Aerodynamics
Potential flow and Superpositon —TD1

■ 偶极子流中M的定义

若点源或点汇强度 $Q = 2\pi r V_r$

势函数 $\phi = \dfrac{Q}{4\pi} \dfrac{4x\varepsilon}{(x-\varepsilon)^2 + y^2}$

若点源和点汇无限接近 $\varepsilon \to 0$，且两者强度相同，汇点将源流出的流体全部吸收而不发生任何流动。

当 $\varepsilon \to 0$ 时，$Q \to \infty$。$2\varepsilon Q \to M$保持一个有限值：

$$\lim_{\varepsilon \to 0}(2\varepsilon Q) = M$$（常数）

M 称为偶极流的偶极矩，或成为偶极子强度。

■ 几个强度

点源或点汇强度 $Q = 2\pi r V_r$

点涡强度 $\Gamma = 2\pi r V_\theta$

偶极子强度 $M = 2\varepsilon Q$

Aerodynamics
Pressure Distribution of Superpositon —TD2

■ **达朗伯疑难（悖论）**

物体在无界不可压缩无粘性流体中作匀速直线运动时，所受到的合力等于零。

无阻力、无升力——与实际不符

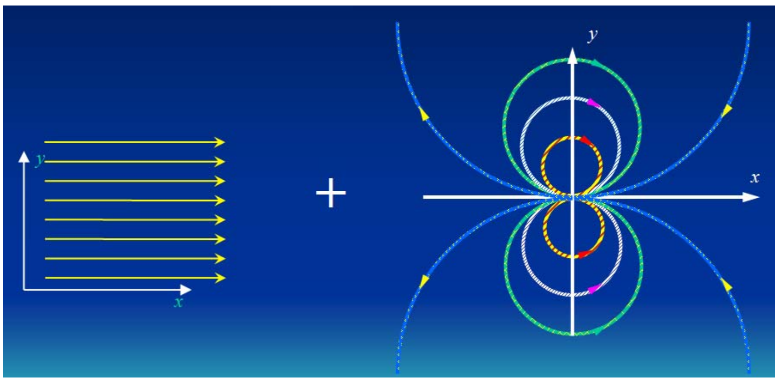
■ **环量** Γ (m^2/s)

环量是流体的速度沿着一条闭曲线的路径积分：

$$\Gamma = \oint_C V ds$$

点涡可以描述环量

■ **圆柱绕流**



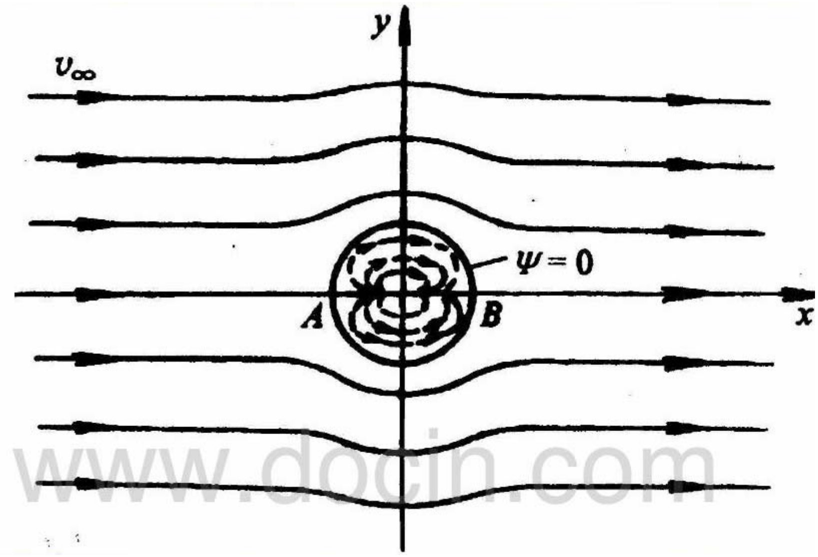
流函数 $\varphi = V_\infty \sin\theta (r - \frac{R^2}{r}) = V_\infty y(1 - \frac{R^2}{x^2+y^2})$

势函数 $\phi = V_\infty \cos\theta (r + \frac{R^2}{r}) = V_\infty x(1 + \frac{R^2}{x^2+y^2})$

Aerodynamics
Pressure Distribution of Superpositon —TD2

■ 圆柱绕流（续）

上课中推导近场零流线 $\phi=0$ 及远场流动 $r\to\infty$，说明复合速度势代表了圆柱绕流问题。



流场中任意一点 (x,y) 或 (r,θ) 速度分布：

$$V_x=\frac{\partial\phi}{\partial x}=V_\infty[1-\frac{R^2(x^2-y^2)}{(x^2+y^2)^2}]$$

$$V_y=\frac{\partial\phi}{\partial y}=-V_\infty\frac{2xyR^2}{(x^2+y^2)^2}]$$

或

$$V_r=\frac{\partial\phi}{\partial r}=V_\infty\cos\theta(1-\frac{R^2}{r^2})$$

$$V_\theta=\frac{\partial\phi}{r\partial\theta}=-V_\infty\sin\theta(1+\frac{R^2}{r^2})$$

速度环量：

$$\Gamma=\oint_C V_\theta\, ds=0$$

无环量绕流

Aerodynamics
Pressure Distribution of Superpositon —TD2

■ 圆柱绕流（续）

圆柱表面上的速度分布：

$$V_r = 0$$

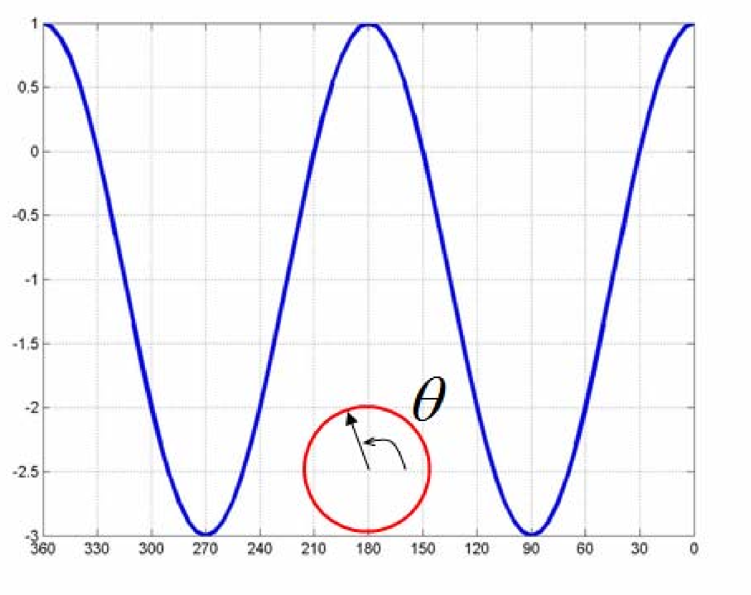
$$V_\theta = -2V_\infty \sin\theta$$

■ 圆柱绕流（求圆柱表面合力）

用压力系数 C_p 来表示圆柱上的压力分布：

$$C_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2}\rho V_\infty^2} = 1 - \left(\frac{V}{V_\infty}\right)^2$$

只与表面位置有关



Aerodynamics
Pressure Distribution of Superpositon —TD2

■ **圆柱绕流（求圆柱表面合力）**

从压力分布看，圆柱面上的压力对称于x轴和y轴，柱面上的合力等于0。

流体作用在圆柱上的总压力分解为x，y方向上的分力F_x，F_y分别为与来流平行和垂直的力，称为阻力D和升力L。

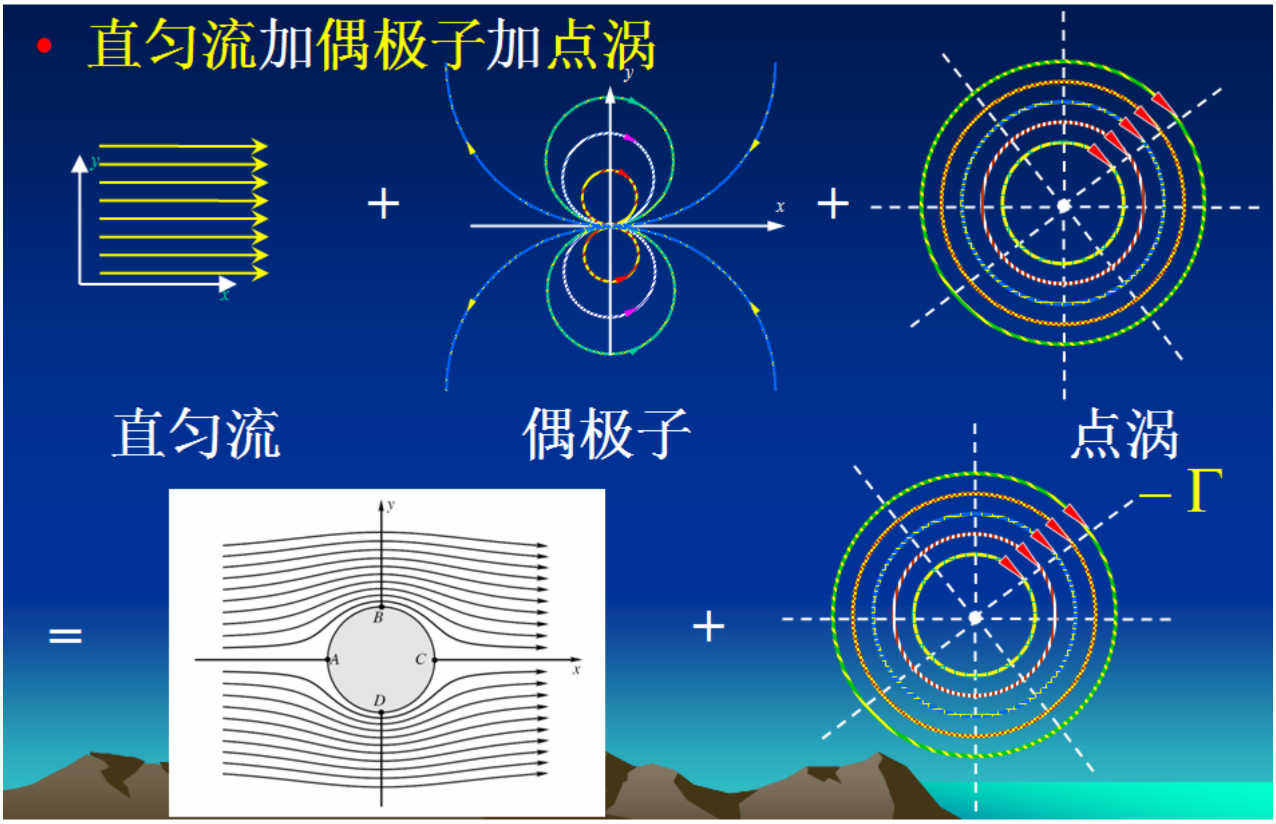
$$D = F_x = 0$$

$$L = F_y = 0$$

D'Alembert's paradox

Aerodynamics
Pressure Distribution of Superpositon —TD2

■ 有环量圆柱绕流



流函数 $$\varphi = V_\infty \sin\theta\left(r - \frac{R^2}{r}\right) - \frac{\Gamma}{2\pi}\ln r$$

势函数 $$\phi = V_\infty \cos\theta\left(r + \frac{R^2}{r}\right) + \frac{\Gamma}{2\pi}\theta$$

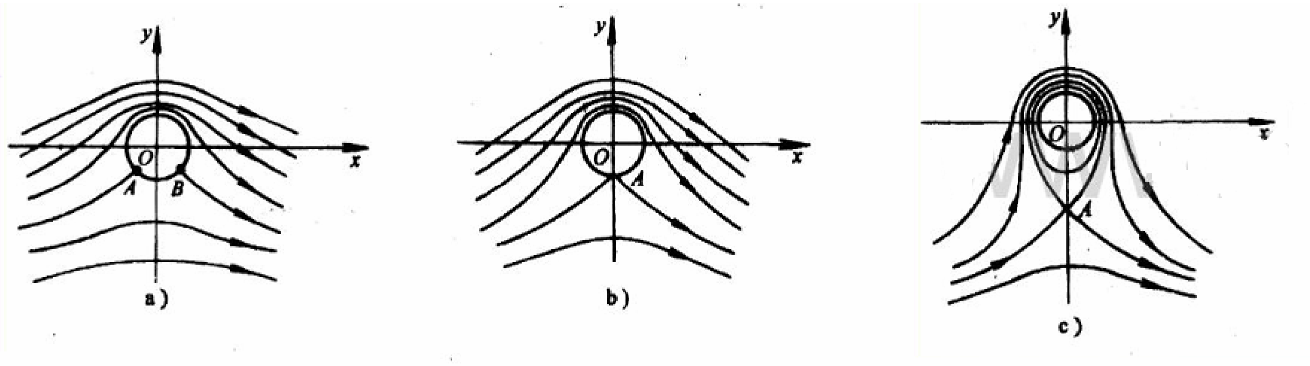
流场中任意一点速度分布：

$$V_r = \frac{\partial\phi}{\partial r} = V_\infty \cos\theta\left(1 - \frac{R^2}{r^2}\right)$$

$$V_\theta = \frac{\partial\phi}{r\partial\theta} = -V_\infty \sin\theta\left(1 + \frac{R^2}{r^2}\right) + \frac{\Gamma}{2\pi r}$$

Aerodynamics
Pressure Distribution of Superpositon —TD2

■ 有环量圆柱绕流

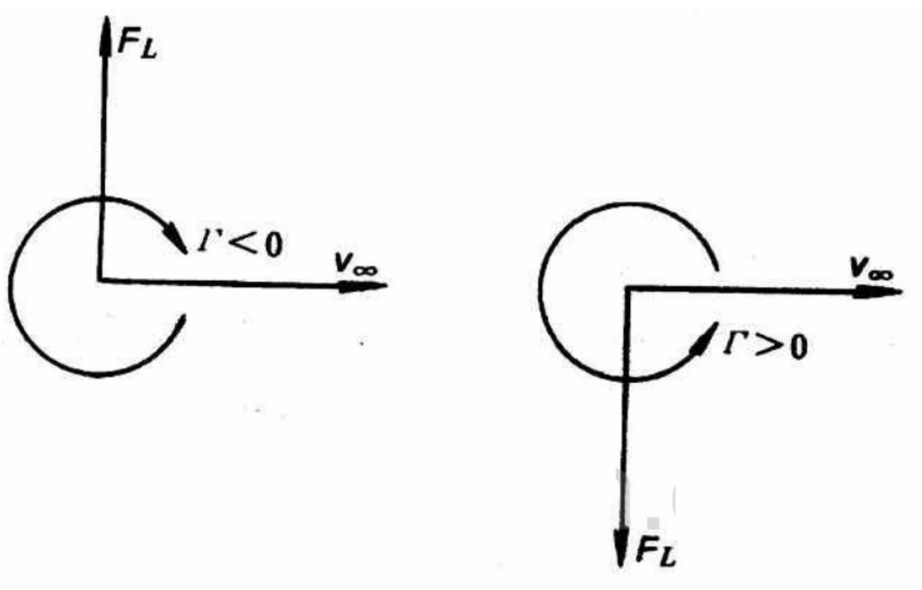


■ 有环量圆柱绕流合力

$$D = F_x = 0$$

$$L = F_y = -\rho V_\infty \Gamma$$

N.Joukowski



升力方向