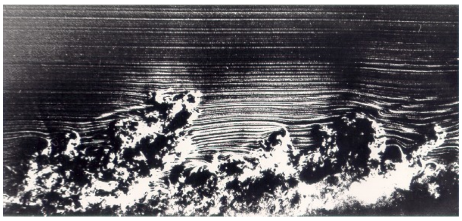
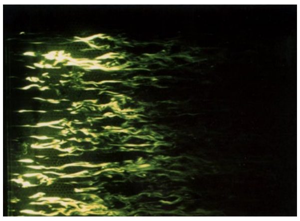
TD 6 - Couche limite turbulente, méthodes intégrales

visualisations réalisées par Dr. Nagib, Fluid Dynamics Research Center, Illinois Inst. of Tech., http ://fdrc.iit.edu/research/nagibResearch.php

Au cours de cet exercice, on mettra en évidence l'influence de la position du point de transition laminaire-turbulent sur la traînée de frottement pour une plaque plane. Une approche intégrale est utilisée. Ce type d'approche a été très utilisé dans le passé. Les méthodes intégrales ne doivent toutefois pas être écartées de la boîte à outil de l'ingénieur moderne : elles permettent une première évaluation de l'évolution d'une couche limite (laminaire ou turbulente, compressible ou incompressible). Des variantes plus ou moins élaborées peuvent être retrouvées dans ne nombreux ouvrages [1].

On suppose acquis les calculs du développement de la couche limite sur plaque plane dans sa portion laminaire. On rappelle les résultats obtenus en utilisant une loi en sinus :

$$\text{régime laminaire : } \left\{ \begin{array}{rcll} \langle u \rangle / \langle U_e \rangle & = & \sin\left(\frac{\pi}{2} y/\delta\right) & \\ \delta/x & = & 4.79/Re_x^{1/2} & \text{épaisseur à 99\%} \\ \delta^*/x & = & 1.74/Re_x^{1/2} & \text{épaisseur de déplacement} \\ \theta/x & = & 0.657/Re_x^{1/2} & \text{épaisseur de qdm} \\ \tau_p/\left(\frac{1}{2}\rho\langle U_e \rangle^2\right) & = & 0.657/Re_x^{1/2} & \text{frottement pariétal} \end{array} \right.$$

où $Re_x = \frac{x\,\langle U_e \rangle}{\nu}$ est un nombre de Reynolds local.En $x = 0$ les épaisseurs sont supposées nulles.

1 Transition laminaire-turbulent

On considère une plaque plane de longueur L et de largeur b, placée parallèlement à un écoulement uniforme incompressible de vitesse moyenne $\langle U_e \rangle$ et de niveau de turbulence u'_e ($u'_e \ll \langle U_e \rangle$). Sur cette plaque se développe à partir du bord d'attaque une couche limite d'abord laminaire, puis turbulente lorsque le nombre de Reynolds atteint une valeur critique. Le lieu de transition de l'état laminaire vers l'état turbulent dépend de plusieurs paramètres, dont l'intensité turbulente de l'écoulement extérieur $I_e \equiv u'_e/\langle U_e \rangle$. Des résultats expérimentaux ont permis d'établir un critère de transition sur plaque plane :

$$Re_{\theta_T} = 201 - 206 \ln\left(16.8\ I_e\right) \text{ , valable pour } 0.1\% \leq I_e \leq 2\%$$

Ce critère ne fait pas intervenir directement l'abscisse de transition x_T, mais le nombre de Reynolds basé sur l'épaisseur de quantité de mouvement au point de transition. En combinant cette loi empirique avec la loi de croissance de l'épaisseur de quantité de mouvement pour une

1. voir par exemple : "Aérodynamique : turbulence et couche limite" et " Aerodynamique : couche limite laminaire" (Jean Cousteix, ed. Cepadues)

couche limite laminaire (loi en sinus), montrer que le nombre de Reynolds basé sur l'abscisse du "point" de transition est donné par :

$$Re_{x_T} = (306 - 314 \ln (16.8\ I_e))^2$$

Interprétez physiquement pourquoi le lieu de transition dépend du taux de turbulence extérieur. Pourquoi ce critère n'est-il valable que pour un certain intervalle de I_e ?

2 Loi affine et frottement turbulent

Dans la couche limite turbulente, on suppose que le profil de vitesse moyenne est :

$$\frac{\langle u \rangle}{\langle U_e \rangle} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{1/7} \quad \text{avec pour frottement à la paroi } \tau_p(x) = 0.0225 \rho \langle U_e \rangle^2 \left(\frac{\langle U_e \rangle \delta(x)}{\nu}\right)^{-\frac{1}{4}}$$

Commenter la forme de cette loi en comparaison avec la loi sinus. Pourquoi est-on obligé de fournir une corrélation expérimentale quant à l'évolution de $\tau_p(x)$?

3 Epaisseurs de couche limite turbulente

Exprimer les épaisseurs de déplacement et de quantité de mouvement en fonction de l'épaisseur δ de la couche limite turbulente. Donner le facteur de forme H. Comparer la valeur obtenue à celle de la couche limite laminaire ($H_{lam} \simeq 2.6$).

4 Expression de $\theta(x)$

A l'aide de l'équation de Von Karman et de la corrélation expérimentale donnant τ_p, déduire l'évolution de $\theta(x)$ **sur toute la plaque**. On admettra pour simplifier que le passage du régime laminaire au régime turbulent s'effectue ponctuellement avec continuité de l'épaisseur de quantité de mouvement au point de transition x_T.

On rappelle que l'équation intégrale de Von Karman traduit la conservation de la quantité de mouvement. Elle s'écrit pour le régime laminaire comme pour le régime turbulent :

$$\frac{\tau_p}{\rho} = \frac{d}{dx}\left(\langle U_e \rangle^2 \theta\right) + \delta^* \langle U_e \rangle \frac{d\langle U_e \rangle}{dx}$$

5 Efforts de frottement

Exprimer la force de frottement F sur toute la face supérieure de la plaque en fonction de b, U_e, ρ et $\theta(L)$.

6 Application numérique

Pour les conditions ci-dessous, comparer la résultante de frottement sur une plaque dans les cas $I_e = 0.1\%$ (conditions de vol ou soufflerie de bonne qualité), $I_e = 1\%$ (cas d'une soufferie de qualité médiocre), ainsi que dans les cas *tout laminaire* et *tout turbulent* :

$\langle U_e \rangle = 30$ m s^{-1} $\quad L = 2$ m
$\nu = 1.57 \,.\, 10^{-5}$ m s^{-2} $\quad b = 1$ m
$\rho = 1.2$ kg m^{-3}

(on pourra se répartir les différentes applications numériques dans le groupe de TD)

7 Prise en compte de la turbulence pour le dimensionnement d'une soufflerie

On reconsidère le dimensionnement de la soufflerie abordé au cours du TD 5.

- Faisant abstraction de l'intensité de turbulence de l'écoulement au sein de la veine, on se propose d'estimer l'état de la couche limite dans la section de sortie de la soufflerie à partir d'un critère basé sur une étude de stabilité linéaire de la solution de Blasius. Repréciser la valeur seuil de Re_{δ^*} à partir de laquelle on pourra considérer que toute perturbation infinitésimale est amplifiée (voir planche 111 du polycopié de cours).
- En utilisant la loi d'évolution déterminée en régime laminaire, estimer pour chacune des vitesses envisagée ($U_e = 1m/s$, $5m/s$ et $10m/s$), l'état de la couche limite dans la section de sortie de la veine ($x = L$).
- Pour les cas où la transition a lieu, on préfère en fait déclencher la turbulence par ajout de rugosités dès l'entrée de la veine ($x = 0$). On suppose en ce point la continuité de θ, même si cela impose une discontinuité de δ et δ^*. On négligera par ailleurs les effets des coins des veines sur le développement des couches limites. En suivant le raisonnement suivi pour le dimensionnement dans le cas laminaire, calculer la valeur numérique de $H(L)$ et donc de l'angle de divergence de la veine pour respecter la propriété $U_e(0) = U_e(L)$ avec un régime d'écoulement turbulent dans les couches limites. Commenter la solution obtenue. Quelle valeur proposez-vous finalement pour $H(L)$ au constructeur de la soufflerie ?