆性断裂破坏为主；塑性材料以塑性屈服失效为主。但是，铸铁在单向、二向、三向压应力状态却出现了明显的塑性变形；低碳钢在三向等拉（或接近）应力状态时却发生脆性断裂破坏。因此，材料的破坏形式不仅与材料的性质有关，而且与应力状态有关。

人们根据对破坏现象的分析与研究，提出四种强度理论，大致可分两类：一是针对脆性断裂；二是针对塑性屈服失效。

第一强度理论（最大拉应力理论）

该理论认为，材料发生脆性断裂的主要原因是最大拉应力达到其极限值。不论材料在何种应力状态下，只要构件内危险点的最大拉应力达到该材料单向拉伸破坏试验所测取的强度极限 σ_b，就会引起断裂破坏。其破坏条件为：

$$\sigma_1 = \sigma_b \ (\sigma_1 > 0)$$

将强度极限σ_b除以安全系数得到许用应力$[\sigma]$。于是按第一强度理论建立的强度校核公式为

$$\sigma_1 \le [\sigma]$$

适用范围：

试验表明，脆性材料在二向或三向拉伸断裂时，最大拉应力理论与试验结果很接近；若存在压应力，只要最大压应力不超过最大拉应力，该理论同样适用；它也适用于塑性材料在三向（或接近三向）等拉应力状态。

第二强度理论（最大伸长线应变理论）

该理论认为材料发生脆性断裂的主要原因是最大伸长线应变达到其极限值。亦即不论材料在何种应力状态下，只要危险点的最大伸长线应变 ε_1 达到该材料单向拉伸断裂破坏时的极限值 ε_1^0，就会引起断裂破坏，其断裂条件为：

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_1^0 \quad (\varepsilon_1 > 0)$$

设材料在破坏时可近似看成是线弹性，应用胡克定律得

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}[\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)], \qquad \varepsilon_1^0 = \frac{\sigma_\mathrm{b}}{E}$$ （单向拉伸）

化简得到：

$$\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) = \sigma_\mathrm{b}$$

考虑安全因数后，得到相应的强度条件是

$$\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \le [\sigma]$$

适用范围

第二强度理论可以较好地解释岩石等脆性材料在单向压缩时沿纵向开裂的脆性断裂现象，但并不为金属材料的试验所证实，故此理论适用范围有限。

第三强度理论（最大切应力理论）

该理论认为材料塑性屈服失效的主要原因是最大切应力达到其极限值。即不论材料在何种应力状态下，只要构件内危险点的最大切应力达到该材料单向拉伸时的屈服切应力 τ_s，就会引起材料的屈服失效。其失效条件为：

$$\tau_{\max} = \tau_s$$

将复杂应力下和单向拉伸屈服时的极限切应力

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \qquad \tau_s = \frac{\sigma_s}{2}$$

代入失效条件得到

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_s$$

考虑了安全系数后，失效条件为 $\sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma]$

适用范围：

最大切应力理论又称为Tresca屈服条件，它适用于塑性材料（除三向等拉应力状态）的屈服失效。它忽略了σ_2的影响，但该条件形式简单，且偏于安全，应用很广泛。

第四强度理论（畸变能密度理论或形状改变比能理论）

该理论认为材料塑性屈服失效的主要原因是畸变能密度达到其极限值。即不论材料在何种应力状态下，只要构件内危险点的畸变能密度达到该材料单向拉伸屈服时的极限 u_f^0 ，材料就发生塑性屈服失效。其失效条件为：

$$u_f = u_f^0$$

分别将复杂应力状态下的畸变能密度公式和单向拉伸屈服时畸变能密度的极限值 $u_f = \frac{1+\mu}{6E}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]$ $u_f^0 = \frac{1+\mu}{6E}(2\sigma_s^2)$

代入上式得到 $\sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} = \sigma_s$

考虑了安全系数后，相应失效条件为

$$\sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \le [\sigma]$$

适用范围：

畸变能密度理论又称为Mises屈服条件。它的适用范围与最大切应力理论相同，但它比后者更接近试验结果。

莫尔（Mohr）强度理论

该理论并不简单地假设材料的破坏是某一因素达到其极限值而引起的，而是以各种应力状态下材料的破坏试验结果为依据，建立起来的带有一定经验性的强度理论。形式上与是第三强度理论类似，其强度条件为：

$$\sigma_1 - \frac{[\sigma_t]}{[\sigma_c]}\sigma_3 \le [\sigma_t]$$

其中，$[\sigma_t]$和$[\sigma_c]$分别为材料的许用拉应力和许用压应力。当$[\sigma_t]=[\sigma_c]$时，上式就变为第三强度理论；当$[\sigma_t] \ll [\sigma_c]$时，上式就变为第一强度理论。所以莫尔强度理论适用于脆性材料的断裂和低塑性材料的屈服。

强度理论小结

将以上强度理论下的强度条件写成统一的形式:

$$\sigma_{\mathrm{r}} \leq [\sigma]$$

其中 σ_{r} 称为相当应力，它是三个主应力的函数，所以上式也称为主应力强度条件。在不同的强度理论下 σ_{r} 有不同的形式，即

$$\left.\begin{aligned}
\sigma_{\mathrm{r1}} &= \sigma_1 \\
\sigma_{\mathrm{r2}} &= \sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \\
\sigma_{\mathrm{r3}} &= \sigma_1 - \sigma_3 \\
\sigma_{\mathrm{r4}} &= \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \\
\sigma_{\mathrm{rM}} &= \sigma_1 - \frac{[\sigma_{\mathrm{t}}]}{[\sigma_{\mathrm{c}}]}\sigma_3
\end{aligned}\right\}$$

其中，σ_{r3} 也称为Tresca应力，σ_{r4} 称为Mises应力。

目　录

一、为什么要研究飞机结构与材料

二、飞机结构设计与分析的基本流程

三、飞机结构分析相关学科及基本概念

四、有限元法的发展历史简介

定义

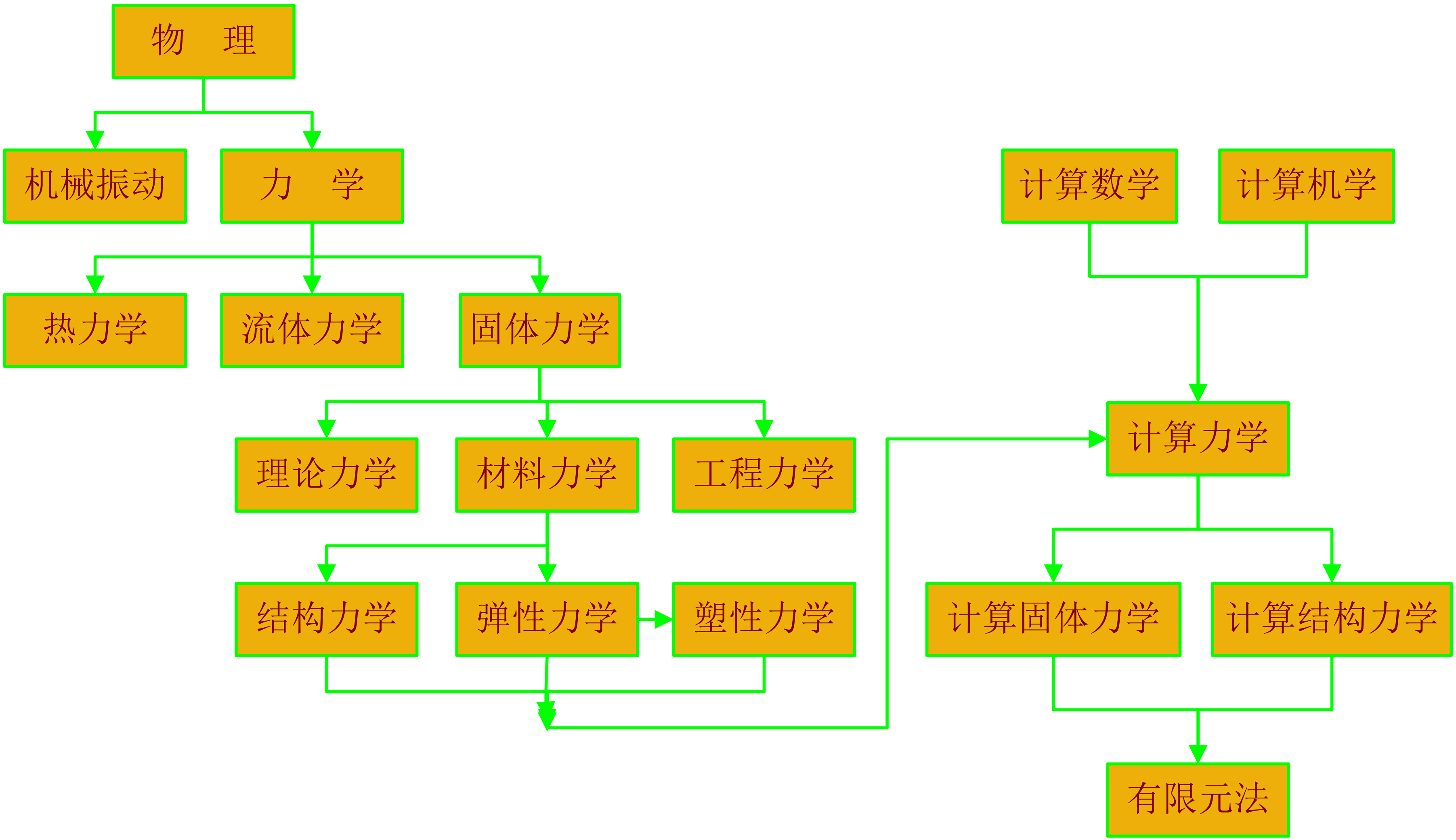
有限元法是求解数理方程的一种数值计算方法，是解决工程实际问题的一种有力的数值计算工具，最初这种方法被用来研究复杂的飞机结构中的应力，是将弹性理论、计算数学和计算机软件有机的结合在一起的一种数值分析技术。由于这一方法的灵活，快速和有效性，使其迅速发展成为求解各领域的数理方程的一种通用的近似计算方法，目前已在许多学科领域和工程问题中得到广泛的应用。

相关概念

CAD/CAM/CAE: Computer Aided Design/ Manufacture/ Engineering，即计算机辅助设计/计算机辅助制造/计算机辅助工程,是一种新的基于产品三维造型的产品开发流程。它不同于一般的单项先进技术，它利用计算机软、硬件及其网络环境实现产品的数据模型，通过全面模拟产品的设计、分析、装配、制造等过程，深刻改变和影响了企业的产品设计和生产模式。其中，CAE的一个重要环节是对产品的设计进行分析评估。如果评估该设计有问题，则返回CAD重新设计。

FEA: Finite Element Analysis即有限元分析的缩写，可用于求解任意复杂体的位移场、应力场和应变场。以有限元法为基础的CAE软件，不论在数量、规模还是应用范围上都处于主要地位。据有关统计，在我国机械制造行业中，采用有限元方法开发和设计的新产品已经达到70％以上。

有限元法和其它学科工程的关系



有限元法和其它学科工程的关系

中学力学课程	理论力学	材料力学
对象： 质点	对象： 质点系及刚体	对象： 简单变形体
特征： .无变形 .无形状的点	特征： .无变形 .复杂形状的体	特征： .变形(小) .简单形状的体
变量： (1)质点描述(质心) (2)运动状态描述(质心) (3)力的平衡描述	变量： (1)刚体描述(质心,转动) (2)运动状态描述(质心,转动) (3)力的平衡描述	变量： (1)材料物性描述 (2)变形方面描述 (3)力的平衡描述
方程： 质点的牛顿三大定律	方程： 质点和刚体的牛顿三大定律	方程： (1)物理本构方程 (2)几何变形方程 (3)力的平衡方程 三大变量 ←→ 三大方程
求解： 积分方法	求解： 积分方法	求解： 简化求解方法

有限元法和其它学科工程的关系

结构力学	弹性力学	弹塑性力学
对象：数量众多的简单变形体	对象： 任意变形体	对象： 任意变形体
特征：．变形（小）	特征： ．变形（小）	特征： ．变形（屈服，非线性）
．简单形状的体（数量多）	．任意形状的体	．任意形状的体
变量：（1）材料物性描述	变量：（1）材料物性描述	变量：（1）材料物性描述（弹塑性）
（2）变形方面描述	（2）变形方面描述	（2）变形方面描述
（3）力的平衡描述	（3）力的平衡描述	（3）力的平衡描述
方程：	方程：（针对微体 dxdydz）	方程：（针对微体 dxdydz）
（1）物理本构方程	（1）物理本构方程	（1）物理本构方程（屈服，非线性）
（2）几何变形方程	（2）几何变形方程	（2）几何变形方程
（3）力的平衡方程	（3）力的平衡方程	（3）力的平衡方程
三大变量 ←—→ 三大方程	三大变量 ←—→ 三大方程	三大变量 ←—→ 三大方程
求解： 简化求解方法	求解：解析法，半解析法	求解：解析法，半解析法

有限元法的解题思路

1）网格划分（将结构离散化，分为有限个单元）

2）计算单元刚度矩阵，进行载荷移置；

将作用在结构上的非节点载荷等效地移置为节点载荷

3）组装形成总体刚度矩阵；

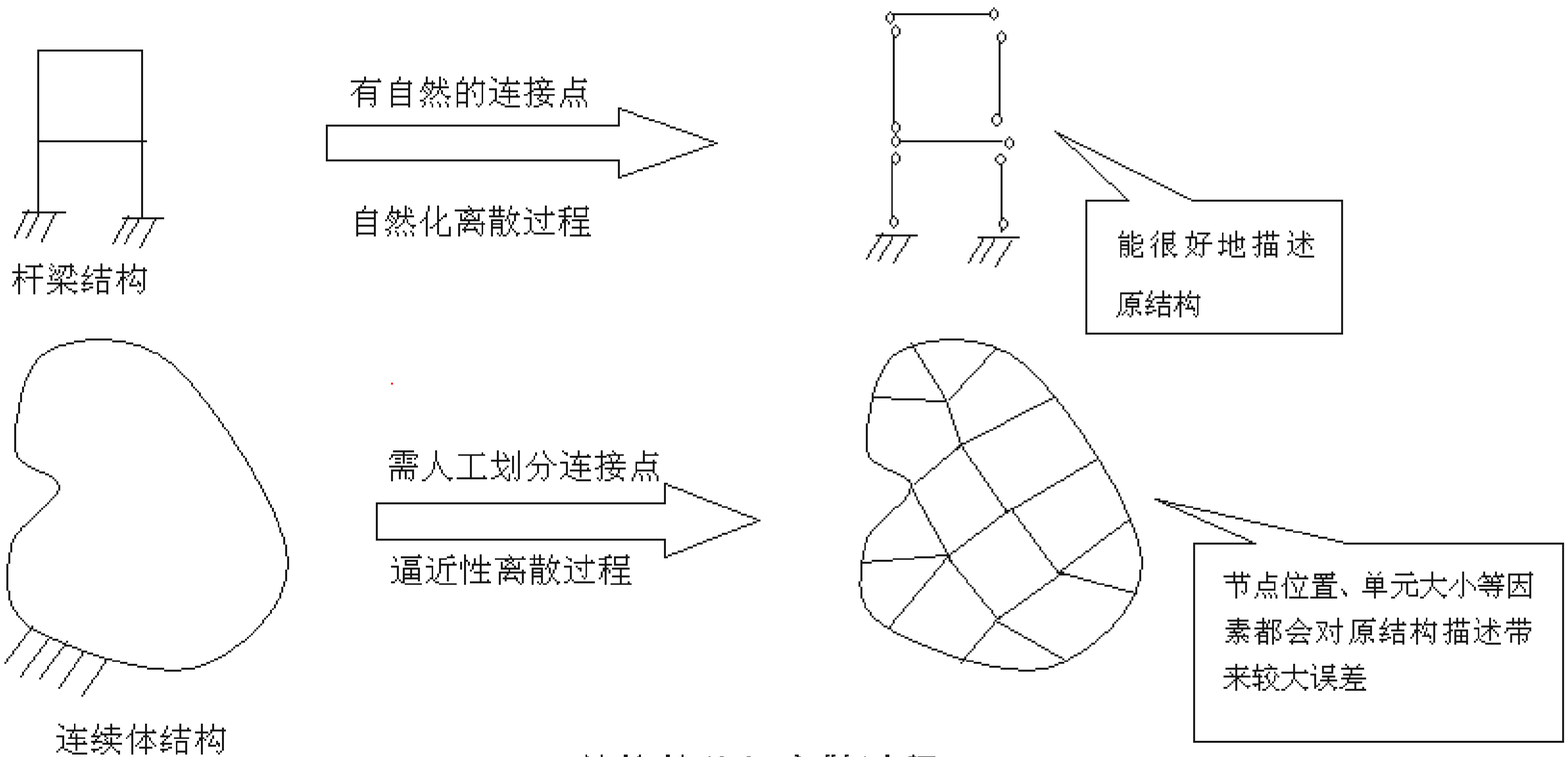
4）引用边界条件；

5）建立方程组求解获得位移；

6）求应力、应变。

有限元法的解题思路

1）网格划分（将结构离散化，分为有限个单元）



结构的几何离散过程

有限元法的解题思路

2）计算单元刚度矩阵，进行载荷移置；

- 单元的节点描述

$$q^e = [u_1 \quad u_1 \quad \dots \quad u_n \quad]$$

- 单元的位移(场)模式（唯一确定性原则，完备性原则）

$$u(\xi) = a_0 + a_1\xi + \cdots$$

ξ 为几何坐标位置。

- 所有物理量的表达（所有力学量都用节点位移来表达）

$$u^e = N^e(\xi) \cdot q^e$$

$$\varepsilon^e = B^e(\xi) \cdot q^e$$

$$\sigma^e = D^e \cdot B^e(\xi) \cdot q^e$$

$$\Pi^e = \tfrac{1}{2} q^{eT} K^e q^e - P^{eT} q^e \qquad K^e = \int_\Omega B^{eT} D^e B^e \, d\Omega$$

有限元法的解题思路

2）计算单元刚度矩阵，进行载荷移置；

- 单元的平衡关系

$$K^e q^e = P^e$$

3）组装形成总体刚度矩阵；

- 整体平衡关系

$$Kq = P$$

其中，$q = \sum q^e$，$K = \sum K^e$，$P = \sum P^e$

有限元法的解题思路

4）引用边界条件（BC）；

目的是获得满足位移边界条件的许可位移场。

$$\begin{bmatrix} K_1 & K_2 \\ K_3 & K_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_u \\ q_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_k \\ P_u \end{bmatrix}$$

其中，q_u 为未知节点位移，q_k 为已知节点位移，

P_u 为未知节点力(即支反力)，P_k 为已知节点力。

有限元法的解题思路

5）建立方程组求解获得位移；

方程表达式：

$$K_1 q_u + K_2 q_k = P_k$$

$$K_3 q_u + K_4 q_k = P_u$$

直接求出未知节点位移：

$$q_u = K_1^{-1}(P_k - K_2 q_k)$$

6）求应力、应变；

$$\varepsilon^e = B^e q^e$$

$$\sigma^e = D^e B^e q^e$$

有限元法的解题思路特点

将一个连续的求解域（连续体）离散化即分割成彼此用节点（离散点）互相联系的有限个单元，在单元体内假设近似解的模式，用有限个结点上的未知参数表征单元的特性，然后用适当的方法，将各个单元的关系式组合成包含这些未知参数的代数方程，得出个结点的未知参数，再利用插值函数求出近似解。是一种有限的单元离散某连续体然后进行求解得一种数值计算的近似方法。

- *有限元分析*是一种模拟设计荷载条件，并且确定在荷载条件下的设计响应的方法。
- 它是用被称之为“单元”的离散的块体来模拟设计。
  - 每一个单元都有确定的方程来描述在一定荷载下的响应。
  - 模型中所有单元响应的“和”给出了设计的总体响应。
  - 单元中未知量的个数是有限的，因此称为“有限单元”。

Brief history of FEA

- Finite Element Analysis (FEA) was first developed in 1943 by R. Courant, who utilized the Ritz method of numerical analysis and minimization of variational calculus to obtain approximate solutions to vibration systems.
- A paper published in 1956 by M. J. Turner, R. W. Clough, H. C. Martin, and L. J. Topp established a broader definition of numerical analysis. The paper centered on the "stiffness and deflection of complex structures".
- The “Finite Element Method” term appeared in 1960 by Clough. In the early1960s, engineers used the method for approximate solutions of problems in stress analysis , fluid flow, heat transfer, and other areas.
- The first book on the FEM by Zienkiewicz and Chung published in 1967.
- Most commercial FEA software packages originated in the 1970s

  (Abaqus, Adina, Ansys, etc.)

工程

1956年，Boeing公司的Turner,Clough分析飞机结构（采用自然离散方法）

1960年,Clough处理平面连续弹性问题,提出“有限单元法”名称

1956 – ，Argyris(Univ. of Stuttgart), Zienkiewicz（英国Swansan大学），Topp等学者开展了大量的理论及应用研究

数学

1943年 Courant研究分片连续与最小势能问题

1963－1964 Besseling,Melosh,Jones 研究FEM与Ritz法的关系及变分原理

1951－ 我国的胡海昌，冯康，…..

Advantages of the FEA

Can readily handle very complex geometry:
- The heart and power of the FEM

Can handle a wide variety of engineering problems
- Solid mechanics
- Dynamics
- Heat problems
- Fluids
- Electrostatic problems

Can handle complex restraints
- Indeterminate structures can be solved.

Can handle complex loading
- Nodal load (point loads)
- Element load (pressure, thermal, inertial forces)
- Time or frequency dependent loading

有限元法的应用

工程结构
- 地震分析
- 混凝土结构
- 爆破作业
- 气弹颤振

制造业
- 锻压
- 成形
- 铸造
- 切割

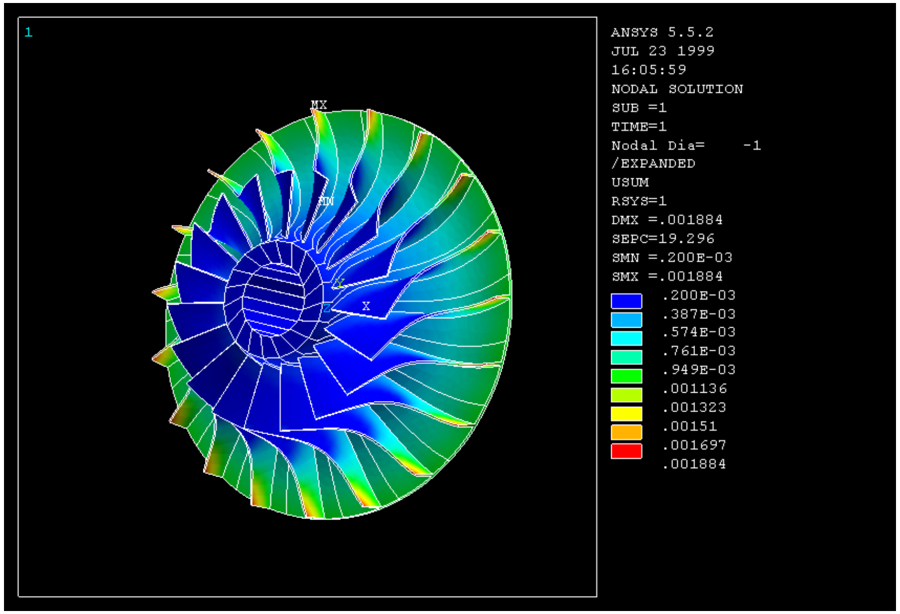
电子
- 跌落分析
- 包装设计
- 电子封装
- 热分析

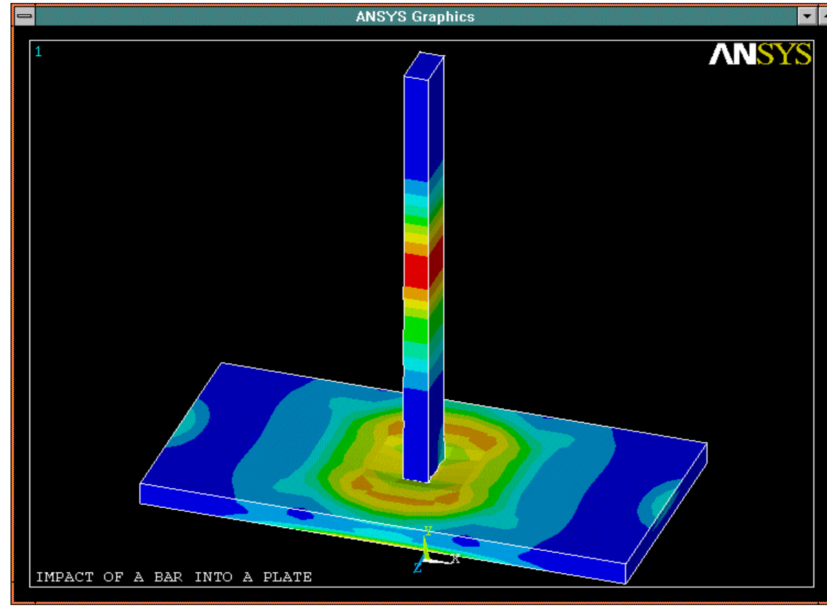
汽车
- 气囊
- 碰撞
- 乘员安全
- 零部件结构

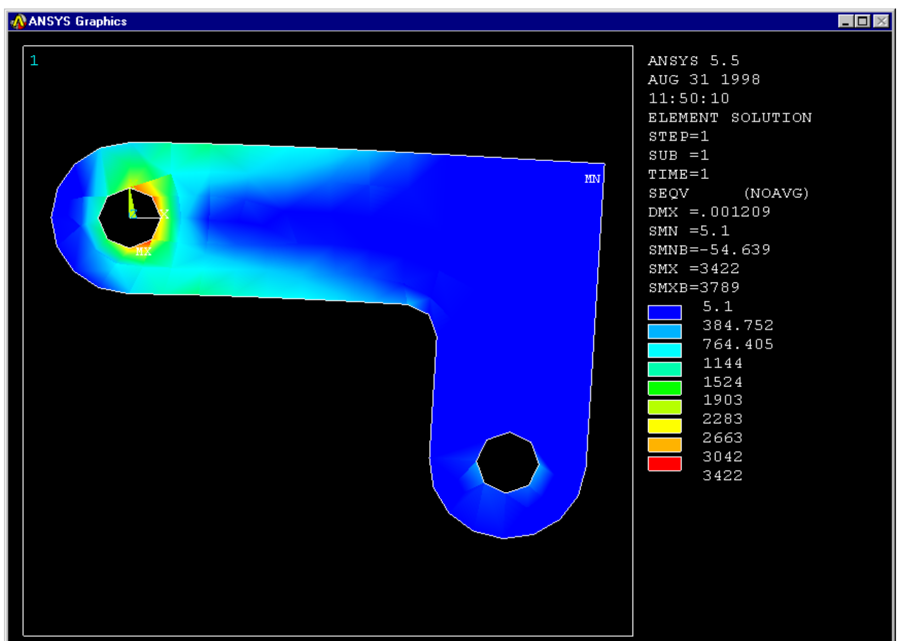
军工
- 弹道设计
- 装甲与反装甲
- 弹头的动能及化学能
- 武器设计
- 爆炸或震动波的传播
- 侵彻
- 空中、油中和水下爆炸
- 核废物装运

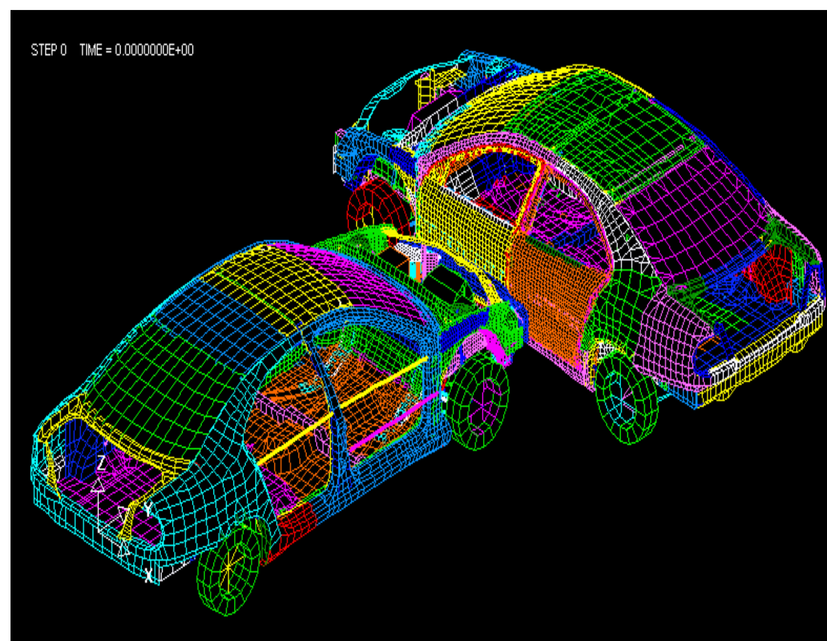
石油化工
- 液体晃动
- 完井射孔
- 事故分析
- 管道抗冲击设计
- 输油管道冲击
- 爆炸熔割（射流）
- 海上平台设计

航空航天
- 瞬态动力冲击
- 流固耦合
- 声振耦合
- 鸟 撞
- 叶片包容
- 碰撞分析
- 气弹颤振
- 静强度

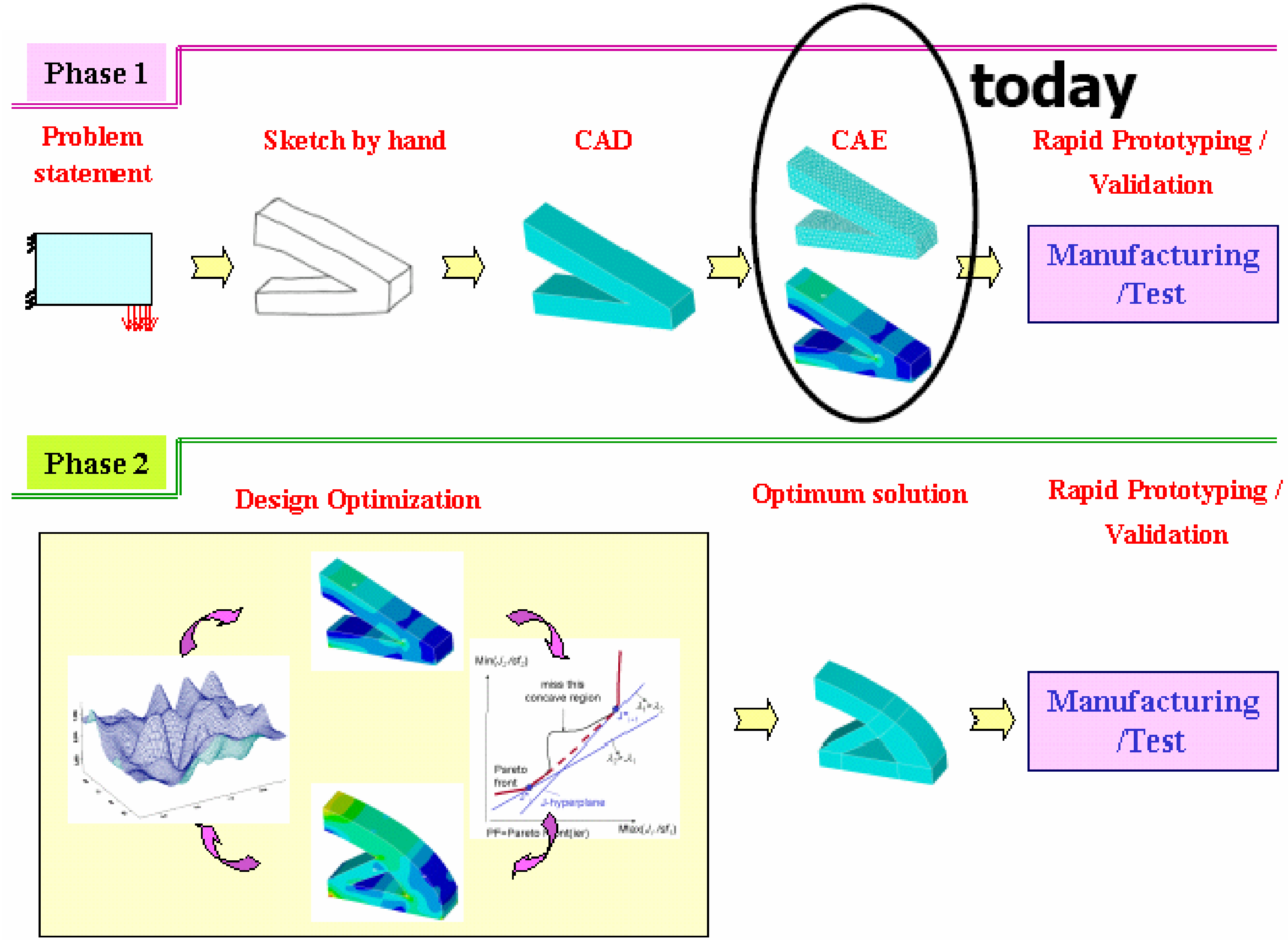

1
ANSYS 5.5.2
JUL 23 1999
16:05:59
NODAL SOLUTION
SUB =1
TIME=1
Nodal Dia=   -1
/EXPANDED
USUM
RSYS=1
DMX =.001884
SEPC=19.296
SMN =.200E-03
SMX =.001884
.200E-03
.387E-03
.574E-03
.761E-03
.949E-03
.001136
.001323
.00151
.001697
.001884


ANSYS Graphics
1
ANSYS
IMPACT OF A BAR INTO A PLATE


ANSYS Graphics
1
ANSYS 5.5
AUG 31 1998
11:50:10
ELEMENT SOLUTION
STEP=1
SUB =1
TIME=1
SEQV   (NOAVG)
DMX =.001209
SMN =5.1
SMNB=-54.639
SMX =3422
SMXB=3789
5.1
384.752
764.405
1144
1524
1903
2283
2663
3042
3422


STEP 0   TIME = 0.0000000E+00

CAE: important role in structure design



Paper-less Design of Boeing777：

FEA played a critical role in the structure design and development of 777:

- ✓ Reduced development time(60months → 48months)
- ✓ Reduced overall costs
- ✓ Improved quality

谢谢！