AE 41 Ecoulements Compressibles

Emmanuel Benard
ISAE/SupAéro

Elements extraits des cours de:
ENSICA/SupAéro/ENSMA

Cours C3

1. **Rappel sur les équations du mouvement**

2. **Application de la conservation de la quantité de mouvement à la propulsion**

Système d'équations utilisées

Équation de continuité : $Q = \rho V S$

Équation de quantité de mouvement : $F = ma$

Équation de l'énergie : $de = \delta q + \delta w$

L'équation d'état : $P/\rho = RT$

Énergie interne : $e = e(T,v)$

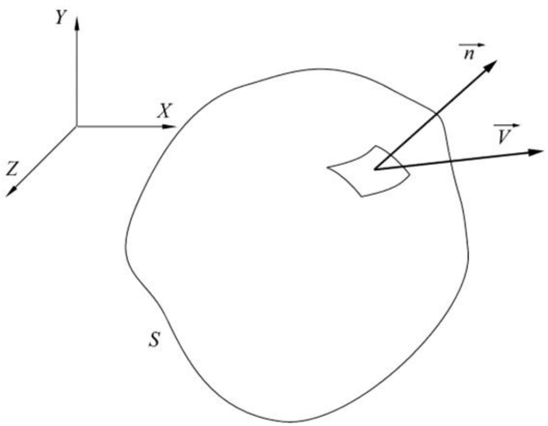
La masse ne peut être ni créée, ni détruite

Flux de masse = kg/m²/s

$$Q = \overbrace{\rho V_n} dS = \rho \vec{V} \vec{ds}$$

Variation de masse à l' intérieur du volume de contrôle

Masse entrante



$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\mathcal{V}} \rho d\mathcal{V} = - \iint_{s} \rho \vec{V} . \vec{ds}$$

La variation de la quantité de mouvement d'un volume de contrôle
est égale à la somme des forces qui s'exercent sur lui

Variation de quantité de mouvement à l'intérieur du volume de contrôle
Cas instationnaire
Qdm varie car ρ(t) et V(t)

$$\overbrace{\frac{\partial}{\partial t}\iiint_{\mathcal{V}} \rho V \, d\mathcal{V}} + \underbrace{\iint_{s} \left(\rho \vec{V} . \vec{ds}\right) \vec{V}} = \underbrace{- \iint_{s} P . \vec{ds} - \iint_{s} \tau_p . \vec{ds}} + \underbrace{\iiint_{\mathcal{V}} \rho \vec{F} d\mathcal{V}}$$

Quantité de mouvement associée au débit traversant S

Forces de surface
pression
viscosité

Forces de volume
gravité
électromagnétisme

L'énergie ne peut être détruite ni crée, elle ne peut que changer de forme

$$\overbrace{\frac{\partial}{\partial t}\iiint_{\mathcal{V}} \rho \left[e + \frac{V^2}{2}\right] d\mathcal{V}}^{\substack{\text{Variation d'énergie} \\ \text{à l'intérieur du volume de contrôle}}} + \overbrace{\iint_{S} \rho \left[e + \frac{V^2}{2}\right] \vec{V}.\vec{ds}}^{\substack{\text{Variation d'énergie au travers de S} \\ \textit{due au débit entrant}}} =$$

$$\underbrace{\iiint_{\mathcal{V}} \dot{q}\,\rho\, dV}_{\substack{\text{Quantité de chaleur ajoutée} \\ \textit{Conduction, rayonnement...} \\ \textit{Source chaude ou froide...}}} \underbrace{- \iint_{S} P\,\vec{V}.\vec{ds} + \iiint_{\mathcal{V}} \rho \left(\vec{F}.\vec{V}\right) d\mathcal{V} + \dot{W}_{meca} + \dot{W}_{vis}}_{\substack{\text{Travail des forces extérieures} \\ \textit{Pression, volumes, arbre, viscosité}}}$$

1. Rappel sur les équations du mouvement

2. **Application de la conservation de la quantité de mouvement à la propulsion**

3. Définition d'un écoulement monodimensionnel

4. Simplification des équations du mouvement

5. Vitesse du son

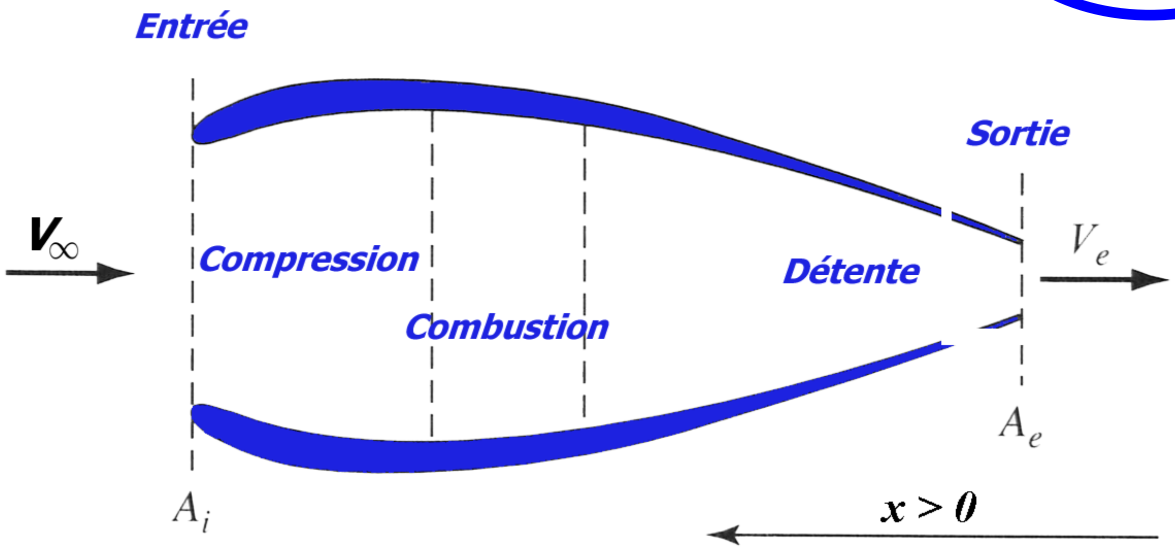
6. Différentes formes de l'équation de l'énergie

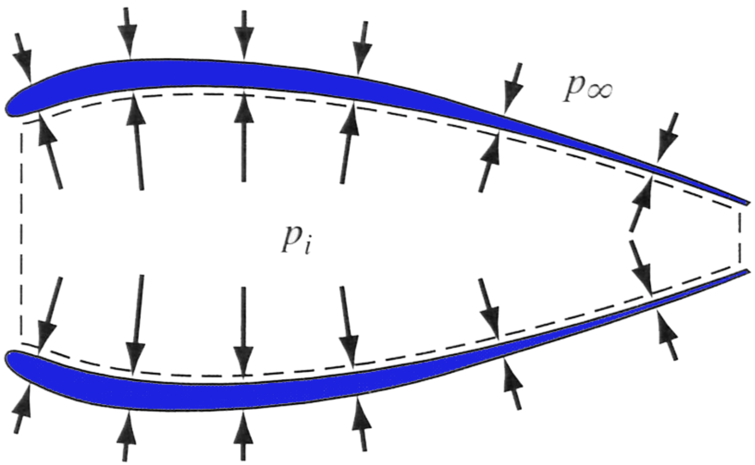
La force exercée par un écoulement fluide sur un corps résulte de la répartition de la pression statique et du frottement sur toute les parties du corps exposées au fluide (compresseurs, chambre, turbines, ...)

Hypothèse : frottement + Pression extérieure constante

$$F_x = -\iint PdS\Big|_x = -\int P_i dS\Big|_x - \int P_\infty dS\Big|_x$$

$$-P_\infty \int dS\Big|_x$$





$$\int dS\Big|_x = A_e - A_i$$

$$-\int P_\infty dS\Big|_x = -P_\infty\left(A_e - A_i\right)$$

$$\boxed{\mathcal{F} = -\int P_i dS\Big|_x - P_\infty\left(A_e - A_i\right)}$$

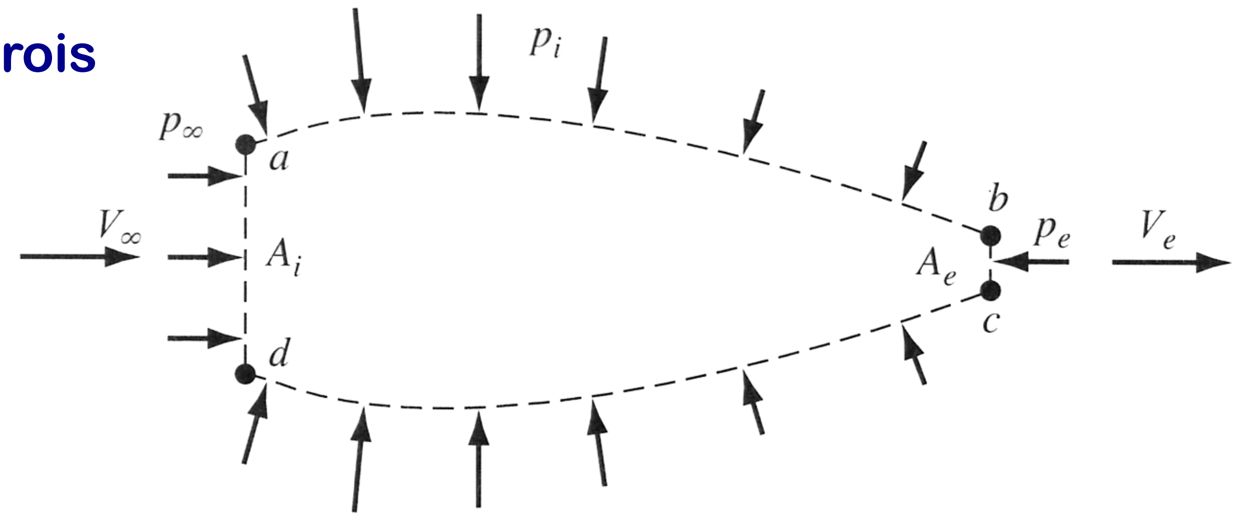
Impossible à connaître dans le détail

> 0 Poussée additionnelle

Solution : **formulation intégrale de la conservation de la quantité de mouvement**

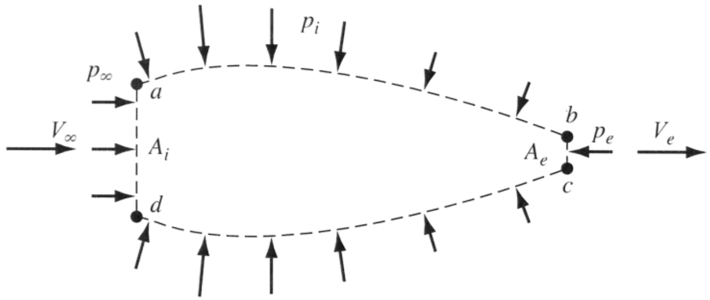
Hypothèse : ***frottement négligé car mineur devant pression***

- **Définition d'un volume de contrôle**
- **L'écoulement entre en A_i et sort en A_e**
- **Principe d'action réaction pour la surface de contrôle en contact avec les parois**



Application de l'équation de quantité de mouvement

$$\iint_s \left(\rho\vec{V}.\vec{ds}\right) V = -\iint_s P.ds\Big|_x$$



$$\iint_{ab} \left(\rho\vec{V}.\vec{ds}\right) V = \iint_{cd} \left(\rho\vec{V}.\vec{ds}\right) V = 0$$

$$\vec{V} \perp \vec{dS}$$

$$\iint_{ad} \left(\rho\vec{V}.\vec{ds}\right) V = -\rho_\infty V_\infty A_i \left(-V_\infty\right) = Q_i\, V_\infty$$

$$\iint_{bc} \left(\rho\vec{V}.\vec{ds}\right) V = \rho_e V_e A_e \left(-V_e\right) = -Q_e\, V_e$$

$$\boxed{\iint_s \left(\rho\vec{V}.\vec{ds}\right) V = Q_i\, V_\infty - Q_e\, V_e}$$

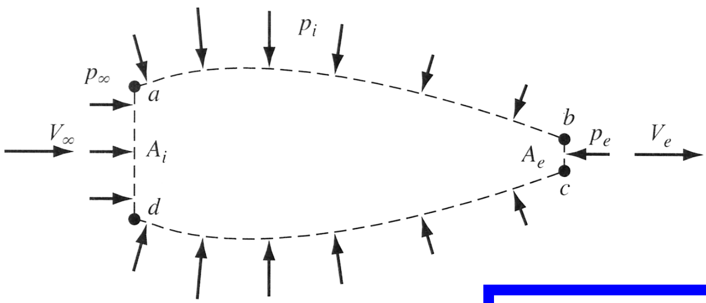
Application de l'équation de quantité de mouvement

$$\iint_s \left(\rho \vec{V}.\vec{ds}\right) V = - \iint_s P.ds\Big|_x$$

$$- \int_{ab} Pds\Big|_x + - \int_{cd} Pds\Big|_x = - \int P_i ds\Big|_x$$

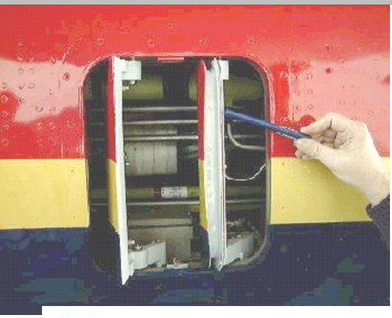
$$- \int_{bc} Pds\Big|_x = P_e\, A_e$$

$$- \int_{ad} Pds\Big|_x = -P_\infty\, A_i$$



$$\boxed{- \iint_s P.ds\Big|_x = - \int P_i ds\Big|_x + P_e\, A_e - P_\infty\, A_i}$$

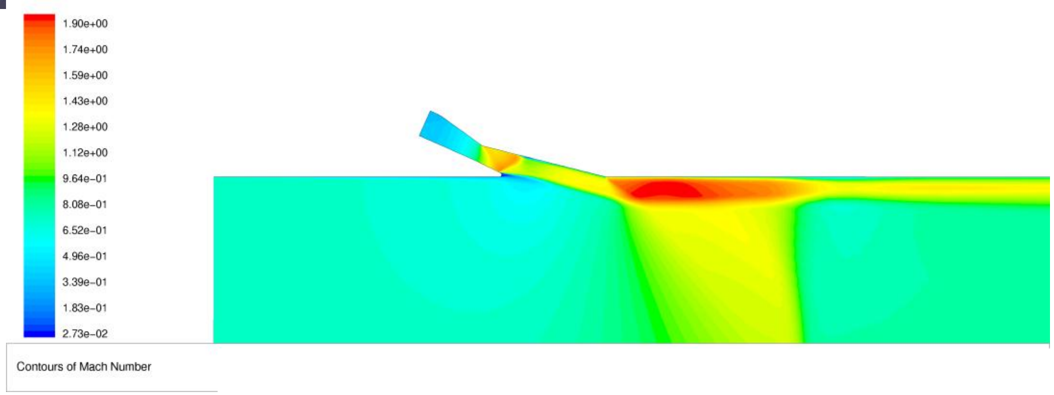
$$\boxed{- \int P_i ds\Big|_x = Q_i\, V_\infty - Q_e\, V_e + P_\infty\, A_i - P_e\, A_e}$$



Retour à la poussée

$$\vec{F}_{gaz \to paroi} = -\vec{F}_{paroi \to gaz}$$

$$\mathcal{F} = Q_e V_e - Q_i V_\infty - P_\infty A_i + P_e A_e - P_\infty A_e + P_\infty A_i$$



$$\boxed{\mathcal{F} = Q_e V_e - Q_i V_i + (P_e - P_\infty) A_e}$$

Calcul idéal pour la mesure de la poussée en banc d'essais

En condition réelle profil de vitesse entrée perturbé et non homogène

Propulseur fusée : $Q_i = 0$

Réacteur : $Q_e = Q_i + Q_{carb}$

$$Q_{carb} = \alpha \, Q_i$$