动态系统建模与分析习题总结

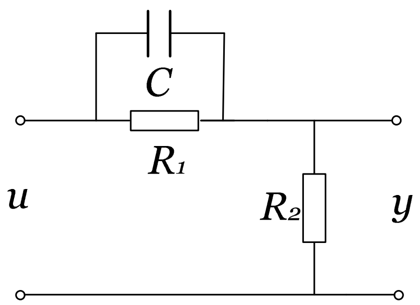
1．求系统传递函数：

1) 已知系统微分方程

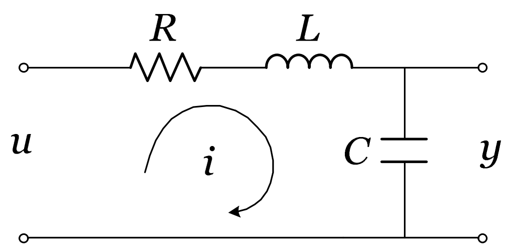
$$\ddot{y}(t) + 2\dot{y}(t) = u(t)$$

$$\Rightarrow F(s) = \frac{1}{s^2+2s} \Leftarrow$$

2) 已知系统原理图



$$\Rightarrow F(s) = \frac{R_1R_2Cs+R_2}{R_1R_2Cs+R_1+R_2} \Leftarrow$$



$$\Rightarrow F(s) = \frac{1}{LCs^2+RCs+1} \Leftarrow$$

3) 已知系统状态空间表达式

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -2 & -3 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} u$$

$$y = [0 \quad 0 \quad 1]x$$

$$\Rightarrow F(s) = \frac{2s^2+7s+3}{s^3-7s-6} \Leftarrow$$

4) 已知系统零初始条件下的输入和输出

零初始条件下， $y_{imp}(t)=0.1(1-e^{-\frac{1}{3}t})$

$$\Rightarrow\ F(s)=\frac{0.1}{s(3s+1)}\ \Leftarrow$$

零初始条件下， $y_{imp}(t)=5t+10\sin(4t+\frac{\pi}{4})$

$$\Rightarrow\ F(s)=\frac{5\sqrt{2}s^3+(20\sqrt{2}+5)s^2+80}{s^2(s^2+16)}\ \Leftarrow$$

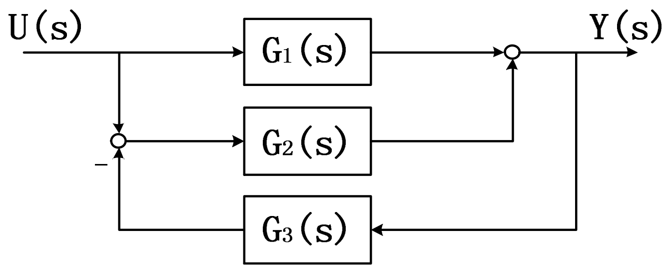
零初始条件下， $y_{step}(t)=1+0.2e^{-60t}-1.2e^{-10t}$

$$\Rightarrow\ F(s)=\frac{600}{s^2+70s+600}\ \Leftarrow$$

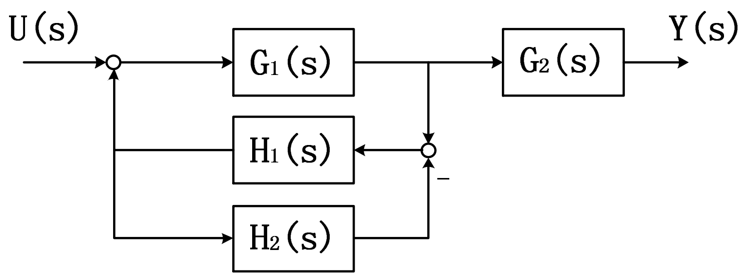
零初始条件下， $y_{step}(t)=1-e^{-2t}+e^{-t}$

$$\Rightarrow\ F(s)=\frac{s^2+4s+2}{s^2+3s+2}\ \Leftarrow$$

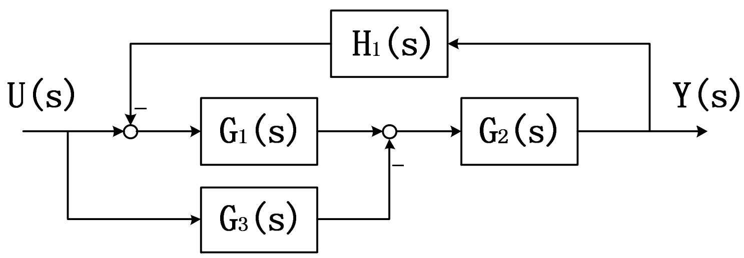
5) 已知系统结构图



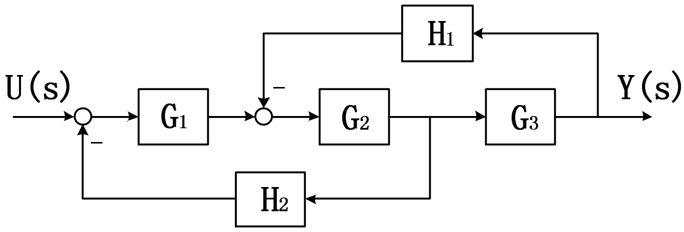
$$\Rightarrow\ F(s)=\frac{G_1+G_2}{1+G_2G_3}\ \Leftarrow$$



$$\Rightarrow\ F(s)=\frac{G_1G_2(1+H_1H_2)}{1+H_1H_2-G_1H_1}\ \Leftarrow$$



$$\Rightarrow \ F(s) = \frac{G_2(G_1-G_3)}{1+G_1G_2H_1} \ \Leftarrow$$



$$\Rightarrow \ F(s) = \frac{G_1G_2G_3}{1+G_1G_2H_2+G_2G_3H_1} \ \Leftarrow$$

2. **求零初始条件下的响应**

零初始条件下，单位阶跃响应为$y(t) = 1 - e^{-2t} + e^{-t}$，求零初始条件下系统的单位脉冲响应。

$$\Rightarrow \ y_{imp}(t) = \delta(t) - e^{-t} + 2e^{-2t} \ \Leftarrow$$

3. **非零初始条件下的系统响应**

已知系统传递函数$F(s) = \frac{2}{s^2+3s+2}$，初始条件$y(0) = -1, \dot{y}(0) = 0$。求系统的单位阶跃响应。

$$\Rightarrow \ y_{step}(t) = 1 - 4e^{-t} + 2e^{-2t}(t \geq 0) \ \Leftarrow$$

4. **求解状态方程**

1) 系统初始状态为$x(0)$，求下列状态方程的解

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} x$$

$$\Rightarrow \ x(t) = \begin{bmatrix} e^{-t} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-2t} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-3t} \end{bmatrix} x(0) \ \Leftarrow$$

2) 初始条件$x_1(0)=1$，$x_2(0)=0$，求单位阶跃信号输入时下列状态方程的解。

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix}u$$

$$\Rightarrow\ \mathrm{e}^{At}=\begin{bmatrix}\mathrm{e}^{t} & 0\\ t\mathrm{e}^{t} & \mathrm{e}^{t}\end{bmatrix}\ \Leftarrow$$

$$\Rightarrow\ x(t)=\begin{bmatrix}2\mathrm{e}^{t}-1\\ 2t\mathrm{e}^{t}\end{bmatrix}\ \Leftarrow$$

3) 求下列系统的单位脉冲响应。

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -2 & -3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}u$$

$$y=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+u$$

$$\Rightarrow\ y_{imp}(t)=\mathrm{e}^{-t}-\mathrm{e}^{-2t}+\delta(t),(t\geq 0)\ \Leftarrow$$

5. 标准型变换

1) 变为对角阵型

$$\begin{bmatrix}\dot{x}\\ \hline y\end{bmatrix}=\left[\begin{array}{cc|c}0 & 1 & 0\\ -2 & -3 & 1\\ \hline -1 & 1 & 0\end{array}\right]\begin{bmatrix}x\\ \hline u\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow\ \begin{bmatrix}\dot{\tilde{x}}\\ \hline y\end{bmatrix}=\left[\begin{array}{cc|c}-1 & 0 & 1\\ 0 & -2 & -1\\ \hline -2 & -3 & 0\end{array}\right]\begin{bmatrix}\tilde{x}\\ \hline u\end{bmatrix}\ \Leftarrow$$

2) 变为对角阵型

$$\begin{bmatrix}\dot{x}\\ \hline y\end{bmatrix}=\left[\begin{array}{cc|c}0 & 1 & 0\\ -1 & 0 & 1\\ \hline 1 & 0 & 0\end{array}\right]\begin{bmatrix}x\\ \hline u\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow\ \begin{bmatrix}\dot{\tilde{x}}\\ \hline y\end{bmatrix}=\left[\begin{array}{cc|c}\mathrm{i} & 0 & -\frac{\mathrm{i}}{2}\\ 0 & -\mathrm{i} & \frac{\mathrm{i}}{2}\\ \hline 1 & 1 & 0\end{array}\right]\begin{bmatrix}\tilde{x}\\ \hline u\end{bmatrix}\ \Leftarrow$$

3) 变为约旦标准型

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \hline y \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right] \begin{bmatrix} x \\ \hline u \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{\mathrm{x}} \\ \hline \mathrm{y} \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{ccc|c} -1 & 1 & 0 & 2/9 \\ 0 & -1 & 0 & -3/9 \\ 0 & 0 & 2 & 1/9 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 0 \end{array}\right] \begin{bmatrix} \mathrm{x} \\ \hline \mathrm{u} \end{bmatrix} \Leftarrow$$

4) 变换为能控标准型和能观标准型

$$[\dot{x}] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = [0 \quad 0 \quad 1]x$$

先判断能控性——能控；则能控标准型为：

$$\Rightarrow [\dot{\tilde{\mathrm{x}}}] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & 9 & 0 \end{bmatrix} \tilde{\mathrm{x}} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \mathrm{u} \Leftarrow$$

$$\Rightarrow \mathrm{y} = [3 \quad 2 \quad 1]\tilde{\mathrm{x}} \Leftarrow$$

先判断能观性——能观；则能观标准型为：

$$\Rightarrow [\dot{\hat{\mathrm{x}}}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & 9 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \hat{\mathrm{x}} + \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \mathrm{u} \Leftarrow$$

$$\Rightarrow \mathrm{y} = [0 \quad 0 \quad 1]\hat{\mathrm{x}} \Leftarrow$$

6. 时域分析

1) 系统可用下列微分方程描述，零初始条件下，求单位阶跃输入作用下系统的延迟时间、上升时间及调节时间（5%）。

（$0 < T - \tau < 1$，$\frac{\tau}{\mathrm{T}} < 0.1$）

$$T\dot{y}(t) + y(t) = \tau\dot{u}(t) + u(t)$$

$$\Rightarrow\ t_d = \left(0.693 + \ln\frac{T-\tau}{T}\right)T\ \Leftarrow$$

$$\Rightarrow\ t_r = 2.2T\ \Leftarrow$$

$$\Rightarrow\ t_s = \left(3 + \ln\frac{T-\tau}{T}\right)T\ \Leftarrow$$

2) 已知系统零初始条件下的单位阶跃响应如下。求系统的自然频率和阻尼比，并求系统在单位阶跃信号作用下的超调量。

$$y_{step}(t) = 1 + 0.2e^{-60t} - 1.2e^{-10t}$$

$$\Rightarrow\ \omega_n = 24.5\text{，}\ \xi = 1.43\text{，}\ \sigma\% = 0\ \Leftarrow$$

7. 频域分析

1) 系统传递函数如下所示。试计算$\omega = 0.5$及$\omega = 2$时系统频率特性的幅值$A(\omega)$和相位$\varphi(\omega)$。

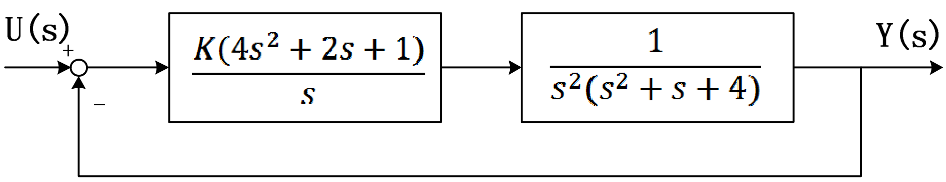
$$F(s) = \frac{10}{s(2s+1)(s^2+0.5s+1)}$$

$$\Rightarrow\ \omega = 0.5\text{时，}\ A(\omega) = 17.89\text{，}\ \varphi(\omega) = -153.43^\circ\ \Leftarrow$$

$$\Rightarrow\ \omega = 2\text{时，}\ A(\omega) = 0.38\text{，}\ \varphi(\omega) = -327.53^\circ\ \Leftarrow$$

8. 稳定性判别

1) 对于以下系统，判断$K = 1$时系统是否稳定并确定使系统稳定的K的取值范围。



$$\Rightarrow\ K = 1\text{时系统不稳定}\ \Leftarrow$$

$$\Rightarrow \ 0.5362 < \mathrm{K} < 0.9326 \ \Leftarrow$$

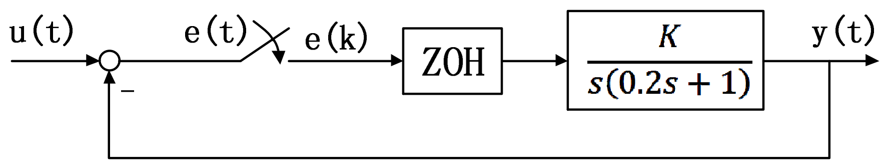
2) 分析以下系统的状态稳定性和输出稳定性

$$[\dot{x}] = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = [1 \quad 0]x$$

⇒ 状态不稳定，输出稳定 ⇐

3) 有如下图所示的离散系统，其采样周期$T = 1$。ZOH为零阶保持器。分别在z域和ω域判断$K = 5$时系统的稳定性，并确定使系统稳定的K的取值范围。



⇒ z域中，$\mathrm{K} = 5$时极点不全位于单位圆内，系统不稳定 ⇐

⇒ ω域中，$\mathrm{K} = 5$时极点不全位于左半平面，系统不稳定 ⇐

⇒ 或：ω域中，$\mathrm{K} = 5$时根据 Routh 判据，系统不稳定 ⇐

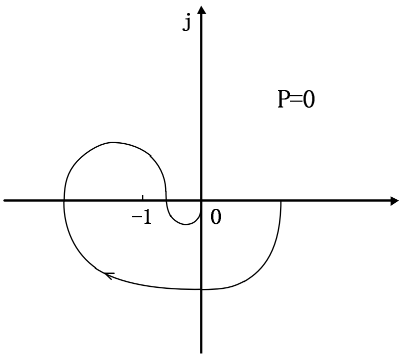
⇒ 要使系统稳定，$0 < K < 1.6631$ ⇐

4) 奈奎斯特稳定判据

对于线性定常系统，可以通过开环频率响应判断相应闭环控制系统的稳定性。实际应用中，若已知系统开环传递函数中不稳定的极点个数为P，开环奈奎斯特曲线（ω：$-\infty \sim +\infty$）绕$(-1，0)$点转的圈数为N（其中，开环奈奎斯特曲线绕$(-1，0)$点逆时针转时$N > 0$；顺时针转时$N < 0$；曲线不包含$(-1，0)$点时$N = 0$），则可知开环传递函数中不稳定的零点个数为$Z = P - N$。因开环传递函数中不稳定的零点个数与闭环传递

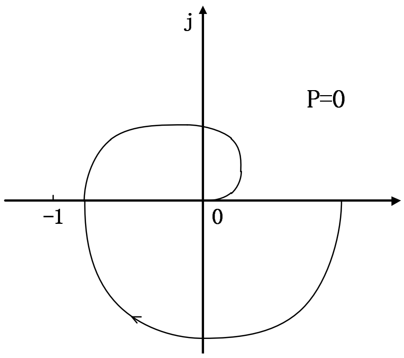
函数中不稳定的极点个数相同，若$Z \neq 0$，则闭环系统不稳定，反之，若有$N = P$，闭环系统稳定。

若奈奎斯特曲线仅画出ω：$0 \sim +\infty$的部分，则若有$N = \frac{1}{2}P$，闭环系统稳定，反之闭环系统不稳定。

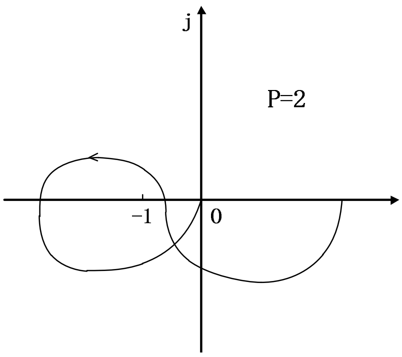


$\Rightarrow N = -1$，闭环不稳定$\Leftarrow$

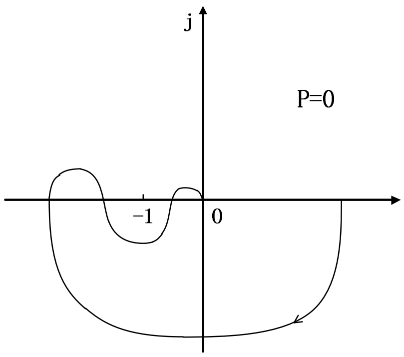
$\Rightarrow$ 包含一个不稳定极点$\Leftarrow$



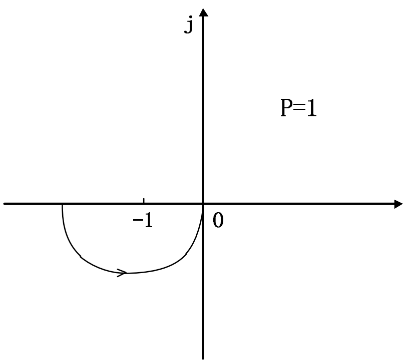
$\Rightarrow N = 0$，闭环稳定$\Leftarrow$



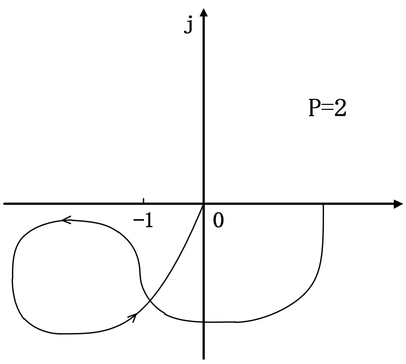
$\Rightarrow N = 1$，闭环稳定$\Leftarrow$



$\Rightarrow N = 0$，闭环稳定$\Leftarrow$



$\Rightarrow N = 0.5$ ，闭环稳定$\Leftarrow$



$\Rightarrow N = 0$ ，闭环不稳定$\Leftarrow$

$\Rightarrow$包含两个不稳定极点$\Leftarrow$

9．求稳态误差

1) 系统可用以下一系列微分方程表示，其中$u(t)$为系统输入，$y(t)$为系统输出，其中T_1，T_2，K_2为正常数。要求系统输入为$u(t) = 1 + t$时，$y(t)$对$u(t)$的稳态误差$e_{ss}(\infty)$不超过正常数α。全部初始条件为零。求K_1的取值范围。

$$T_1 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{dy(t)}{dt} = K_2 x(t)$$

$$x(t) = K_1[u(t) - b(t)]$$

$$T_2 \frac{db(t)}{dt} + b(t) = y(t)$$

$$\Rightarrow \ \frac{1}{K_2(K_2+\alpha)} \leq K_1 < \frac{T_1+T_2}{K_2 T_1 T_2} \ \Leftarrow$$

2) 已知单位负反馈系统的开环传递函数如下，求输入分别为$u(t) = 2t$和$u(t) = 2 + 2t + t^2$时系统的稳态误差。

$$G(s) = \frac{100}{(0.1s + 1)(s + 5)}$$

$\Rightarrow$ 稳定 | ∞ | ∞ $\Leftarrow$

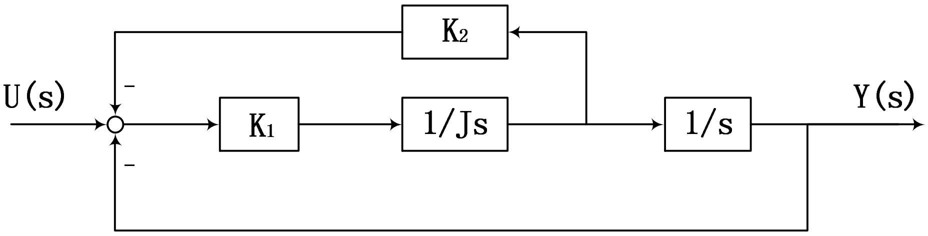
$$G(s) = \frac{50}{s(0.1s + 1)(s + 5)}$$

$\Rightarrow$ 稳定 | 0.2 | ∞ $\Leftarrow$

$$G(s) = \frac{10(2s + 1)}{s^2(s^2 + 6s + 100)}$$

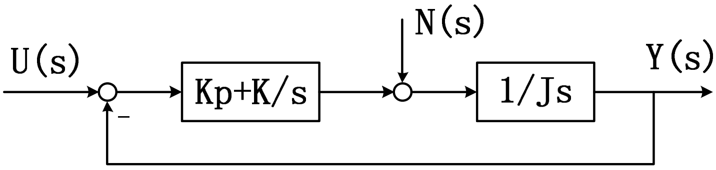
$\Rightarrow$ 稳定 | 0 | 20 $\Leftarrow$

3) 有如图所示的系统，当输入$u(t) = t$时，系统稳定，求稳态误差。



$$\Rightarrow\ e_{ss}(\infty) = K_2\ \Leftarrow$$

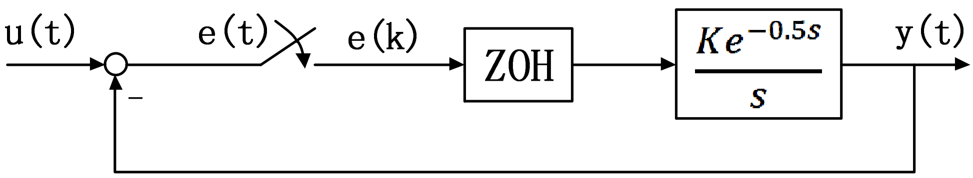
4) 已知系统结构如图所示，误差定义为$E(s) = U(s) - Y(s)$。已知在$u(t)$和$n(t)$分别作用于系统时，系统均为稳定的。求在$u(t)$和$n(t)$分别作用时系统的稳态误差。



$\Rightarrow$ 在$u(t)$单独作用下，$e_{ss}(\infty) = 0$ $\Leftarrow$

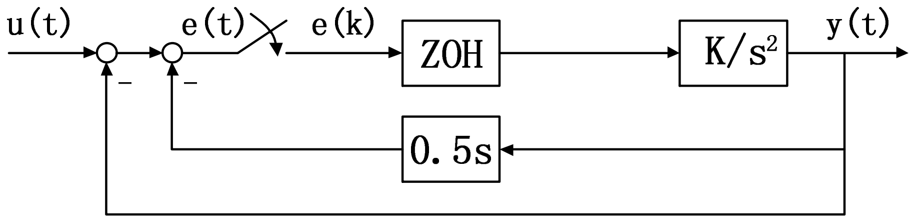
$\Rightarrow$ 在$n(t)$单独作用下，$e_{ss}(\infty) = 0$ $\Leftarrow$

5) 已知离散系统如图所示，其中ZOH为零阶保持器，$T = 0.25$。当$u(t) = 2 + t$时，欲使稳态误差$e_{ss}(\infty)$小于 0.1。试求K值。



$\Rightarrow$ 没有满足条件的K值 $\Leftarrow$

6) 有离散系统如图所示。其采样开关的采样周期$T = 0.2$。$K = 10$，$u(t) = 1 + t + \frac{1}{2}t^2$。ZOH为零阶保持器。写出零阶保持器的传递函数$H_0(s)$，写出系统的离散误差传递函数$\Phi_e(z)$，并用终值法求出系统的稳态误差$e_{ss}(\infty)$。



$$\Rightarrow H_0(s)=\frac{1-e^{-sT}}{s} \Leftarrow$$

$$\Rightarrow \Phi_e(z)=\frac{E(z)}{U(z)}=\frac{(z-1)^2}{z^2-0.8z+0.2} \Leftarrow$$

$\Rightarrow$ 系统稳定，稳态误差$e_{ss}(\infty)=0.1$ $\Leftarrow$

注：此处$E(z)\neq U(z)-Y(z)$，$E(z)=U(z)-(1+0.5s)Y(z)$，如系统结构图中的$e(t)$位置所示。

10. 求非线性系统的线性化模型

1) 已知弹簧受到的拉力 F 与其形变 y 的关系为：$F(y)=12.65y^{1.1}$ 若弹簧在 $y=0.25$ 附件作微小变化，试推导在 $y=0.25$ 附近 ΔF 的线性化方程。

$$\Rightarrow \Delta F=12.11\Delta y \Leftarrow$$

2) 在液压管道中，流过阀门的流量Q满足流量方程$Q=K\sqrt{P}$, K为阀门的比例系数，P为阀门前后的压差。若流量Q与压差P在其平衡点（Q_0,P_0）附近做微小变化，试导出其线性化流量方程。

$$\Rightarrow \Delta Q=\frac{K}{2\sqrt{P_0}}\Delta P \Leftarrow$$

3) 求下列非线性系统在平衡点$\overrightarrow{x_0}=\vec{0}$处的线性化模型：

$$\dot{x_1}=x_2$$

$$\dot{x_2}=x_1+x_2+x_2^3+2u$$

$$y=x_1+x_2^2$$

$$\Rightarrow \ \Delta\dot{x}_1 = \Delta x_2 \qquad\qquad \Leftarrow$$

$$\Rightarrow \ \Delta\dot{x}_2 = \Delta x_1 + \Delta x_2 + 2u \qquad\qquad \Leftarrow$$

$$\Rightarrow \ \Delta y = \Delta x_1 \qquad\qquad \Leftarrow$$

11. 能控性、能观性判别

1) 判断系统可控性。

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

⇒ 不可控 ⇐

2) 下列系统可控，求a、b取值范围。

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & a \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ b \end{bmatrix} u$$

$$\Rightarrow \ b^2 \neq ab - 1 \ \Leftarrow$$

3) 系统可控，讨论a的取值范围。

$$F(s) = \frac{s + a}{(s+1)(s+2)(s+3)}$$

⇒ $a \neq 1,2,4$时，系统既可控又可观 ⇐

⇒ $a = 1,2,4$时，若系统按可控性实现，系统可控，否则不可控 ⇐

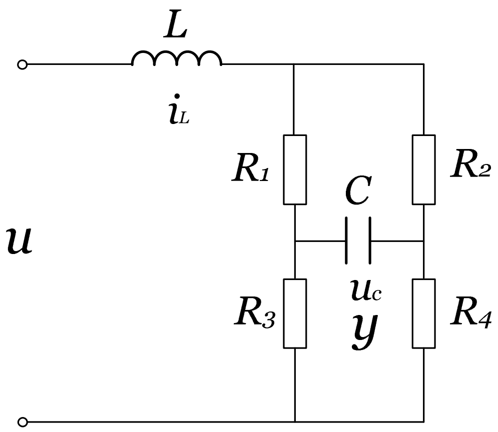
4) 判断系统可观性。

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} x$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} x$$

⇒ 不可观 ⇐

5) 系统输入为u，输出为y。选取流过电感的电流和电容两端电压为两个状态变量。讨论系统的可控性。



$\Rightarrow$ $R_1R_4 = R_2R_3$时，系统不可控；$R_1R_4 \neq R_2R_3$时，系统可控。 $\Leftarrow$

12. 系统实现问题

1) 写出系统的对角阵实现和友矩阵实现

$$F(s) = \frac{s+3}{(s+1)(s+2)}$$

若按对角阵实现，则有

$$\Rightarrow\ [\dot{x}] = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u\ \Leftarrow$$

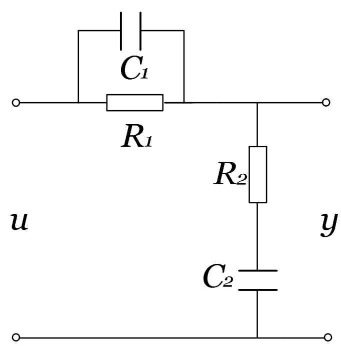
$$\Rightarrow\ y = \begin{bmatrix} 2 & -1 \end{bmatrix} x\ \Leftarrow$$

若按友矩阵/能控标准型实现，则有

$$\Rightarrow\ [\dot{x}] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u\ \Leftarrow$$

$$\Rightarrow\ y = \begin{bmatrix} 3 & 1 \end{bmatrix} x\ \Leftarrow$$

2) 求系统的一个状态空间表达式。



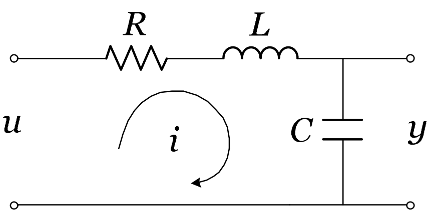
若选取$x_1 = u_{c_1}$，$x_2 = u_{c_2}$，则有：

$$\Rightarrow \begin{bmatrix}\dot{x}\\ \hline y\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{R_1C_1}+\frac{-1}{R_2C_1} & \frac{-1}{R_2C_1} & \frac{1}{R_2C_1}\\ \frac{-1}{R_2C_2} & \frac{-1}{R_2C_2} & \frac{1}{R_2C_2} \\ -1 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ \hline u\end{bmatrix} \Leftarrow$$

若按友矩阵/能控标准型实现，则有

$$\Rightarrow \begin{bmatrix}\dot{\mathrm{x}}\\ \hline \mathrm{y}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0\\ -\frac{1}{\mathrm{R_1R_2C_1C_2}} & -\left(\frac{1}{\mathrm{R_1C_1}}+\frac{1}{\mathrm{R_2C_1}}+\frac{1}{\mathrm{R_2C_2}}\right) & 1 \\ 0 & \frac{-1}{\mathrm{R_2C_1}} & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathrm{x}\\ \hline \mathrm{u}\end{bmatrix} \Leftarrow$$

3) 写出系统的一个状态空间表达式。



若选取$\mathrm{x_1} = \mathrm{i}$，$\mathrm{x_2} = \mathrm{u_c}$，则有：

$$\Rightarrow \begin{bmatrix}\dot{\mathrm{x}}\\ \hline \mathrm{y}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\mathrm{R}}{\mathrm{L}} & -\frac{1}{\mathrm{L}} & \frac{1}{\mathrm{L}}\\ \frac{1}{\mathrm{C}} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathrm{x}\\ \hline \mathrm{u}\end{bmatrix} \Leftarrow$$

4) 写出下列系统的能控标准型和能观标准型。

$$\dddot{y}(t) + 6\ddot{y}(t) + 11\dot{y}(t) + 6\mathrm{y(t)} = 6u(t)$$

$$\Rightarrow \left[\dot{\tilde{\mathrm{x}}}\right] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ -6 & -11 & -6\end{bmatrix}\tilde{\mathrm{x}} + \begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}\mathrm{u} \Leftarrow$$

$$\Rightarrow \mathrm{y} = [6 \quad 0 \quad 0]\tilde{\mathrm{x}} \Leftarrow$$

$$\Rightarrow \left[\dot{\hat{\mathrm{x}}}\right] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -6\\ 1 & 0 & -11\\ 0 & 1 & -6\end{bmatrix}\hat{\mathrm{x}} + \begin{bmatrix}6\\0\\0\end{bmatrix}\mathrm{u} \Leftarrow$$

$$\Rightarrow \mathrm{y} = [0 \quad 0 \quad 1]\hat{\mathrm{x}} \Leftarrow$$

5) 写出系统按能控标准型实现的离散状态空间表达式。

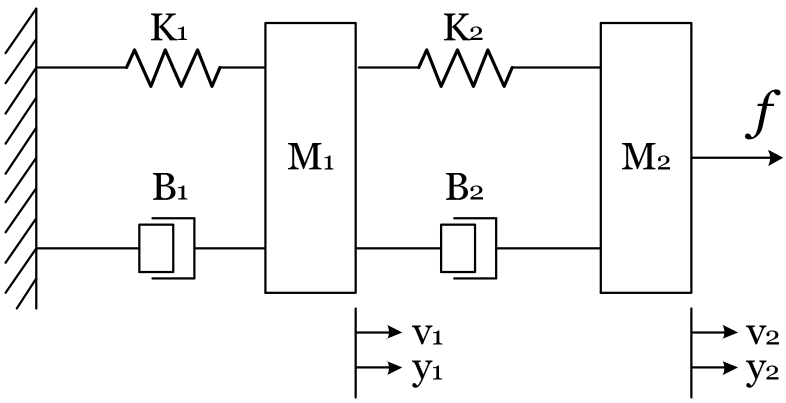
已知系统差分方程为

$$y(k+2)+3y(k+1)+2y(k)=2u(k+1)+3u(k)$$

$$\Rightarrow\ [\mathrm{x}(\mathrm{k}+1)]=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -2 & -3\end{bmatrix}\mathrm{x}(\mathrm{k})+\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}\mathrm{u}(\mathrm{k})\ \Leftarrow$$

$$\Rightarrow\ \mathrm{y}(\mathrm{k})=[3\quad 2]\mathrm{x}(\mathrm{k})\ \Leftarrow$$

6) 已知有如图所示的机械模型，在外力f作用下，质量块和弹簧向右运动。M_1，M_2为质量块的质量，K_1，K_2为弹簧的弹性系数，B_1，B_2为阻尼器的阻尼系数。两个弹簧和两个质量块可看做储能元件(弹性势能和动能)。试写出以弹簧的伸长量y_1，y_2，质量块的速度v_1，v_2为系统的状态变量，质量块的位移y_1，y_2为输出的状态空间表达式。



设$\mathrm{x}_1=\mathrm{y}_1$，$\mathrm{x}_2=\mathrm{y}_2$，$\mathrm{x}_3=\mathrm{v}_1$，$\mathrm{x}_4=\mathrm{v}_2$，有：

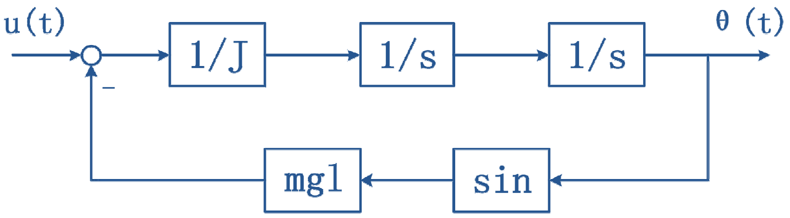
$$\Rightarrow\ [\dot{\mathrm{x}}]=\begin{bmatrix}0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ -\frac{(\mathrm{K}_1+\mathrm{K}_2)}{\mathrm{M}_1} & \frac{\mathrm{K}_2}{\mathrm{M}_1} & -\frac{(\mathrm{B}_1+\mathrm{B}_2)}{\mathrm{M}_1} & \frac{\mathrm{B}_2}{\mathrm{M}_1}\\ \frac{\mathrm{K}_2}{\mathrm{M}_2} & -\frac{\mathrm{K}_2}{\mathrm{M}_2} & \frac{\mathrm{B}_2}{\mathrm{M}_2} & -\frac{\mathrm{B}_2}{\mathrm{M}_2}\end{bmatrix}\mathrm{x}+\begin{bmatrix}0\\ 0\\ 0\\ \frac{1}{\mathrm{M}_2}\end{bmatrix}\mathrm{u}\ \Leftarrow$$

$$\Rightarrow\ \mathrm{y}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\end{bmatrix}\mathrm{x}\ \Leftarrow$$

13.　系统的动态结构图

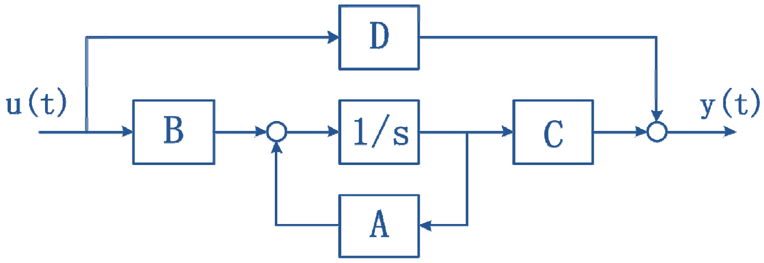
1) 单摆：

$$J\frac{d^2\theta(t)}{dt^2}+mglsin\theta(t)=u(t)$$



2) 对于状态空间表达式：

$$\begin{bmatrix}\dot{x}\\ \hline y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A & B\\ C & D\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x\\ \hline u\end{bmatrix}$$



时间仓促，若有疏漏之处，敬请谅解。