Correction du TD « Combustion en foyer homogène et tubulaire »

Pour un Foyer homogène

Pour un fonctionnement stationnaire $\dot{M}_{k,s} = \dot{M}_{k,e} + \int_V \omega_k dV$.

Dans le cas foyer homogène $\omega_k = \omega_{k,s}$ *est le même dans tout le volume :*

$$\dot{M}_k = \dot{M}_{k,e} + \omega_k V_h \Rightarrow \frac{\dot{M}_k - \dot{M}_{k,e}}{V_h} = \omega_k = \nu_k M_k V_r$$

$M_k = MY_k$ *et* $Y_k\ (\mathrm{t}) = \mathrm{cte}$ *(foyer homogène+stationnaire)* $\Rightarrow \dot{M}_k = \dot{M}Y_k \Rightarrow \dot{M}_{k,e} = \dot{M}Y_{k,e}$

$$\Rightarrow \dot{M}_k - \dot{M}_{k,e} = \dot{M}\left(Y_k - Y_{k,e}\right) = V_h \nu_k M_k V_r \Rightarrow V_r = \frac{\dot{M}\left(Y_k - Y_{k,e}\right)}{V_h \nu_k M_k} \quad \textit{mais} \quad \boxed{\lambda = 1 - \frac{Y_k}{Y_{k,e}}}$$

Donc :

$$\boxed{V_r = \frac{\dot{M}Y_{k,e}}{-\nu_k M_k V_h}\lambda}$$

droite de dissipation ou de consommation dans un foyer homogène dont la pente est $\boxed{\propto \frac{\dot{M}}{V_h} > 0}$ *puisque pour la réaction :*

$$-C_3H_8 - 5O_2 + P \to 0 \qquad \nu_{C_3H_8} = -1$$

Question 4°) Foyer tubulaire

On adopte les caractéristiques de fonctionnement correspondant à V_r maximum (cf. 3-a), donc $\lambda = \lambda_m < 1$. On adjoint alors à ce foyer homogène, un foyer tubulaire. On demande de calculer le volume V_t du foyer tubulaire, et le temps de séjour $t_{S,t}$ des gaz dans ce foyer tels que le degré d'avancement de la réaction soit, à sa sortie, $\lambda_s = 0{,}99$.

Remarque : pour $\lambda_m < \lambda < 1$, on pourra assimiler la courbe $V_r(\lambda)$ à :

- la droite $V_r = V_m$ = cte pour $\lambda_m < \lambda < 0{,}85$
- la droite $V_r = V_m\ ((1-\lambda) / 0{,}15)$ pour $0{,}85 < \lambda < 1$.

A la sortie du foyer homogène dont le point de fonctionnement est m :
Le volume du foyer tubulaire est donné par :
L'équation de bilan de Y_k *s'écrit :*

Foyer tubulaire :

La combustion est avancée et l'écoulement devient quasi-laminaire quasi-1D. ***La diffusion est négligeable devant la convection et la production chimique*** *donc pour un écoulement stationnaire la conservation du réactif minoritaire (carburant dans le cas d'un mélange pauvre) s'écrit :*

$$\dot{m}\frac{dY_k}{dx} = \omega_k \ \textit{et} \ \omega_k = \nu_k M_k V_r .$$

$$\boxed{dY_k = -Y_{k,e} d\lambda}$$

$$\dot{m} Y_{k,e} \frac{d\lambda}{dx} = \nu_k M_k V_r$$

En pratique si $A(x) = cte$ *alors le débit total* $\dot{M} = A(x)\dot{m}(x) = cte \Rightarrow \dot{m}(x) = \dfrac{\dot{M}}{A(x)} = cte$

$\dfrac{\dot{M}}{A(x)} Y_{k,e} \dfrac{d\lambda}{dx} = -\nu_k M_k V_r(\lambda)$ *soit* $A(x)dx = \dfrac{\dot{M} Y_{k,e}}{\nu_k M_k} \dfrac{d\lambda}{V_r(\lambda)}$ *et le volume* V_t *du foyer tubulaire de longueur* L *tel que* $\lambda = \lambda_L$ *est donné par :*

$$\boxed{V_t = \int_0^L A(x)dx = \frac{\dot{M} Y_{k,e}}{\nu_k M_k} \int_{\lambda_i}^{\lambda_L} \frac{d\lambda}{V_r(\lambda)}}$$

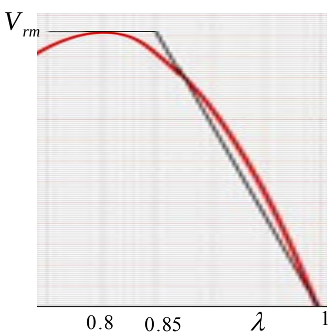
$$\boxed{V_t = \frac{\dot{M} Y_{C_3H_8,e}}{-\nu_{C_3H_8} M_{C_3H_8}} \int_{\lambda_i}^{\lambda_L} \frac{d\lambda}{V_r(\lambda)} = \frac{\dot{M} Y_{C_3H_8,e}}{M_{C_3H_8}} I}$$

Où $Y_{C_3H_8,e}$ est la fraction massique du carburant à l'entrée du foyer homogène, λ_i le degré d'avancement à la sortie du foyer homogène (donc entrée du foyer tubulaire) et

$$Avec \ \boxed{I = \int_{\lambda_i}^{\lambda_L} \frac{d\lambda}{V_r(\lambda)}}$$

Dans notre cas (voir questions précédentes) :

$$\dot{M} = 791{,}4g$$
$$Y_{C_3H_8,e} = 0{,}04587$$



$$I = \int_{0.8}^{0.85} \frac{d\lambda}{V_{rm}} + \frac{1-0.85}{V_{rm}} \int_{0.85}^{0.99} \frac{d\lambda}{1-\lambda}$$

$\boxed{I = 0.691}$ *et* $\boxed{V_t = 0.57l}$

Temps de séjour *:*

en supposant $\overline{\rho} = \overline{\rho}_{tubulaire} = \overline{\rho}_{entrée} = \rho_m$

$$\boxed{t_s = \frac{\overline{\rho} V_t}{\dot{M}}}$$

$$\boxed{t_s = 0.243\frac{0.57}{791.4} = 0.175ms}$$

5°) On veut brûler le mélange précédent $(\phi = 0{,}75)$ avec un débit de $500\ g/s$, et en poussant la réaction jusqu'au degré d'avancement $\lambda = 0{,}99$.

Quel est le volume total du foyer, dans le cas où celui-ci se compose :

a) uniquement d'un foyer homogène, pour $\lambda = 0{,}99$

$$\frac{\dot{M}}{V_h} = cte \Rightarrow V_{h2} = V_{h1}\frac{\dot{M}_2}{\dot{M}_1}$$

pour un volume $V_h = 1l \Rightarrow \quad \dot{M} = 58g$

Pour un débit $\dot{M} = 500g \Rightarrow \quad V_h = 1\frac{500}{58} = 8{,}62l$ $\boxed{V_h = 8{,}62l}$

b) ***d'un foyer homogène et d'un foyer tubulaire convenablement couplés.***

Foyer homogène : $\lambda : 0 \rightarrow \lambda_m$

pour un volume $V_h = 1l \Rightarrow \quad \dot{M}_m = 791{,}4g$

Pour un débit $\dot{M}_m = 500g \Rightarrow V_h = 1\frac{\dot{M}_2}{\dot{M}_1} = 1\frac{500}{791{,}4} = 0{,}632l$

$$\boxed{V_h = 0{,}632l}$$

Foyer tubulaire : $\lambda :\quad \lambda_m = 0{,}8 \rightarrow \lambda = 0{,}99$

pour un débit $\dot{M}_m = 791{,}4g \Rightarrow V_t = 0{,}57l$

pour un débit $\dot{M} = 500g \Rightarrow \quad V_t = 0{,}57\frac{500}{791{,}4} = 0{,}36l$

$$\boxed{V_t = 0{,}36l}$$

$$V_{total} = V_h + V_t = 0{,}632 + 0{,}36 = 0{,}992l$$

L'ensemble foyer homogène plus foyer tubulaire fait un volume de $\boxed{V_{total} = 0{,}992l}$ *plus intéressant que le foyer homogène tout seul :* $\boxed{V_h = 8.62l}$ *soit pratiquement* ***8,7 fois*** *plus volumineux.*