LEÇON 6: CONVECTION FORCEE DANS LES ECOULEMENTS EN CONDUITE

INTRODUCTION

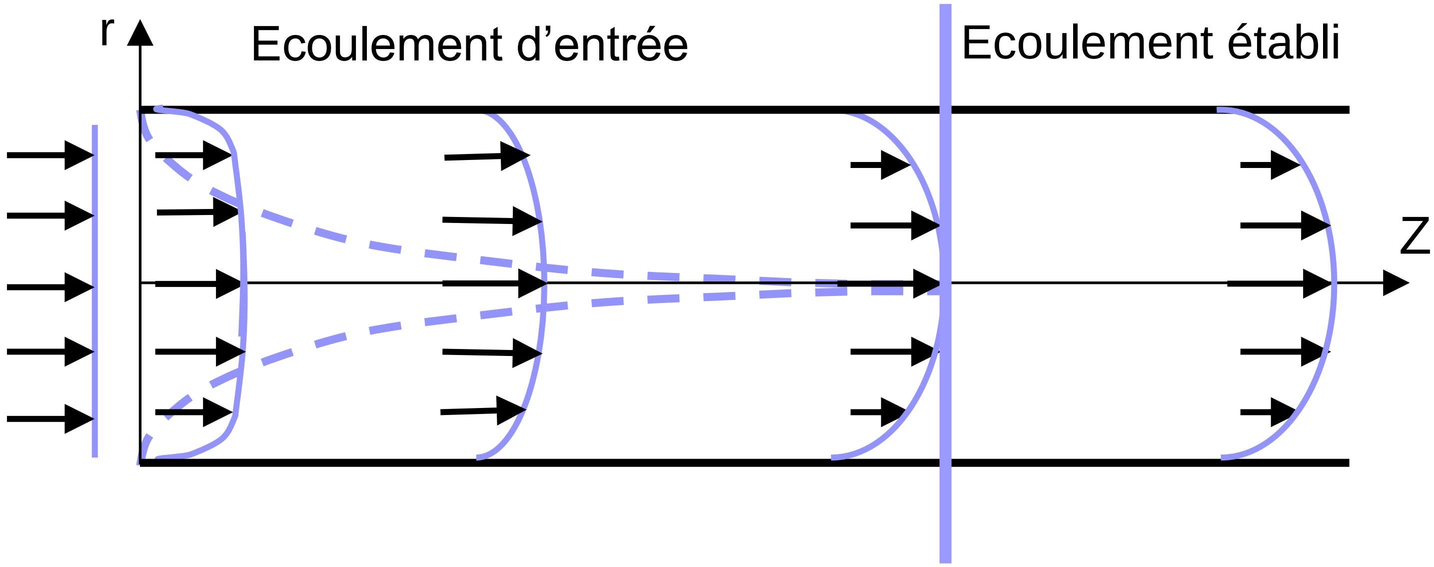
- Transferts de chaleur dans les tuyaux très fréquents
  - Tuyauterie
  - Système de chauffage ou de refroidissement
  - Echangeur de chaleur
  - …
- Caractéristiques
  - Fluide confiné $\Rightarrow$ croissance des couches limites contrainte $\Rightarrow$ existence d'un régime établi

INTRODUCTION

- Etablissement du régime dynamique
- Profil de vitesse en régime dynamique
- Le régime thermique établi
- Régime établi à densité de flux pariétal uniforme
- Régime établi à température pariétale uniforme
- Cas de tuyaux de section quelconque
- Zone d’entrée
- Régime turbulent
- Effets particuliers
- Augmentation des transferts

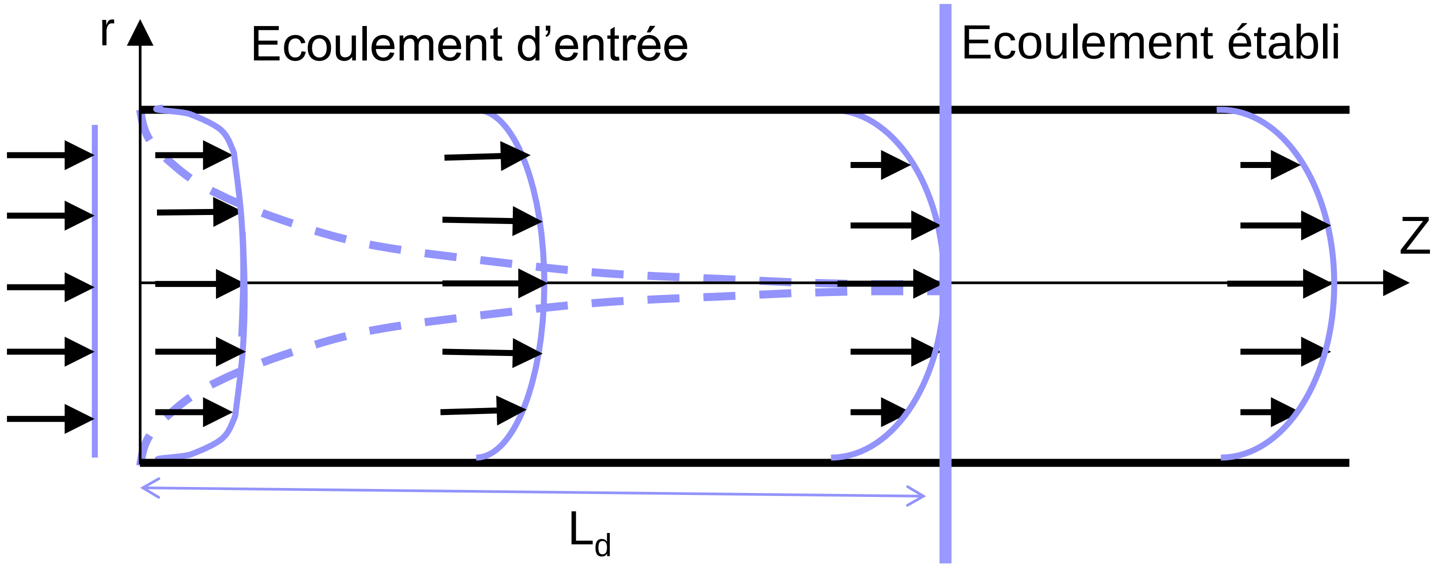
ETABLISSEMENT DU RÉGIME DYNAMIQUE

- Ecoulement laminaire (Re<2000)



- Effet d'entrée:
  - Ralentissement du fluide en proche paroi ⇒accélération au centre ⇒ forme parabolique
  - Ecoulement établi: le profil n'évolue plus avec z

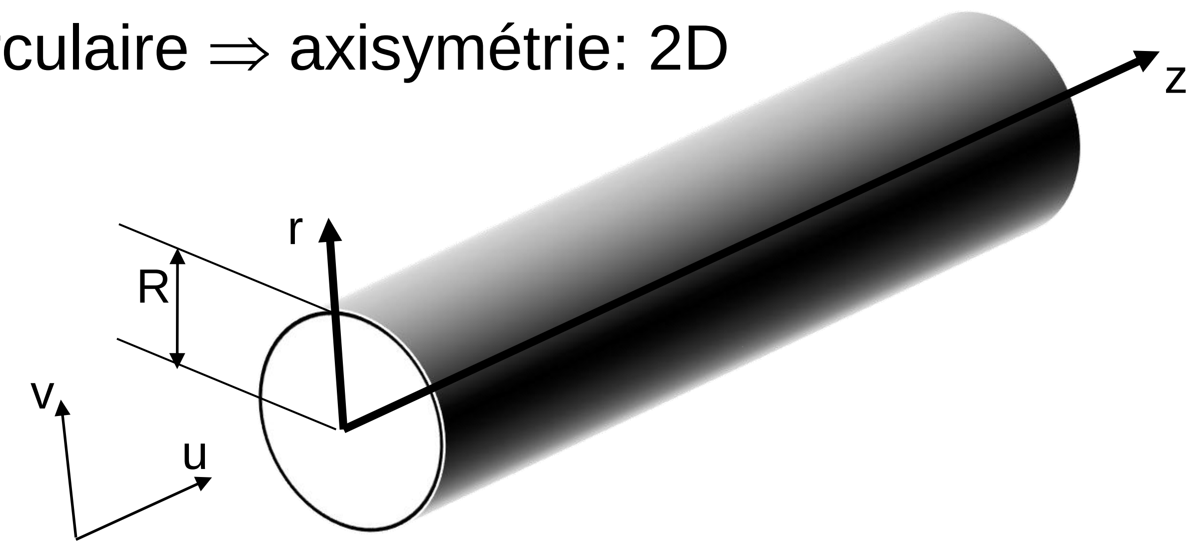
ETABLISSEMENT DU RÉGIME DYNAMIQUE



- Longueur d'établissement:
  - Laminaire $L_d = 0{,}056$ Re D
  - Turbulent: $10D < L_d < 60D$

PROFIL DE VITESSE EN RÉGIME DYNAMIQUE

- Hypothèses:
  - Stationnaire
  - Régime laminaire
  - Fluide incompressible
  - Propriétés uniformes
  - Pas de composante tourbillonnaire
  - Section circulaire $\Rightarrow$ axisymétrie: 2D



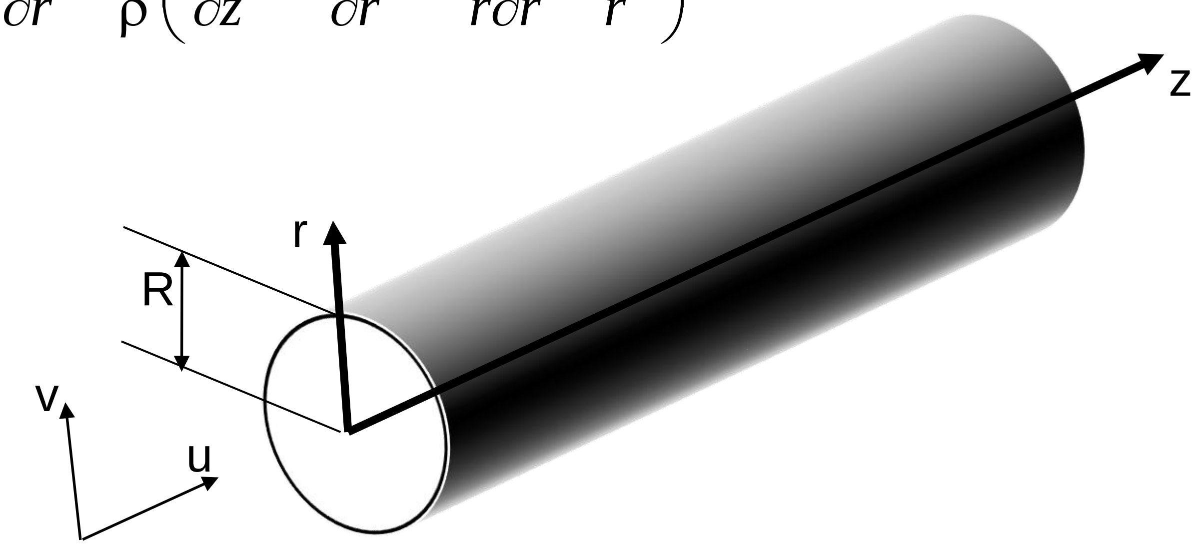
PROFIL DE VITESSE EN RÉGIME DYNAMIQUE

- Equations:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(vr)+\frac{\partial u}{\partial z}=0$$

$$u\frac{\partial u}{\partial z}+v\frac{\partial u}{\partial r}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{\mu}{\rho}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}\right)$$

$$u\frac{\partial v}{\partial z}+v\frac{\partial v}{\partial r}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r}+\frac{\mu}{\rho}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial r^2}+\frac{1\partial v}{r\partial r}-\frac{v}{r^2}\right)$$



PROFIL DE VITESSE EN RÉGIME DYNAMIQUE

- Equations:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(vr)+\frac{\partial u}{\partial z}=0$$

$$u\frac{\partial u}{\partial z}+v\frac{\partial u}{\partial r}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{\mu}{\rho}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}\right)$$

$$u\frac{\partial v}{\partial z}+v\frac{\partial v}{\partial r}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r}+\frac{\mu}{\rho}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial r^2}+\frac{1\partial v}{r\partial r}-\frac{v}{r^2}\right)$$

- u_c =vitesse au centre

- Régime établi $\Rightarrow \dfrac{u}{u_c}=F\left(\dfrac{r}{R}\right)$ et $\dfrac{du}{dz}=0$

PROFIL DE VITESSE EN RÉGIME DYNAMIQUE

- Equation de continuité

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(vr)+\frac{\partial u}{\partial z}=0$$

$$\Rightarrow vr = cte$$

$$Or\ en\ r = R,\ vR = 0$$

$$\Rightarrow v = 0$$

PROFIL DE VITESSE EN RÉGIME DYNAMIQUE

- Comme $v = 0$

$$u\frac{\partial v}{\partial z} + v\frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\mu}{\rho}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1\partial v}{r\partial r} - \frac{v}{r^2}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial p}{\partial r} = 0$$

PROFIL DE VITESSE EN RÉGIME DYNAMIQUE

- Comme $\dfrac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad et \quad v = 0$

$$u\frac{\partial u}{\partial z} + v\frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\mu}{\rho}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\mu}{\rho}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}\right) = \frac{\mu}{\rho r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right)$$

- En intégrant 2 fois:

$$u = -\frac{1}{4\mu}\frac{dp}{dz}\left(R^2 - r^2\right)$$

$$\Rightarrow \frac{u}{u_c} = 1 - \frac{r^2}{R^2} \quad avec \quad u_c = -\frac{1}{4\mu}\frac{dp}{dz}R^2$$

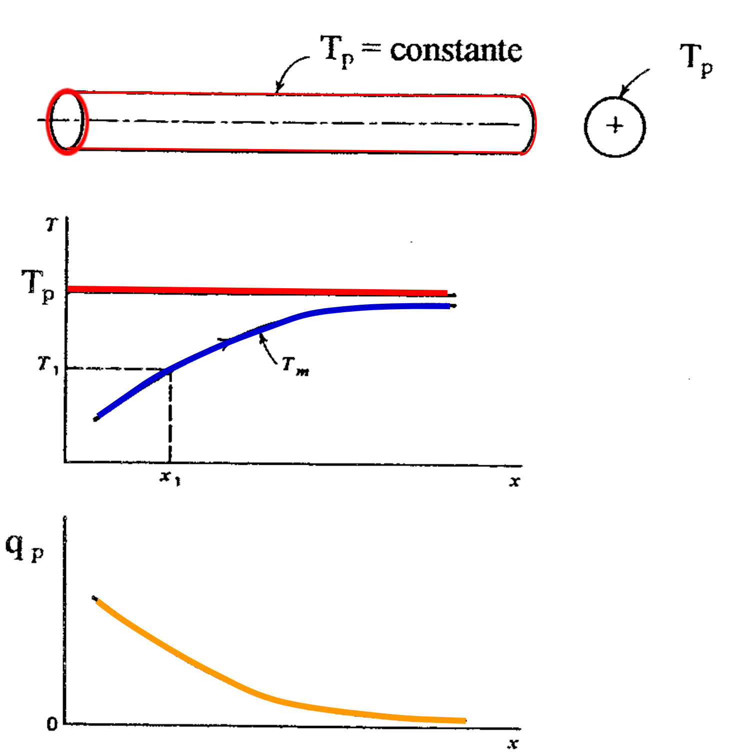
PROFIL DE VITESSE EN RÉGIME DYNAMIQUE

- $\boxed{v = 0}$ $\quad et \quad$ $\boxed{\dfrac{u}{u_c} = 1 - \dfrac{r^2}{R^2}}$

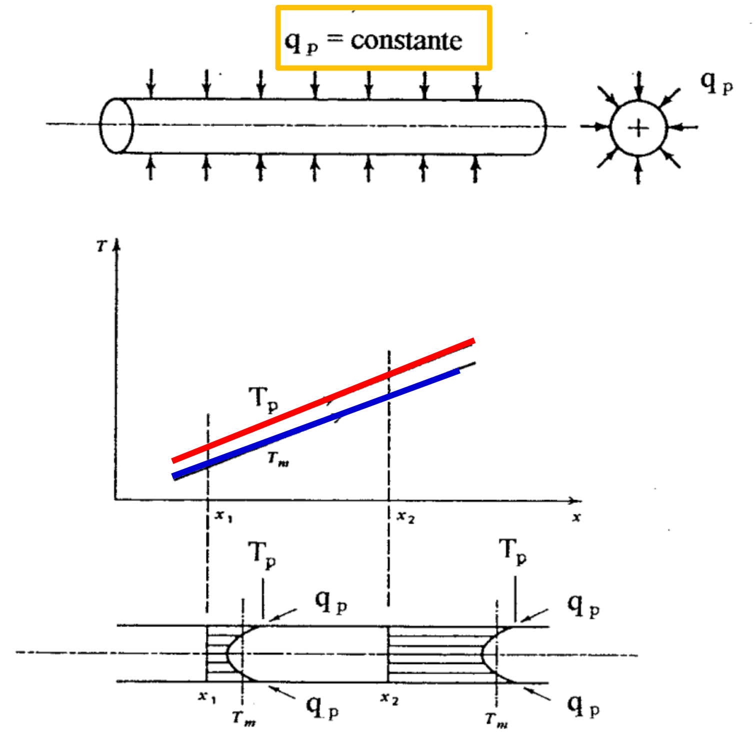
- $$C_f = \frac{\tau_p}{\frac{1}{2}\rho \bar{u}^2} = \frac{16}{\mathrm{Re}}$$

LE RÉGIME THERMIQUE ÉTABLI

- Température imposée

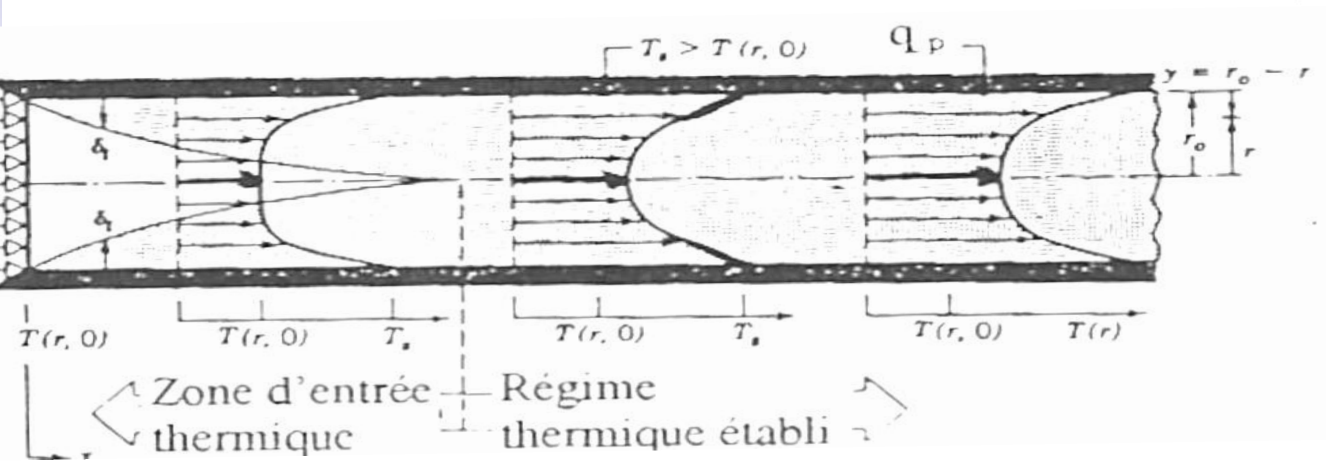


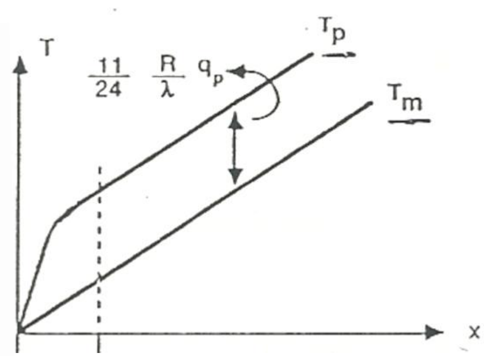
- Densité de flux imposée



LE RÉGIME THERMIQUE ÉTABLI

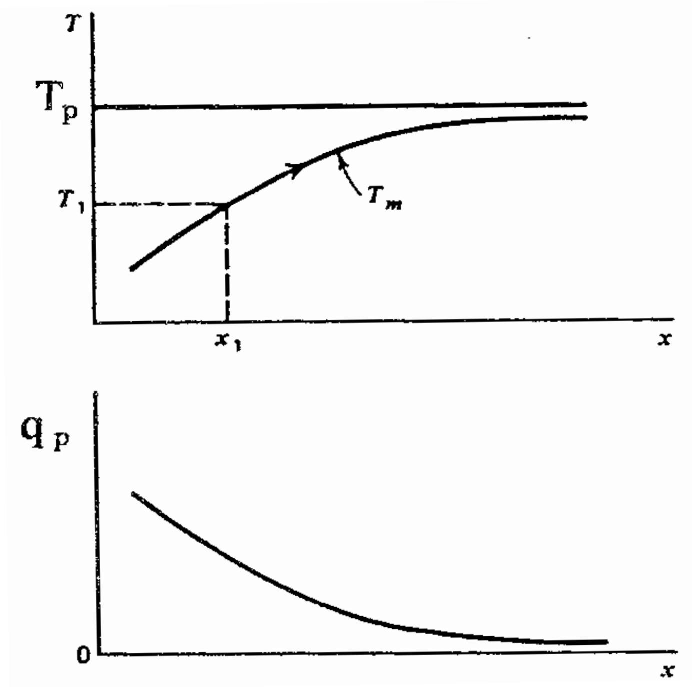
- Etablissement du régime et régime établi: flux imposé:
  - Zone d'établissement:
    - le profil se déforme sensiblement
    - portion où la température est encore quasi-isotherme
  - Zone établie:
    - Les profils apparaissent comme semblables, à une translation près (injection d'énergie)





LE RÉGIME THERMIQUE ÉTABLI

- Etablissement du régime et régime établi: Température imposée:
  - Zone d'établissement:
    - le profil montre un palier qui va en s'estompant
  - Zone établie:
    - Profils semblables, $(T-T_p) \rightarrow 0$

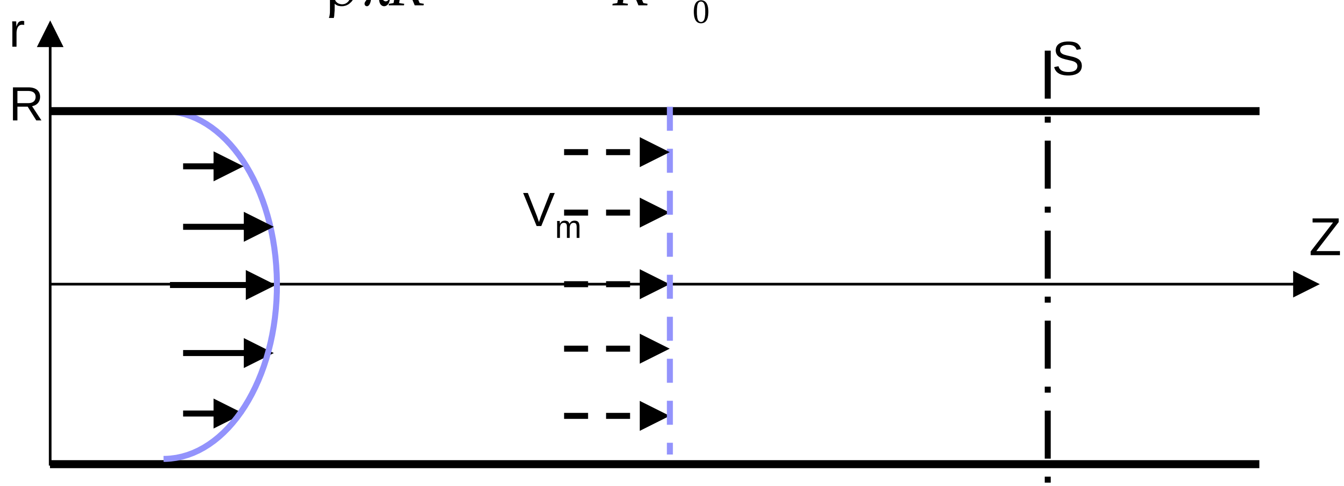


LE RÉGIME THERMIQUE ÉTABLI

- Vitesse moyenne ou Vitesse de mélange: V_m
  - Vitesse telle que le débit soit le même que dans le cas réel:

$$\overset{o}{m} = \rho V_m S = \int_S \rho u(r) ds$$

$$\Rightarrow V_m = \frac{\int_0^R \rho u(r) 2\pi r dr}{\rho \pi R^2} = \frac{2}{R^2} \int_0^R u(r) r dr$$

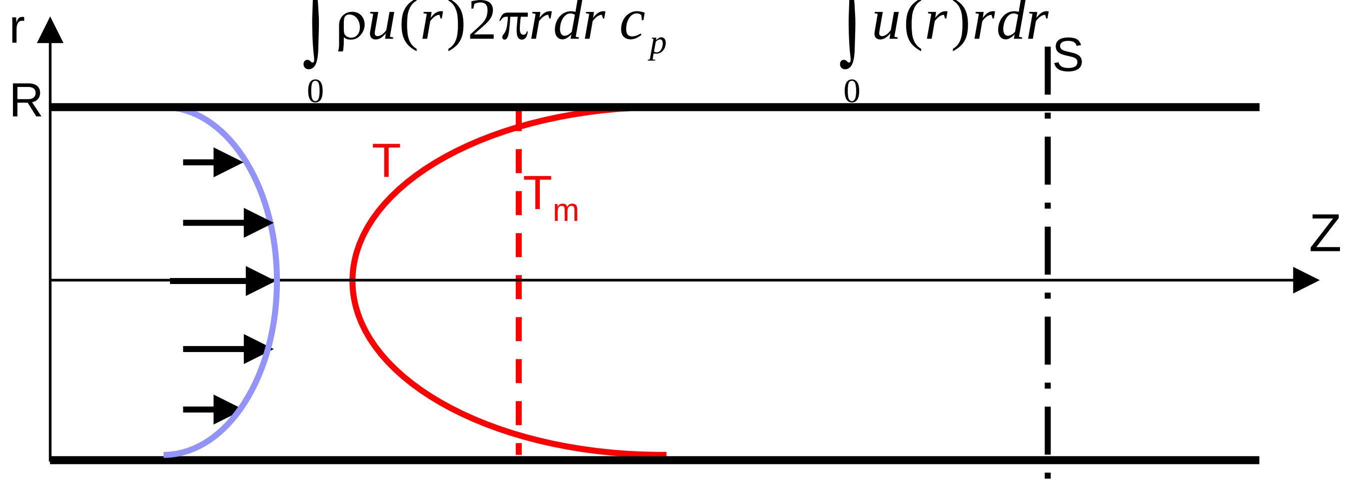


LE RÉGIME THERMIQUE ÉTABLI

- Température moyenne de mélange: T_m
  - Température telle que le flux de chaleur qui traverse une section soit le même que dans le cas réel:

$$\overset{o}{m} c_p T_m = \int_S \rho c_p T(r) u(r) ds = \int_0^R \rho c_p T(r) u(r) 2\pi r dr$$

$$\Rightarrow T_m = \frac{\int_0^R \rho c_p T(r) u(r) 2\pi r dr}{\int_0^R \rho u(r) 2\pi r dr \, c_p} = \frac{\int_0^R T(r) u(r) r dr}{\int_0^R u(r) r dr}$$



LE RÉGIME THERMIQUE ÉTABLI

- Température moyenne de mélange: T_m
  - $\varphi = h\,(T_p - T_m)$
  - Pour une conduite T_{fluide}= Température de mélange=T_m

RÉGIME ÉTABLI À DENSITÉ DE FLUX PARIÉTAL UNIFORME

- Equation de l'énergie:

$$u\frac{\partial T}{\partial z}+v\frac{\partial T}{\partial r}=a\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right)$$

v=0

$$\Rightarrow \underbrace{\frac{u}{a}\frac{\partial T}{\partial z}}_{\text{advection axiale}}=\underbrace{\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r}}_{\text{conduction radiale}}+\underbrace{\cancel{\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}}}_{\text{conduction axiale}}$$

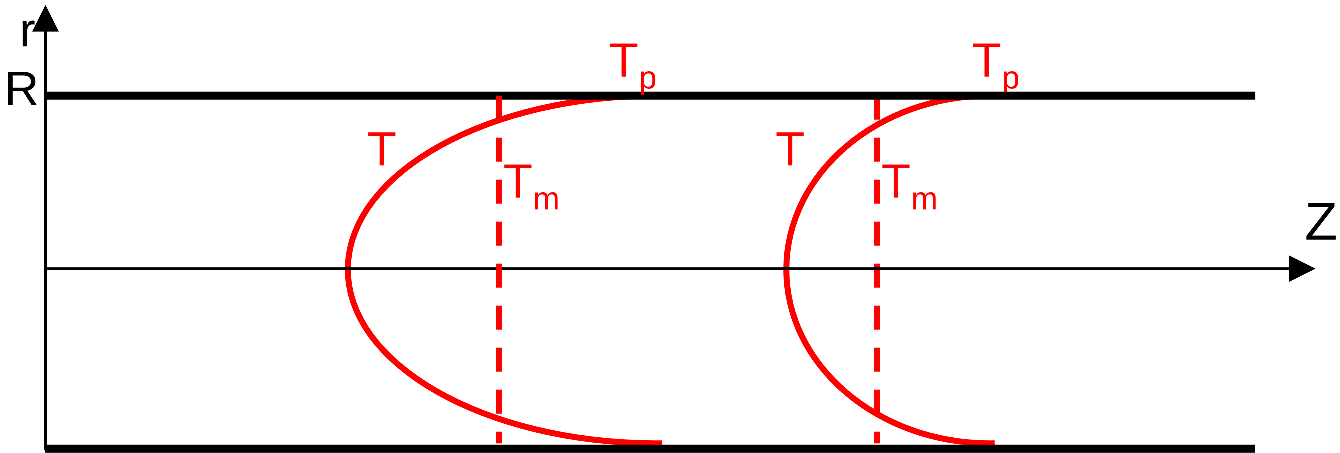
$$\Rightarrow \frac{u}{a}\frac{\partial T}{\partial z}=\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r}$$

LE RÉGIME THERMIQUE ÉTABLI

- Coefficient d'échange:

$$h = \frac{\varphi}{\left(T_p - T_m\right)} = \frac{\lambda \left.\partial T \middle/ \partial r\right|_{r=R}}{\left(T_p - T_m\right)} = -\lambda \left.\frac{\partial G}{\partial r}\right|_{r=R} \quad avec \quad G = \frac{T_p - T}{T_p - T_m}$$

- Profils de T semblables:
  - $\Rightarrow$ T dépend de r/R, T_p, T_m
  - $\Rightarrow$ G ne dépend que de r/R
  - $\Rightarrow$ h indépendant de z (idem pour Nu)



RÉGIME ÉTABLI À DENSITÉ DE FLUX PARIÉTAL UNIFORME

- Equation de l'énergie:

$$\frac{u}{a}\frac{\partial T}{\partial z}=\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r}=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right)$$

$$\Rightarrow \ldots$$

$$\Rightarrow T = T_{\mathrm{axe}}+\frac{4\varphi_p}{R\lambda}\left(\frac{r^2}{4}-\frac{r^4}{16\mathrm{R}^2}\right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} T_p = T_{\mathrm{axe}}+\dfrac{3}{4}\dfrac{\varphi_p R}{\lambda} \\ T_m = T_{\mathrm{axe}}+\dfrac{7}{24}\dfrac{\varphi_p R}{\lambda} \end{cases}$$

RÉGIME ÉTABLI À DENSITÉ DE FLUX PARIÉTAL UNIFORME

- Coefficient d'échange et nombre de Nusselt:

$$\begin{cases} T_p = T_{\mathrm{axe}} + \dfrac{3}{4}\dfrac{\varphi_p R}{\lambda} \\ T_m = T_{\mathrm{axe}} + \dfrac{7}{24}\dfrac{\varphi_p R}{\lambda} \end{cases}$$

$$\Rightarrow T_m - T_p = -\frac{11}{24}\frac{\varphi_p R}{\lambda}$$

$$\boxed{\begin{aligned} &\Rightarrow h = \frac{\varphi_p}{\left(T_p - T_m\right)} = \frac{24}{11}\frac{\lambda}{R} = \frac{48}{11}\frac{\lambda}{D} \approx 4.36\frac{\lambda}{D} \\ &\Rightarrow Nu = \frac{hD}{\lambda} \approx 4.36 \end{aligned}}$$

RÉGIME ÉTABLI À TEMPERATURE PARIÉTALE UNIFORME

- Coefficient d'échange et nombre de Nusselt:
  - *même type de démonstration...*

$$\Rightarrow \boxed{Nu = \frac{hD}{\lambda} \approx 3.66}$$

CAS DE TUYAUX DE SECTION QUELCONQUE

- Paramètres d'influence:
  - Diamètre hydraulique:

$$D_h = \frac{4S}{P}$$

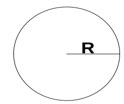
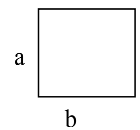
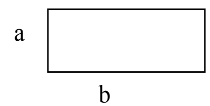
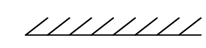
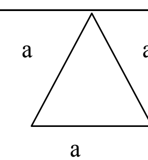
    - S: section de passage
    - P: périmètre mouillé

- Nombre de Nusselt:
  - $Nu = \dfrac{hD_h}{\lambda}$

Cas de tuyaux de section quelconque

- Nombre de Nusselt:
  - $$Nu = \frac{hD_h}{\lambda}$$

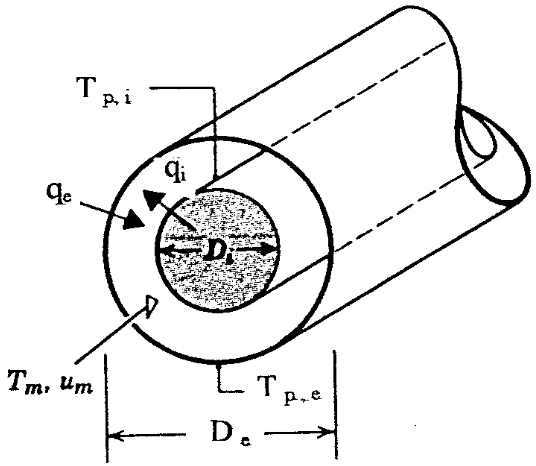
$$D_h = \frac{4S}{P}$$

Forme de la section	b/a	Nu qp = cste	Nu Tp = cste
		4,36	3,66
	1	3,63	2,98
	1,4	3,78	
Id	2	4,11	3,39
Id	4	5,35	4,44
Id	8	6,6	5,95
Plaques parallèles	∞	8,235	7,54
Plaques parallèles dont 1 est isolée 	∞	5,38	4,86
		3	2,35

CAS DE TUYAUX DE SECTION QUELCONQUE

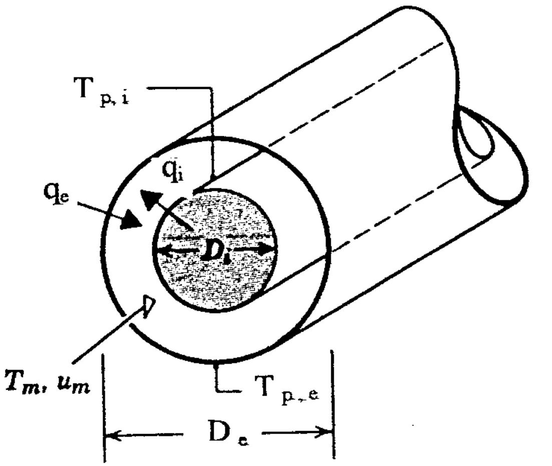
- Tuyaux cylindriques concentriques:
  - Paramètres d'influence:
    - Diamètre hydraulique:

$$D_h = \frac{4S}{P} = \frac{4\pi\left(D_e^2 - D_i^2\right)/4}{\pi\left(D_e + D_i\right)} = D_e - D_i$$



CAS DE TUYAUX DE SECTION QUELCONQUE

- Tuyaux cylindriques concentriques:
  - Plusieurs configurations:
    - Configuration avec l'une des deux surfaces isolées:
      - Nombres de Nusselt:



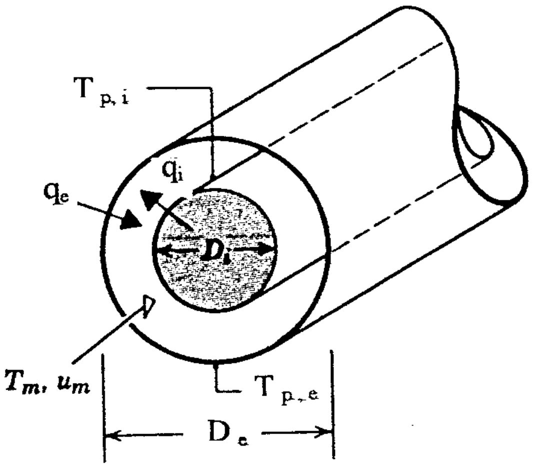
$$Nu_i = \frac{h_i D_h}{\lambda}$$

$$Nu_e = \frac{h_e D_h}{\lambda}$$

D_i/D_e	Nu_i	Nu_e
0	-	3.66
0.05	17.46	4.06
0.10	11.56	4.11
0.25	7.37	4.23
0.50	5.74	4.43
1.00	4.86	4.86

CAS DE TUYAUX DE SECTION QUELCONQUE

- Tuyaux cylindriques concentriques:
  - Plusieurs configurations:
    - Configurations avec deux flux imposés à densité uniforme
      - Nombres de Nusselt:



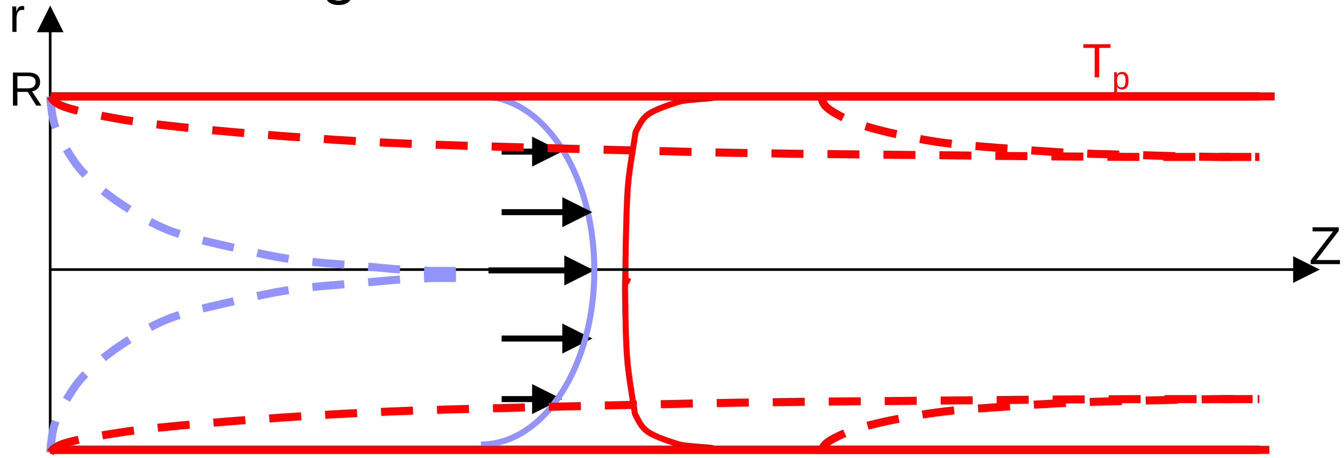
$$Nu_i = \frac{h_i D_h}{\lambda} = \frac{Nu_{ii}}{1-(q_e/q_i)\theta_i^*}$$

$$Nu_e = \frac{h_e D_h}{\lambda} = \frac{Nu_{ee}}{1-(q_i/q_e)\theta_e^*}$$

D_i/D_e	Nu_{ii}	Nu_{ee}	θ_i^*	θ_e^*
0	-	4.364	∞	0
0.05	17.81	4.792	2.18	0.0294
0.10	11.91	4.834	1.383	0.0562
0.20	8.499	4.833	0.905	0.1041
0.40	6.583	4.979	0.603	0.1823
0.60	5.912	5.099	0.473	0.2455
0.80	5.58	5.24	0.401	0.299
1.00	5.385	5.385	0.346	0.346

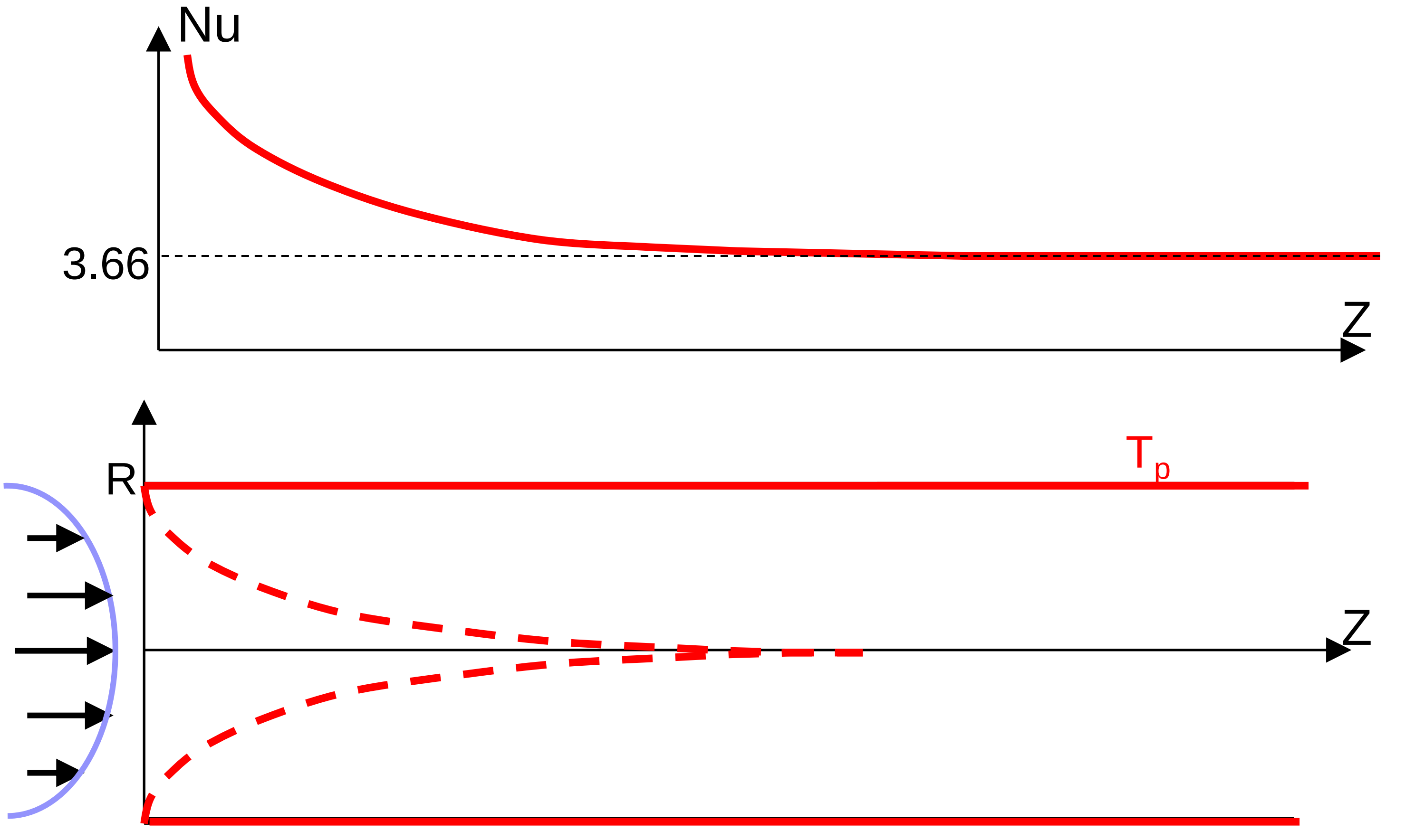
ZONE D'ENTRÉE

- Hypothèse:
  - Conduite circulaire
  - Régime dynamique établi
  - Régime thermique non établi
  - Régime établi à température pariétale uniforme
- Exemples d'application:
  - Zone anisotherme puis condition thermique imposée
  - Fluides à grand nombre de Pr



ZONE D'ENTRÉE

- Evolution de Nu:



ZONE D'ENTRÉE

- Evolution de Nu:
  - Valeurs moyennes (intégrées sur la longueur L du tuyau): formulation de STEPHAN:

$$\overline{Nu} = \frac{3,66}{th\left(2,264\left(L^*\right)^{1/3} + 1,7\left(L^*\right)^{2/3}\right)} + \frac{0,05}{L^*} thL^*$$

$$\text{pour } 0 < L^* < \infty,\ L^* = L / D\mathrm{RePr}$$

avec deux approximations suivantes :

$$L^* \leq 5.10^{-6} \ (\text{formule de LEVEQUE})$$

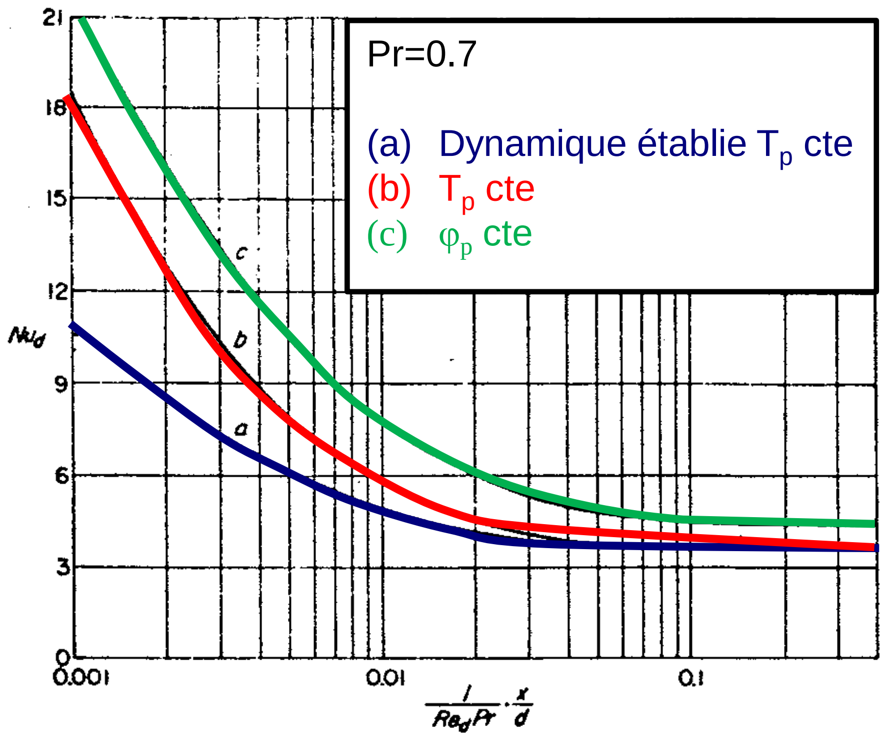
$$\overline{Nu} = 1,615\left(L^*\right)^{-1/3}$$

$$L^* \geq 0,05$$

$$\overline{Nu} = 3,66 + \frac{0,05}{L^*}$$

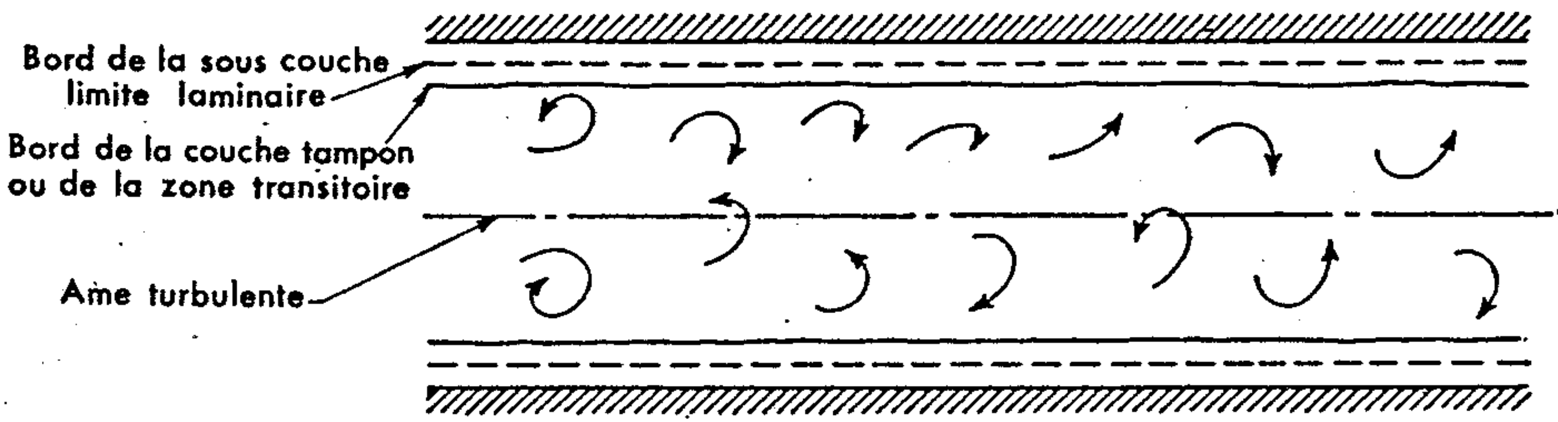
ZONE D'ENTRÉE

- Hypothèse:
  - Conduite circulaire
  - Régime dynamique non établi
  - Régime thermique non établi



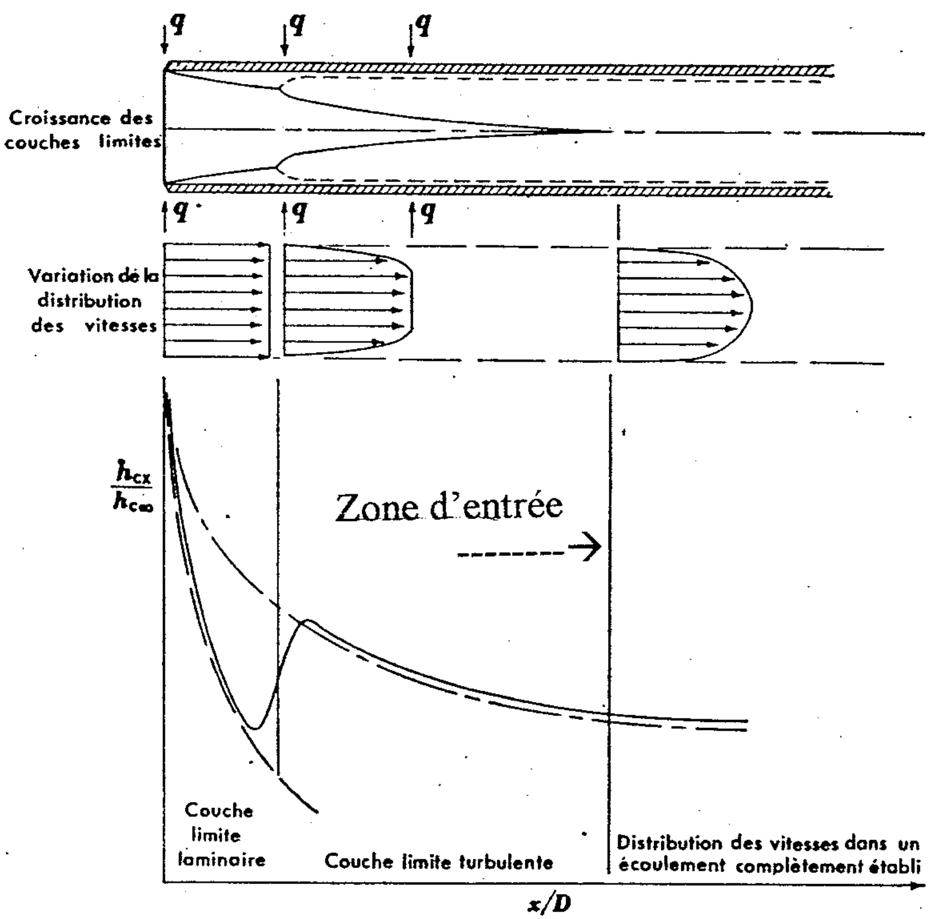
RÉGIME TURBULENT

- Critère:
  - Re>2000
- Ecoulement:



RÉGIME TURBULENT

- Echanges de chaleur:
  - Augmentation des échanges



RÉGIME TURBULENT

- Echanges de chaleur:
  - Pas d'approche théorique
  - En régime pleinement turbulent:
    - La corrélation de COLBURN (analogie avec les frottements):
      - $$Nu_D = 0{,}023\,\mathrm{Re}_D{}^{0{,}8}\,\mathrm{Pr}^{1/3}$$
      - Avec: 0,7 < Pr < 160, Re > 10 000, L/D > 100
      - La zone d'entrée est en général très courte $\Rightarrow$ raisonnable d'approximer la valeur moyenne de Nu parcelle du régime établi

RÉGIME TURBULENT

- Echanges de chaleur:
  - En régime pleinement turbulent:
    - La corrélation de DITTUS - BOELTER:

$$Nu_D = 0{,}023 \mathrm{Re}_D^{0{,}8} P_r^{\,n}$$

$$\text{avec } n = 0{,}4 \text{ pour un chauffage du fluide}$$

$$n = 0{,}3 \text{ pour un refroidissement}$$

$$\text{valable pour} : 0{,}7 < \mathrm{P_r} < 160$$

$$\mathrm{Re_D} \geq 10000$$

$$\frac{\mathrm{L}}{\mathrm{D}} \geq 10$$

- précision : 20 % pour les gaz, 40 % pour les liquides

RÉGIME TURBULENT

- Echanges de chaleur:
  - En régime pleinement turbulent:
    - La corrélation de GNIELINSKI :

$$Nu_D = \frac{(f/8)(\mathrm{Re}_D - 1000)\mathrm{Pr}}{1 + 12{,}7(f/8)^{0,5}(\mathrm{Pr}^{2/3} - 1)}$$

$$\text{avec } f = (0{,}79 Log \mathrm{Re}_D - 1{,}64)^{-2}$$

$$\text{valable pour} : 0{,}5 < \mathrm{Pr} < 2000$$

$$4000 < \mathrm{Re}_\mathrm{D} \leq 5.10^6$$

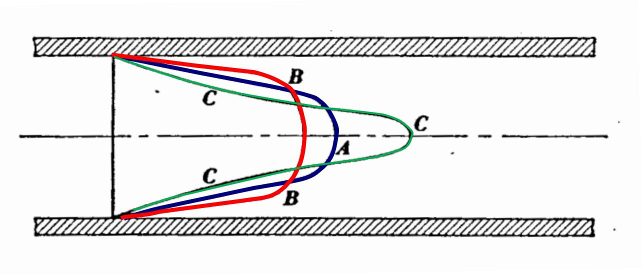
  - Plus précise

RÉGIME TURBULENT

- Echanges de chaleur:
  - Tenant compte du régime d'entrée:
    - Corrélation 1:
      - $\overline{\mathrm{Nu}} = 0{,}036\mathrm{Re}^{0{,}8}\mathrm{Pr}^{1/3}\left(\dfrac{D}{L}\right)^{0{,}055}$
      - $pour \quad 10 < \dfrac{L}{D} < 400$
    - La corrélation de DITTUS – BOELTER corrigée:
      - $\overline{\mathrm{Nu}} = 0{,}023\mathrm{Re}^{0{,}8}\mathrm{Pr}^{n}\left(1 + kD/L\right)$
      - $\text{avec} \quad \mathrm{k} = 0{,}067\mathrm{Re}^{0{,}25}$
    - Incertitudes fortes

EFFETS PARTICULIERS

- Effets de thermodépendance:
  - Lorsqu'un fluide est chauffé, près de la paroi :
    - sa viscosité est plus faible que dans la zone centrale pour les liquides
    - sa viscosité est plus grande que dans la zone centrale de l'écoulement pour les gaz



A: fluide à viscosité uniforme

B: chauffage d'un liquide ou refroidissement d'un gaz

C: refroidissement d'un liquide ou chauffage d'un gaz

EFFETS PARTICULIERS

- Effets de thermodépendance:
  - Corrélation SIEDER-TATE (régime établi):
    - Laminaire:

$$Nu_D = 1{,}86\left(\frac{\mathrm{Re}_D \mathrm{Pr}}{L/D}\right)^{1/3}\left(\frac{\mu}{\mu_p}\right)^{0{,}14}$$

$$pour \quad Tp = cte, \quad 0{,}48 < \mathrm{Pr} < 16700, \quad 0{,}0044 < \frac{\mu}{\mu_p} < 9{,}75$$

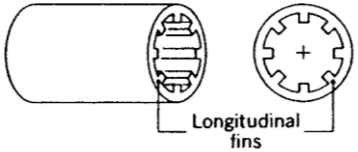
    - Turbulent:

$$Nu_D = 0{,}027\mathrm{Re}_D^{\,0{,}8}\mathrm{Pr}^{1/3}\left(\frac{\mu}{\mu_p}\right)^{0{,}14}$$

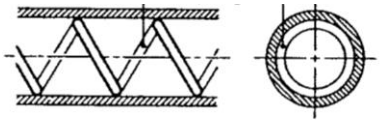
$$pour \quad 0{,}7 < \mathrm{Pr} < 16700, \quad \mathrm{Re}_D > 10000, \quad \frac{L}{D} \geq 10, \quad 0{,}0044 < \frac{\mu}{\mu_p} < 9{,}75$$

AUGMENTATION DES TRANSFERTS

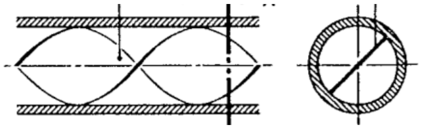
- Augmentation de la surface d'échange ou augmentation du coefficient d'échange
  - Augmentation de la surface: ailette



  - Augmentation de h:
    - ↗ rugosité ⇒ ↗ turbulence



    -
    - Introduction de la vorticité



  - Modification de l'écoulement:
    - écoulements secondaires