Leçon 7

ECHANGES RADIATIFS AVEC MULTIRÉFLEXIONS DANS UNE ENCEINTE CONSTITUÉE DE SURFACES GRISES

Méthode des Radiosités

I. OBJECTIFS

Chiffrer les flux échangés entre surfaces grises lorsque l'on tient compte des réflexions successives du rayonnement dans une cavité.

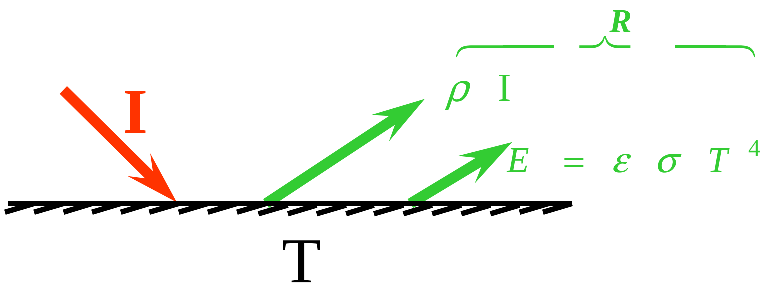
Mettre en place les équations de bilan et pas seulement radiatif.

Calculer les températures impliquées.

*

II. DEFINITIONS

ρ : **facteur de réflexion**
ε : facteur d'émission
α : facteur d'absorption



E : <u>émittance</u> = flux hémisphérique émis par unité de surface

I : <u>irradiation</u> = flux hémisphérique incident par unité de surface

R : <u>radiosité</u> = flux hémisphérique quittant l'élément de surface unitaire

III. HYPOTHESES

* les surfaces sont **grises**

→ les facteurs d'émission et d'absorption sont indépendants de la longueur d'onde.

* les surfaces sont **isothermes**

→ idée d'un maillage, chacune des mailles ayant une température uniforme. La validité du calcul croît avec le nombre de mailles.

* les flux **réfléchis** obéissent à la loi de LAMBERT

* l'irradiation, l'émittance et la radiosité sont **uniformes** sur une surface donnée (différence entre 2 sphères concentriques et non concentriques)

* la loi de Kirchhoff est vérifiée par les grandeurs hémisphériques totales :

$$\alpha = \varepsilon, \quad \text{et donc} \quad \rho = 1 - \varepsilon$$

IV. RELATIONS ENTRE IRRADIATION, EMITTANCE, RADIOSITE

Enceinte : N surfaces isothermes : aire A_i , température T_i

Le flux $A_j R_j$ quitte toute la surface j d'aire A_j et seule la fraction F_{ji} de ce flux est incidente sur A_i.

Bilan :

$$A_i I_i = \sum_j \underbrace{A_j R_j}\, F_{ji}$$

$$= \sum_j A_i F_{ij} R_j$$

D'où :

$$\boxed{I_i = \sum_j F_{ij} R_j} \qquad (1)$$

$$\boxed{R_i = E_i + \rho_i I_i} \qquad (2)$$

et en éliminant I_i

$$\boxed{R_i = E_i + \rho_i \sum_j F_{ij} R_j} \qquad (3)$$

V. LES EQUATIONS DE BILAN

Définissons le flux net reçu par unité de surface, q^+

$$q^+ = I - R$$

[et de même le flux net cédé par unité de surface $q^- = R - I$]

Menons le bilan de flux net reçu sur la surface i :

$$\begin{aligned}
Q_i^+ = A_i q_i^+ &= A_i(I_i - R_i) \\
&= A_i\left(\frac{R_i - E_i}{\rho_i} - R_i\right) \\
&= A_i\left(R_i\left(\frac{1}{\rho_i} - 1\right) - \frac{E_i}{\rho_i}\right) \\
&= \frac{A_i \varepsilon_i}{\rho_i}(R_i - \sigma T_i^4)
\end{aligned}$$

$$\boxed{Q_i^+ = \frac{A_i \varepsilon_i}{\rho_i}(R_i - \sigma T_i^4)} \qquad (4)$$

On peut proposer ***<u>une alternative utile</u>***

$$Q_i^+ = A_i(I_i - R_i)$$

$$= A_i\left(\frac{\sum_j A_j F_{ji} R_j}{A_i} - R_i\right)$$

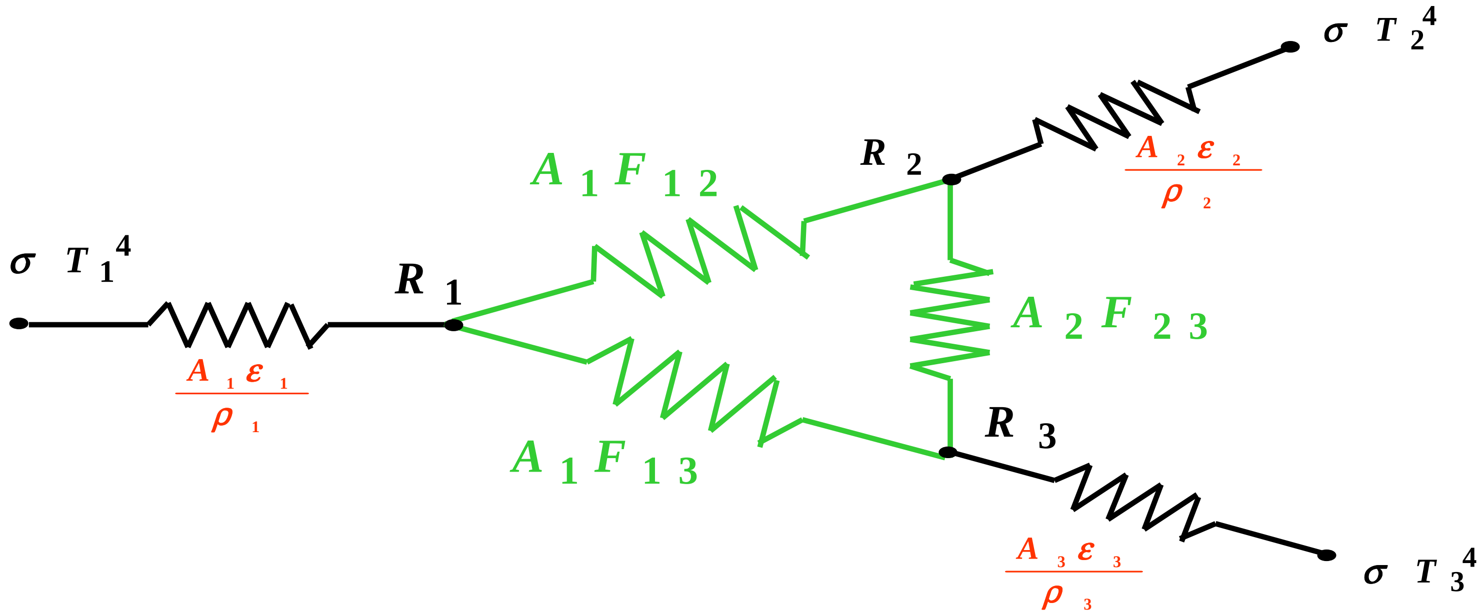
$$= A_i\left(\sum_j F_{ij} R_j - \sum_j F_{ij} R_i\right)$$

$$\boxed{\boldsymbol{Q_i^+ = \sum_j A_i F_{ij} (R_j - R_i)}} \qquad (5)$$

VI. INTERPETATION A L'AIDE D'UN RESEAU

Potentiels $\longrightarrow$ R_i et σT_i^4

Conductances $\longrightarrow$ $A_i F_{ij}$ et $\dfrac{A_i \varepsilon_i}{\rho_i}$



Flux net gagné : $\dfrac{A_i \varepsilon_i}{\rho_i}\left(R_i - \sigma T_i^4\right) = Q_i^+$

Flux échangé : $A_i F_{ij} \left(R_j - R_i\right)$

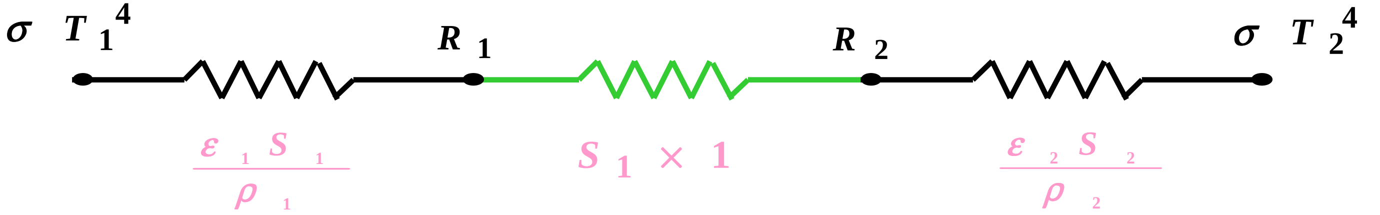
VII. APPLICATIONS

VII. 1. Deux plans parallèles infinis

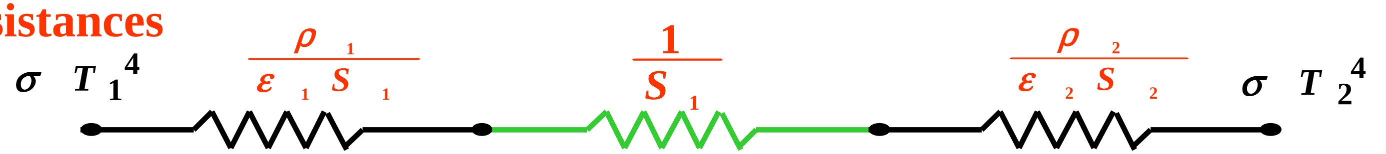
$F_{12} = 1$!

<u>Analogie</u>

conductances



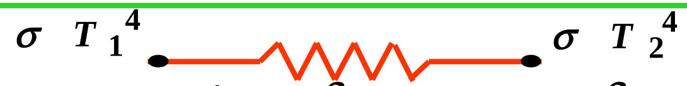
résistances



flux $\longleftrightarrow$ courant

$$\sigma\,(T_2^4 - T_1^4) = \mathbb{R}\; Q_1^+$$

Réseau
Equivalent



$$\mathbb{R} = \frac{1}{S_1}\left(\frac{\rho_1}{\varepsilon_1} + 1 + \frac{\rho_2}{\varepsilon_2}\right)$$

D’où le **flux échangé**

$$Q_1^+ = \frac{S_1 \sigma \left(T_2^4 - T_1^4\right)}{\frac{\rho_1}{\varepsilon_1} + 1 + \frac{\rho_2}{\varepsilon_2}}$$

Or :

$$\frac{\rho_1}{\varepsilon_1} + 1 + \frac{\rho_1}{\varepsilon_1} = \frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1} + 1 + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2}$$

$$= \frac{1}{\varepsilon_1} - 1 + 1 + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1$$

$$\boxed{Q_1^+ = \frac{S_1 \sigma \left(T_2^4 - T_1^4\right)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}}$$

Comparaison :

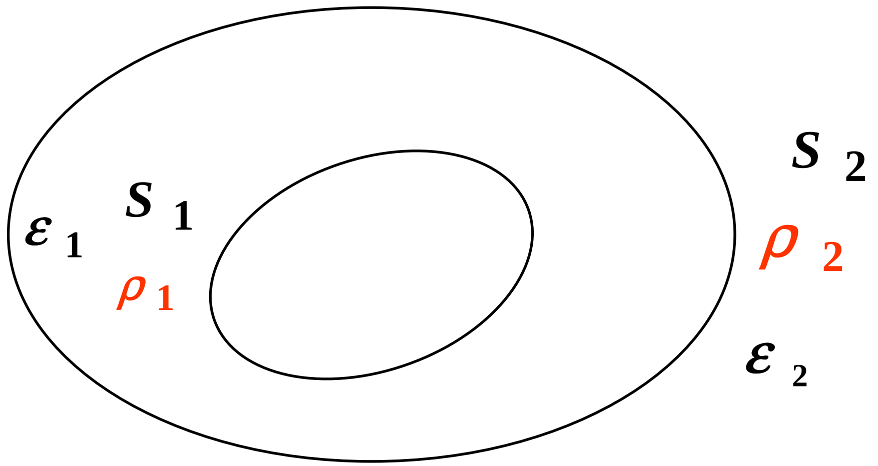
● **Transfert direct** → $\varepsilon_1\varepsilon_2 S_1 F_{12}\sigma\left(T_2^4 - T_1^4\right)$

✱ **Multi réflexions** → $\dfrac{1}{\dfrac{1}{\varepsilon_1}+\dfrac{1}{\varepsilon_2}-1}$

$F_{12} = 1$!

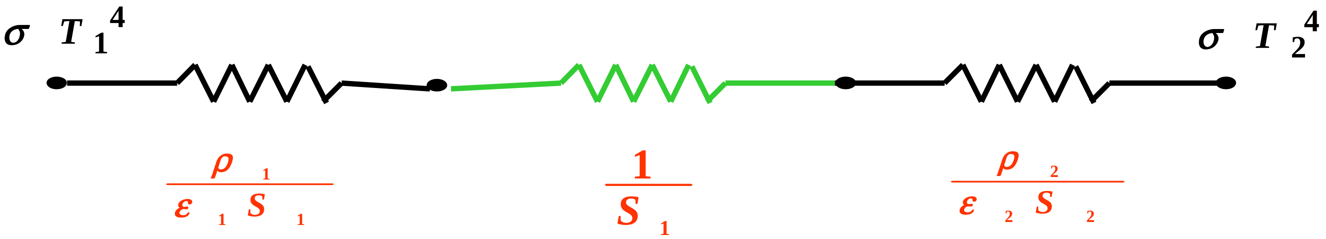
$\varepsilon_1 = \varepsilon_2$	0.3	0.5	0.7	0.8	0.9	1
✱ $\dfrac{1}{\dfrac{1}{\varepsilon_1}+\dfrac{1}{\varepsilon_2}-1}$	0.18	0.33	0.53	0.66	0.82	1
● $\varepsilon_1\varepsilon_2$	0.09	0.25	0.49	0.64	0.81	1

VII. 2. Deux surfaces, S1 convexe totalement entourée par S2.



$$F_{12} = 1$$

$$F_{21} = \frac{S_1}{S_2}$$



résistances

$$\mathcal{R} = \frac{\rho_1}{\varepsilon_1 S_1} + \frac{1}{S_1} + \frac{\rho_2}{\varepsilon_2 S_2}$$

$$Q_1^+ = \frac{S_1 \sigma (T_2^4 - T_1^4)}{\frac{\rho_1}{\varepsilon_1} + 1 + \frac{S_1}{S_2}\frac{\rho_2}{\varepsilon_2}}$$

soit :

$$\boxed{Q_1^+ = \frac{S_1 \sigma (T_2^4 - T_1^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{S_1}{S_2}\left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)}}$$

Cas particulier : $S_2 >> S_1$

La surface enveloppante est très grande devant l'autre :

$$\boxed{Q_1^+ = S_1 \varepsilon_1 \sigma \left(T_2^4 - T_1^4 \right)}$$

Seule 'compte' l'émissivité de la surface enveloppée !

ou encore :

Tout se passe comme si on avait un transfert direct avec :

$$\alpha_2 = 1 \qquad F_{12} = 1$$

$$\varepsilon_1 \alpha_2 S_1 F_{12} \sigma \left(T_2^4 - T_1^4 \right)$$
$$= \varepsilon_1 S_1 \sigma \left(T_2^4 - T_1^4 \right)$$

Thermocouple dans une conduite.