

## **AE 41 Ecoulements Compressibles**

**Emmanuel Benard**  
**ISAE/SupAéro**  
**emmanuel.benard@isae.fr**

**Elements extraits des cours de:**  
**ENSICA/SupAéro/ENSMA**



Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace

1. Remerciements
2. Présentation du cours, des TD et du contrôle de connaissance
3. Un peu d'histoire
4. Applications industrielles
5. Compressibilité
6. Régimes d'écoulements
7. Rappels thermodynamiques et formes isentropiques.

# *Présentation du cours - Généralités*

## *Remerciements*

- ✓ *Ce cours est dédié à la mémoire de Pierre Comte (ENSMA)*
  
- ✓ *Les présentations et le cours sont entièrement le travail :*
  - Xavier CARBONNEAU (ENSICA)*
  - Pierre COMTE (ENSMA)*
  - Jean DELERY (ONERA)*
  - Laurent JOLY (ENSICA)*
  - Stéphane JAMME (ENSICA)*
  - Nicolas BINDER (ENSICA)*
  - Thierry ALZIARY DE ROQUEFORT (ENSMA)*
  
- ✓ *Livres utilisés: (1) ANDERSON (2) CANDEL (3) DELERY*

# *Présentation du cours - Généralités*

## *Articulation des cours*

C1-C2	Généralités. Plan du cours. Régimes d'écoulement. Rappels thermodynamiques. Relations isentropiques;
C3	Equations de continuité, quantité de mouvement, énergie;
C4	Écoulement monodimensionnel. Simplifications. Vitesse du son. Formes d'énergie;
C5	Ondes de choc droites. Equations de Rankine-Hugoniot. Apport de chaleur. Prise en compte du frottement;
C6	Écoulements quasi-monodimensionnels. Relation entre Mach et section de passage. Écoulements dans une tuyère;
C7-C8	Ondes de choc obliques;
C9	Intersections et réflexions ondes de choc;
C9	Détentes de Prandtl-Meyer
C10	Écoulements supersoniques linéarisés. Caractéristiques;
C11-C12	Couches limite compressible. Rappels de régime incompressible;
C13	Décollement de couche limite et interaction;
C14	Approche qualitative des entrées d'air;
C15	Moyens expérimentaux;
C16	Résumé. Questions.

# Présentation du cours - Généralités

## Articulation des TD et Contrôles des connaissances

### ARTICULATION DES TD:

TD1	Écoulement dans une canalisation d'air comprimé;
TD2	Une tuyère amorcée;
TD3&4	Écoulement dans une vanne;
TD5	Écoulement dans un divergent;
TD6	Écoulement isotherme d'un gaz compressible;
TD7&8	Écoulement compressible avec dégagement de chaleur dans un super statoréacteur;
TD9	Ondes de choc obliques sur un coin;
TD10	Écoulement supersonique dans un convergent;
TD11	Théorie choc-détente;
TD12&13	Écoulement autour d'une plaque plane en incidence;
TD14&15	Poussée d'une tuyère et décollement dans une tuyère;

### CONTRÔLE DES CONNAISSANCES:

Examen final: 2 heures, sans document mais avec une fiche de résumé autorisée (1 feuille A4). Calculatrice non-programmable autorisée. Deux parties: A (questions de cours), B (petits problèmes).

# Présentation du cours - Généralités

## Un peu d'histoire

**1893 :**

Présentation de la 1<sup>ère</sup> turbine à vapeur par de Laval. Origine des souffleries supersoniques ou propulsion supersonique.

**24 octobre 1947 :**

1<sup>er</sup> vol supersonique du BELL XS-1 à Mach 1.06



Jusqu' au XX<sup>e</sup> siècle : liquide ou gaz  
basse vitesse : utilisation de  
l'équation de Bernoulli

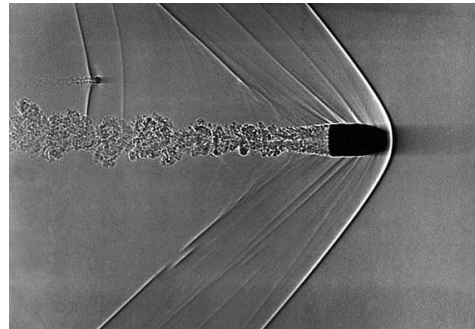
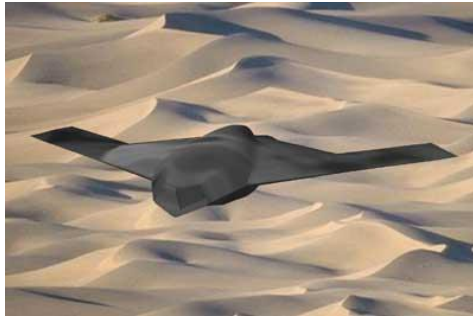
Ces 2 exemples sont à l'origine  
des études sur la compressibilité.



# Présentation du cours - Généralités

*Dans le monde industriel*

## Aérodynamique externe

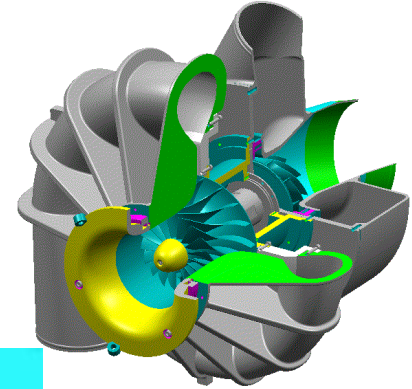
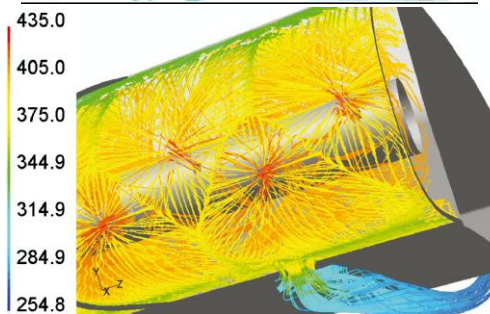
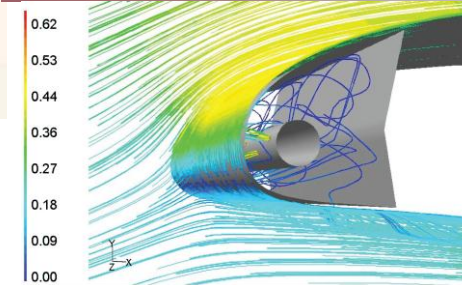
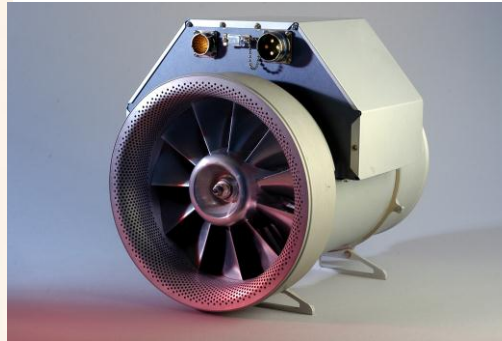
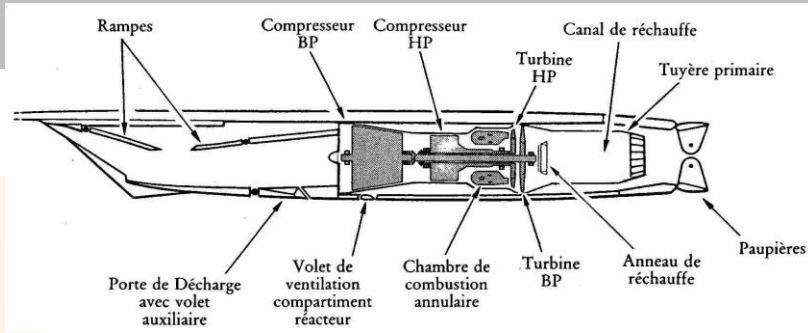
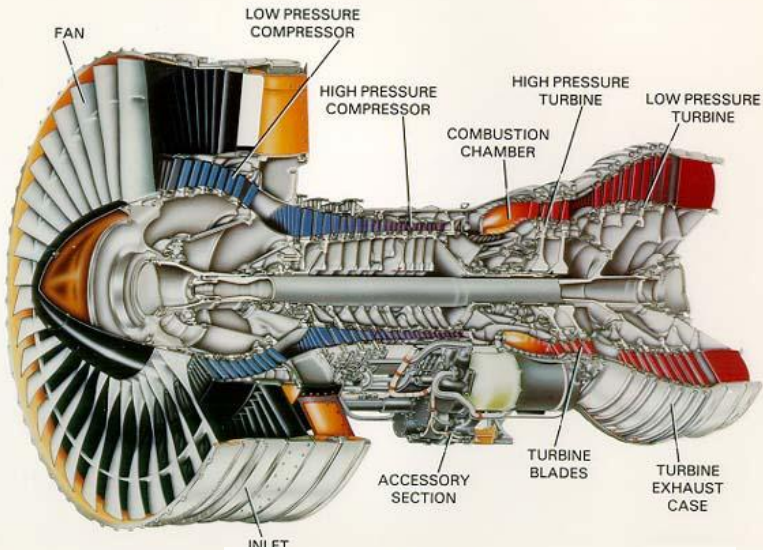


crédits : R. Decourt / [www.futura-sciences.com](http://www.futura-sciences.com)

# Présentation du cours - Généralités

Dans le monde industriel

## Aérodynamique interne



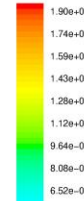
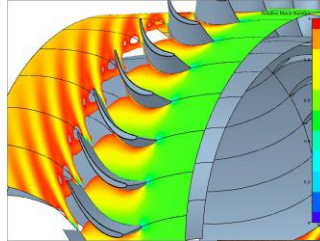


# Présentation du cours - Généralités

## Exploitation en Aérodynamique

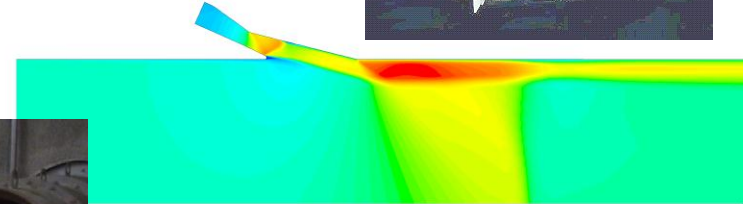
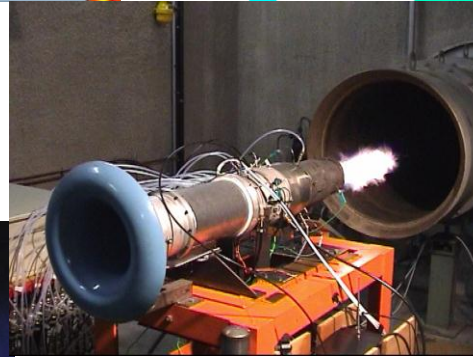
### Externe :

calcul de la portance  
et traînée, poussée  
interactions ...

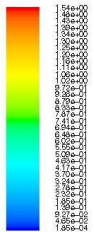
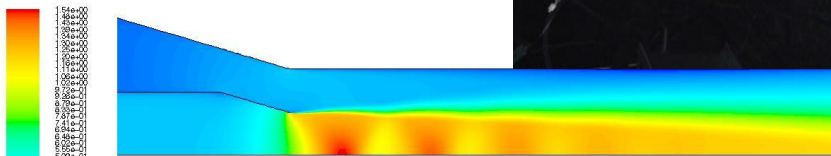


### Interne :

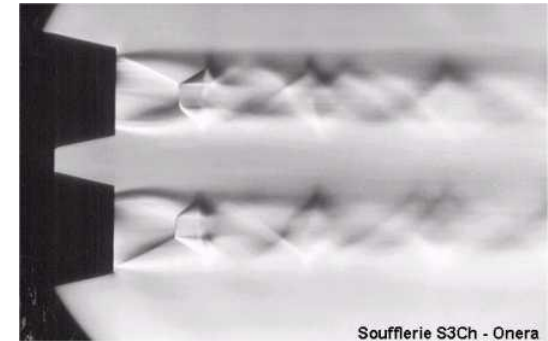
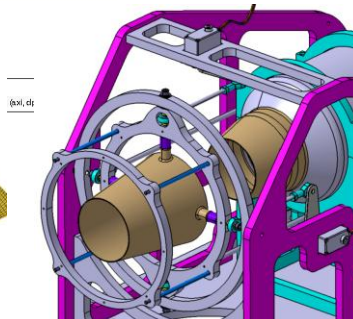
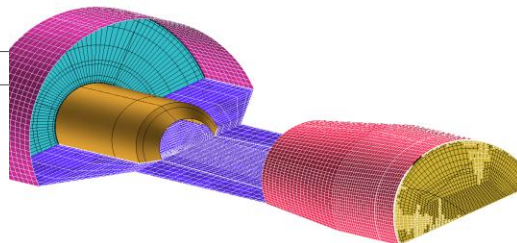
trompes de mélange,  
entrée d'air réacteur...



Feb 07, 2002  
FLUENT 5.4 (2d, dp, coupled imp, ke)



Contours of Mach Number



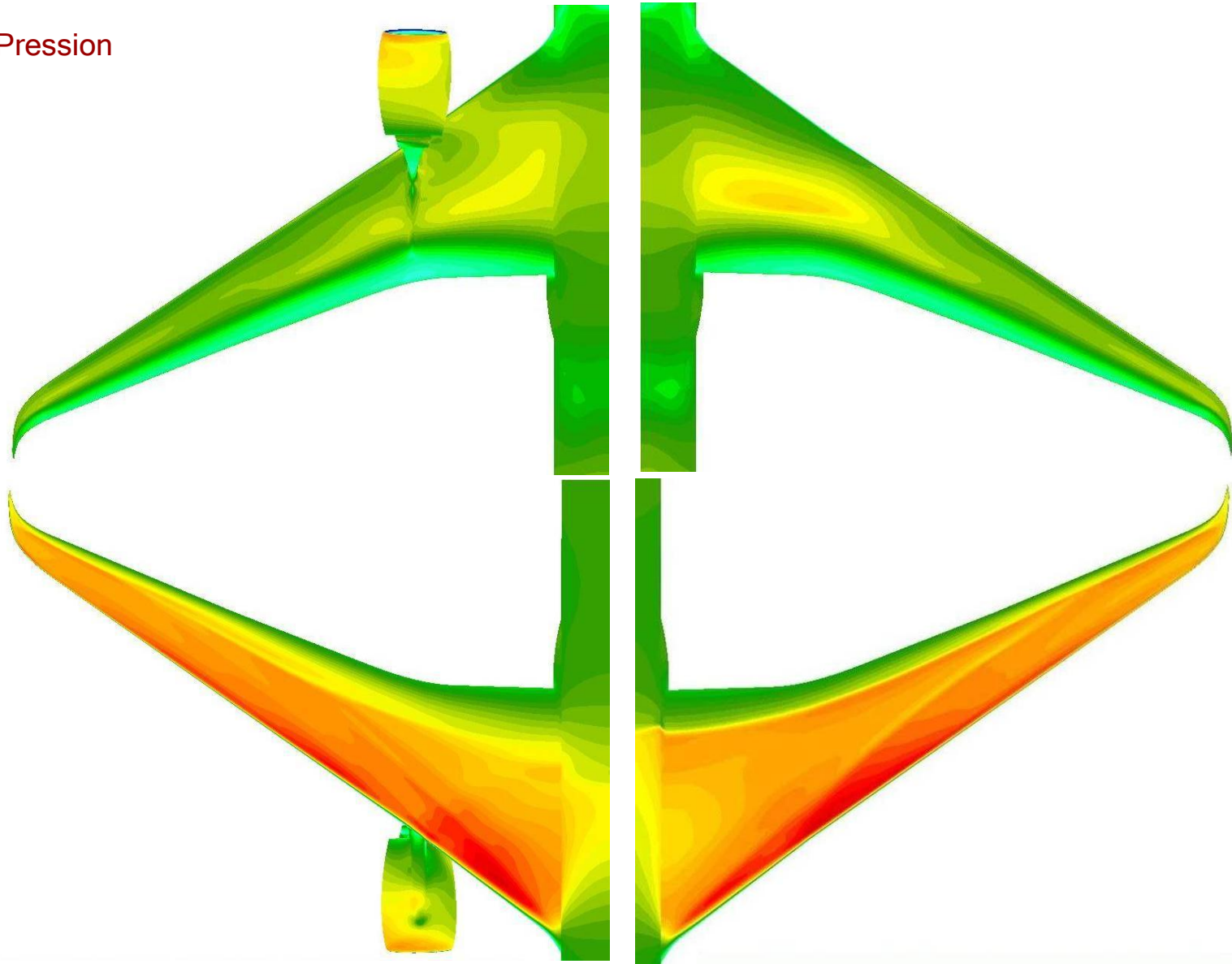
Soufflerie S3Ch - Onera



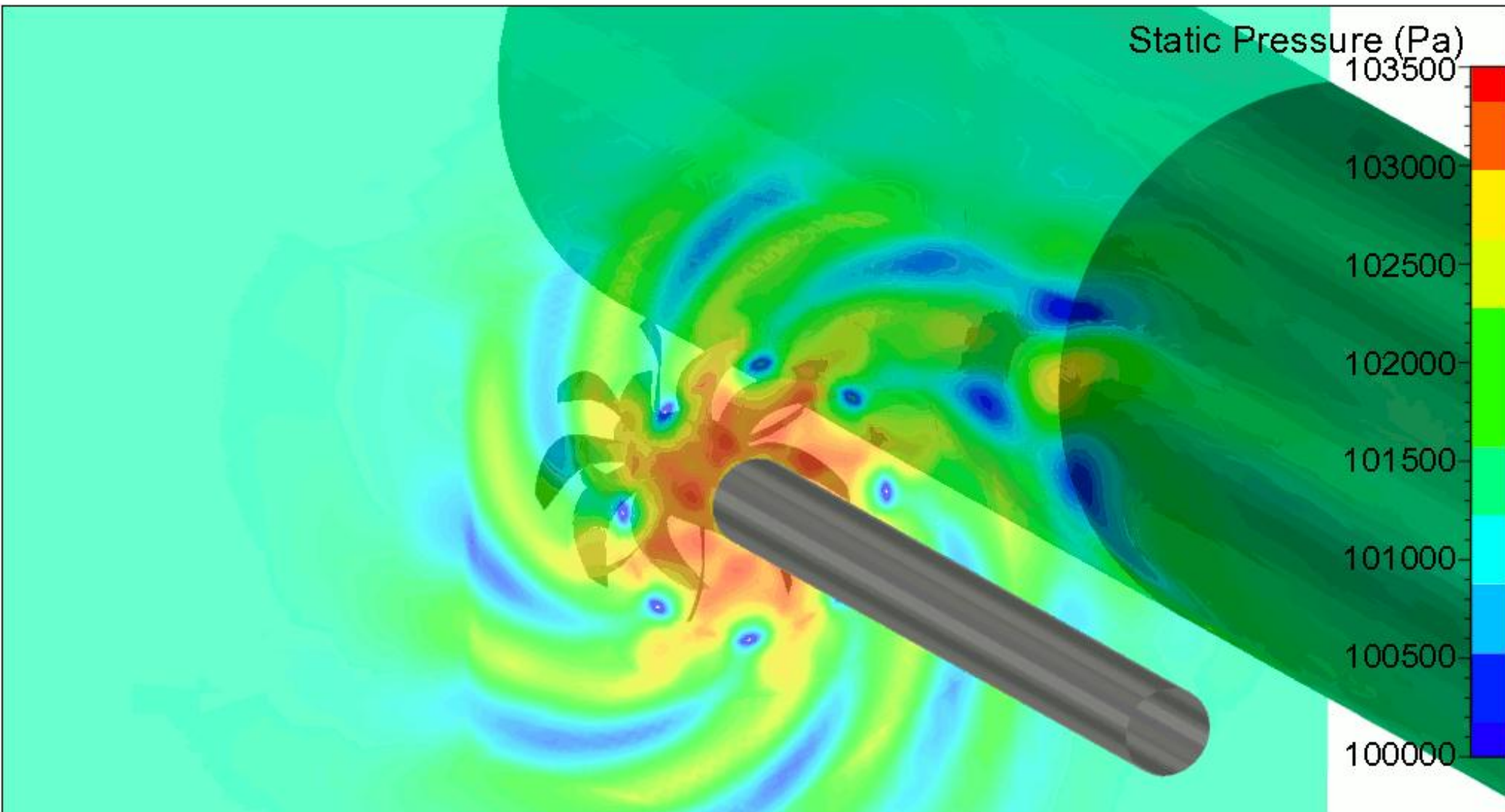
# *Présentation du cours - Généralités*

## *Exploitation en Aérodynamique*

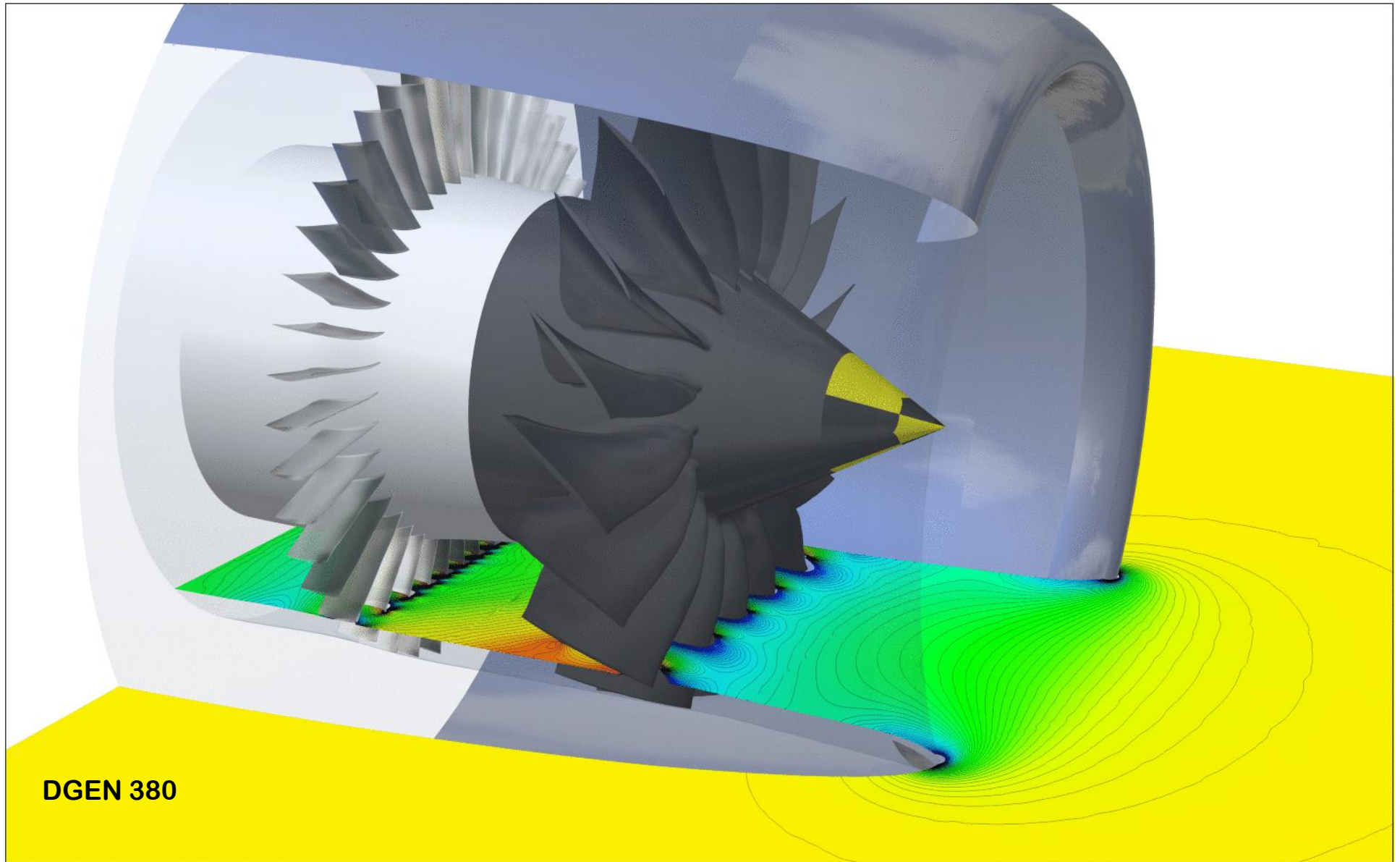
Coefficient de Pression



# Présentation du cours - Généralités









# Présentation du cours - Généralités

## Écoulements compressibles

- La **compressibilité** est une *propriété du fluide* qui évalue la *diminution de  $v$  en réponse à un accroissement de  $P$*

$v$  = volume spécifique (volume /unité de masse)

$$\tau = -\frac{1}{v} \frac{dv}{dp}$$

- Assure la propagation des ondes sonores
- Compressibilité isotherme

<b>Eau</b>	$\tau_T^{eau} = 5.10^{-10} m^2/N$	<b>Air</b>	$\tau_T^{air} = 10^{-5} m^2/N$
------------	-----------------------------------	------------	--------------------------------

- La densité / masse volumique s'écrit :  $\rho = \frac{1}{v}$

densité  $d = \left( \frac{\rho_{gaz}}{\rho_{air}} \right)_{P,T}$

# Présentation du cours - Généralités

## Écoulements compressibles

La définition de la compressibilité donne :  $d\rho = \rho \tau dp$

Pour les liquides : *variation de pression*  $\longrightarrow$  *peu de variation de densité*  
« **Écoulements** » supposés incompressibles ( $\rho = \text{Cte}$ )

Pour les gaz : *variation de pression*  $\longrightarrow$  *variation de densité*  
« **Écoulements** » définis compressibles ( $\rho = \text{Variable}$ )

Si vitesse écoulement  $< 30\%$  vitesse du son

$dp$  faible  $\longrightarrow$   $d\rho$  faible

*Écoulements de gaz faibles vitesses supposés incompressibles*

.... – 1939

Avions faibles vitesse

1940 – ....

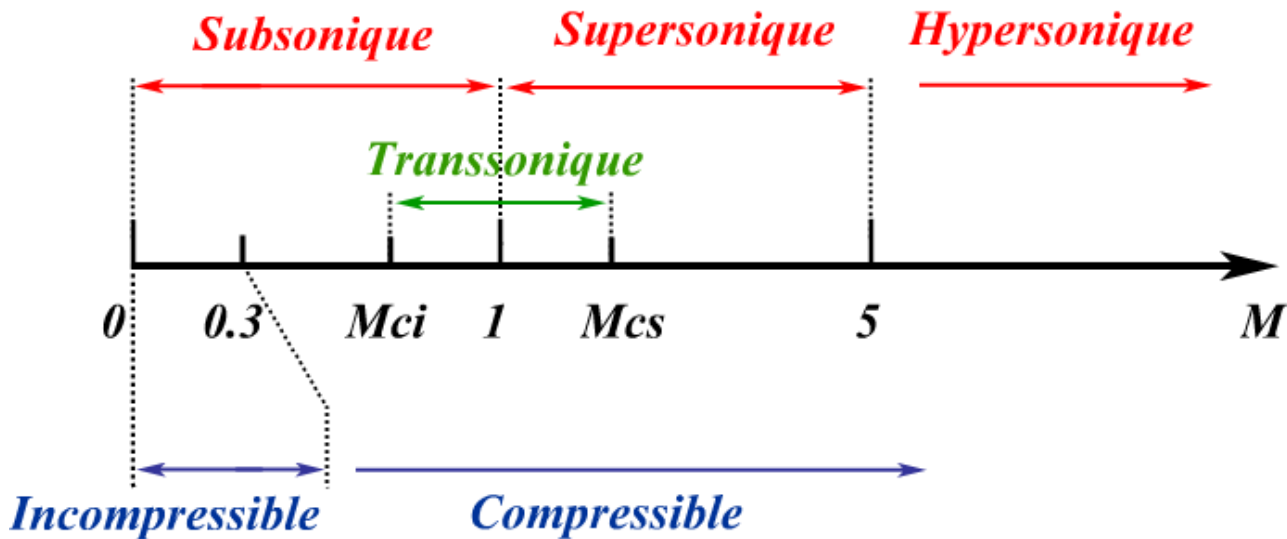
Approche compressible indispensable (couplage avec le cours d'aérodynamique)

# Présentation du cours - Généralités

## Régimes d'écoulements

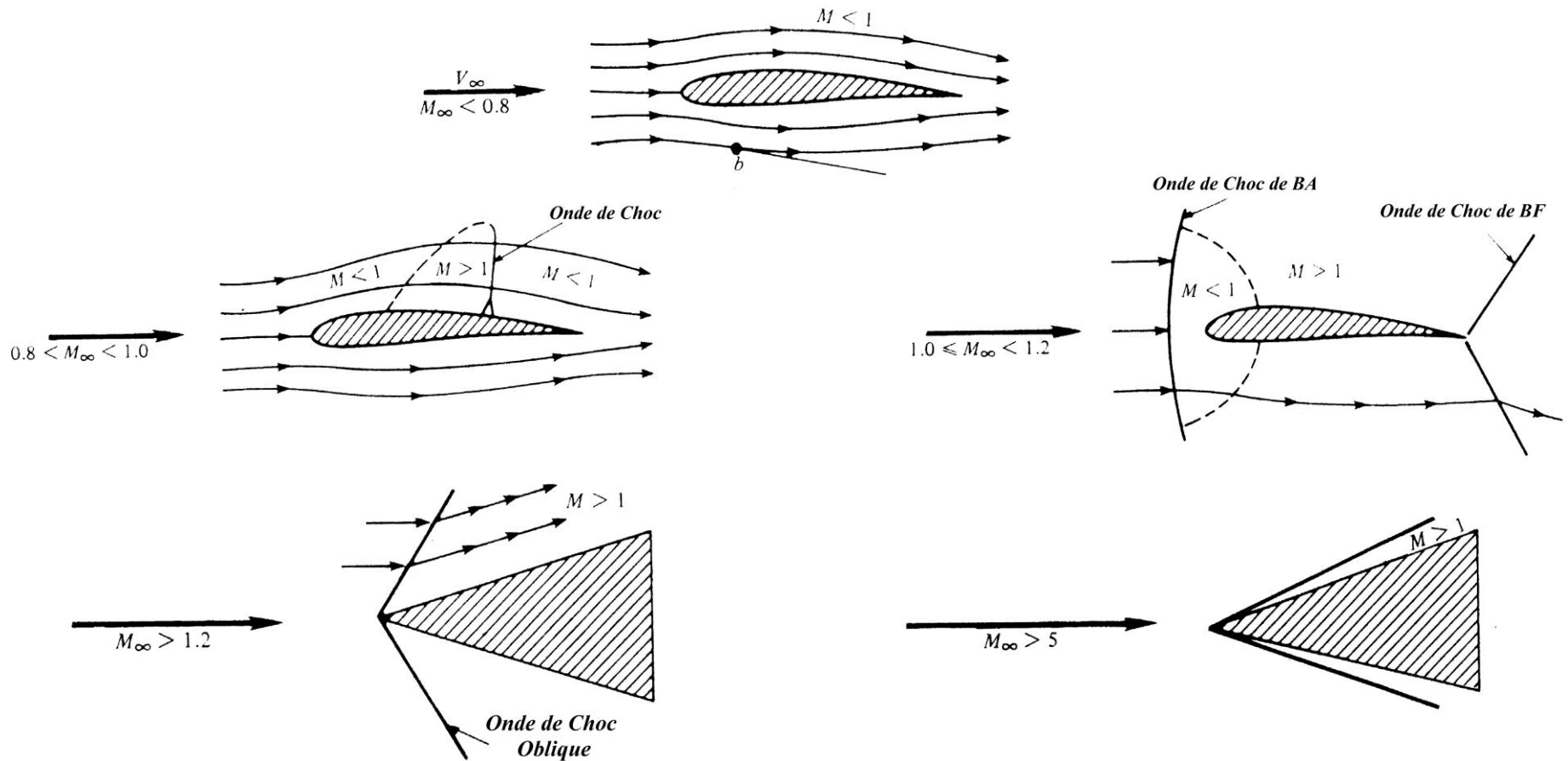
Nombre de Mach :

$$M = \frac{V}{a}$$



# Présentation du cours - Généralités

## Régimes d'écoulements



**Viscosité** : décollements, transferts de chaleur, traînée de frottement ...

Couche limite dynamique et thermique + interactions



### Énergie cinétique par unité de masse $V^2/2$

- Rôle central dans les écoulements compressibles (souvent synonymes d'écoulements à grande vitesse)
- Thermodynamique = Étude de l'énergie et de l'entropie

### Compréhension et analyse physique des écoulements

**Gaz parfait** : pas de forces intermoléculaires (négligées).

$$\left. \begin{array}{l} Pv = RT \\ \rho = \frac{1}{v} \end{array} \right\} \frac{P}{\rho} = RT \quad R = \frac{\mathcal{R}}{\mathcal{M}} = \frac{8.314 \text{ J/mol/K}}{28,96 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}} = 287 \text{ J/kg/K}$$

Air – Conditions standards

# Présentation du cours - Généralités

## Rappels thermodynamiques

### Enthalpie et Énergie interne

Pour un système en équilibre :  $h(T, P) = e(T, v) + Pv$

Pour un gaz parfait sans réaction chimique (*thermiquement parfait*)  
 $h = h(T)$  et  $e = e(T)$

Si les chaleurs spécifiques sont constantes, le gaz est alors *calorifiquement parfait*:

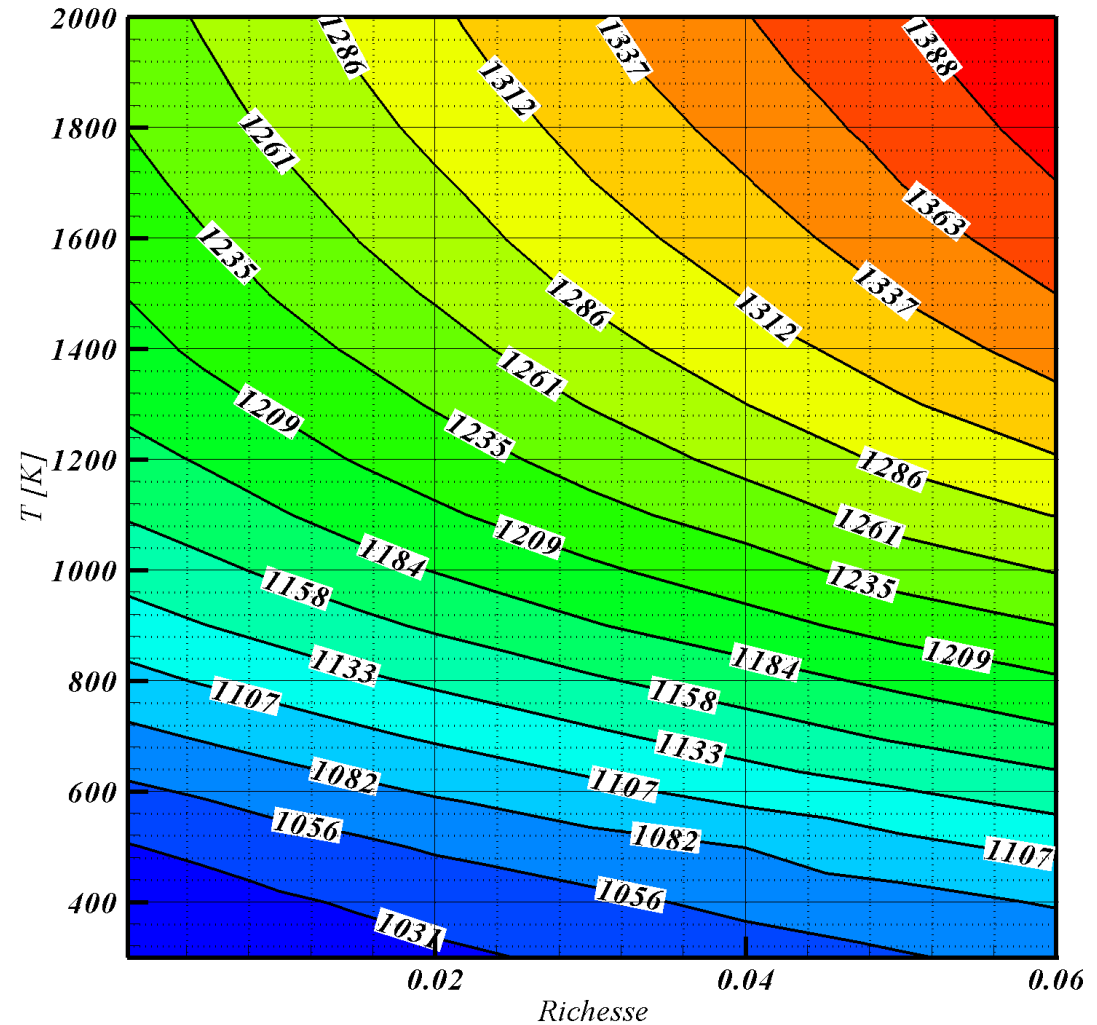
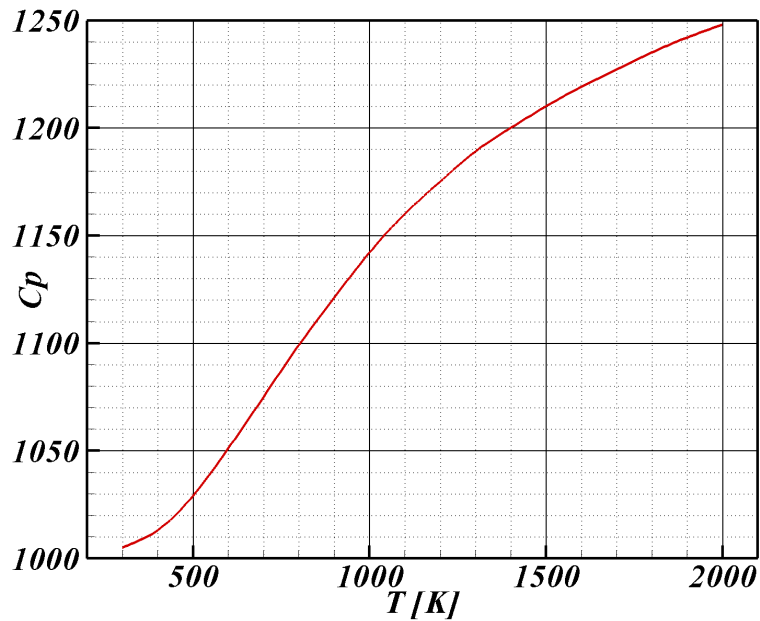
$$h = C_p.T \quad \text{et} \quad e = C_v.T$$

<b>Air :</b>	$T < 1000 \text{ K}$	<b>Gaz calorifiquement parfait</b>
<b>Corps de rentrée</b>	$T > 1000 \text{ K}$	<b>Vibration des molécules de <math>O_2</math> et <math>N_2</math></b>
	$T > 2500 \text{ K}$	<b>Dissociation de l'oxygène</b>
	$T > 4000 \text{ K}$	<b>Dissociation du nitrogène (diazote-azote)</b>

# Présentation du cours - Généralités

## Rappels thermodynamiques

### Évolution du $C_p$ fonction de $T$



$$C_p = -3.10^{-14}T^5 + 2.10^{-10}T^4 - 7.10^{-7}T^3 + 9.10^{-4}T^2 - 0,3177T + 1032.6$$

# Présentation du cours - Généralités

## Rappels thermodynamiques

**Chaleurs spécifiques :**  $C_p = \left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_P$   $C_v = \left( \frac{\partial e}{\partial T} \right)_v$

**Or on a la relation**  $C_p - C_v = R$  **et en posant**  $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$

**On obtient**  $C_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$   $C_v = \frac{R}{\gamma - 1}$

**Pour de l'air sous des conditions standards :**  $\gamma = 1.4$



?

$$T_{ref} = 288.15K$$

$$P_{ref} = 101325Pa$$



### Premier principe

$$\delta q + \delta w = de$$

$e$       **variable d' état**  
**différentielle exacte ne dépend que de l' état initial (I) et final (F)**

$\delta w$  **et**  $\delta q$  **dépendent du processus conduisant de (I) à (F)**

### Différents processus :

**Adiabatique** : aucun apport / extraction de chaleur du système

**Réversible** : pas de phénomène dissipatif (effets de viscosité ...)

**Isentropique** : adiabatique et réversible

### Deuxième principe et Entropie

$$ds \geq 0$$

Après quelques calculs :

$$ds = C_P \frac{dT}{T} - R \frac{dP}{P}$$

En intégrant :

$$s_2 - s_1 = \int_{T_1}^{T_2} C_p \frac{dT}{T} - R \ln \frac{P_2}{P_1}$$

Si  $C_p$  est constant (*gaz calorifiquement parfait*)

**Entropie**  
=  
**Traceur des pertes**

$$s_2 - s_1 = C_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1}$$

$$s_2 - s_1 = C_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{\rho_1}{\rho_2}$$

### Relations isentropiques

**Isentropique = Adiabatique + Réversible**

$$ds = \frac{\delta q}{T} + ds_{irreversible}$$

$ds = 0$

$$\delta q = 0$$

$$ds_{irr} = 0$$

$$0 = C_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$0 = C_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{v_1}{v_2} = \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \left( \frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^{\gamma} = \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

*(gaz calorifiquement parfait)*

# Présentation du cours - Généralités

En résumé...

- Problématique supersonique commune (internes ou externes)

- $$\tau = -\frac{1}{v} \frac{dv}{dp} \quad d\rho = \rho \tau dp \quad \tau_T^{eau} = 5.10^{-10} m^2/N \quad \text{Eau}$$
$$\tau_T^{air} = 10^{-5} m^2/N \quad \text{Air}$$

- $$\frac{P}{\rho} = RT \quad R = \frac{\mathcal{R}}{\mathcal{M}} = \frac{8.314 \text{ J/mol/K}}{28,96.10^{-3} \text{ kg/mol}} = 287 \text{ J/kg/K}$$

- $$C_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \quad \gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

- **Adiabatique** : aucun apport / extraction de chaleur du système
- **Réversible** : pas de phénomène dissipatif (effets de viscosité ...)

- $$s_2 - s_1 = C_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \left( \frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^\gamma = \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$