

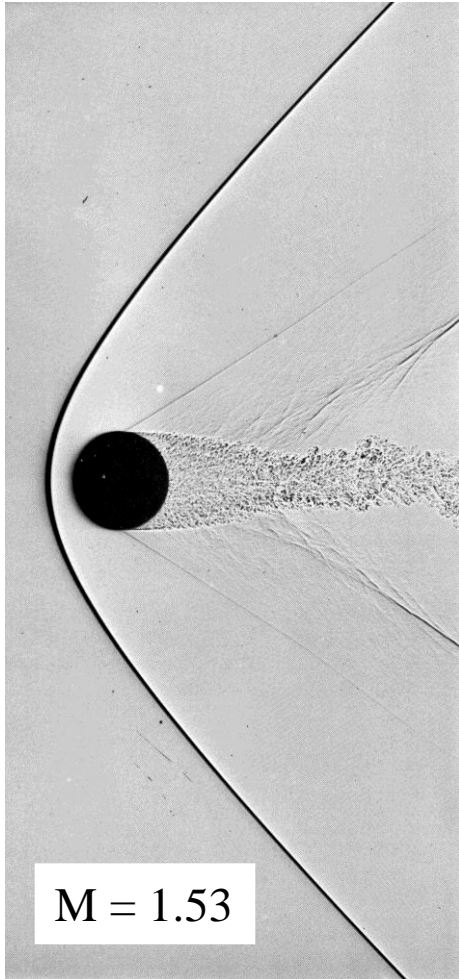
AE 41 Ecoulements Compressibles

**Emmanuel Benard
ISAE/SupAéro**

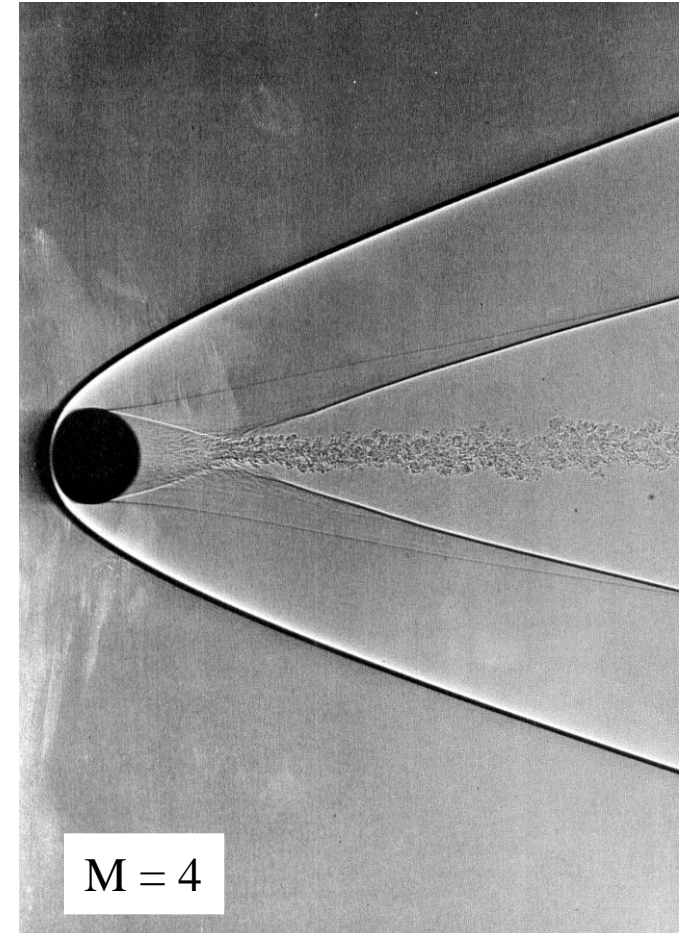
**Elements extraits des cours de:
ENSICA/SupAéro/ENSMA**

Cours C5

1. **Rappel sur les équations du mouvement simplifiées**
2. **Choc droit**
3. **Apport de chaleur**
4. **Prise en compte du frottement**
5. **Synthèse des variations**



- Où est l'onde de choc droite ?
- Identification des chocs et des détente
- Intensités
- Décollement couche limite
- Sillage
- Lignes de courant
- Comparaison des deux photos
- Onde de choc en N



Écoulements Monodimensionnels - Applications

Rappel sur les équations du mouvement simplifiées

$$\rho_1 V_1 = \rho_2 V_2$$

$$P_1 + \rho_1 V_1^2 = P_2 + \rho_2 V_2^2$$

$$C_p T_1 + \frac{V_1^2}{2} = C_p T_2 + \frac{V_2^2}{2}$$

Loitsyanskii

$$l_{pm} = 68 \text{ nm (1013 hPa)}$$

$$M_0 = 2 \quad E/l_{pm} = 4 \quad E = 272 \text{ nm}$$

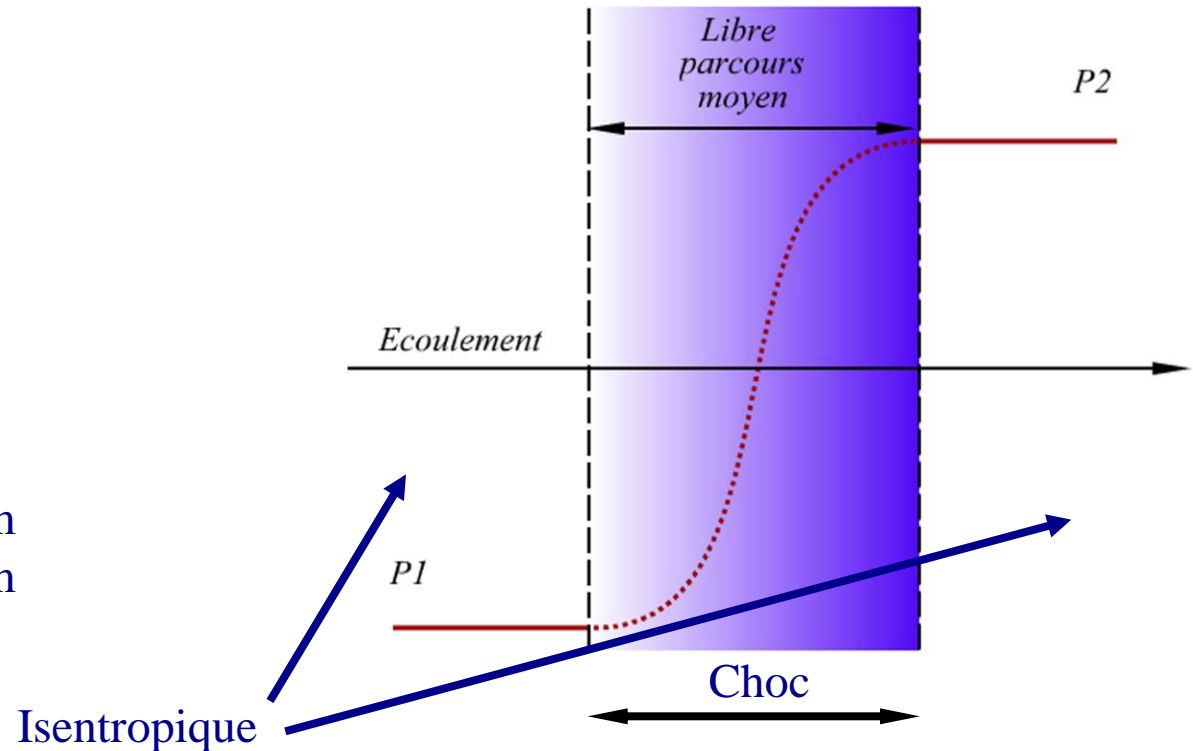
$$M_0 = 5 \quad E/l_{pm} = 2 \quad E = 136 \text{ nm}$$

$$\text{Épaisseur de choc} = 10^{-7} \text{ m}$$

$$\text{Décélération} = 10^9 \text{ m/s}^2$$

Choc = Surface de discontinuité

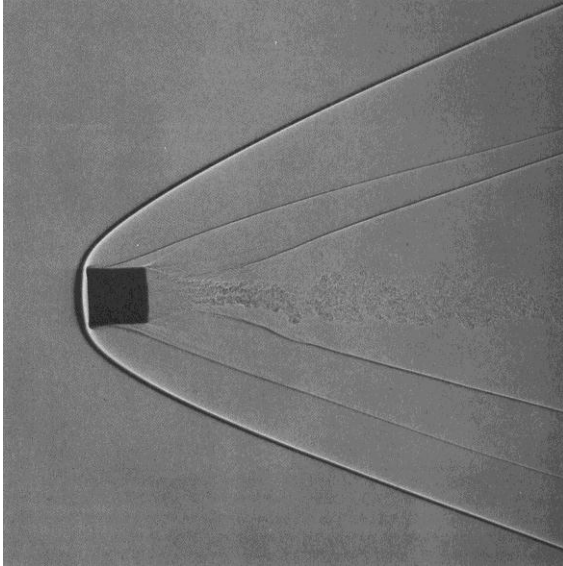
Viscosité + Conductivité thermique = Entropie



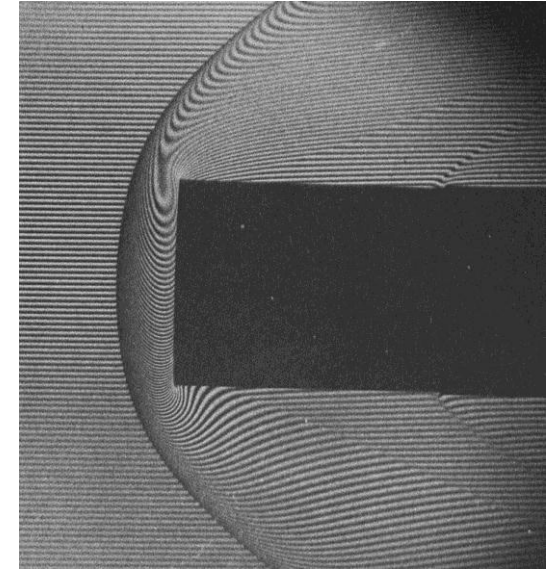
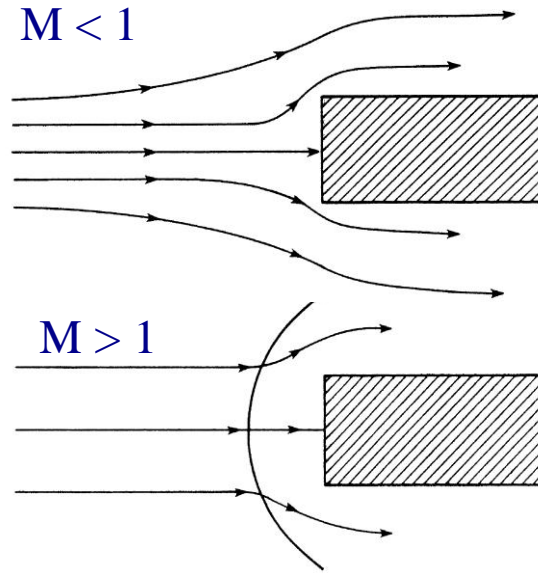
Mise en défaut du traitement macroscopique

Écoulements Monodimensionnels - Applications

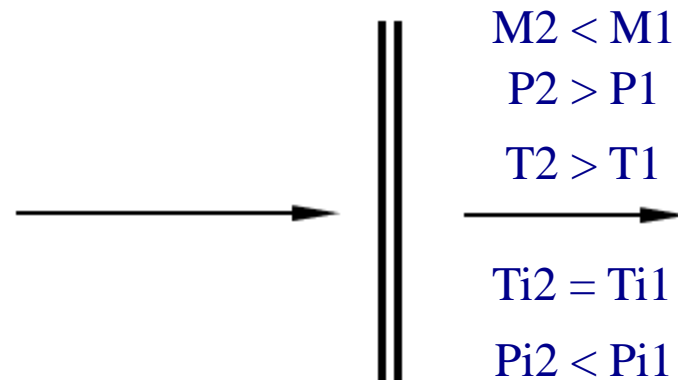
Choc droit



$M = 3.6$ - Air




$M = 2.77$ - CO₂



Bilan de quantité de mouvement + équation de continuité

$$\frac{P_1}{\rho_1 V_1} - \frac{P_2}{\rho_2 V_2} = V_2 - V_1$$


$$\frac{a_1^2}{\gamma V_1} - \frac{a_2^2}{\gamma V_2} = V_2 - V_1 \quad (*)$$

Équation de Prandtl

$$a_c^2 = V_1 V_2$$


Mach caractéristique $M_{c1} M_{c2} = 1$

Équation de l'énergie

$$\frac{a^2}{\gamma - 1} + \frac{V^2}{2} = \frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)} a_c^2$$



$$M_c^2 = \frac{(\gamma + 1)M^2}{2 + (\gamma - 1)M^2}$$


$$\begin{cases} a_1^2 = \frac{\gamma + 1}{2} a_{c1}^2 - \frac{\gamma - 1}{2} V_1^2 \\ a_2^2 = \frac{\gamma + 1}{2} a_{c2}^2 - \frac{\gamma - 1}{2} V_2^2 \end{cases} \quad (**)$$

$$M_2^2 = \frac{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1^2}{\gamma M_1^2 - \frac{\gamma - 1}{2}}$$

$$a_{c1} = a_{c2} = a_c$$

(*) + (**)

$$\frac{\gamma + 1}{2\gamma V_1 V_2} a_c^2 + \frac{\gamma - 1}{2\gamma} = 1$$

$$M_1 \longrightarrow \infty \quad \text{alors} \quad M_2 \longrightarrow \sqrt{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} \xrightarrow{\text{Air}} M_2 = 0.378$$

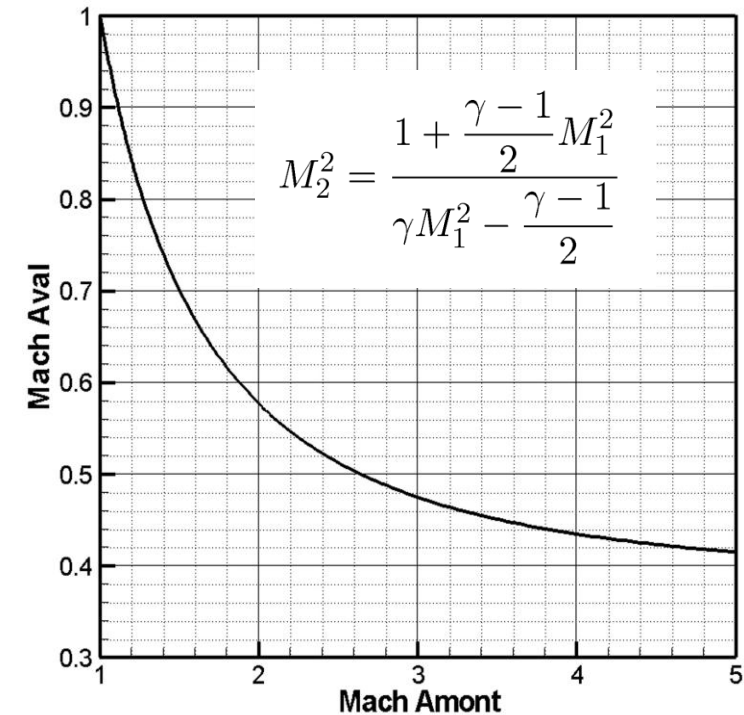
$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_1^2}{a_c^2} = M_{c1}^2$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{(\gamma+1)M_1^2}{2 + (\gamma-1)M_1^2}$$

$$P_2 - P_1 = \rho_1 V_1^2 \left(1 - \frac{V_2}{V_1}\right) \quad \frac{P_2 - P_1}{P_1} = \gamma M_1^2 \left(1 - \frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$\frac{P_2}{P_1} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma+1} (M_1^2 - 1)$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(1 + \frac{2\gamma}{\gamma+1} (M_1^2 - 1)\right) \left(\frac{2 + (\gamma-1)M_1^2}{(\gamma+1)M_1^2}\right)$$

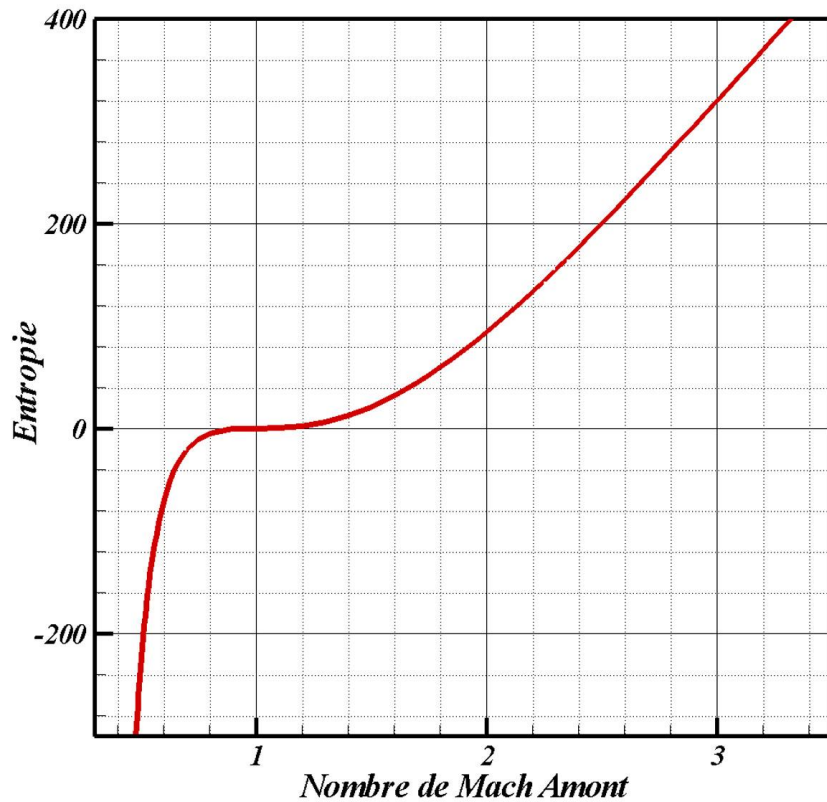


Onde de choc = $M_1 > 1$

Existence de solution mathématiques pour $M_1 < 1$

$$s_2 - s_1 = C_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1}$$

$$s_2 - s_1 = C_p \ln \left[\left(1 + \frac{2\gamma}{\gamma + 1} (M_1^2 - 1) \right) \left(\frac{2 + (\gamma - 1)M_1^2}{(\gamma + 1)M_1^2} \right) \right] - R \ln \left[1 + \frac{2\gamma}{\gamma + 1} (M_1^2 - 1) \right]$$



$$s_2 - s_1 < 0 \quad M_1 < 1$$

$$C_p T_{i1} = C_p T_{i2}$$

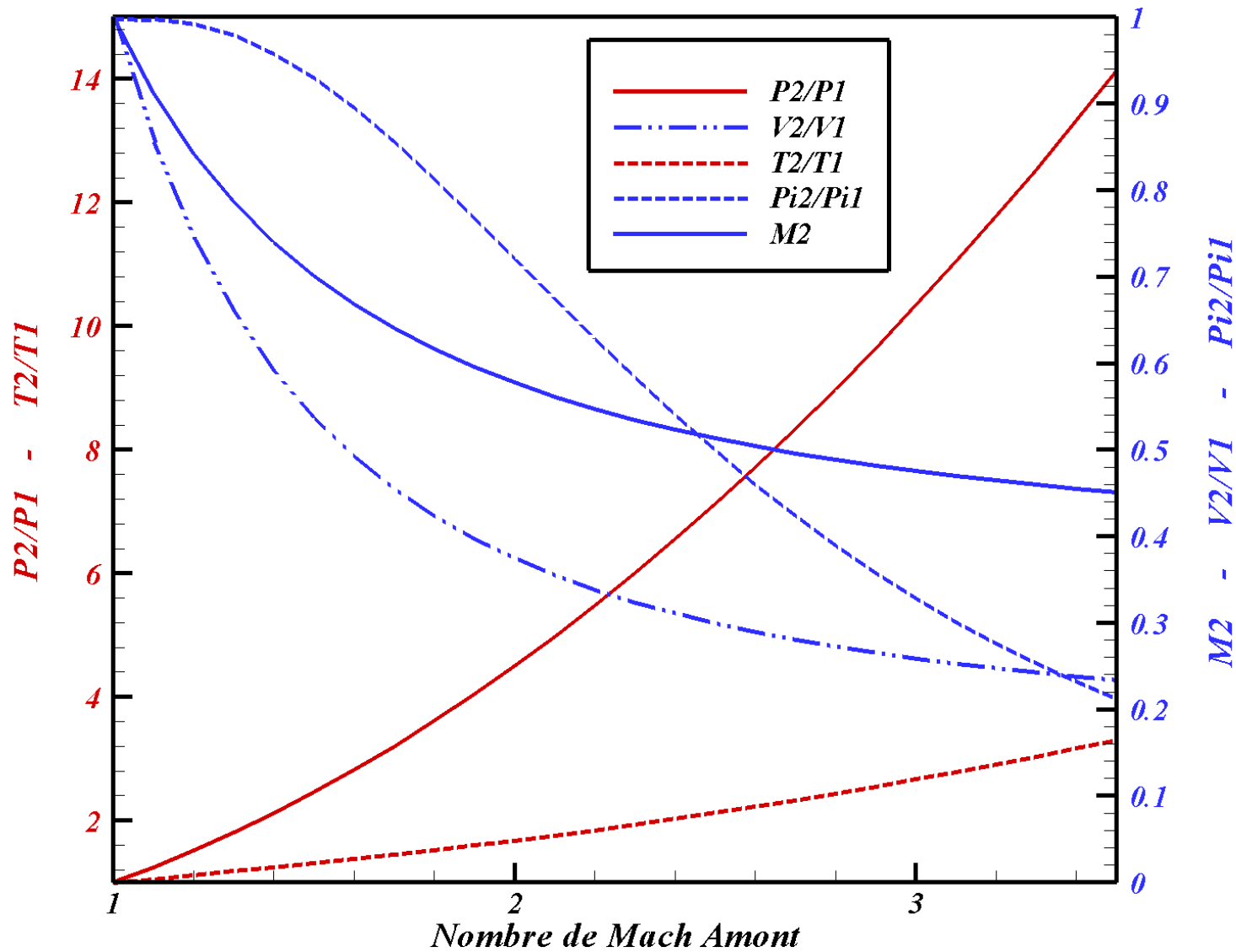
$$T_{i1} = T_{i2}$$

$$s_{i2} - s_{i1} = s_2 - s_1 = C_p \ln \frac{T_{i2}}{T_{i1}} - R \ln \frac{P_{i2}}{P_{i1}}$$

$$\frac{P_{i2}}{P_{i1}} = \exp^{-\frac{s_2 - s_1}{R}}$$

Écoulements Monodimensionnels - Applications

Choc droit



Hypothèses :

- 1D
- Fluide parfait
- Gaz parfait
- Stationnaire
- Sans choc

$$C_p T_{i1} + q = C_p T_{i2}$$

Puissance : 200 kW (kJ/s)

Rendement : 90%

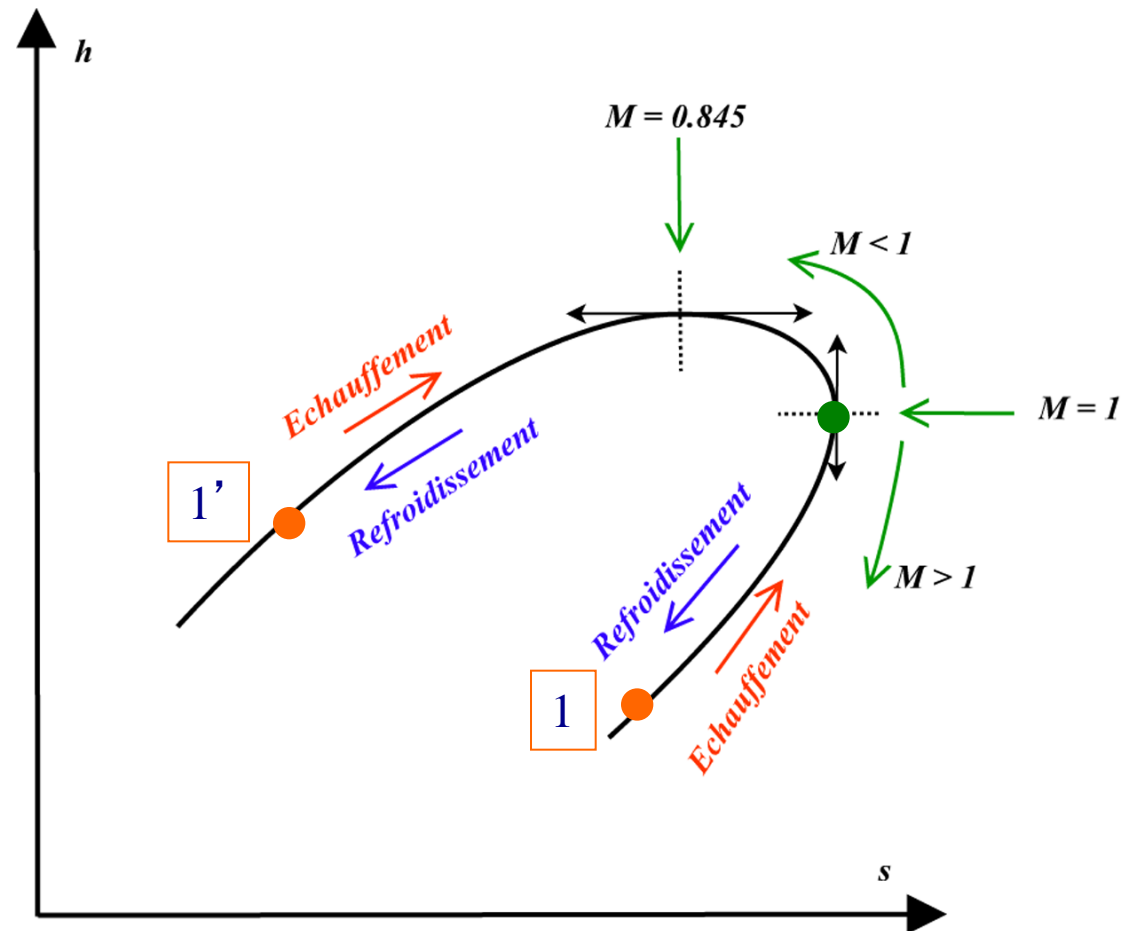
Débit d'air : 0.6 kg/s

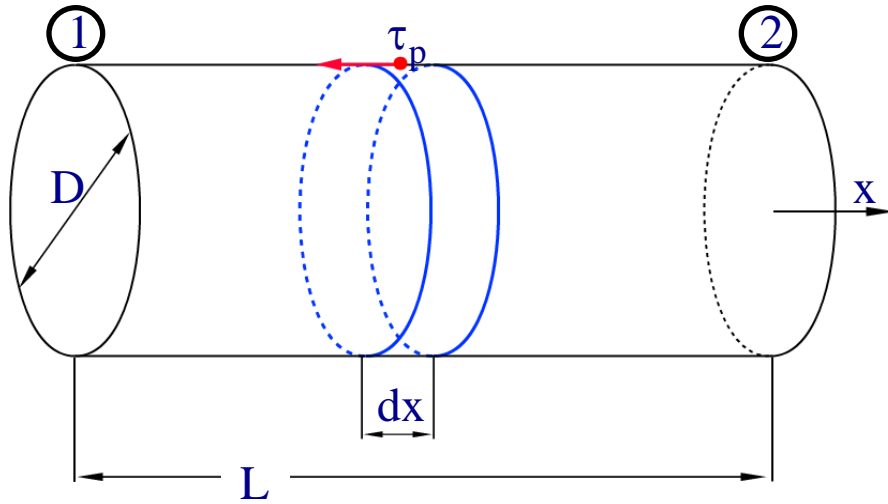
$$q = \frac{\mathcal{P} * \eta}{Q}$$

$$q = 300 \text{ kJ/kg}$$

$$h = C_p \cdot T = C_p \cdot f(M)$$

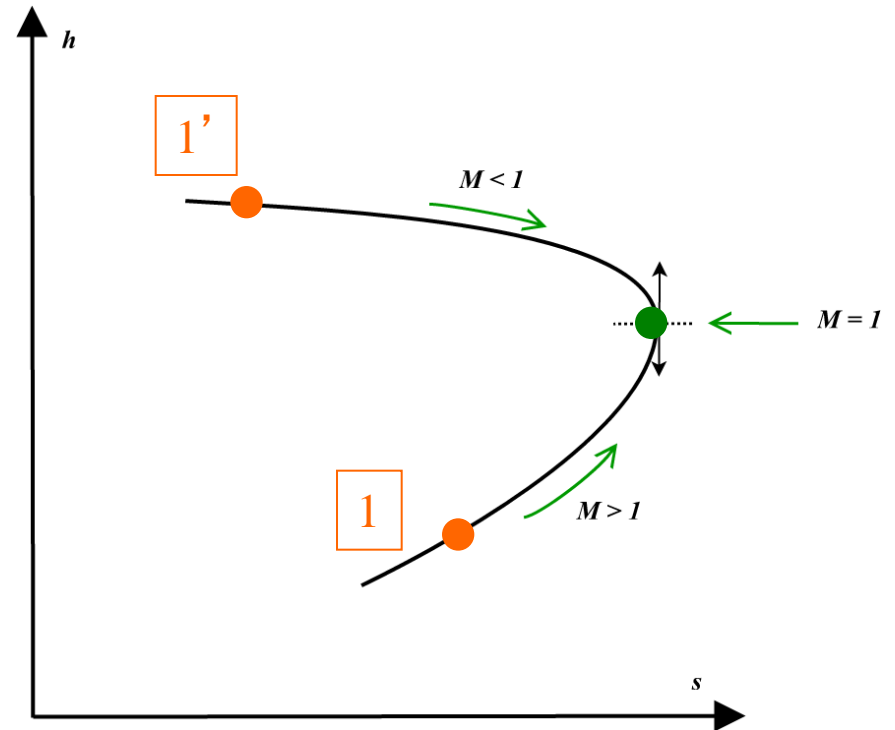
$$s = g(M)$$





- Hypothèses :
- 1D
 - Fluide parfait
 - Gaz parfait
 - Stationnaire
 - Adiabatique
 - Sans choc

$$\iint_s (\rho \vec{V} \cdot d\vec{s}) \vec{V} = - \iint_s P \cdot d\vec{s} - \iint_s \tau_p \cdot d\vec{s}$$



Écoulements Monodimensionnels - Applications

Tableaux récapitulatifs

1D - Stationnaire - Fluide Parfait - Gaz Parfait		
Adiabatique		Non - Adiabatique
Choc Droit	Frottement	Apport de chaleur
$M1 > 1$	$M1 > 1$	$M1 > 1$
$M2 < M1$	$M2 < M1$	$M2 < M1$
$P2 > P1$	$P2 > P1$	$P2 > P1$
$T2 > T1$	$T2 > T1$	$T2 > T1$
$Pi2 < Pi1$	$Pi2 < Pi1$	$Pi2 < Pi1$
$Ti2 = Ti1$	$Ti2 = Ti1$	$Ti2 > Ti1$
$M1 < 1$	$M1 < 1$	$M1 < 1$
	$M2 > M1$	$M2 > M1$
	$P2 < P1$	$P2 < P1$
	$T2 < T1$	$T2 > T1$ si $M1 < 0.845$ $T2 < T1$ si $M1 > 0.845$
	$Pi2 < Pi1$	$Pi2 < Pi1$
	$Ti2 = Ti1$	$Ti2 > Ti1$