

## **AE 41 Ecoulements Compressibles**

**Emmanuel Benard**  
**ISAE/SupAéro**  
**emmanuel.benard@isae.fr**

**Elements extraits des cours de:**  
**ENSICA/SupAéro/ENSMA**



1. Remerciements
2. Présentation du cours, des TD et du contrôle de connaissance
3. Un peu d'histoire
4. Applications industrielles
5. Compressibilité
6. Régimes d'écoulements
7. Rappels thermodynamiques et formes isentropiques.

# *Présentation du cours - Généralités*

## *Remerciements*

- ✓ *Ce cours est dédié à la mémoire de Pierre Comte (ENSMA)*
  
- ✓ *Les présentations et le cours sont entièrement le travail :*
  - Xavier CARBONNEAU (ENSICA)*
  - Pierre COMTE (ENSMA)*
  - Jean DELERY (ONERA)*
  - Laurent JOLY (ENSICA)*
  - Stéphane JAMME (ENSICA)*
  - Nicolas BINDER (ENSICA)*
  - Thierry ALZIARY DE ROQUEFORT (ENSMA)*
  
- ✓ *Livres utilisés: (1) ANDERSON (2) CANDEL (3) DELERY*

# *Présentation du cours - Généralités*

## *Articulation des cours*

C1-C2	Généralités. Plan du cours. Régimes d'écoulement. Rappels thermodynamiques. Relations isentropiques;
C3	Equations de continuité, quantité de mouvement, énergie;
C4	Écoulement monodimensionnel. Simplifications. Vitesse du son. Formes d'énergie;
C5	Ondes de choc droites. Equations de Rankine-Hugoniot. Apport de chaleur. Prise en compte du frottement;
C6	Écoulements quasi-monodimensionnels. Relation entre Mach et section de passage. Écoulements dans une tuyère;
C7	Ondes de choc obliques;
C8	Détentes de Prandtl-Meyer;
C9	Intersections et réflexions ondes de choc;
C10	Écoulements supersoniques linéarisés. Application sur un profil. Introduction aux caractéristiques;
C11	Entrées d'air;
C12	Couches limite compressible. Rappels de régime incompressible;
C13	Couche limite avec dissipation. Formes d'équations;
C14	Approche qualitative des interactions. Méthodes quantitatives de prédiction des décollements;
C15	Tuyères;
C16	Résumé. Questions.

# **Présentation du cours - Généralités**

## **Articulation des TD et Contrôles des connaissances**

### **ARTICULATION DES TD:**

<b>TD1</b>	<b>Écoulement dans une canalisation d'air comprimé;</b>
<b>TD2</b>	<b>Une tuyère amorcée;</b>
<b>TD3&amp;4</b>	<b>Écoulement dans une vanne;</b>
<b>TD5</b>	<b>Écoulement dans un divergent;</b>
<b>TD6</b>	<b>Écoulement isotherme d'un gaz compressible;</b>
<b>TD7&amp;8</b>	<b>Écoulement compressible avec dégagement de chaleur dans un super statoréacteur;</b>
<b>TD9</b>	<b>Ondes de choc obliques sur un coin;</b>
<b>TD10</b>	<b>Écoulement supersonique dans un convergent;</b>
<b>TD11</b>	<b>Théorie choc-détente;</b>
<b>TD12&amp;13</b>	<b>Écoulement autour d'une plaque plane en incidence;</b>
<b>TD14&amp;15</b>	<b>Poussée d'une tuyère et décollement dans une tuyère;</b>

### **CONTRÔLE DES CONNAISSANCES:**

**Contrôle intermédiaire???**

**Examen final: semaine 6 ou 7, 1h45**

# Présentation du cours - Généralités

## Un peu d'histoire

**1893 :**

Présentation de la 1<sup>ère</sup> turbine à vapeur par de Laval. Origine des souffleries supersoniques ou propulsion supersonique.

**24 octobre 1947 :**

1<sup>er</sup> vol supersonique du BELL XS-1 à Mach 1.06



Jusqu' au XX<sup>e</sup> siècle : liquide ou gaz  
basse vitesse : utilisation de  
l' équation de Bernouilli

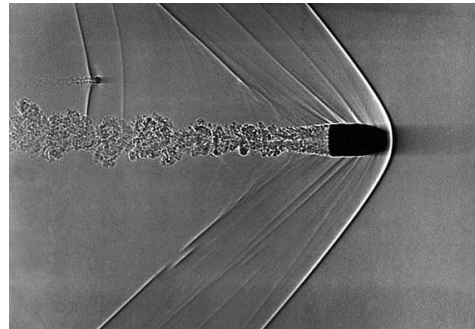
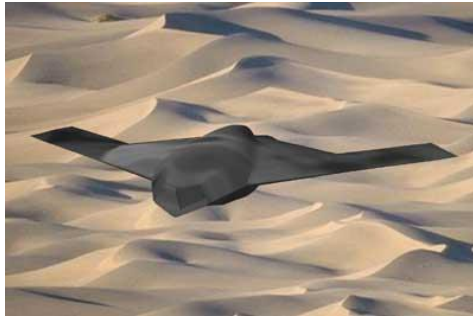
Ces 2 exemples sont à l' origine  
des études sur la compressibilité.



# Présentation du cours - Généralités

*Dans le monde industriel*

## Aérodynamique externe



crédits : R. Decourt / [www.futura-sciences.com](http://www.futura-sciences.com)

# Présentation du cours - Généralités

## Écoulements compressibles

- La **compressibilité** est une *propriété du fluide* qui évalue la *diminution de  $v$  en réponse à un accroissement de  $P$*

$v$  = volume spécifique (volume /unité de masse)

$$\tau = -\frac{1}{v} \frac{dv}{dp}$$

- Assure la propagation des ondes sonores
- Compressibilité isotherme

Eau  $\tau_T^{eau} = 5.10^{-10} m^2/N$

Air  $\tau_T^{air} = 10^{-5} m^2/N$

- La densité / masse volumique s'écrit :  $\rho = \frac{1}{v}$

densité  $d = \left( \frac{\rho_{gaz}}{\rho_{air}} \right)_{P,T}$



# Présentation du cours - Généralités

## Écoulements compressibles

La définition de la compressibilité donne :  $d\rho = \rho \tau dp$

Pour les liquides : *variation de pression*  $\longrightarrow$  *peu de variation de densité*  
« *Écoulements* » supposés incompressibles ( $\rho = \text{Cte}$ )

Pour les gaz : *variation de pression*  $\longrightarrow$  *variation de densité*  
« *Écoulements* » définis compressibles ( $\rho = \text{Variable}$ )

Si vitesse écoulement  $< 30\%$  vitesse du son  
 $dp$  faible  $\longrightarrow$   $d\rho$  faible  
*Écoulements de gaz faibles vitesses supposés incompressibles*

.... – 1939

Avions faibles vitesse

1940 – ....

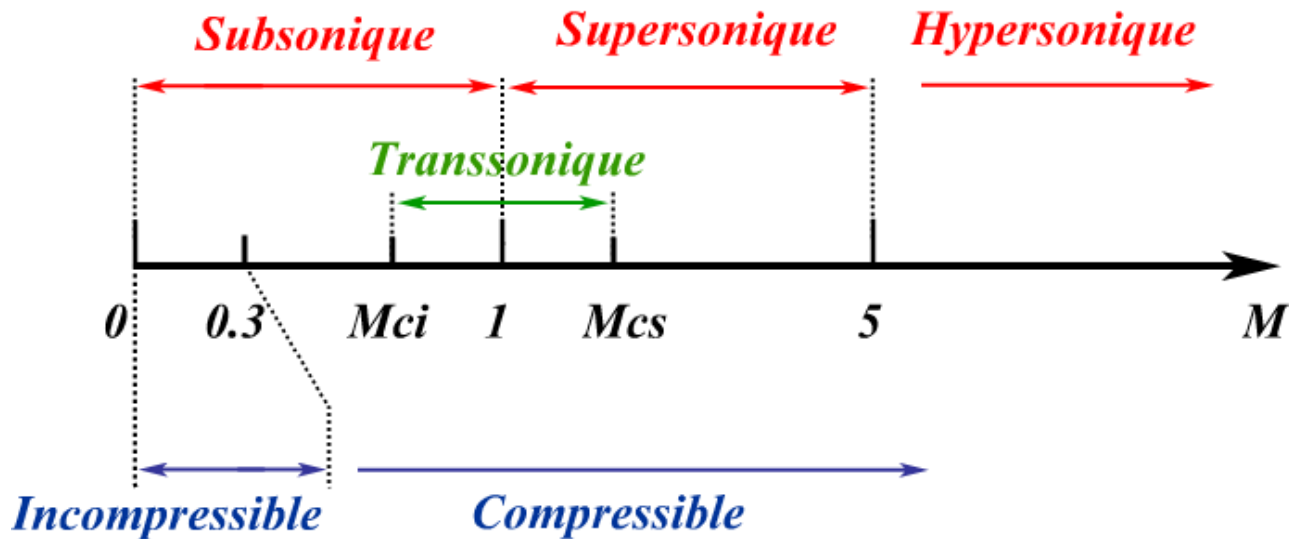
Approche compressible indispensable (couplage avec le cours  
d' aérodynamique)

# Présentation du cours - Généralités

## Régimes d'écoulements

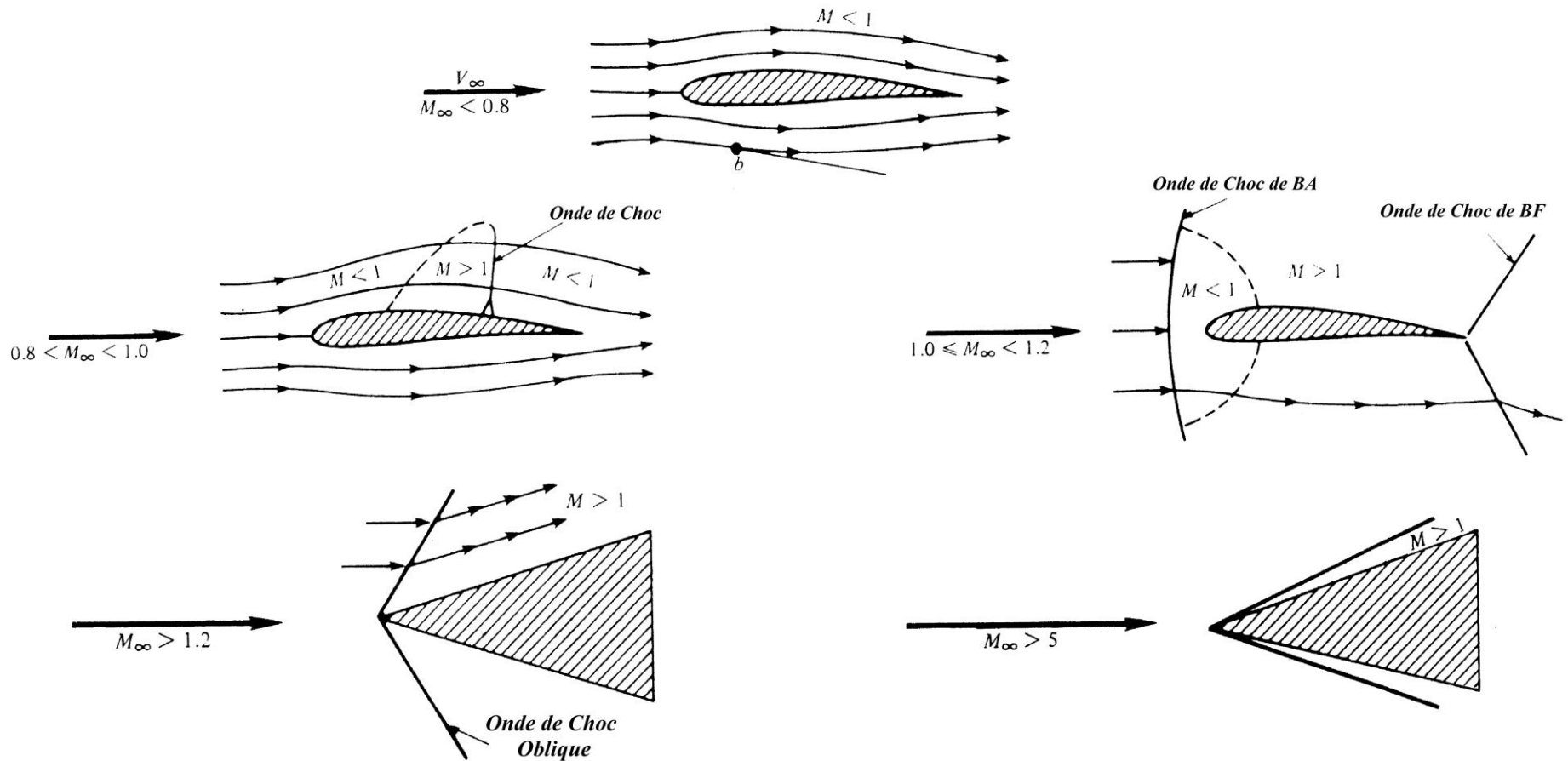
Nombre de Mach :

$$M = \frac{V}{a}$$



# Présentation du cours - Généralités

## Régimes d'écoulements



**Viscosité** : décollements, transferts de chaleur, traînée de frottement ...

Couche limite dynamique et thermique + interactions

### Énergie cinétique par unité de masse $V^2/2$

- Rôle central dans les écoulements compressibles (souvent synonymes d'écoulements à grande vitesse)
- Thermodynamique = Étude de l'énergie et de l'entropie

### Compréhension et analyse physique des écoulements

**Gaz parfait** : pas de forces intermoléculaires (négligées).

$$\left. \begin{array}{l} Pv = RT \\ \rho = \frac{1}{v} \end{array} \right\} \frac{P}{\rho} = RT \quad R = \frac{\mathcal{R}}{\mathcal{M}} = \frac{8.314 \text{ J/mol/K}}{28,96 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}} = 287 \text{ J/kg/K}$$

Air – Conditions standards

# Présentation du cours - Généralités

## Rappels thermodynamiques

### Enthalpie et Énergie interne

Pour un système en équilibre :  $h(T, P) = e(T, v) + Pv$

Pour un gaz parfait sans réaction chimique (*thermiquement parfait*)  
 $h = h(T)$  et  $e = e(T)$

Si les chaleurs spécifiques sont constantes, le gaz est alors *caloriquement parfait*:

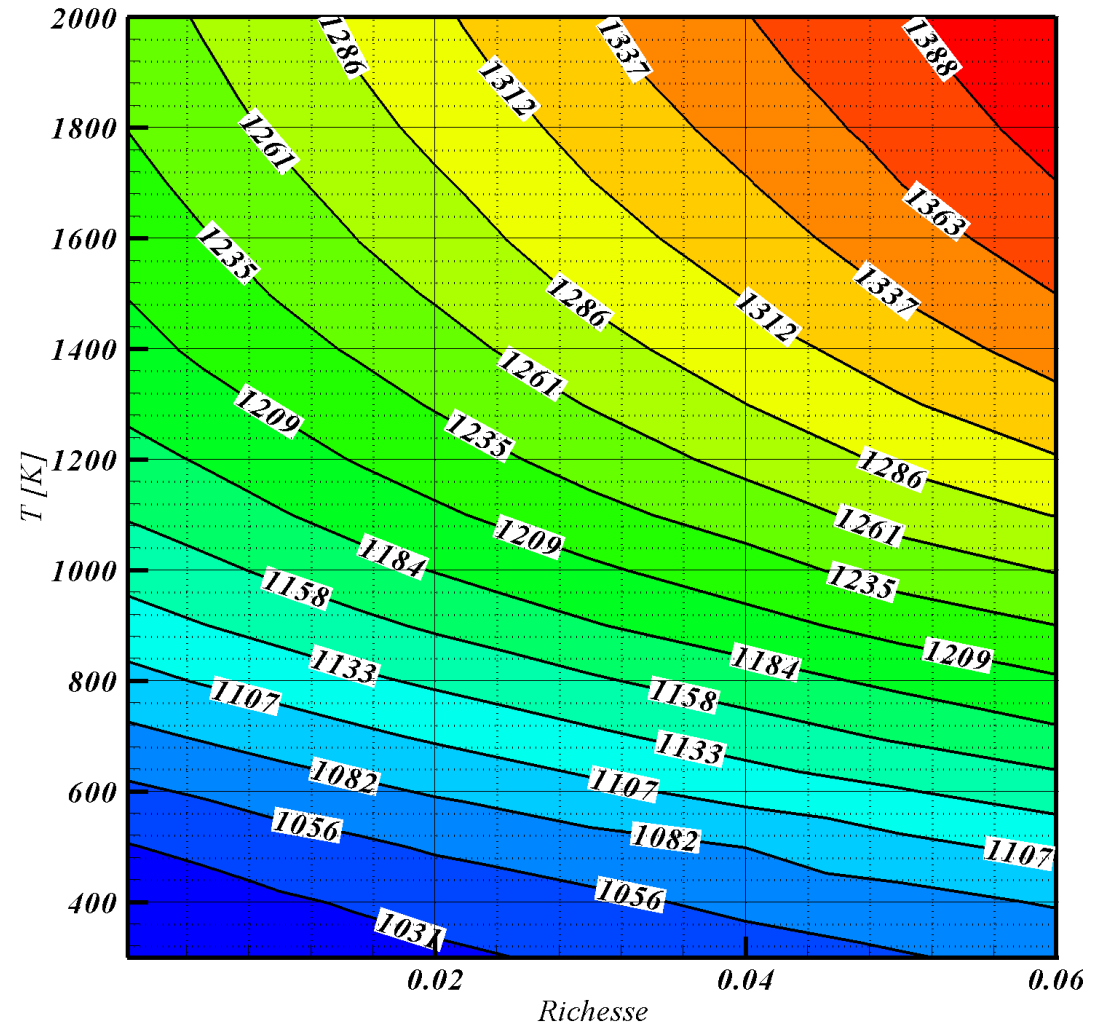
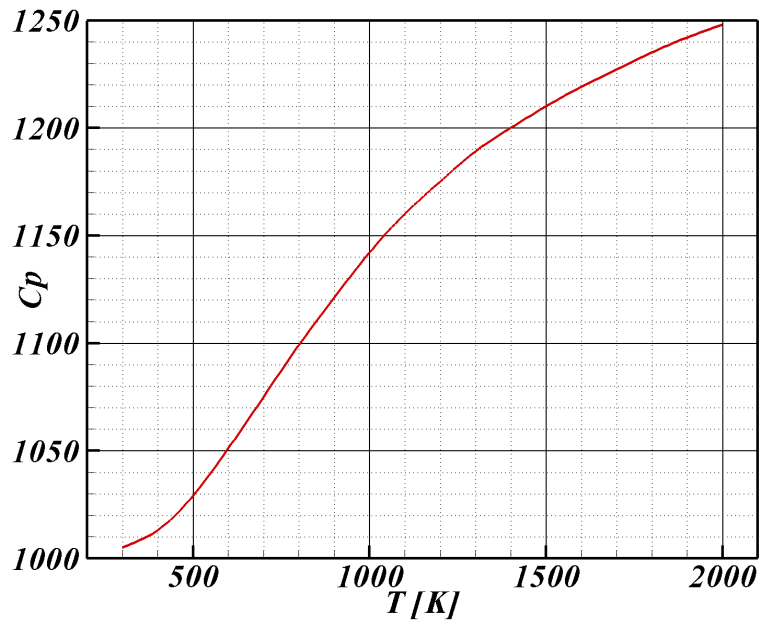
$$h = C_p.T \quad \text{et} \quad e = C_v.T$$

<i>Air :</i>	$T < 1000 \text{ K}$	<i>Gaz caloriquement parfait</i>
<i>Corps de rentrée</i>	$T > 1000 \text{ K}$	<i>Vibration des molécules de <math>O_2</math> et <math>N_2</math></i>
	$T > 2500 \text{ K}$	<i>Dissociation de l'oxygène</i>
	$T > 4000 \text{ K}$	<i>Dissociation du nitrogène (diazote-azote)</i>

# Présentation du cours - Généralités

## Rappels thermodynamiques

### Évolution du $C_p$ fonction de $T$



$$C_p = -3.10^{-14}T^5 + 2.10^{-10}T^4 - 7.10^{-7}T^3 + 9.10^{-4}T^2 - 0,3177T + 1032.6$$



# Présentation du cours - Généralités

## Rappels thermodynamiques

**Chaleurs spécifiques :**  $C_p = \left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_P$   $C_v = \left( \frac{\partial e}{\partial T} \right)_v$

**Or on a la relation**  $C_p - C_v = R$  **et en posant**  $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$

**On obtient**  $C_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$   $C_v = \frac{R}{\gamma - 1}$

**Pour de l'air sous des conditions standards :**  $\gamma = 1.4$



?

$$T_{ref} = 288.15K$$

$$P_{ref} = 101325Pa$$

### Premier principe

$$\delta q + \delta w = de$$

$e$       **variable d' état**  
**différentielle exacte ne dépend que de l' état initial (I) et final (F)**

$\delta w$  **et**  $\delta q$  **dépendent du processus conduisant de (I) à (F)**

### Différents processus :

**Adiabatique** : aucun apport / extraction de chaleur du système

**Réversible** : pas de phénomène dissipatif (effets de viscosité ...)

**Isentropique** : adiabatique et réversible

### Deuxième principe et Entropie

$$ds \geq 0$$

Après quelques calculs :

$$ds = C_P \frac{dT}{T} - R \frac{dP}{P}$$

En intégrant :

$$s_2 - s_1 = \int_{T_1}^{T_2} C_p \frac{dT}{T} - R \ln \frac{P_2}{P_1}$$

Si  $C_p$  est constant (*gaz calorifiquement parfait*)

Entropie  
=  
Traceur des pertes

$$s_2 - s_1 = C_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1}$$

$$s_2 - s_1 = C_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{\rho_1}{\rho_2}$$

### Relations isentropiques

**Isentropique = Adiabatique + Réversible**

$$ds = \frac{\delta q}{T} + ds_{irreversible}$$

$ds = 0$

$$\delta q = 0$$

$$ds_{irr} = 0$$

$$0 = C_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$0 = C_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1}$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{v_1}{v_2} = \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \left( \frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^{\gamma} = \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

*(gaz calorifiquement parfait)*

# Présentation du cours - Généralités

En résumé...

- Problématique supersonique commune (internes ou externes)

- $$\tau = -\frac{1}{v} \frac{dv}{dp} \quad d\rho = \rho \tau dp \quad \tau_T^{eau} = 5.10^{-10} m^2/N \quad \text{Eau}$$
$$\tau_T^{air} = 10^{-5} m^2/N \quad \text{Air}$$

- $$\frac{P}{\rho} = RT \quad R = \frac{\mathcal{R}}{\mathcal{M}} = \frac{8.314 \text{ J/mol/K}}{28,96.10^{-3} \text{ kg/mol}} = 287 \text{ J/kg/K}$$

- $$C_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \quad \gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

- **Adiabatique** : aucun apport / extraction de chaleur du système
- **Réversible** : pas de phénomène dissipatif (effets de viscosité ...)

- $$s_2 - s_1 = C_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \left( \frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^\gamma = \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$