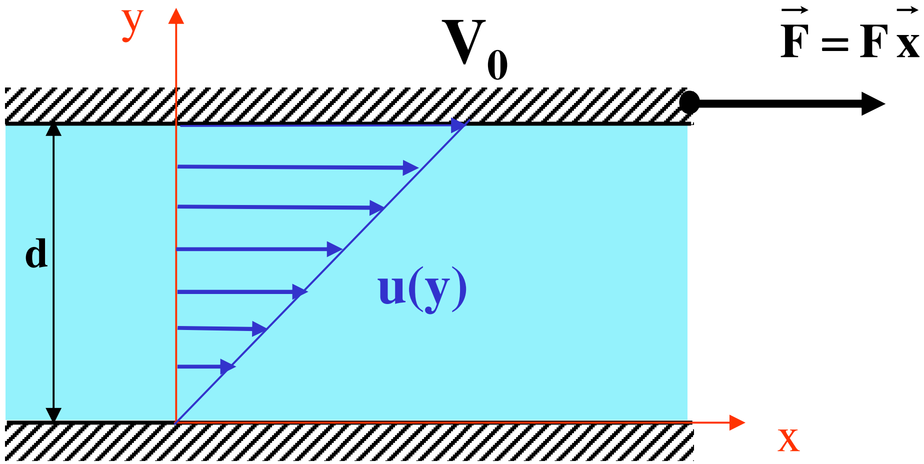
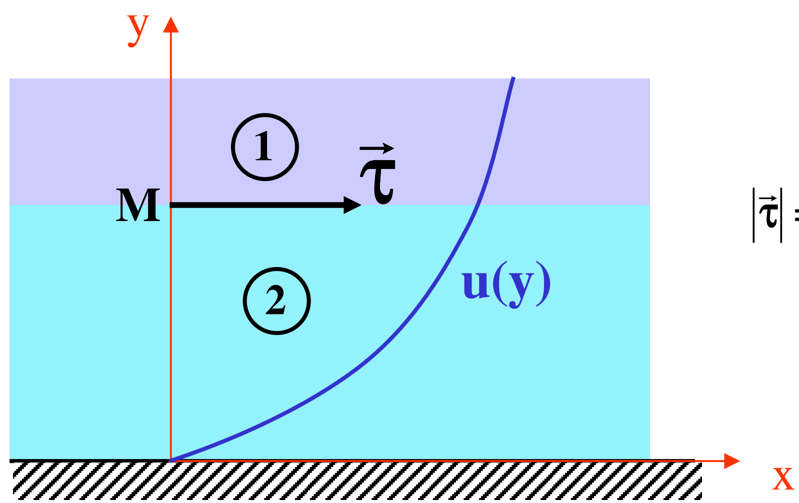
CHAPITRE 2
Fluide newtonien

Ecoulement de Couette



Première généralisation ⇨



$$|\vec{\tau}| = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \quad , \quad \mu > 0$$

Loi de Newton

$$\overline{\overline{\sigma}} = -p\overline{\overline{I}} + \overline{\overline{\tau}}(\overline{\overline{D}})$$

Observations:

•Il n 'y a pas de contraintes de viscosité dans un fluide animé d 'un mouvement de solide indéformable $(\overline{\overline{D}} = \overline{\overline{0}}\ ,\ \mathrm{div}\,\vec{V} = \mathrm{tr}\,\overline{\overline{D}} = 0)$

•La relation entre le tenseur des contraintes de viscosité et le tenseur des taux de déformation est linéaire et isotrope

•L 'état des contraintes à un instant donné dépend uniquement des quantités caractérisant l 'état actuel (pas d 'effet mémoire)

•Les coefficients de la relation linéaire (coefficients de viscosité) ne dépendent que de la température

$$\Rightarrow \boxed{\overline{\overline{\tau}} = \eta\,(\mathrm{div}\,\vec{V})\,\overline{\overline{I}} + 2\mu\overline{\overline{D}}}$$

Loi de Fourier

$$\vec{q} = \vec{q}(T)$$

Observations:

- *Il n 'y a pas de conduction sans gradient de température*
- *Le flux de chaleur échangé par conduction est proportionnel au gradient de température*
- *Le coefficient de proportionnalité ne dépend que de la température*

$$\Rightarrow \boxed{\vec{q} = -\lambda\,\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,T \quad , \quad \lambda(T) > 0}$$

Equations de Navier-Stokes

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = \rho\vec{f} - \overrightarrow{\text{grad}}\, p + \overrightarrow{\text{grad}}(\eta\, \text{div}\, \vec{V}) + 2\,\overrightarrow{\text{div}}(\mu \overline{\overline{D}})$$

$$\Downarrow$$

η et μ indépendant de T

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = \rho\vec{f} - \overrightarrow{\text{grad}}\, p + (\eta + \mu)\, \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div}\, \vec{V}) + \mu\Delta\vec{V}$$

$$\Downarrow$$

fluide incompressible

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = \rho\vec{f} - \overrightarrow{\text{grad}}\, p + \mu\Delta\vec{V}$$

ou

$$\frac{\partial\vec{V}}{\partial t} + (\overline{\overline{\text{grad}}}\,\vec{V})\vec{V} - \nu\Delta\vec{V} = \vec{f} - \frac{1}{\rho}\overrightarrow{\text{grad}}\, p$$

Bilan d 'énergie

- Énergie interne:

$$\rho \frac{De}{Dt} = -p\, \text{div}\, \vec{V} + \varphi_1 + \text{div}(\lambda\, \overrightarrow{\text{grad}}\, T) + r$$

- Enthalpie:

$$\rho \frac{Dh}{Dt} = \frac{Dp}{Dt} + \varphi_1 + \text{div}(\lambda\, \overrightarrow{\text{grad}}\, T) + r$$

- Entropie:

$$\rho T \frac{Ds}{Dt} = \varphi_1 + \text{div}(\lambda\, \overrightarrow{\text{grad}}\, T) + r$$

- Équation de la chaleur:

$$\rho c_v \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{V} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}\, T \right) = -p\, \text{div}\, \vec{V} + \varphi_1 + \text{div}(\lambda\, \overrightarrow{\text{grad}}\, T) + r$$