

Transfert de chaleur : convection

EXAMEN Durée 2h

Les exercices sont indépendants peuvent être traités dans l'ordre que vous souhaitez.

Questions de cours :

- 1) Donner la signification **physique** du nombre de Prandtl Pr . En particulier, Si $Pr=0.1$, que peut on en déduire concernant les épaisseurs des couches limites dynamique et thermique ?

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad \text{if } Pr=0.1, \delta < \delta_t, \text{ or } \frac{\delta}{\delta_t} \approx \sqrt{Pr}$$

- 2) Donner la signification **physique** de la température de mélange dans une conduite ; Quelle est son utilité du point de vue des transferts de chaleur ?

$$T_m = \frac{\int_0^R \rho c_p T(r) u(r) 2\pi r dr}{\int_0^R \rho u(r) 2\pi r dr c_p} = \frac{\int_0^R T(r) u(r) r dr}{\int_0^R u(r) r dr} \quad \text{characteristic temperature of the cross section}$$

- 3) Donner l'expression du diamètre hydraulique. Dans quels cas utilise-t-on le diamètre hydraulique ?

$$D = \frac{4A}{P} \quad \text{length scale for tube flow}$$

- 4) Quel est l'ordre de grandeur d'un coefficient d'échange de chaleur en convection naturelle dans de l'air ? Quel est l'ordre de grandeur d'un coefficient d'échange de chaleur en convection forcée dans de l'air ?

Natural convection (Air): 10

Forced convection (Air) : 100

Exercice 1

Une tour de bureaux est balayée sur une de ses faces par un vent d'air chaud ($T_{\text{air}}=35^\circ\text{C}$) de direction parallèle à cette face et de vitesse 5 m/s. Cette face est constituée de 10 fenêtres identiques de 1m de large chacune. La climatisation interne dans chacun des bureaux induit une température de 19°C jugée uniforme sur la face externe des vitres.

- 1) Déterminer le régime (laminaire ou turbulent ou les 2) de l'écoulement sur la 1^{ère} et la 10^{ème} vitre.
- 2) Calculer le coefficient d'échange convectif **moyen** sur la 1^{ère} et la 10^{ème} vitre
- 3) En déduire la densité de flux de chaleur apportée à chacune de ces vitres.

- 1) Flow regime for the first and tenth windows.

$T_{\text{boundary layer}} = 300\text{K} \Rightarrow$ properties of air (cf. table below)

First window: $X_{\text{max}} = 1\text{m} \Rightarrow \text{Re} = 3.18 \cdot 10^5 < 10^6 \Rightarrow$ laminar

Tenth window: $X_{\text{min}} = 10\text{m} \Rightarrow \text{Re} = 2.86 \cdot 10^6 > 10^6$
 $X_{\text{max}} = 10\text{m} \Rightarrow \text{Re} = 3.18 \cdot 10^6 > 10^6 \Rightarrow$ turbulent

Or:

Critical Reynolds $= 10^6 \Rightarrow X_{\text{critical}} = 3.14\text{m} \Rightarrow$ laminar for the first window, turbulent for the tenth

- 2) Mean heat transfer coefficients for the first and tenth windows

First window: $\text{Nu}_x = 0.332 \text{Re}_x^{0.5} \text{Pr}^{1/3}$

$$\Rightarrow h_x = \lambda 0.332 (\rho V / \mu)^{0.5} \text{Pr}^{1/3} (1/x)^{0.5}$$

$$\Rightarrow h_{\text{mean}} = \lambda 0.332 (\rho V / \mu)^{0.5} \text{Pr}^{1/3} \star 2 = 8.73 \text{W/m}^2 \text{K}$$

Tenth window: $\text{Nu}_x = 0.029 \text{Re}_x^{0.8} \text{Pr}^{1/3}$

$$\Rightarrow h_x = \lambda 0.029 (\rho V / \mu)^{0.8} \text{Pr}^{1/3} (1/x)^{0.2}$$

$$\Rightarrow h_{\text{mean}} = \lambda 0.029 (\rho V / \mu)^{0.8} \text{Pr}^{1/3} \star (10^0 - 9^{0.8}) / 0.8$$

$$= 10.88 \text{W/m}^2 \text{K}$$

- 3) Heat flux density for each window

First window: $\Phi = 140\text{W}$

Tenth window: $\Phi = 174\text{W}$

$$\varphi = 154.9 \text{W/m}^2$$

Exercise 2

Un liquide s'écoule dans un tuyau chauffé circulaire droit, de paroi mince (épaisseur de paroi négligeable) et de diamètre intérieur $D = 12.7\text{mm}$. La longueur du tube est $L = 20\text{m}$. En traversant ce tube, le liquide passe de 25°C à 75°C , grâce à une densité de flux uniforme imposée en paroi du tube. La vitesse de l'écoulement est : $U = 0.2\text{m/s}$ uniforme en entrée. Les propriétés du liquide sont : $\rho = 1000\text{kg/m}^3$, $\mu = 2 \cdot 10^{-3}\text{kg/ms}$, $C = 4000\text{J/kgK}$, $\lambda = 4.8\text{W/mK}$.

Après avoir calculé les grandeurs qui vous paraissent nécessaires (nombre de Reynolds, établissement de l'écoulement), déterminer la température de la paroi en sortie.

Find the wall temperature at the exit

$\text{Re} = \rho U D_H / \mu = 1270 \Rightarrow$ laminar ($D_H = \text{hydraulic diameter} = D$)

$L_D = \text{Entrance length} = 0.9\text{m} \ll 20\text{m} (= \text{tube length})$

$L_D = \text{Thermal entrance length} = 1.5\text{m} \ll 20\text{m} (= \text{tube length})$

\Rightarrow entrance length is negligible compared to tube length \Rightarrow we can suppose an established flow (and established flow correlations)

$$\Rightarrow \text{Nu} = 4.36 \Rightarrow h = 1647 \text{W/m}^2 \text{K}$$

$\rho U (\pi D^2/4) * C * (T_{\text{liquid exit}} - T_{\text{liquid entrance}}) = 1000 * 0.2 * (\pi * 0.0127^2/4) * 4 * (75 - 25) = 5067 \text{ W} = \Phi = \text{total heat flux}$
 $\phi = \text{wall heat flux density} = \Phi / (\pi D L) = 6350 \text{ W/m}^2$
 For $X = L = 20 \text{ m}$: $\phi = h (T_{\text{wall exit}} - T_{\text{liquid exit}}) \Rightarrow T_{\text{wall exit}} = 78.85^\circ \text{C}$

Exercice 3 : Anémométrie

Un fil fin de diamètre D , de longueur L est plongé dans un écoulement d'air de température $T_{\text{éc}}$ de façon à en déterminer la vitesse. Pour cela on le fait traverser par un courant électrique qui va l'échauffer. Grâce aux échanges convectifs, il s'établit un équilibre thermique et la température du fil se stabilise à T_{fil} .

- 1) Quelles grandeurs électriques suggérerez-vous de mesurer pour évaluer le flux convecté ?
- 2) On note Φ le flux convecté, h le coefficient d'échange, T_{fil} la température du fil et $T_{\text{éc}}$ celle du fluide en écoulement. Comment atteindre la température d'équilibre du fil T_{fil} , à partir de ces mesures électriques ? Donner l'équation qui permet ce lien.
- 3) En déduire l'expression qui permet d'accéder à la vitesse de l'écoulement (en vous basant sur les corrélations que vous jugerez bonne).
- 4) Calculer la vitesse de l'air (1 atm, $T_{\text{éc}} = 20^\circ \text{C}$), pour $D = 0.5 \text{ mm}$, $T_{\text{fil}} = 35^\circ \text{C}$, et un flux linéique dissipé $q' = 35 \text{ W/m}$.

- 1) What should be measured to know the convective heat flux?

Electrical resistance of the wire and intensity (or tension and intensity)

- 2) Φ = convective heat flux, h = heat transfer coefficient. Find the equation linking the wire temperature and the electric measurements.

$$\Phi = RI^2 = h(T_{\text{fil}} - T_{\text{ec}}) \pi DL$$

- 3) Equation allowing to find the velocity?

$$Nu = C Re^n Pr^{1/3} = hD/\lambda \Rightarrow \Phi = RI^2 = \lambda C (\rho V D / \mu)^n Pr^{1/3} (T_{\text{fil}} - T_{\text{ec}}) \pi L$$

$$\Rightarrow V = (RI^2 / (\lambda C (\rho D / \mu)^n Pr^{1/3} (T_{\text{fil}} - T_{\text{ec}}) \pi L))^{(1/n)}$$

- 4) find air velocity for: 1 atm, $T_{\text{éc}} = 20^\circ \text{C}$, $D = 0.5 \text{ mm}$, $T_{\text{fil}} = 35^\circ \text{C}$, and a linear flux $q' = 35 \text{ W/m}$.

$$RI^2/L = q'$$

But we have to find C and n

We suppose Re_D between : $1000 - 2 \cdot 10^5$:

So $C = 0.26$ $n = 0.6$

and $V = 95 \text{ m/s}$

$\Rightarrow Re_D = 3030$ (between : $1000 - 2 \cdot 10^5$) \Rightarrow OK

Propriétés des fluides et corrélations :

Properties of gases at 1 atm pressure

Temperature, T K	Density, ρ kg/m ³	Specific heat, C_p J/kg · °C	Thermal conductivity, k W/m · °C	Thermal diffusivity, α m ² /s	Dynamic viscosity, μ kg/m · s	Kinematic viscosity, ν m ² /s	Prandtl number, Pr
<i>Air</i>							
200	1.766	1003	0.0181	1.02×10^{-5}	1.34×10^{-5}	0.76×10^{-5}	0.740
250	1.413	1003	0.0223	1.57×10^{-5}	1.61×10^{-5}	1.14×10^{-5}	0.724
280	1.271	1004	0.0246	1.95×10^{-5}	1.75×10^{-5}	1.40×10^{-5}	0.717
290	1.224	1005	0.0253	2.08×10^{-5}	1.80×10^{-5}	1.48×10^{-5}	0.714
298	1.186	1005	0.0259	2.18×10^{-5}	1.84×10^{-5}	1.55×10^{-5}	0.712
300	1.177	1005	0.0261	2.21×10^{-5}	1.85×10^{-5}	1.57×10^{-5}	0.712
310	1.143	1006	0.0268	2.35×10^{-5}	1.90×10^{-5}	1.67×10^{-5}	0.711
320	1.110	1006	0.0275	2.49×10^{-5}	1.94×10^{-5}	1.77×10^{-5}	0.710
330	1.076	1007	0.0283	2.64×10^{-5}	1.99×10^{-5}	1.86×10^{-5}	0.708
340	1.043	1007	0.0290	2.78×10^{-5}	2.03×10^{-5}	1.96×10^{-5}	0.707
350	1.009	1008	0.0297	2.92×10^{-5}	2.08×10^{-5}	2.06×10^{-5}	0.706
400	0.883	1013	0.0331	3.70×10^{-5}	2.29×10^{-5}	2.60×10^{-5}	0.703
450	0.785	1020	0.0363	4.54×10^{-5}	2.49×10^{-5}	3.18×10^{-5}	0.700
500	0.706	1029	0.0395	5.44×10^{-5}	2.68×10^{-5}	3.80×10^{-5}	0.699
550	0.642	1039	0.0426	6.39×10^{-5}	2.86×10^{-5}	4.45×10^{-5}	0.698
600	0.589	1051	0.0456	7.37×10^{-5}	3.03×10^{-5}	5.15×10^{-5}	0.698
700	0.504	1075	0.0513	9.46×10^{-5}	3.35×10^{-5}	6.64×10^{-5}	0.702
800	0.441	1099	0.0569	11.7×10^{-5}	3.64×10^{-5}	8.25×10^{-5}	0.704
900	0.392	1120	0.0625	14.2×10^{-5}	3.92×10^{-5}	9.99×10^{-5}	0.705
1000	0.353	1141	0.0672	16.7×10^{-5}	4.18×10^{-5}	11.8×10^{-5}	0.709
1200	0.294	1175	0.0759	22.2×10^{-5}	4.65×10^{-5}	15.8×10^{-5}	0.720
1400	0.252	1201	0.0835	27.6×10^{-5}	5.09×10^{-5}	20.2×10^{-5}	0.732
1600	0.221	1240	0.0904	33.0×10^{-5}	5.49×10^{-5}	24.9×10^{-5}	0.753
1800	0.196	1276	0.0970	38.3×10^{-5}	5.87×10^{-5}	29.9×10^{-5}	0.772
2000	0.177	1327	0.1032	44.1×10^{-5}	6.23×10^{-5}	35.3×10^{-5}	0.801

Corrélations sur plaque plane à température uniforme:

- Régime laminaire (Re_x critique $\cong 10^6$) : $Nu_x = 0,332 Re_x^{0.5} Pr^{1/3}$
- Régime turbulent : $Nu_x = 0,029 Re_x^{0.8} Pr^{1/3}$

Corrélations sur plaque plane à flux uniforme:

- Régime laminaire (Re_x critique $\cong 10^6$) : $Nu_x = 0,453 Re_x^{0.5} Pr^{1/3}$
- Régime turbulent : $Nu_x = 0,0308 Re_x^{0.8} Pr^{1/3}$

Corrélations sur plaque plane pour les métaux liquides : $Nu_x = 0,56 Re_x^{0.5} Pr^{0.5}$

Corrélations en conduite circulaire à température uniforme en régime établi:

- Régime laminaire (Re critique $\cong 2000$) : $Nu = 3.66$
- Régime turbulent : $Nu = 0,023 Re^{0.8} Pr^n$
 $n=0.4$ pour un chauffage du fluide
 $n=0.3$ pour un refroidissement

Longueur d'établissement en conduite :

Dynamique

Laminaire $L_D = 0,056 Re D$

Turbulent: $10D < L_D < 60D$

Thermique

Laminaire $L_{Dth} = 0,056 Re D Pr$

Turbulent: $10D < L_{Dth} < 60D$

Corrélations en conduite circulaire à flux uniforme en régime établi:

- Régime laminaire : $Nu = 4.36$
- Régime turbulent : $Nu = 0,023 Re^{0.8} Pr^n$
 $n=0.4$ pour un chauffage du fluide
 $n=0.3$ pour un refroidissement

Corrélations en conduite circulaire en régime non établi:

- Régime laminaire :

$$\overline{Nu} = \frac{3,66}{th\left(2,264(L^*)^{1/3} + 1,7(L^*)^{2/3}\right)} + \frac{0,05}{L^*} thL^* \quad L^* = L / D Re Pr$$

- Régime turbulent:

$$\overline{Nu} = 0,023 Re^{0.8} Pr^n (1 + k D / L) \quad k = 0,067 Re^{0.25}$$

$n = 0.4$ pour un chauffage du fluide; $n = 0.3$ pour un refroidissement

Corrélations sur un cylindre:

$$\overline{Nu} = \frac{\bar{h}D}{\lambda} = C Re_D^m Pr^{1/3}$$

Re_D	C	m
1-40	0.75	0.4
40-1000	0.51	0.5
1000- $2 \cdot 10^5$	0.26	0.6
$2 \cdot 10^5$ - 10^6	0.076	0.7

Informations diverses :

Nombre de Prandtl : $Pr = \frac{\nu}{a} = \frac{\text{viscosité cinématique}}{\text{diffusivité thermique}}$

Diffusivité thermique : $a = \frac{\lambda}{\rho C}$