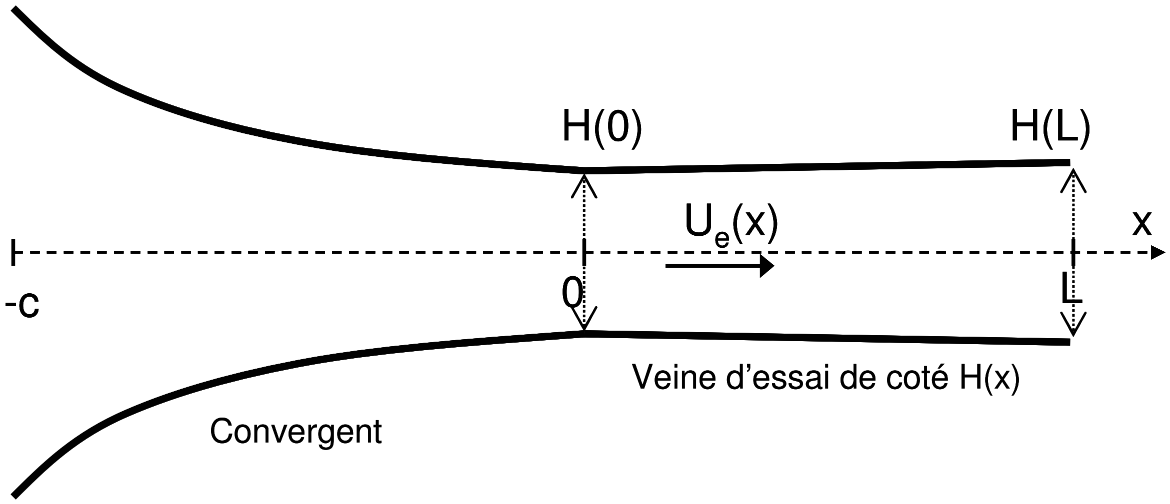
TD 5 – Dimensionnement d'une veine de soufflerie

On se propose de dimensionner une soufflerie subsonique. La veine d'essai est de longueur L=1 m. Elle est de section carrée. A l'entrée de la section d'essai (x=0, voir schéma ci-dessous), chaque coté du carré mesure H(0)=0,4 m. L'objectif est de concevoir la veine de façon à garder une vitesse dans la veine $U_e(x)$ quasi constante malgré le développement des couches limites que l'on supposera laminaires.



Cette veine d'essai est précédée d'un convergent contenant divers dispositifs de tranquillisation. La soufflerie est prévue pour travailler à des vitesses faibles ou modérées : Vitesse minimale : U=1 m/s ; vitesse maximale : U=10 m/s.

1 - Calcul de la couche limite dans la veine

Dans cette partie, on utilise directement l'équation de Karman. Si la vitesse extérieure est constante (ou quasi constante), le profil de vitesse dans la couche limite peut être approximé par une loi sinus, ce qui se traduit par :

$$\frac{U}{U_e} = A\sin\left(B\frac{y}{\delta}\right)$$

1-1 Déterminer les constantes A et B de façon à satisfaire :

- La condition d'adhérence à la paroi,
- La continuité de la vitesse et de sa dérivée à la frontière de la couche limite.

1-2 Calculer, en fonction de δ, les épaisseurs de déplacement δ^*, de quantité de mouvement θ, le frottement à la paroi τ_p et le coefficient de frottement local C_f.

1-3 Appliquer la relation intégrale de Karman pour calculer δ en fonction de l'abscisse x le long de la veine. On posera $\delta_0 = \delta(0)$, $\theta_0 = \theta(0)$, $U_0 = U_e(0)$. En déduire δ^*, τ_p et C_f.

2 - Calcul approché des épaisseurs caractéristiques de couche limite en entrée de veine

On supposera (pour avoir des calculs simples !) que la géométrie du conduit convergent se traduit par une évolution exponentielle de la vitesse externe $U_e(x) = U_e(0)\, e^{2x/c}$ pour $x \in [-c, 0]$ .Pour mener des calculs d'évolution de couche limite en situation complexe, Thwaites et Walz ont proposé une approche intégrale simplifiée basée sur le profil de Polhausen. En simplifiant l'équation de Karman, celle-ci s'intègre et permet d'obtenir directement une valeur approchée de l'épaisseur de quantité de mouvement θ. Celle ci s'écrit dans le cas présent :

$$\frac{\theta^2(x)}{\nu} = \frac{0{,}45}{U_e{}^6(x)} \int_{-\mathrm{c}}^{x} U_e{}^5(x')dx' \qquad \text{pour } x' \in [-c, 0] \qquad (1)$$

Il faut bien évidemment supposer que $\delta(-c) = \theta(-c) = 0$ pour que cette forme soit valable. Nous ferons cette hypothèse ici même si elle est approchée.

- En déduire l'expression mathématique de $\theta(0)$ pour le convergent dessiné ici.
- Calculer θ_0 pour des vitesses d'entrée de veine U_0 de 1, 5 et 10m/s avec c=1,2 m et $\nu = 1{,}57.10^{-5}\ m^2/s$.

3 - Calcul de l'angle de divergence à donner à la veine

3-1 En tenant compte de la condition initiale précédente, calculer l'épaisseur δ et l'épaisseur de déplacement δ^* de la couche limite en sortie de veine pour les trois vitesses U_0=1, 5 et 10m/s.

3-2 A toute station x, vous supposez que la couche limite est la même tout au long du périmètre de la section carrée de coté H(x). On néglige donc ce qui se passe aux coins.

- Calculez le débit volumique Q_v en fonction de $U_e(x)$, $H(x)$ et $\delta^*(x)$.
- En déduire l'évolution longitudinale de la hauteur $H(x)$ qui permettrait de maintenir $U_e(x)$ strictement constante tout au long de la veine d'essai.
- Par soucis de simplicité de construction, les parois de la veine d'essais sont en fait planes et elles divergent d'un angle α petit. En déduire la valeur numérique de *H(L)* et donc de l'angle de divergence de la veine pour respecter la propriété $U_e(L) = U_0$ pour les trois vitesses précédentes. Vous commenterez les résultats obtenus et en particulier la variation de α en fonction de la vitesse extérieure. L'angle α est défini par : $tg(\alpha) = 0{,}5\left(\frac{H(L) - H(0)}{L}\right)$