Leçon 2

Les grandeurs fondamentales

Définitions

Grandeurs relatives à l 'émission

Flux, luminance,

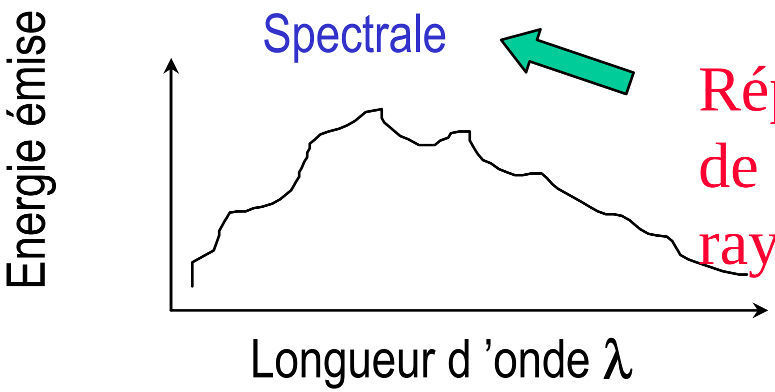
intensité, exitance (ou émittance)

Grandeurs relatives à la réception

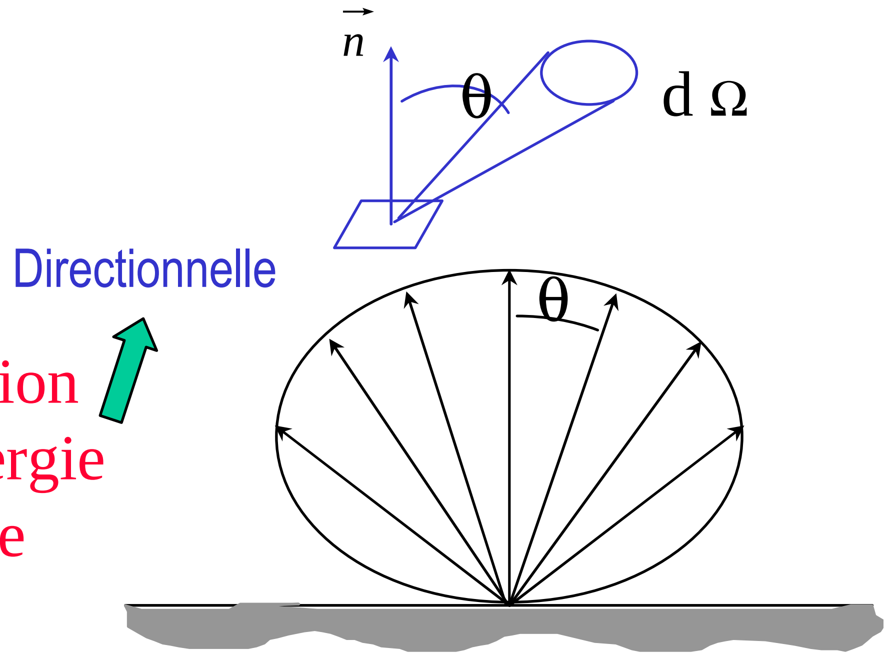
Eclairement

Loi de LAMBERT

1. DÉFINITIONS



Répartition de l'Energie rayonnée



λ | Caractère monochromatique ≠ total

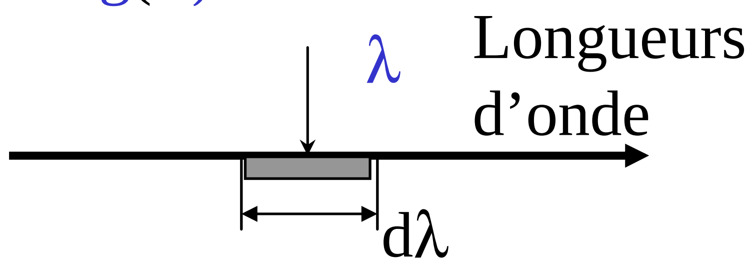
espace | Directionnel ≠ hémisphérique

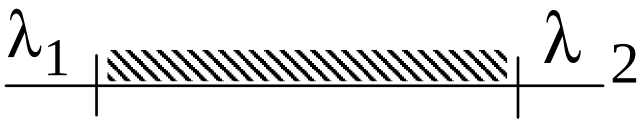
1.1 Domaine spectral

- Grandeur monochromatique : $dG = g(\lambda)d\lambda$

pour la valeur λ

sur un intervalle $d\lambda$

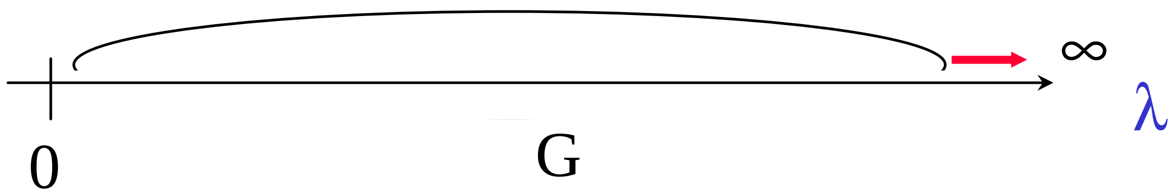




G_{12}

- Grandeur spectrique :

- Grandeur totale :



Relations :

$$G = \int_0^\infty g(\lambda)\, d\lambda$$

$$G_{12} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} g(\lambda)\, d\lambda$$

Densité spectrale

$$g(\lambda) = \frac{dG}{d\lambda}$$

Remarques

Relation avec la fréquence ν :

$$F = \int_0^{\lambda} g(\lambda) d\lambda = \int_0^{\nu} f(\nu) d\nu$$

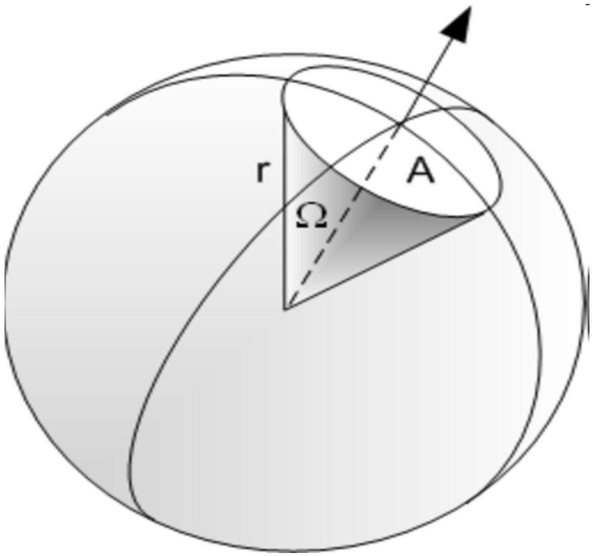
$$\lambda = \frac{c}{\nu} \Rightarrow f(\nu) = \frac{c}{\nu^2} g(\lambda)$$

Dimensions : cas ou G = Φ (flux) :

$d\Phi = \Phi(\lambda)\, d\lambda$ et $\phi = \int \phi(\lambda)\, d\lambda$ en Watts

$\rightarrow$ $\phi(\lambda) = W / m$

Sphère Σ



Rappel sur la notion d'angle solide

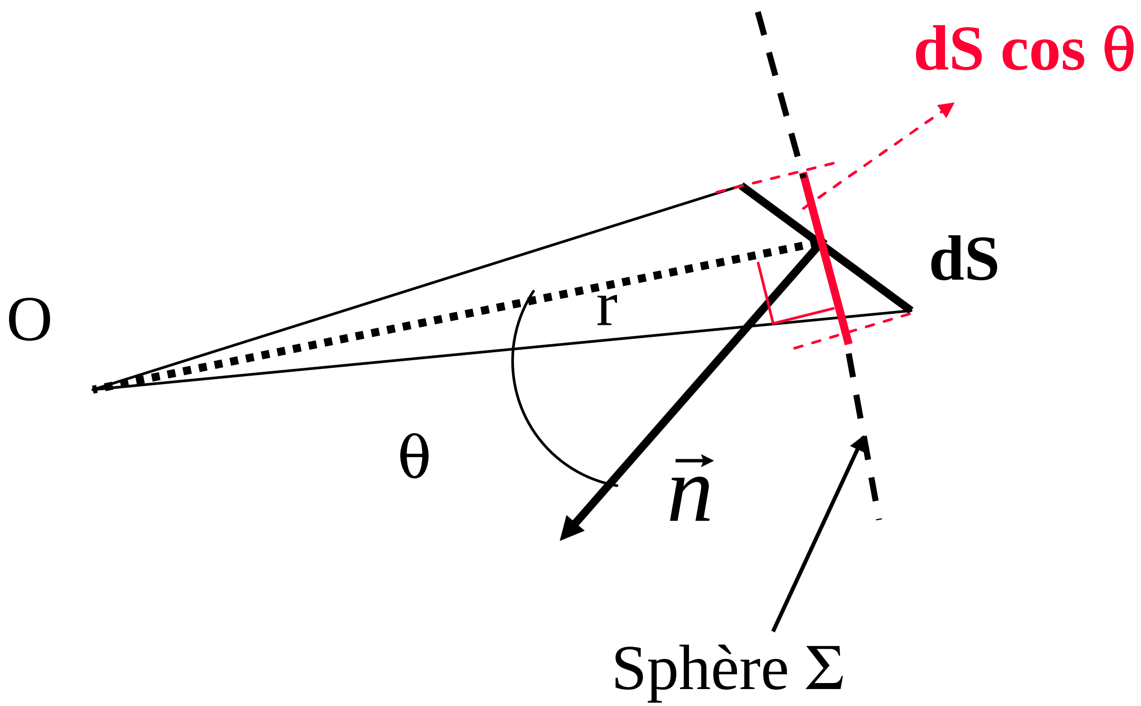
Le cône intercepte sur la sphère Σ de rayon r une calotte sphérique d'aire A

L'angle solide associé à ce cône vaut: $\boxed{\Omega = \frac{A}{r^2}}$

Application :

Tout l'espace $A = 4\pi r^2, donc\ \Omega = 4\pi$

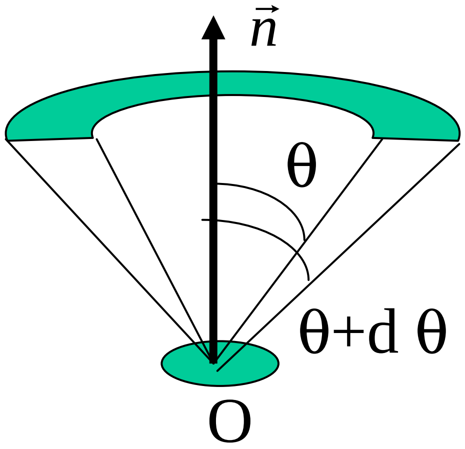
Demi espace : $\Omega = 2\pi$

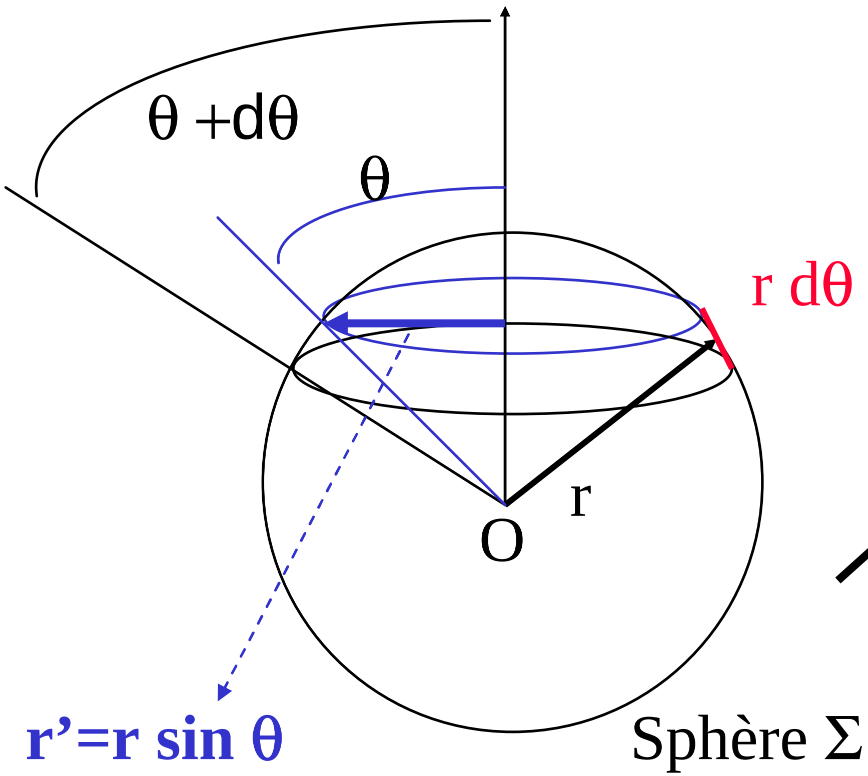


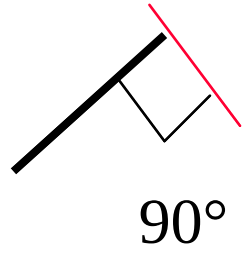
$$\boxed{d\Omega = \frac{dS\cos\theta}{r^2}}$$

Angle solide sous lequel , depuis O , on voit la surface élémentaire dS

$\boxed{\text{Couronne sphérique}}$





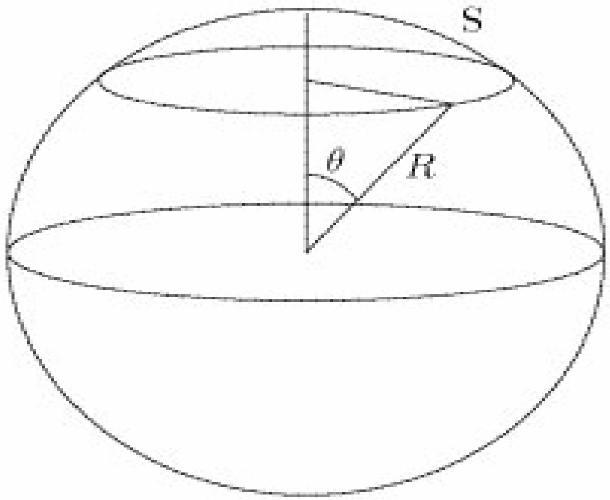


$$dS = r\,d\theta \times 2\pi r' = 2\pi r^2 \sin\theta\, d\theta$$

$$d\Omega = \frac{dS \cos 90°}{r^2} = 2\pi \sin\theta\, d\theta$$

$$\boxed{d\Omega = 2\pi \sin\theta\, d\theta}$$

$\boxed{\text{Calotte sphérique}}$

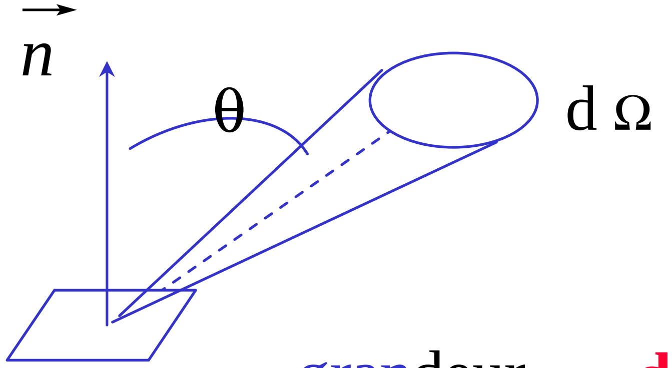


Intégrer :

$$S = \int_0^{\theta} 2\pi r^2 \sin\theta \, d\theta = 2\pi r^2 (1 - \cos\theta)$$

$$\boxed{\Omega = \frac{S}{r^2} = 2\pi(1 - \cos\theta)}$$

1.2 Domaine directionnel



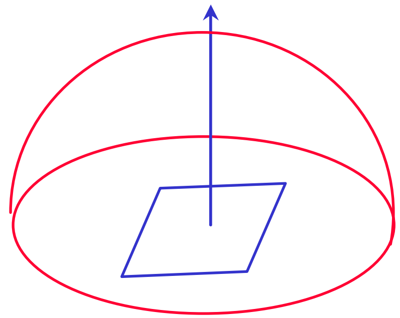
grandeur **directionnelle**

- densité h, dans la direction θ

- dans «l'espace » dΩ, elle vaut: h(θ) dΩ

densité

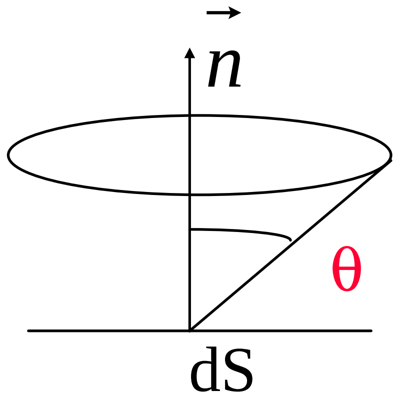
- Intégration sur l'hémisphère :



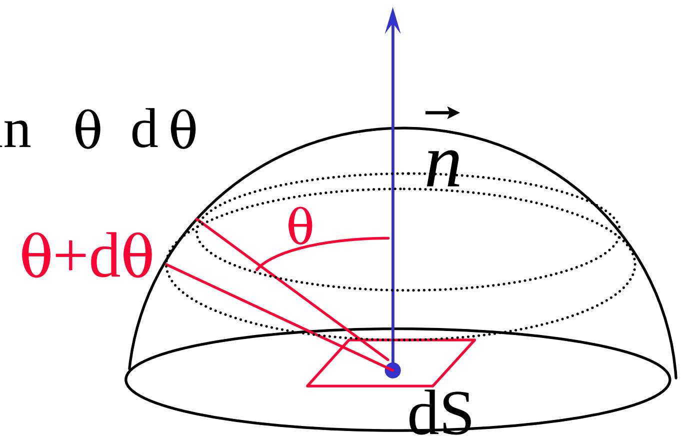
$$H = \int_{2\pi} h(\theta)\, d\Omega$$

grandeur **hémisphérique**

Cas d'une symétrie azimuthale :



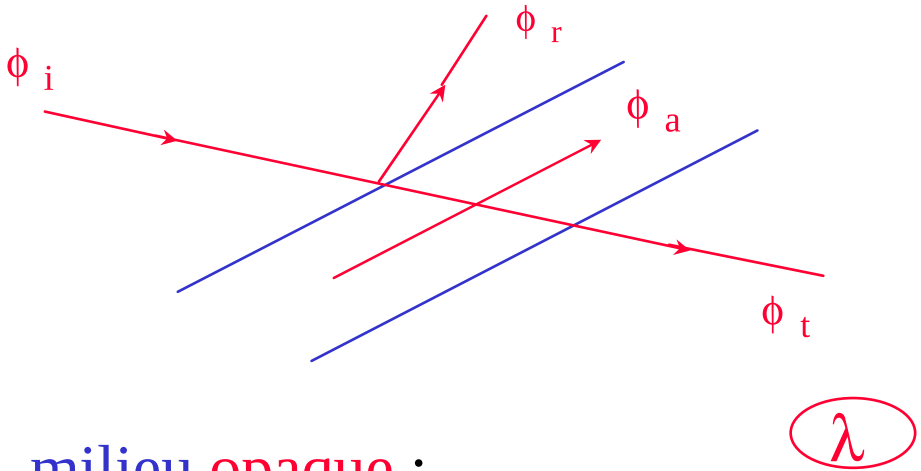
$$d\Omega = 2\pi \sin\theta \, d\theta$$



$$H = \int_{o}^{\pi/2} h(\theta)\, 2\pi \sin\theta \, d\theta$$

Remarques

R1) *Rôle du milieu traversé*



Flux

Incident Φ_i

Réfléchi Φ_r

Absorbé Φ_a

Transmis Φ_t

milieu opaque :

ne transmet pas : $\Phi_t=0$

transparent :

n'absorbe pas : $\Phi_a=0$

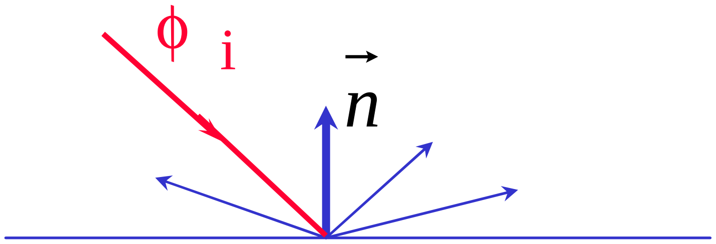
semi transparent:

absorbe et transmet

λ_1 λ_2

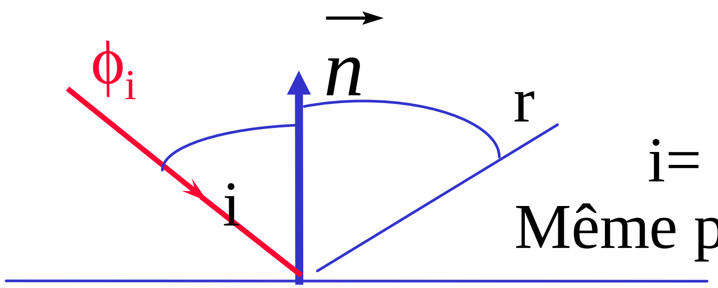
R2) La réflexion

diffuse



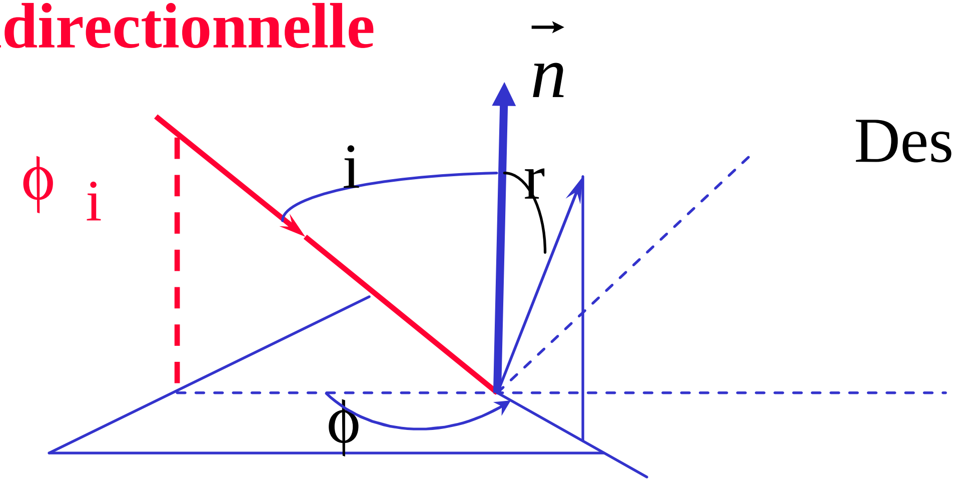
spéculaire

1 seul rayon réfléchi



i= r
Même plan

bidirectionnelle



Descartes

$\phi \neq \pi$

1 seul rayon réfléchi

2. GRANDEURS RELATIVES À L'ÉMISSION

Flux

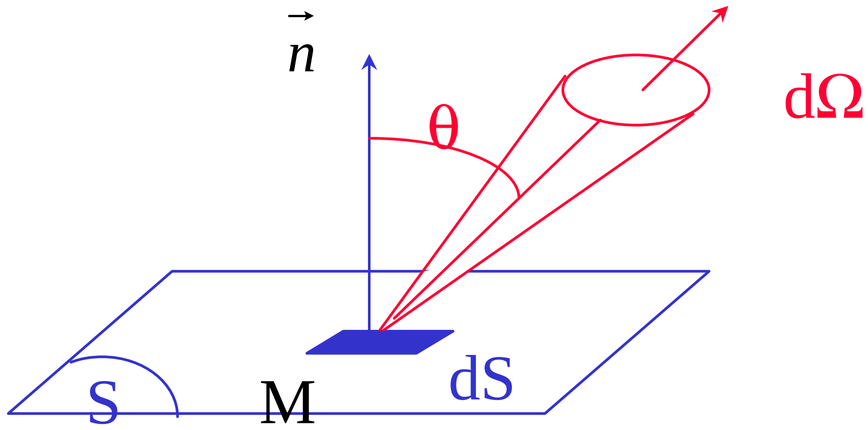
Luminance

Intensité

Emittance ou Exitance

2 . 1 Grandeurs monochromatiques

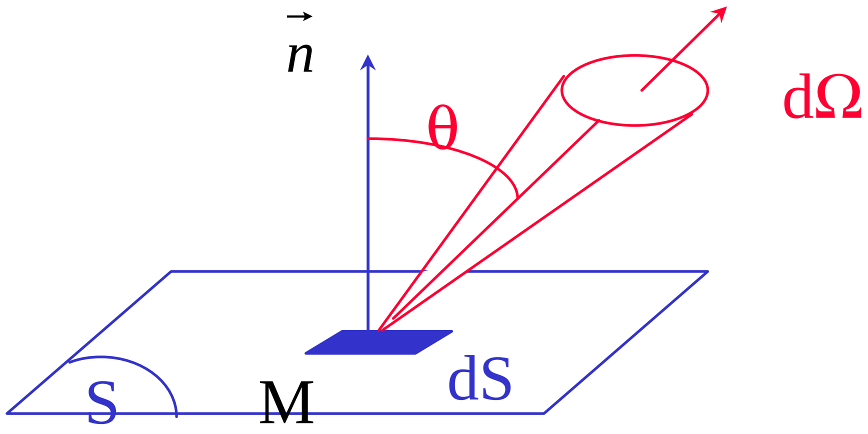
Le Flux Φ → Débit d'énergie : Watt



Source dS en M
température T

Flux monochromatique directionnel issu de dS, dans la direction θ, pour la longueur d'onde λ

Le Flux Φ



Flux monochromatique directionnel issu de dS, dans la direction θ, pour la longueur d'onde λ

$$\boxed{d^3\Phi_\lambda(M,\lambda,\theta,T) = L_\lambda dS \cos\theta d\Omega d\lambda}$$

Flux émis de dS, dans l'élément dΩ autour de θ, sur l'intervalle dλ centré sur λ

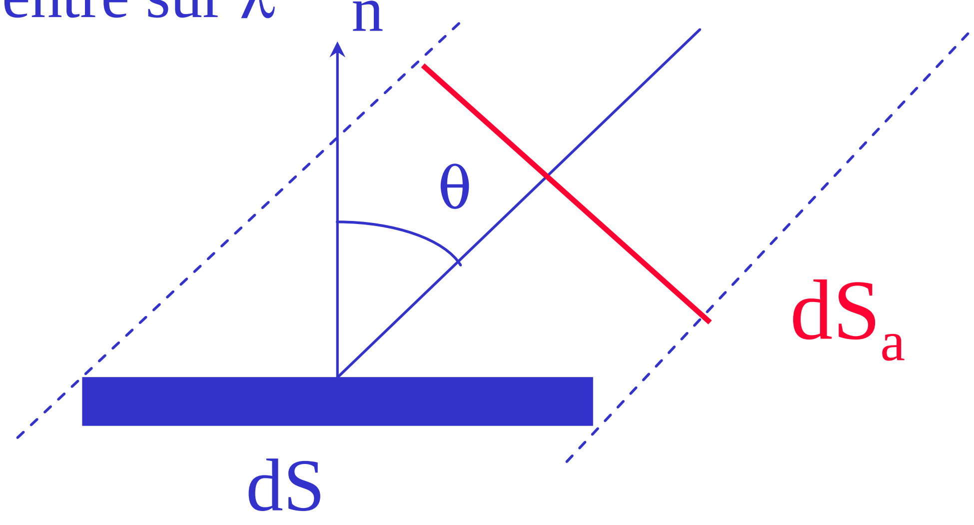
En Watt

L Luminance monochromatique directionnelle :

Flux émis

dS_a

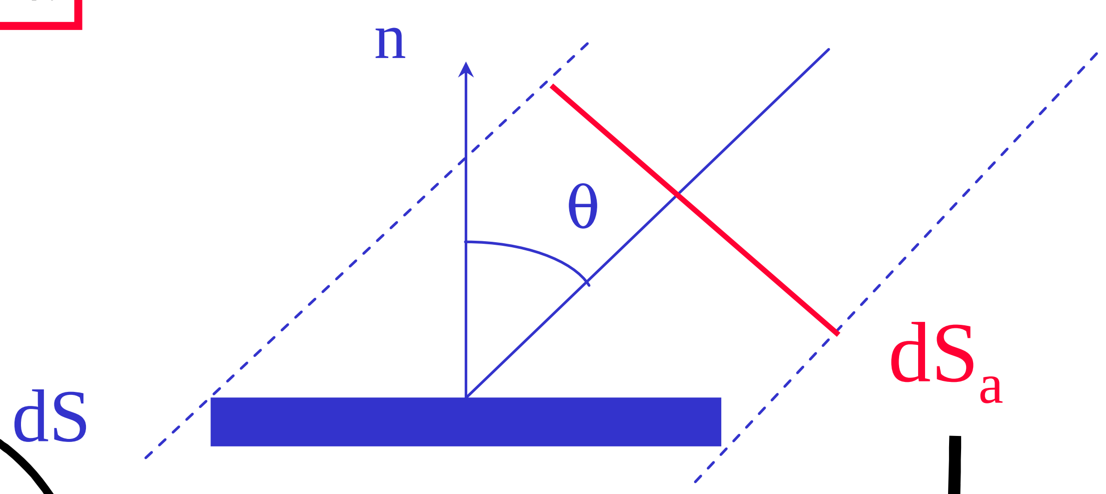
- par unité de surface apparente,
- dans la direction θ
- par unité d'angle solide,
- par unité de $d\lambda$ centré sur λ



$$\boxed{L_\lambda = \frac{d^3\Phi_\lambda}{dS_a d\Omega d\lambda}}$$

$$L_\lambda(\lambda, \theta, M, T)$$

$$\boxed{L_\lambda = \frac{d^3\Phi}{dS_a d\Omega d\lambda}}$$



R1 $\quad d^3\Phi_\lambda = L_\lambda \underline{dS \cos\theta}\, d\Omega\, d\lambda$

R 2 : $[L_\lambda] = W/m^3\,sr$

mais aussi $W/m^2\,\mu\,sr$

I Intensité monochromatique directionnelle

dS !

dI : flux émis

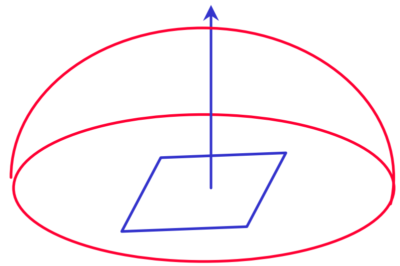
- par la surface dS
- par unité d'angle solide autour de θ
- par unité de dλ autour de λ

D'où :

$$\boxed{dI_\lambda = \frac{d^3\Phi_\lambda}{d\Omega d\lambda} = L_\lambda \cos\theta dS}$$

dimensions : **W/m sr** ou **W/ μ sr**

H Emittance (ou Exitance)



Flux émis :

- par unité de surface (dS)

- dans le demi espace(2π) surplombant la source

-Par unité de dλ autour de λ

$$\boxed{H_\lambda = \frac{\int_\Omega d^3\Phi_\lambda}{dS d\lambda} = \int_\Omega L_\lambda \cos\theta d\Omega}$$

En W/ m^3 ou en W / m^2/ µ

2 . 2 Grandeurs totales

Règle : intégrer sur le spectre

$$G = \int_0^\infty g(\lambda) d\lambda$$

Retenir :

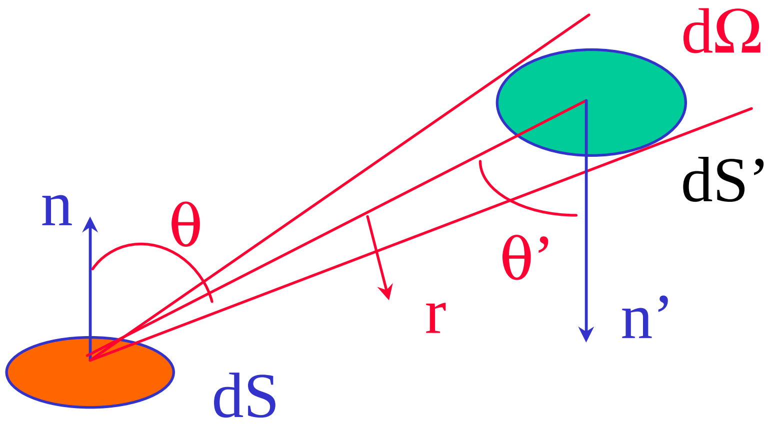
$[L] = W / m^2 \, sr$

$\left[d^2 \phi\right] = W$

$[d\, I] = W / sr$

$[H] = W / m^2$

3 - GRANDEURS RELATIVES À LA RECEPTION

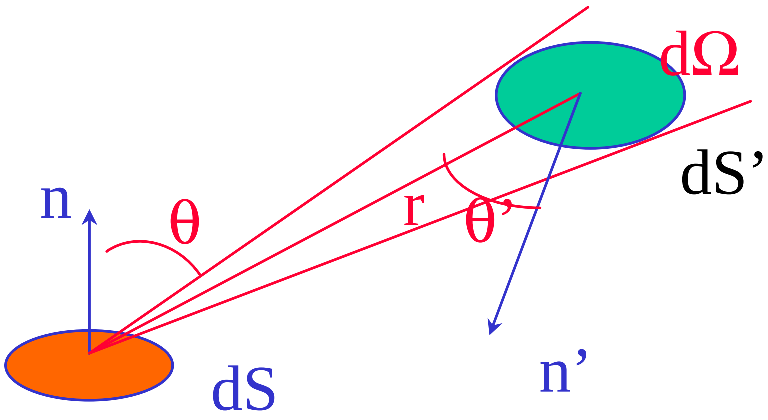


Un récepteur : dS'

Une source : dS

ECLAIREMENT de dS'

3-1. Formule de BOUGUER



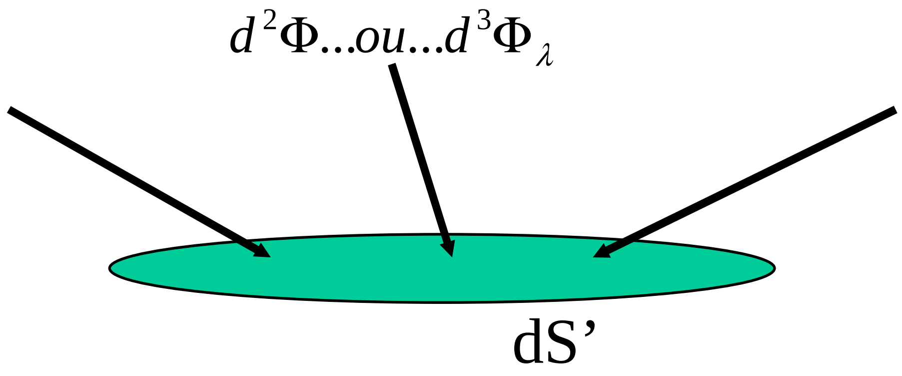
dS : émetteur
dS’ : récepteur

$$d^2\Phi = L\,dS\cos\theta\, d\Omega \qquad d\Omega = \frac{dS'\cos\theta'}{r^2}$$

$$d^2\Phi = L\frac{dS\,dS'\cos\theta\cos\theta'}{r^2}$$

- Monochromatique ou total
- Symétrie de la formule

3-2. Eclairement



Monochromatique:

Flux incident par unité de dS'

$$\boxed{E_\lambda = \frac{d^3\Phi_\lambda}{dS'd\lambda}}$$ par unité de dλ

en W / m3

Total

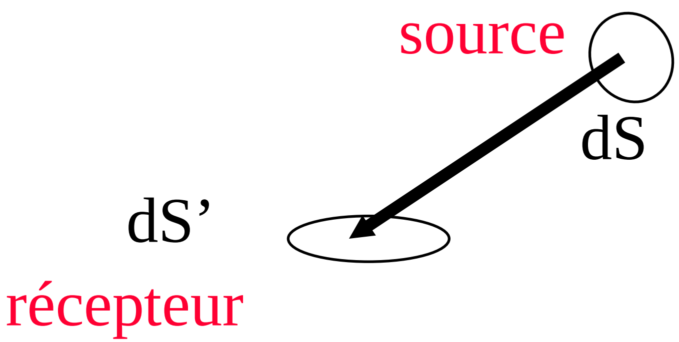
Flux incident par unité de dS'

$$d^2\Phi = \int_0^\infty d^3\Phi_\lambda \qquad \boxed{E = \frac{d^2\Phi}{dS'}}$$ en W / m^2

Expression

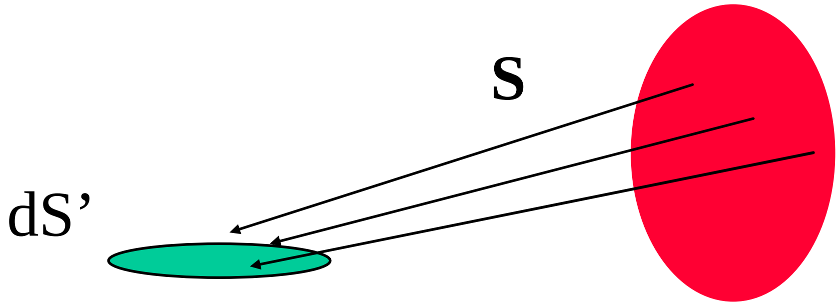
dS envoie sur dS':

$$d^2\Phi = L\frac{dSdS'\cos\theta\cos\theta'}{r^2}$$



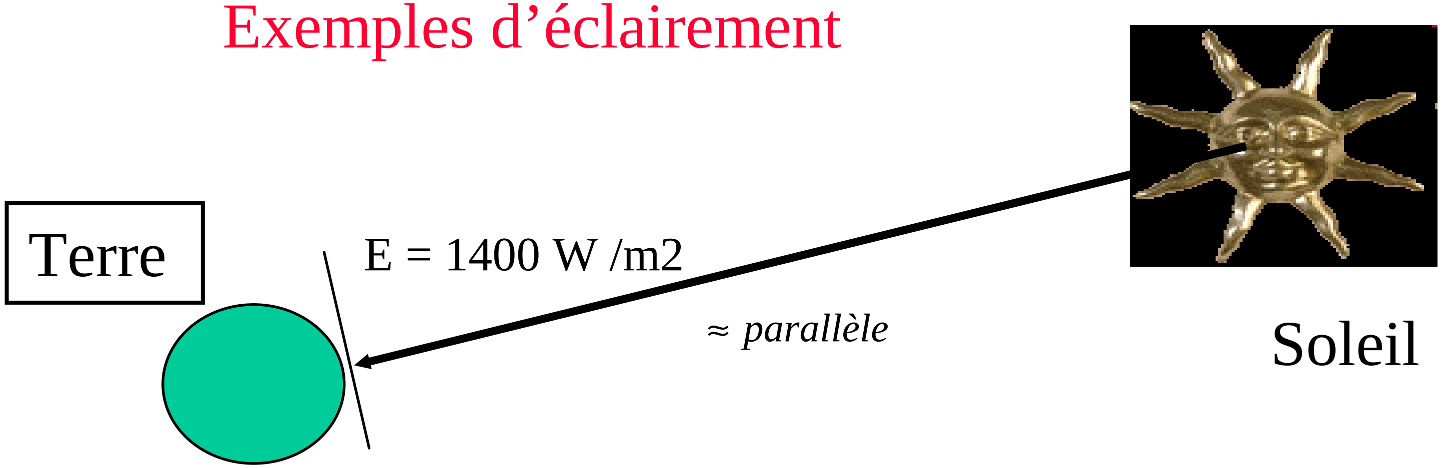
et provoque l'éclairement: $dE = \frac{d^2\Phi}{dS'} = L\frac{dS\cos\theta\cos\theta'}{r^2}$

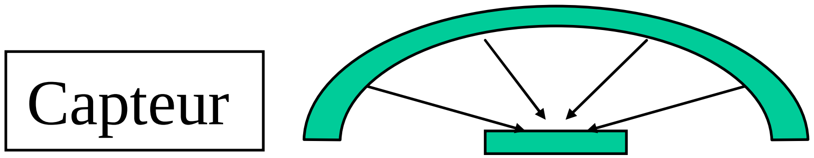
Cas d'une surface source finie, S et d'un récepteur dS'



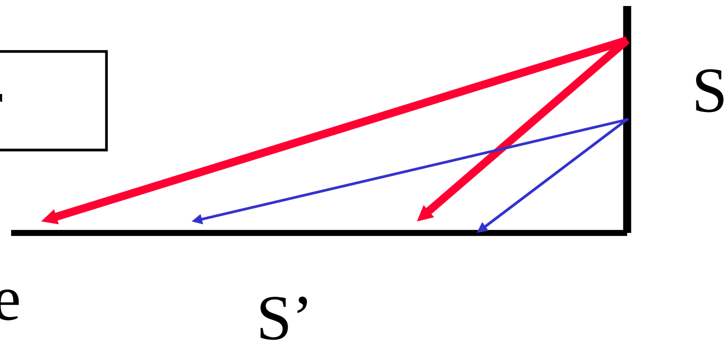
$$E = \int_S dE = \int_S \frac{LdS\cos\theta\cos\vartheta'}{r^2}$$

Exemples d’éclairement





Paroi de four



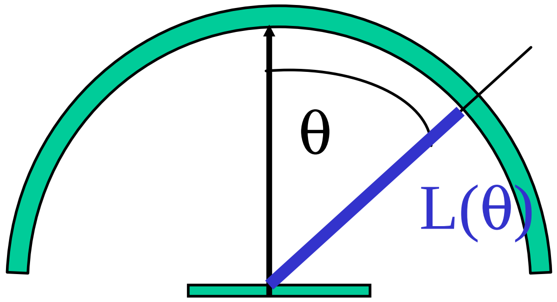
Eclairement non uniforme

→ Facteur de forme

4. Loi de LAMBERT

Une source est lambertienne (= obéit à la loi de LAMBERT) si sa luminance monochromatique directionnelle est indépendante de la direction d'émission.

$$\boxed{L_\lambda(\lambda,\theta,T)=L_\lambda(\lambda,T)}$$



I(θ) ?

Conséquences

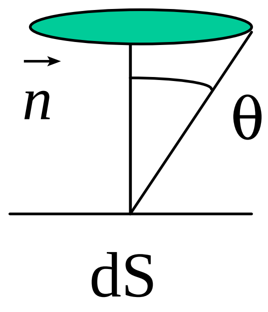
1- Relation H / L pour une surface lambertienne

$$d\Omega = 2\pi \sin\theta \, d\theta$$

$$H_\lambda = \int_{2\Pi} L_\lambda(\lambda,\theta,T)\cos\theta d\Omega$$

$$= 2\Pi \int_0^{\Pi/2} L_{\lambda\theta}(\lambda,T)\sin\theta\cos\theta d\theta$$

$$= \Pi L_{\lambda\theta}(\lambda,T)\underbrace{2\int_0^{\Pi/2}\sin\theta\cos\theta d\theta}_{=1}$$



D'où: $\boxed{H_\lambda = \pi L_\lambda}$

Même relation entre grandeurs totales:

$$\boxed{H = \pi L}$$

2 –Diffuseur parfait

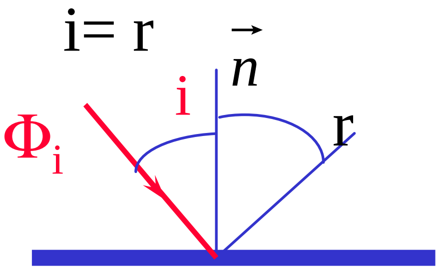
Définition :

Un objet est dit à réflexion diffuse parfaite lorsqu’il se comporte, pour le rayonnement réfléchi, comme une source dont la luminance apparente obéit à la loi de Lambert

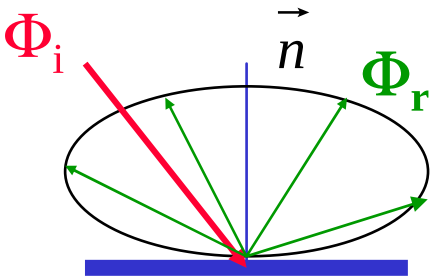
Remarques :

R1 Le flux réfléchi présente alors une répartition en cos θ, quelle que soit l’orientation du flux incident

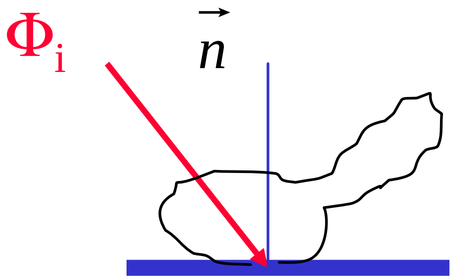
R2 Réflexion spéculaire et réflexion diffuse parfaite sont deux cas extrêmes



Spéculaire

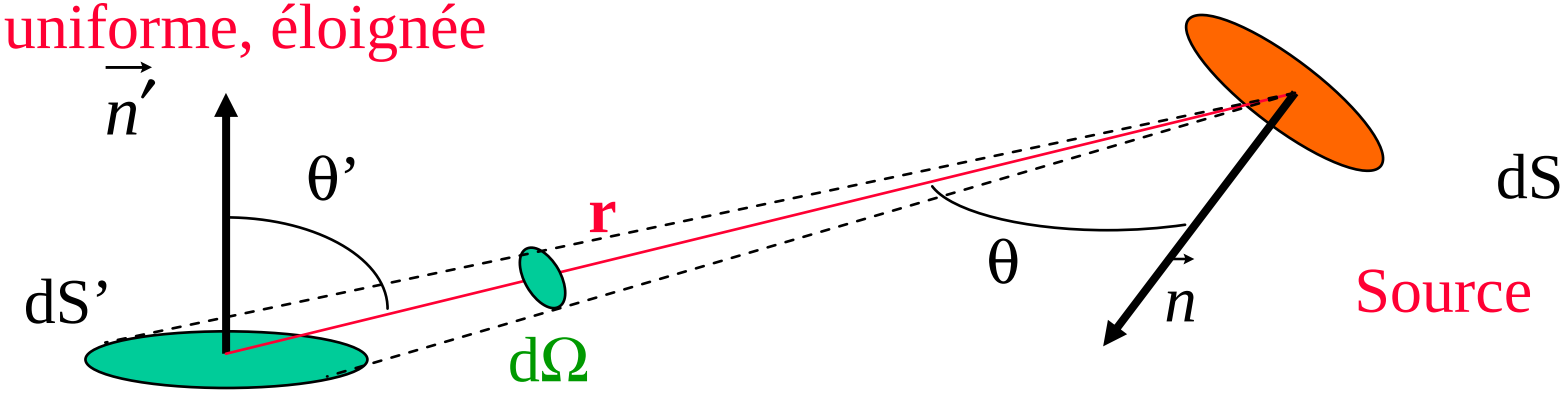


Diffuse



Réelle

3 – Eclairement d'un récepteur par une source lambertienne, uniforme, éloignée

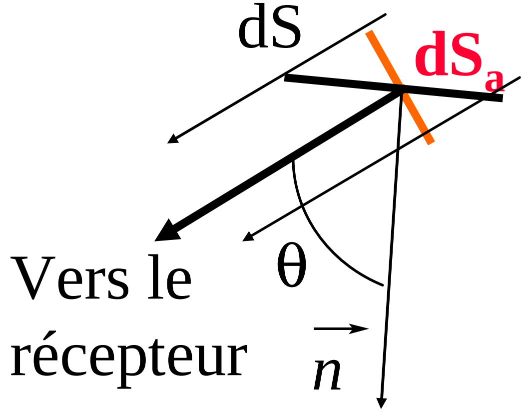


Eclairement du récepteur:

$$\mathrm{dE}_{\lambda} = \frac{L_{\lambda,\theta}(\lambda,\theta,T)\,dS\cos\theta\,d\Omega}{dS'} = \frac{L_{\lambda,\theta}\,dS\cos\theta}{dS'}\,\frac{dS'\cos\theta'}{r^2}$$

$$= L_{\lambda}\mathrm{dS_a}\,\frac{\cos\theta'}{r^2}$$

$$\boxed{\mathrm{dS_a} = \mathrm{dS}\cos\theta}$$



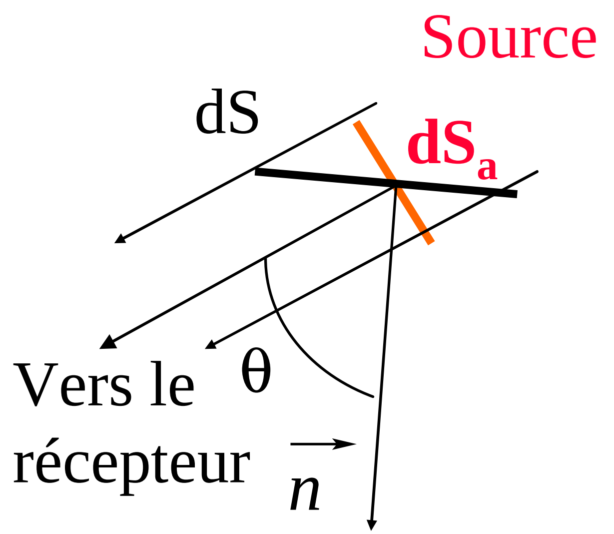
$$dE_\lambda = \frac{L_{\lambda,\theta}(\lambda,\theta,T)\,dS\cos\theta\,d\Omega}{dS'} = \frac{L_{\lambda,\theta}\,dS\cos\theta}{dS'}\,\frac{dS'\cos\theta'}{r^2}$$

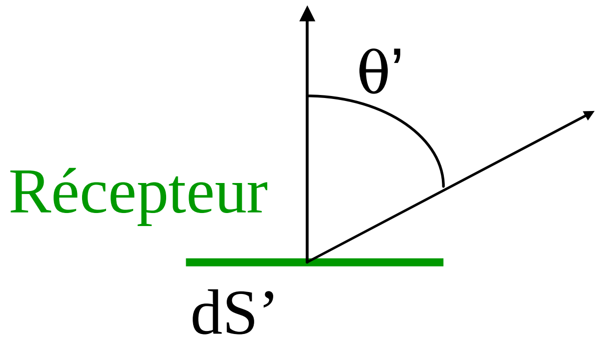
$$= L_\lambda dS_a \frac{\cos\theta'}{r^2}$$

$$\boxed{dS_a = dS\cos\theta}$$

D'où:

$$\boxed{E_\lambda = \int_S L_{\lambda,\theta}(\lambda,\theta,T)\,dS_a\,\frac{\cos\theta'}{r^2}}$$





Exploitons les caractéristiques de la source

Éloignée : θ’ et r sont sensiblement constant

Lambertienne : $L_{\lambda,\theta}$ indépendant de q (sur S !) $L_{\lambda,\theta} \equiv L_\lambda$

Uniforme : L_λ indépendant du choix de dS sur S

Donc $$E_\lambda = \int_S L_{\lambda,\theta}(\lambda,\theta,T)dS_a \frac{\cos\theta'}{r^2}$$

s’intègre selon:

$$E_\lambda = L_\lambda \frac{\cos\theta'}{r^2}\int_S dS_a = L_\lambda \frac{\cos\theta'}{r^2} S_a$$

En conséquence, l’éclairement dépend de la surface apparente S_a de la source, vue du récepteur

En conséquence, l’éclairement dépend de la surface apparente S_a de la source, vue du récepteur.

Le récepteur n’a donc pas d’information sur:

- L’inclinaison,
- Le relief,
- La forme exacte de la source

Exemple: le soleil

- Récepteur: œil
- Source : soleil

Le soleil apparaît comme un disque !