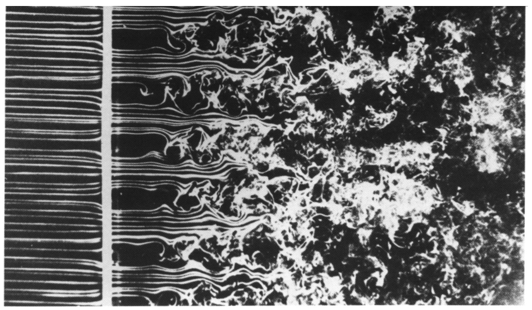
Chapitre IV
Régimes d'écoulements Turbulents

Partie 2 :
Conséquences physiques de l 'agitation turbulente
Modèles de diffusivité turbulente.

1 – Agitation turbulente :
Observations / Trois classes d 'échelle de mouvements.

* L 'observation montre que l 'on peut distinguer différentes classes de mouvements :



Génération de turbulence par une grille. Des filets de fumée montrent le passage d'un écoulement laminaire à travers une grille. Le nombre de Reynolds basé sur la taille de maille est de 1500. Les instabilités des régions cisaillées conduisent à un écoulement turbulent en aval. (Auteurs : T. Corke & H. Nagib ; Origine : VAN DYKE)

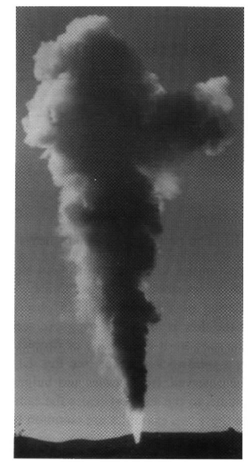
* Advection moyenne à vitesse constante $\langle U_0 \rangle$

* Agitation macroscopique (les tourbillons)

* Agitation moléculaire (pas visible sur la figure !!)

1) *Observations / Trois classes d 'échelle de mouvements*

* L 'observation montre que l 'on peut distinguer TROIS échelles de mouvements :



(Origine : POPE p.4)

Panache turbulent
Test moteur fusée TITAN IV
Diametre orifice : 3m
Hauteur totale : env. 1500m
Re0 ≈ 200 10^6

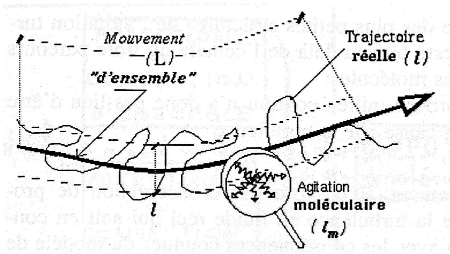
> L 'échelle *l* est principalement fixée par les grandes structures (grands tourbillons) du mouvement turbulent

> Par contre, toutes les classes de tourbillons participent à la trajectoire réelle de la particule fluide

> Y-a t il une taille inférieure dans ce spectre d 'échelle ??

1) *Observations / Trois classes d 'échelle de mouvements*

* TROIS échelles de mouvements :



(Origine : Cours de DEA P. CHASSAING)

> Mouvement d ' ENSEMBLE par Advection moyenne
Echelle → L

> Agitation MACROSCOPIQUE (écart par rapport au mouvement d 'ensemble) : Echelle → l

> Agitation MOLECULAIRE (Diffusion microscopique)
Echelle → ξ

* Ordre de grandeur de la séparation entre échelles :

> Si L ~1m, l ~0,1m dans le jet. La séparation n 'est pas très grande.

> Par contre, $\xi \approx 10^{-7}$ m. Le découplage avec L ET l est donc total.

1) *Observations / Trois classes d 'échelle de mouvements*

	MACROSCOPIQUE (Milieu Continu)		MICROSC.
Laminaire	ADVECTION		DIFFUSION (Moléculaire)
Turbulent	ADVECTION D 'ENSEMBLE	ADVECTION FLUCTUANTE ↓ Transport Turbulent	DIFFUSION (Moléculaire)

•Valeur Moyenne (à définir)
• On sait la calculer

• Ecarts à la Valeur Moyenne Non reproductibles

* Remarques :

> On peut être tenté de modéliser l 'effet de la diffusion turbulente par analogie avec l 'agitation moléculaire.
⇒ ν_T , a_T , D_T [$L^2 T^{-1}$]
⇒ Valeurs ???

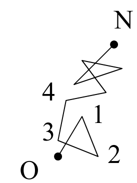
> Cette modélisation peut être mise en défaut.

2 – Propriétés des transferts diffusifs.

2-1) *Un problème modèle*

* Problème modèle : La marche de l 'homme IVRE !
  > A t=0 : L 'homme ivre est au point
  > Il fait des pas de longueur *l* fixée et de même durée τ.
  > Après chaque pas, il repars immédiatement dans une direction indépendante de celle du pas précédent.

* On cherche la distance moyenne $\langle d^2(t) \rangle$ parcourue au bout d 'un certain nombre de pas $N = t/\tau$. On l 'obtient en faisant une moyenne sur un ensemble de marches.



* On trouve facilement par récurrence (voir Chap. 2):

$$\langle d^2(t) \rangle = N\, l^2$$

D'où avec $t = N\tau$: $\langle d^2(t) \rangle = \left(\frac{l^2}{\tau} \right) t$

$\left(l^2/\tau\right)$ $\left[\mathrm{L}^2\mathrm{T}^{-1}\right]$ est le coefficient de diffusivité D

2-2) *Transferts par agitation moléculaire*

* Théorie cinétique :
  > Eléments discrets (molécules)

  > Echelle microscopique :
  Echelle de longueur ξ : libre parcourt moyen
  Echelle de vitesse $w \approx a$ où a est la célérité du son
  $\Rightarrow$ Echelle de temps ξ/a

  > Typiquement : $\xi \approx 10^{-7}$ m et $w \approx 10^{2}$m/s

* Les échelles sont donc très inférieures à celles du mouvement continu.
  Il y a donc un DECOUPLAGE entre le mouvement continu et le mouvement des molécules

* Quels sont les effets au niveau macroscopique ??
  > Mécanismes de diffusion (Homogénéisation spatiale de la propriété) où $\nu \approx \xi.w$

  > Mécanisme de dissipation (irréversibilité)

* Le modèle physique associé correspond à une schématisation en LOI GRADIENT et la DIFFUSIVITÉ est une propriété du fluide.

2-2) *Transferts par agitation moléculaire*

* Exemples :
  > Diffusion de quantité de mouvement :
  Loi de Newton-Stokes : $\nu=\mu/\rho$ (m^2/s)

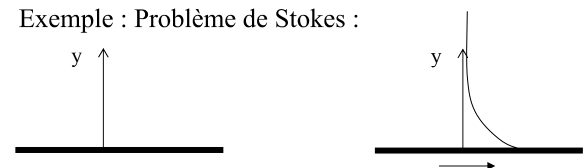
  > Diffusion de la chaleur :
  Loi de Fourier : $a=\lambda/\rho c_p$ (m^2/s)

  > Diffusion de la masse :
  Loi de Fick : D (m^2/s)

* Echelle de temps de la diffusion sur une longueur δ ?
  > Question : *Quel temps faut il à la diffusivité moléculaire pour affecter la distance δ ?*

  $$T_D(s);\delta(m);\nu\left(m^2/s\right) \;\Rightarrow\; T_D \approx \frac{\delta^2}{\nu}$$

* Exemple : Problème de Stokes :



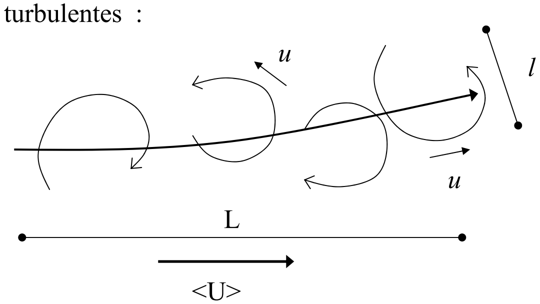
Fluide isotherme au repos
t=0 ; V_p=0

t>0 ; V_p>0

  > δ, hauteur telle que $U/V_p=\alpha$ où $\alpha \in]0,1]$ augmente en suivant la loi : $\delta \approx \sqrt{\nu t}$

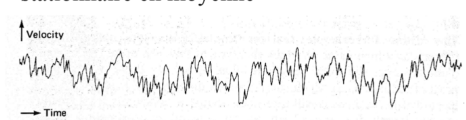
2-3) *Diffusion par mouvements continus.*

* Echelle de taille et de vitesse des fluctuations turbulentes :



* Détermination pratique de <U> et u :

> Signal de vitesse U(t) en un point pour une turbulence stationnaire en moyenne

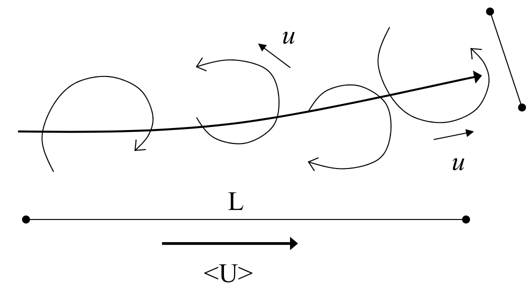


(Origine : TRITTON p.16)

> <U> : Moyenne temporelle dans ce cas

> u : Ecart type

2-3) *Diffusion par mouvements continus.*



* Temps caractéristique du transport par la turbulence à l 'échelle l :

$$T_T \approx \frac{l}{u} \quad (s)$$

* T_T est le temps de retournement des grandes structures.

> L 'idée physique est que ces structures ne gardent leur « cohérence » que pendant le temps T_T. Par analogie avec le problème modèle, on trouve alors pour la diffusivité turbulente :

$$\nu_T \approx \frac{l^2}{T_T} \quad \text{D'où} \quad \nu_T \approx l.u$$

2-3) *Diffusion par mouvements continus.*

* ν_T dépend de *l* et de *u*. La diffusivité dépend donc des grandes échelles du mouvement.
  > ν_T est une **PROPRIETE DE L 'ECOULEMENT** et NON du FLUIDE

* La séparation d 'échelle entre L et *l* n 'est pas si grande.
  > Le concept de viscosité turbulente n 'est pas toujours adéquat.

* $R_T = \dfrac{u.l}{\nu} = \dfrac{\nu_T}{\nu}$ Est le nombre de Reynolds de la turbulence

* R_T peut varier entre 100 et 10^7 suivant l 'écoulement

$$\Rightarrow \quad \nu_T >> \nu$$

* $$R_T = \frac{\left(l^2/\nu\right)}{\left(l/u\right)} = \frac{T_\nu}{T_T} \qquad \Rightarrow \qquad T_\nu >> T_T$$
  > Le temps mis par la turbulence pour affecter *l* est très petit devant le temps mis par la diffusion moléculaire pour affecter *l*

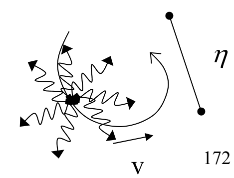
2-4) *Rôle de la viscosité. Les petites échelles.*

* Vue conceptuelle (Kolmogorov 41) de la « cascade » turbulente :
  > Partant des grandes échelles *(l,u),* les non-linéarités des équations du mouvement génèrent des fluctuations à des échelles de plus en plus petites
  > La viscosité dissipe et transforme en chaleur des mouvements à trop petite échelle.
  > Il existe donc une taille inférieure pour les tourbillons.

* Le rôle de la viscosité est fondamental :
  > Les grandes échelles fixent le montant d'énergie cinétique ($\approx u^2$) à dissiper et le temps disponible pour le faire. Elles fixent donc le taux de dissipation de l'énergie cinétique en chaleur.
  > Les petites échelles s 'adaptent à la valeur de ν
  > Comment estimer η (m) et v (m/s) (Voir Cours de turbulence !!)

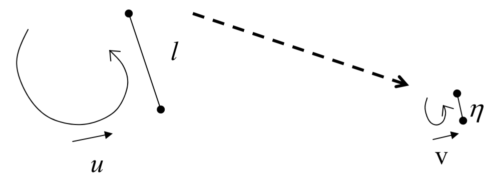
* Arbitre de la compétition inertie - Viscosité : Le nombre de REYNOLD .
  > Pour les petites échelles, la viscosité devient dominante pour :

$$R_\eta = \frac{\eta.\mathrm{v}}{\nu} = \frac{\left(\eta^2/\nu\right)}{\left(\eta/\mathrm{v}\right)} \approx 1$$



2-4) *Rôle de la viscosité. Les petites échelles.*

* Image de la cascade turbulente :



$$R_T = \frac{u.l}{\nu} >> 1 \qquad R_\eta = \frac{\eta.\mathrm{v}}{\nu} \approx 1$$

* L 'inertie et les non linéarités dominent donc le mouvement des grandes échelles.

* Le rôle de la viscosité est fondamental : Elle assure la dissipation aux petites échelles.

2) Synthèse

* L 'agitation turbulente n 'est pas une propriété du fluide mais de son mode d 'écoulement

* Dans ce cours, l 'agitation turbulente sera considérée comme instationnaire et tridimensionnelle.
(Pas de référence à la turbulence bidimensionnelle)

* Dans les écoulements usuels, on peut distinguer différentes échelles du mouvement :
(Mouvement moyen / Mouvement turbulent / Mouvement moléculaire)

* L 'analyse physique en terme de dimension et d 'échelle permet de préciser la dépendance aux grandes échelles du mouvement du modèle de diffusion turbulente :

$$\nu_T \approx l.u \quad \text{et} \quad \frac{\nu_T}{\nu} = R_T = \frac{u.l}{\nu} >> 1$$

* Le rôle de la viscosité est fondamental. Elle fixe les petites échelles de la turbulence (échelles de Kolmogorov)

3 - Modèle de diffusivité turbulente.

3) Modèle de diffusivité turbulente

* Quelle stratégie de modélisation ?
  > On peut écrire (voir cours A3) des équations pour $<u_i u_j>$ mais le problème de fermeture se posera encore.
  > L 'idée du modèle de Diffusivité turbulente a été formulée par Boussinesq en 1877.
  > Ce modèle a de nombreuses limitations mais il sert de base à la compréhension de modèles plus complexes.
  > Il est encore très utilisé sous des formes sophistiquées.

* En analogie avec la modélisation de la diffusion moléculaire, on écrit :

$$-\langle u_i \theta \rangle = a_T \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial x_i}$$

$$-\rho\left(\langle u_i u_j \rangle - \frac{2}{3}\mathrm{k}\delta_{ij}\right) = \mu_T\left(\frac{\partial\langle U_i\rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial\langle U_j\rangle}{\partial x_i}\right) = 2\mu_T\langle S_{ij}\rangle$$

  > $\langle S_{ij}\rangle = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial\langle U_i\rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial\langle U_j\rangle}{\partial x_i}\right)$ est le taux de déformation dans le mouvement moyen.
  > De chaque coté, les tenseurs ont une trace nulle.

3) Modèle de diffusivité turbulente

* Les équations de transport pour <T> et $<U_i>$ dans le mouvement moyen s 'écrivent :

$$\frac{D\langle T\rangle}{Dt}=\frac{\partial\langle T\rangle}{\partial t}+\langle U_i\rangle\frac{\partial\langle T\rangle}{\partial x_i}=\frac{\partial}{\partial x_i}\left[(a+a_T)\frac{\partial\langle T\rangle}{\partial x_i}\right]$$

$$\rho\frac{D\langle U_i\rangle}{Dt}=\rho\left[\frac{\partial\langle U_i\rangle}{\partial t}+\langle U_j\rangle\frac{\partial\langle U_i\rangle}{\partial x_j}\right]$$

$$=\frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\mu+\mu_T)\left(\frac{\partial\langle U_i\rangle}{\partial x_j}+\frac{\partial\langle U_j\rangle}{\partial x_i}\right)\right]-\frac{\partial}{\partial x_i}\left[\langle p\rangle+\frac{2}{3}\rho\mathrm{k}\right]$$

> a_T et $\nu_T = \mu_T/\rho$ sont des diffusivités turbulentes.

> <p> + (2/3)ρk peut être considéré comme une pression moyenne modifiée <p*>.

3) Modèle de diffusivité turbulente

* Mathématiquement, μ_T et a_T sont des fonctions des variables de l 'écoulement à déterminer.

> Attention, pour traduire des effets de mémoire spatio-temporelle, μ_T et a_T ne peuvent pas dépendre uniquement des variables de l 'écoulement AU POINT et A L 'INSTANT .

* Le modèle précédent est le développement le plus simple de lois constitutives en turbulence.

> Il existe de nombreux développements théoriques débouchant sur des concepts de viscosité effective ou même sur des schémas visco-élastiques. (voir Chassaing 2000).

* On verra que le concept de diffusion turbulente est mieux défini pour traiter des écoulements quasi-parallèles.

> Certains écoulements de type couche limite, jets, zone de mélange, sillage … rentrent dans ce cadre.

> Dans ces écoulements, les flux turbulents dominants sont les flux transverses. Seul un composant de $<u_iu_j>$ ou $<u_i\theta>$ doit donc être modélisé précisément.

3) Modèle de diffusivité turbulente

* Physiquement, on attribue un caractère purement diffusif aux contraintes de Reynolds.
  > Ce modèle diffusif suppose implicitement un découplage entre échelles de longueur et de temps de la turbulence et de l 'écoulement moyen. *(idée que les contraintes de Reynolds s'adaptent instantanément au taux de déformation MOYEN LOCAL.)*
  > Ce découplage n'est pas toujours net dans les écoulements turbulents, d'où de grosses lacunes.

* Ce modèle de viscosité turbulente suppose que :
  > Les vecteurs $<u_i\theta>$ et $\partial<T>/\partial x_i$ sont alignés.
  > Les axes principaux de $<S_{ij}>$ et $<a_{ij}>$ sont les mêmes.
  > L 'expérience montre que ces deux conditions ne sont pas vérifiées.

* En dépit de lacunes évidentes, ces modèles sont très utilisés dans l 'industrie
  > Résultats rapides et robustes (forte diffusion qui stabilise les calculs).
  > Constituent des bases pour la comparaison à des modèles plus élaborés.

3) Modèle de diffusivité turbulente

* Quel modélisation pour ν_T ?
  > On a montré que: $\nu_T \approx l.u$
  - l est une échelle intégrale de longueur de la turbulence.
  - u est une échelle de vitesse de la turbulence : Ecart type de la vitesse fluctuante.

* On décline alors plusieurs niveaux de fermeture.
  > Modèles algébriques : Une relation algébrique relie ν_T aux caractéristiques de l'écoulement moyen.
  - Deux exemples de modèles algébriques sont donnés plus loin
  - Ces modèles sont les seuls considérés dans ce cours. Toutefois, ces modèles supposent un équilibre local de la turbulence et ne sont pas applicables à des cas complexes.

  > Modèles à une équation de Transport :
  - On écrit une équation pour $k \approx u^2$ et on fixe une échelle de longueur.
  - On peut aussi écrire une équation modèle pour ν_T

  > Modèles à deux équation de transport :
  - On écrit une équation pour $k \approx u^2$
  - Dans le modèle classique dît « Modèle k-ε », on forme une équation modèle pour décrire l'évolution de l'échelle de temps $T_T=l/u \approx k/\varepsilon$. Où ε est le taux de dissipation par unité de masse $[L^2T^{-3}]$

3-2) *Exemple du modèle algébrique.*

* Une relation <u>algébrique</u> relie ν_T aux caractéristiques de l'écoulement moyen.

> Les théories de Prandtl (1925) et de Taylor (1935) conduisent à un résultat similaire en suivant toutefois des phénoménologies différentes.

> Pour les écoulements cisaillés, on peut obtenir simplement les relations utilisées en supposant la même échelle de temps pour les tourbillons énergétiques et le cisaillement :

$$\left(\frac{u}{l} \approx \left| \frac{\partial \langle U \rangle}{\partial y} \right| \quad \text{et} \quad \nu_T \approx l.u \right) \Rightarrow \nu_T = c.l^2 \left| \frac{\partial \langle U \rangle}{\partial y} \right|$$

> l est donc une échelle de longueur de l'écoulement à prescrire.

> Par exemple pour le jet rond :

- l_m=0,075 $r_{1/2}$ où $r_{1/2}$ est le rayon de demi-vitesse.

* Des schémas limités et peu généraux.

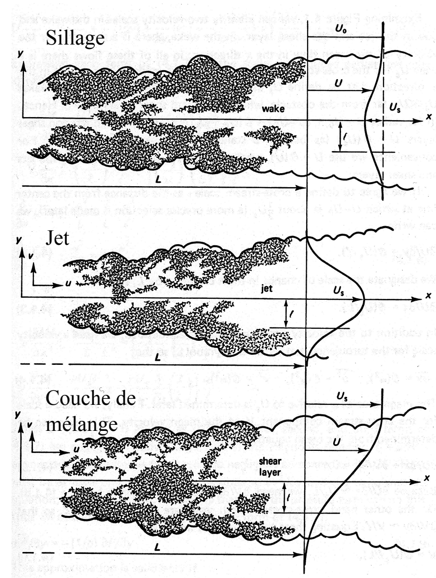
> Le choix de la constante dépend de l'écoulement

> Résultats acceptables dans la limite de validité.

> Ont connus de nombreux développements dont certains sont à la base d'idées modernes.

3-2) *Exemple du modèle algébrique.*

* Exemple d'expression Non locale pour les écoulements cisaillés : Le schéma de Prandtl-Reichardt



Origine: Tennekes & Lumley (1972)

> De façon générale dans ce type d'écoulement (jet, sillage, couche de mélange, …), on exprime ν_T par :

$$\nu_T = C.\delta_{1/2}(x).(U_{\max}(x) - U_{\min}(x))$$