Exercices sur le cours de Conduction thermique

Problèmes 1D cartésien en régime stationnaire

EXERCICE 1 : Mur simple

La salle des Actes de l'ENSMA présente de 2 grandes faces vitrées responsables de déperditions de chaleur importantes. Elles ont chacune une longueur L de 20m et une hauteur H de 2,5m. Calculez le flux de chaleur perdu entre l'air de la salle à la température de 20°C et l'air extérieur à la température de 0°C pour une situation de simple puis de double vitrage. On supposera que les déperditions par convection entre les parois du vitrage et l'air de la salle et l'air extérieur peuvent être modélisées par un coefficient d'échange h.

Données :	- épaisseur d'une vitre	Ev = 5 mm
	- épaisseur de la lame d'air en double vitrage	Ea = 20 mm
	- conductivité thermique du verre	kv = 1 W/m °C
	- coefficient d'échange coté intérieur	hi = 10 W/m^2 °C
	- coefficient d'échange coté extérieur	he = 30 W/m^2 °C

EXERCICE 2 : Mur composite

Dans une opération de fabrication, on veut coller une feuille de plastique d'épaisseur Ep sur une feuille de liège d'épaisseur El, chacune des feuilles présentant une surface de 4 m^2. Pour assurer un collage correct, il faut maintenir les surfaces en contact à une température de 43°C pendant plusieurs heures. On utilise une source rayonnante pour chauffer soit la face extérieure du plastique, soit la face extérieure du liège. Les faces du plastique et du liège en contact avec l'air sont soumises à des déperditions par convection et rayonnement qui peuvent être modélisées par un coefficient d'échange h.

Evaluer la densité de flux de chaleur minimale à fournir pour assurer ce chauffage et le coût de l'opération si le collage nécessite 10 heures de chauffage.

Données :	- conductivité du liège	kl	= 0.25 Kcal.h^{-1}.m^{-1}.K^{-1}
	- conductivité du plastique	kp	= 1.93 Kcal.h^{-1}.m^{-1}.K^{-1}
	- épaisseur du liège	El	= 25 mm
	- épaisseur du plastique	Ep	= 12 mm
	- coefficient d'échange	h	= 6 Kcal.h^{-1}.m^{-2}.K^{-1}
	- température de l'air	Ta	= 21 °C

EXERCICE 3 : Conductivité thermique dépendant de la température (four)

Une paroi d'un four est constituée de briques réfractaires d'une épaisseur de 30 cm. La conductivité thermique de ces briques dépend notablement de la température. En régime permanent, la température à l'intérieur du four est de 850°C et elle est de 20°C à l'extérieur. La valeur du coefficient de transfert convectif entre la face interne du four et l'air intérieur est de 50 $W.m^{-2}.°C^{-1}$ et de 10 $W.m^{-2}.°C^{-1}$ entre la face externe et l'air ambiant.

Calculer la répartition de température dans la paroi ainsi que la densité de flux de chaleur qui la traverse si la conductivité du matériau s'exprime par :

$k(T) = k_0 (1 + \alpha T)$ avec $k_0 = 0.2$ $W.m.^{-1}.°C^{-1}$, valeur de la conductivité à 0°C

et $\alpha = 5$ E-3 $°C^{-1}$

EXERCICE 4 : Isolation d'un tube

Un tube métallique transporte de la vapeur surchauffée à 649°C, à travers un local où les risques d'incendie imposent la limitation à 100°C de la température extérieure de la canalisation. Afin de limiter le coût de l'installation, on utilisera deux types de matériaux isolants : l'un, de prix élevé, résistant à de hautes températures, l'autre, moins coûteux, ne résistant pas aux températures supérieures à 316°C.

a) En négligeant les résistances thermiques au contact vapeur-acier et dans l'épaisseur de l'acier, et en supposant parfaits les différents contacts, déterminer l'épaisseur de chaque matériau isolant.

b) Avec la même approximation, calculer la quantité de chaleur transmise par heure et par mètre de tuyauterie à l'air de la salle.

c) Avec les valeurs numériques données ci-dessous, calculer la résistance de passage intérieure, la résistance interne de l'acier, la somme de ces deux résistances, et comparer la valeur obtenue à la somme des résistances thermiques des deux matériaux isolants et de la résistance superficielle extérieure. L'approximation faite en a) et b) semble-t-elle justifiée ?

<u>Données</u> :

- . diamètre intérieur de la conduite : 100 mm
- . diamètre extérieur de la conduite : 113 mm
- . conductivité de l'isolant haute température : $\lambda_1 = 0,1$ $W.m^{-1}.K^{-1}$
- . conductivité de l'isolant basse température : $\lambda_2 = 0,08$ $W.m^{1}.K^{-1}$
- . conductivité de l'acier : $\lambda = 43$ $W.m^{-1}.K^{-1}$
- . coefficient d'échange convectif intérieur : $h_i = 570$ $W.m^{-2}.K^{-1}$
- . coefficient d'échange convectif extérieur : $h_e = 11$ $W.m^{-2}.K^{-1}$
- . température du local : $T_e = 21°C$

EXERCICE 5: Mur avec production de chaleur

Une paroi plane de 2 cm d'épaisseur est la source d'une production de chaleur uniforme. Elle est maintenue en température par convection forcée grâce à la circulation d'un liquide au voisinage de chacune de ses 2 faces. La température de ce liquide est de 120°C et le coefficient d'échange convectif vaut 2000W/m^2 °C.
Dans un premier temps on accède la température sur une face de cette paroi (Ts=250°C) et on demande de déterminer la densité volumique de chaleur produite.
Ensuite, on demande de recalculer cette valeur pour satisfaire à une température dans la paroi de 460°C au maximum.
La conductivité thermique du matériau (alliage métallique) constituant cette paroi a pour valeur 12W/m/K.

EXERCICE 6 : Conducteur électrique

Calculez l'intensité électrique admissible dans un conducteur en cuivre gainé en plastique, pour lequel la température au centre ne doit pas dépasser 40°C. (Hypothèse : la résistance de contact entre le cuivre et la gaine est négligeable).

Données :	- Conductivité thermique du cuivre	k_{cu}	= 400 W/m/°C
	- Conductivité thermique du plastique	k_{pl}	= 0,2 W/m/°C
	- Résistivité électrique du cuivre	ρ_{cu}	= 1,7 10^{-8} Ωm
	- Diamètre du conducteur	d1	= 2 mm
	- Epaisseur de la gaine plastique	e	= 2 mm
	- Température extérieure	Te	= 20 °C
	- Coefficient d'échange extérieur	h	= 5 W/m²/°C

Les ailettes

EXERCICE 7 : Refroidissement d'un barreau d'uranium

On considère un élément de combustible nucléaire plein et cylindrique. Cet élément est pourvu d'une chemise circulaire en alliage d'aluminium. L'assemblage conduit à une résistance de contact R_{ug}. L'ensemble est refroidi par une circulation d'eau pressurisée à la température de 132°C. Pour améliorer le transfert de chaleur du barreau avec l'eau et assurer une température maximale admissible dans le barreau d'uranium inférieure à 600°C, la chemise externe est pourvue d'ailettes de deux types différents à choisir.

Données :	Elément de combustible (uranium)	conductivité thermique	ku = 29,3 W/m/K
		Production volumique	P = 74,2 MW/m^3
		Rayon extérieur	r1 = 25,4 mm
	Chemise de protection	conductivité thermique	ka =293 W/m/K
	(alliage d'aluminium)	épaisseur	ep = 2 mm
	Résistance de contact		r_{ug} = 10^{-5} K m^2/W
	Coefficient d'échange convectif chemise/eau		h = 5700 W/m^2 /K

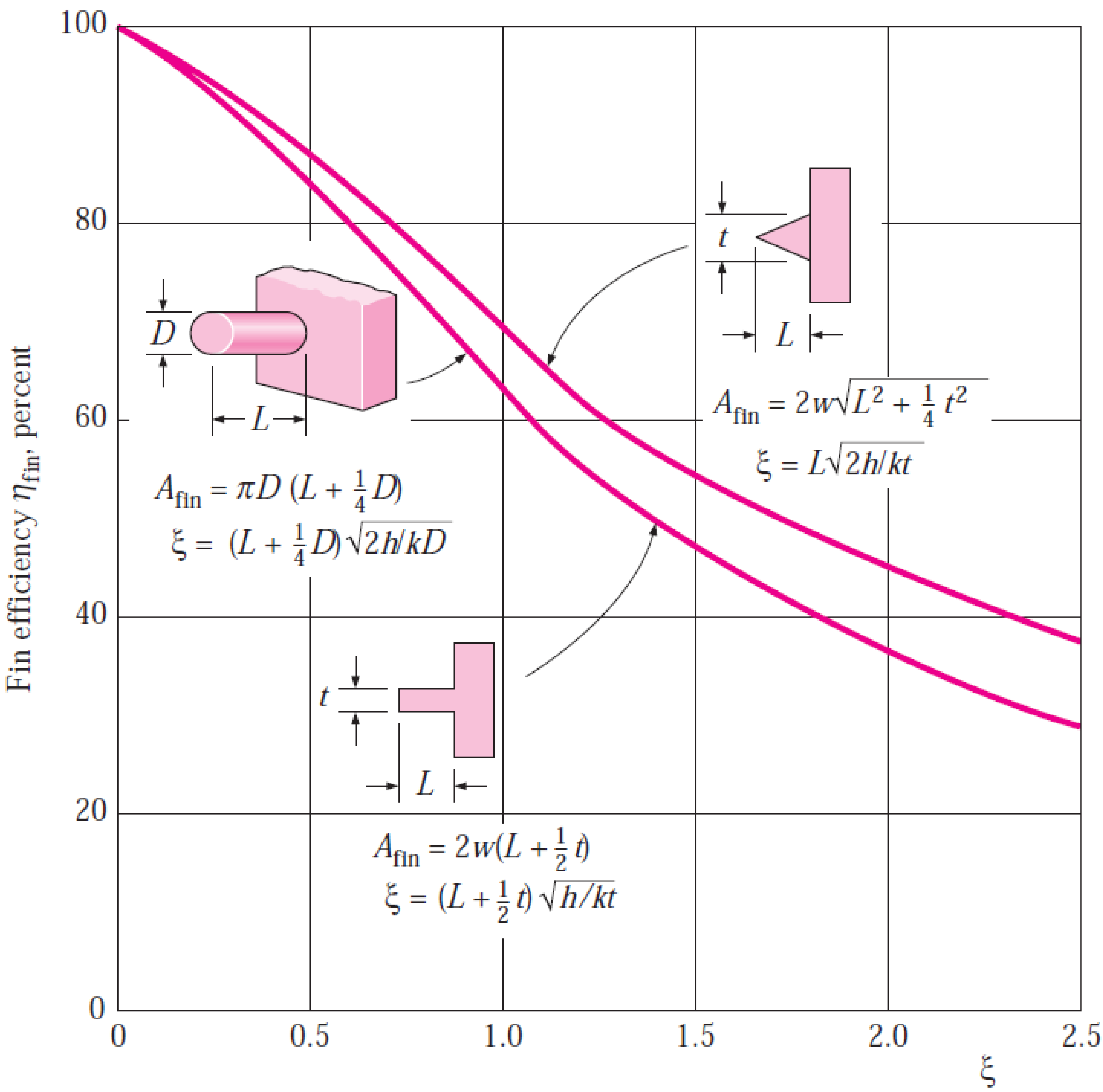
Dans un premier temps on considère la situation sans ailette :

Calculez et vérifiez que la valeur de la température maximale dans l'élément dépasse la température maximale admissible de 600°C.

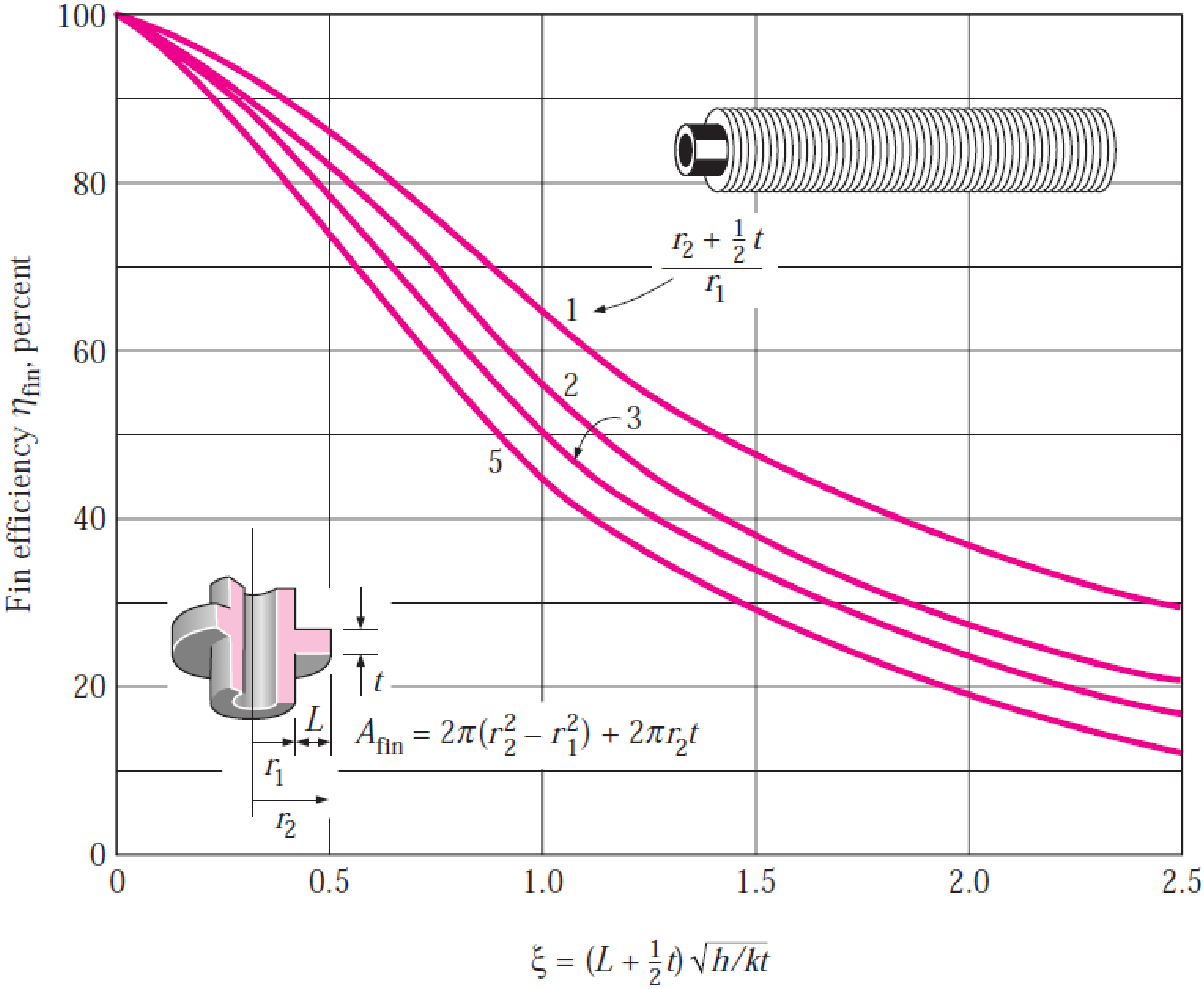
On adopte maintenant une situation avec ailettes :

Premier cas : On réalise des ailettes de forme aiguille, de longueur grande devant le rayon (r=1mm). La circulation d'eau assure un transfert convectif caractérisé par la même valeur de coefficient d'échange.
Calculez :
- le flux de chaleur évacué par une aiguille,
- la longueur nécessaire pour justifier l'hypothèse de longueur infinie (flux à 1% près),
- le nombre d'aiguilles nécessaires par m^2 de surface pour que la température maximale ne dépasse pas 600°C.

Deuxième cas : La forme aiguille étant difficile à réaliser, calculez le nombre d'ailettes circulaires d'épaisseur e et de longueur L valant 2 et 10 mm respectivement pour assurer cette condition en température.



Efficiency of circular, rectangular, and triangular fins on a plain surface of width w (from Gardner, Ref. 6).



Efficiency of circular fins of length L and constant thickness t (from Gardner, Ref. 6).

Méthodes numériques

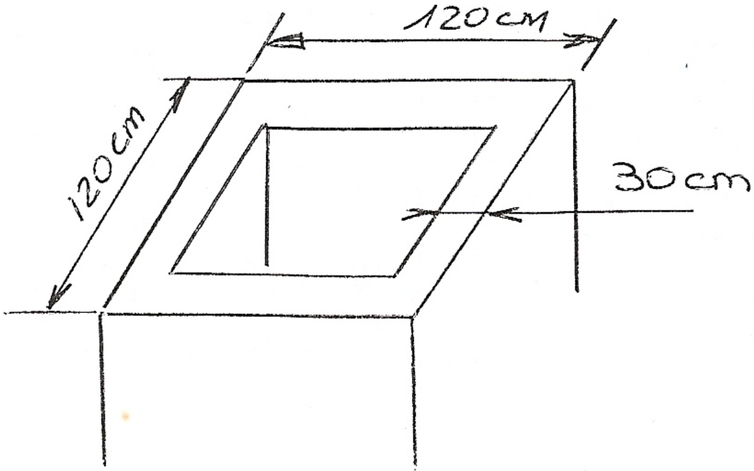
EXERCICE 8 : Etude du champ de température dans une cheminée, par méthode numérique

Il s'agit de déterminer le champ des températures et les pertes de chaleur pour une hauteur unité de cheminée (H = 1m), dont la section est représentée sur la figure ci-dessous.

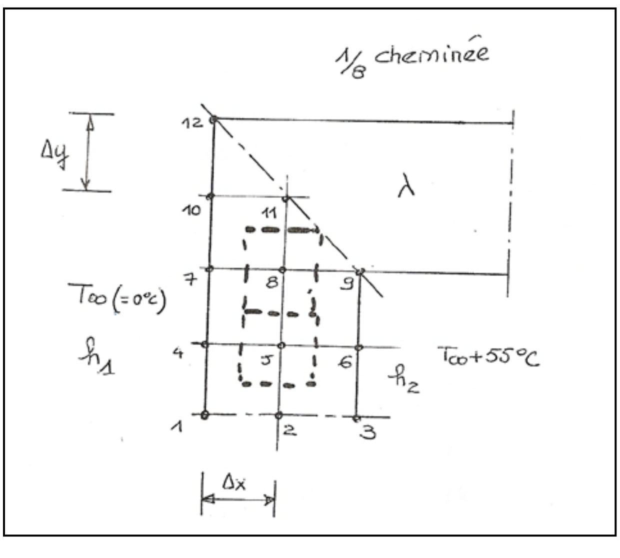
On supposera que la température de gaz s'écoulant le long de la cheminée est de 55°C au dessus de la température environnanteT_0, laquelle est prise égale à 0 (référence).

Les coefficients d'échange à l'intérieur et à l'extérieur des surfaces sont respectivement h_i = 68.7 W/m^2 K et h_e = 17.2 W/m^{2}K.
La conductivité λ du matériau vaut λ = 1.72 W /m K.

On utilisera la méthode de l'équation de bilan, en exploitant toutes les symétries et on choisira un maillage en mailles carrées de 15 cm de coté. On écrira les douze équations de bilan associées au maillage ci dessous.



Implantation du maillage :



Excercise 8-2

Boundary conditions :

Considering one plate with different boundary conditions :

(1) One side is adiabatic, the other side is with constant temperature ;
(2) One side is adiabatic, the other side is with constant heat flux ;
(3) Both sides with convective boundary condition and constant heat flux radiated to one side.

Using numerical method to calculate the teperature and heat flux in the plate.

Problèmes transitoires

EXERCICE 9 : Etude d'un transitoire à l'aide des abaques de Heisler – Application à la trempe- ouvertures vers la thermomécanique

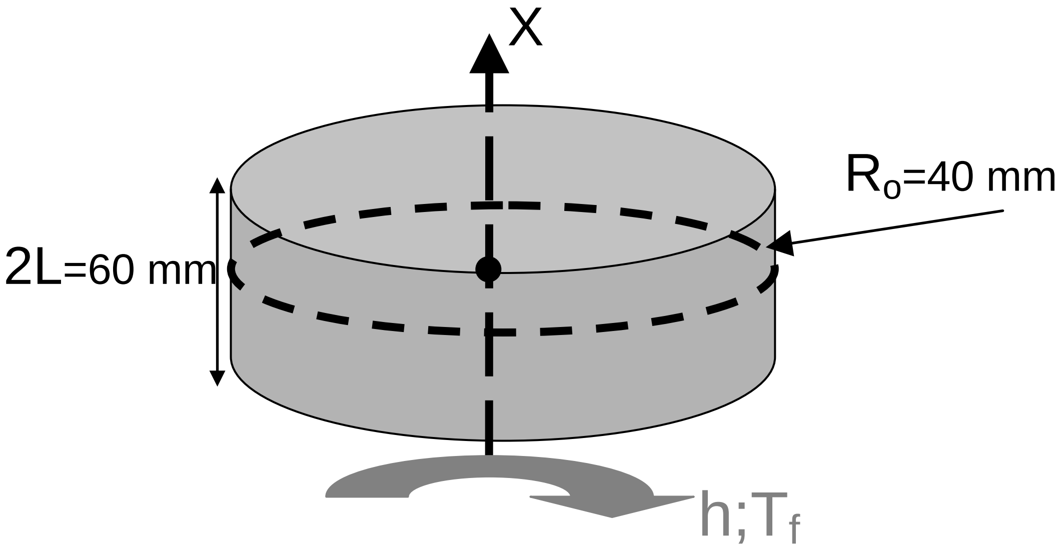
Lors d'un procédé de traitement thermique, un cylindre d'acier inoxydable initialement à la température Ti=600K, est trempé en l'immergeant dans un bain d'huile maintenu à Tf=300K. Le coefficient d'échange est égal à h=500W/m²K.

Déterminer au bout de 3 minutes de trempe les températures :

T(r=0, x=0, t=180s) au centre du cylindre
T(r=0, x=L, t=180s) au centre d'une face circulaire
T(r= R_0, x=0, t=180s) au centre de la face latérale
T(r=R_0, x=L t=180s) au coin du cylindre

Caractéristiques géométriques :

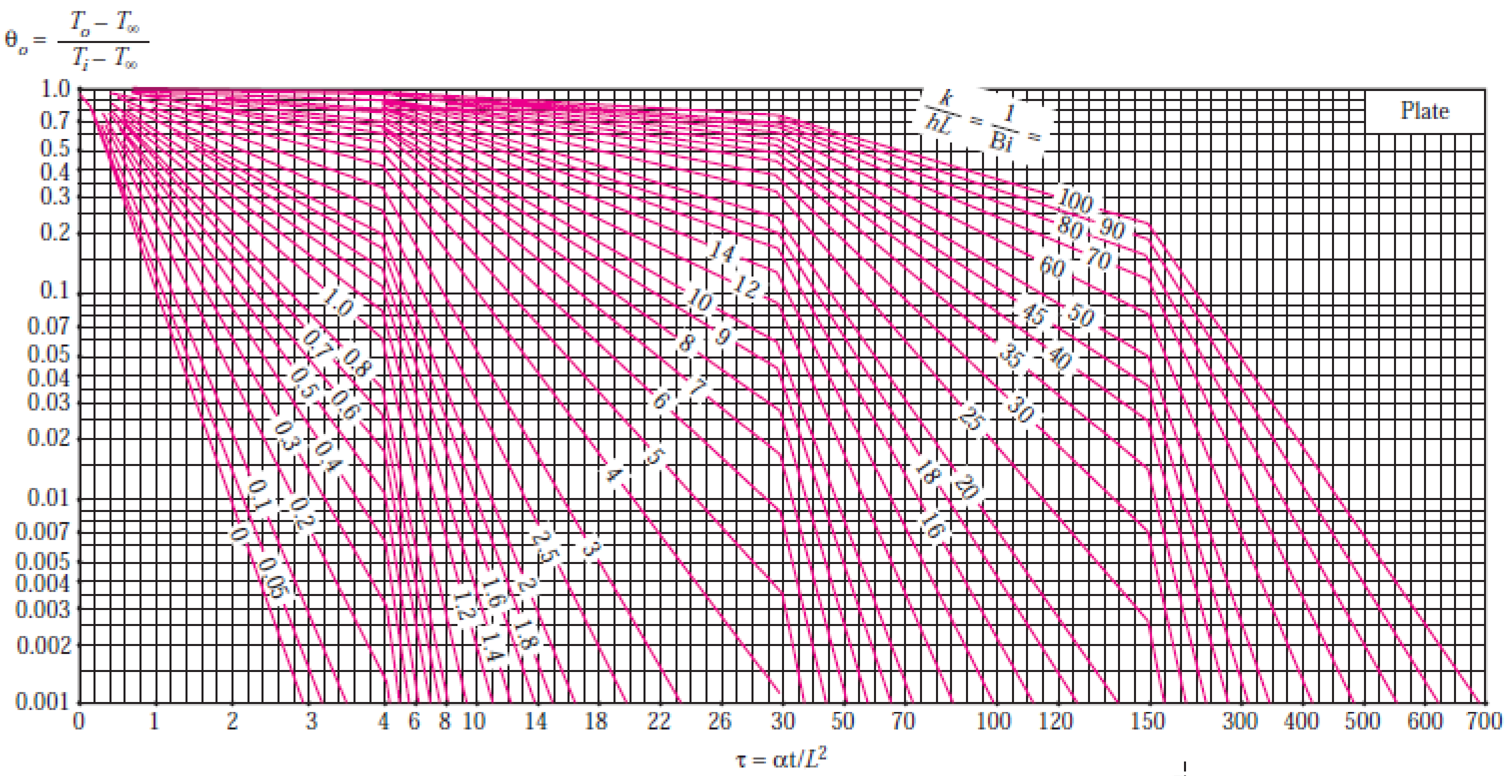
Diamètre D=80 mm
Longueur 2L=60 mm



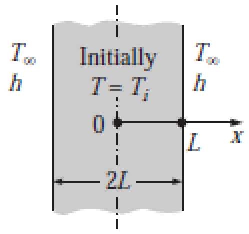
Caractéristiques thermiques de l'acier :

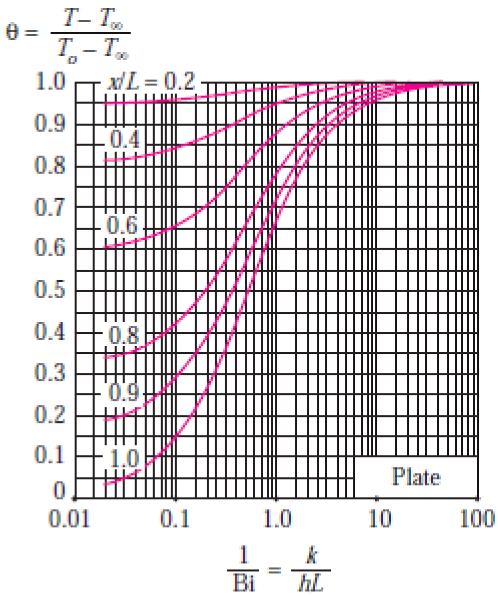
λ=17.4W/mK
c=525 J/kgK
ρ=7900 kg/m³

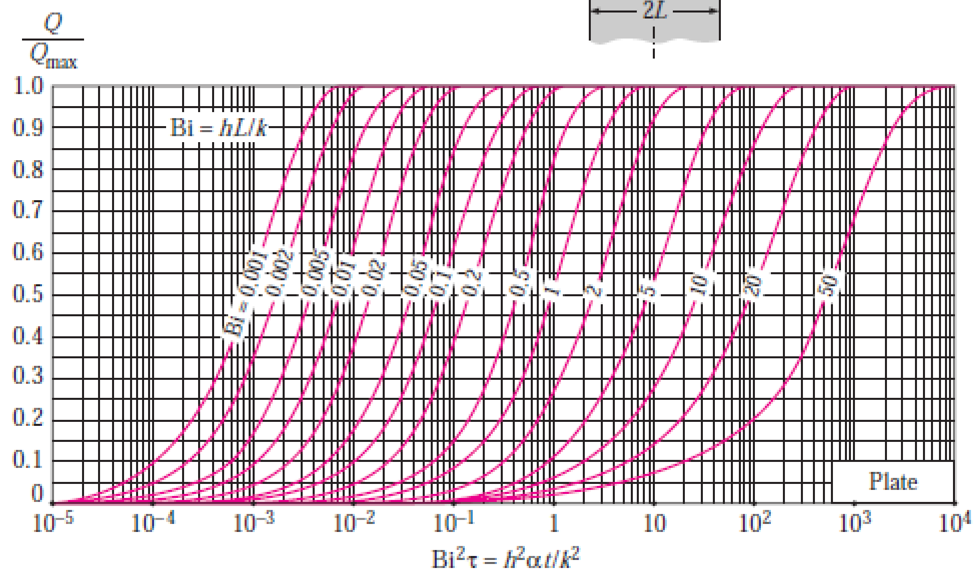
On utilisera les abaques de Heisler.



(*a*) Midplane temperature (from M. P. Heisler)





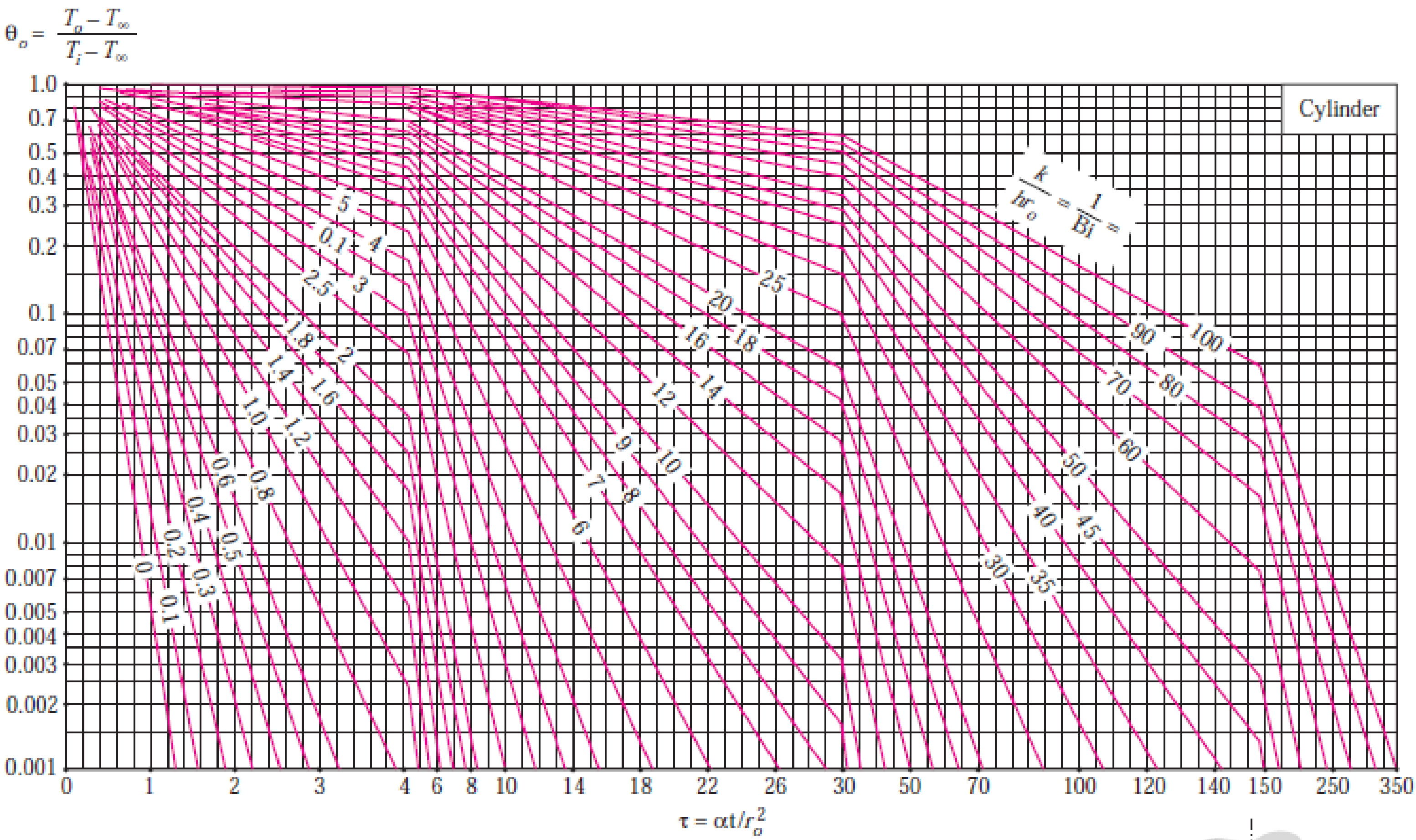


(*b*) Temperature distribution (from M. P. Heisler)

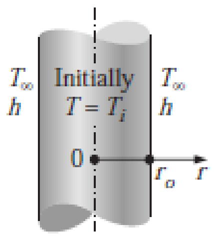
(*c*) Heat transfer (from H. Gröber et al.)

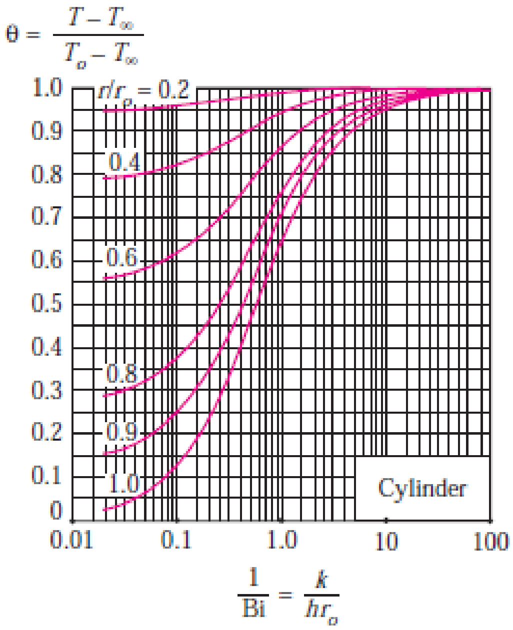
FIGURE 4–13

Transient temperature and heat transfer charts for a plane wall of thickness $2L$ initially at a uniform temperature T_i subjected to convection from both sides to an environment at temperature T_∞ with a convection coefficient of h.

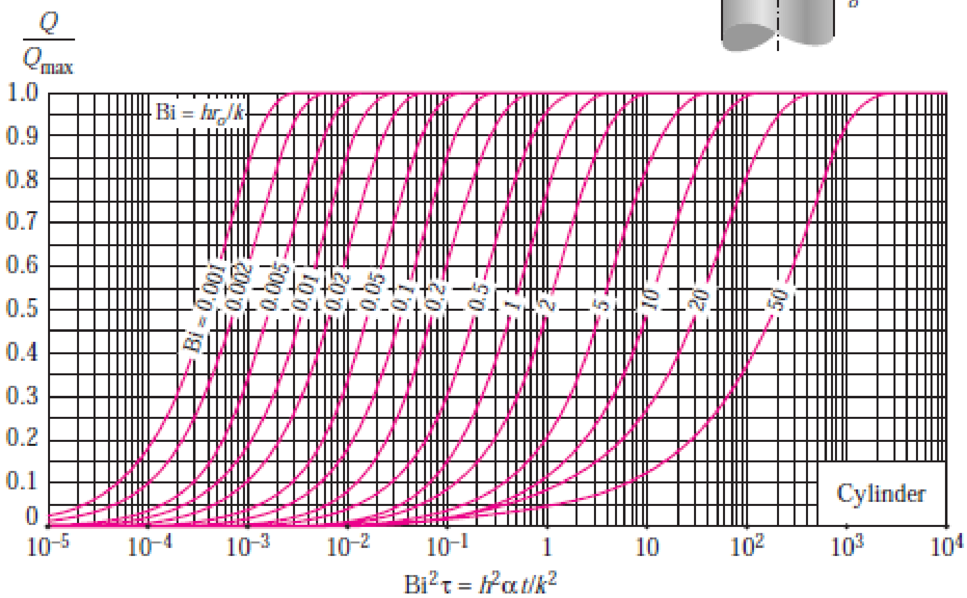


(*a*) Centerline temperature (from M. P. Heisler)





(*b*) Temperature distribution (from M. P. Heisler)



(*c*) Heat transfer (from H. Gröber et al.)

FIGURE 4–14

Transient temperature and heat transfer charts for a long cylinder of radius r_o initially at a uniform temperature T_i subjected to convection from all sides to an environment at temperature T_∞ with a convection coefficient of h.

EXERCICE 10 : le thermocouple

La jonction d'un thermocouple - assimilée à une sphère - est utilisée pour mesurer la température d'un écoulement gazeux. Le coefficient d'échange convectif entre la jonction et le gaz vaut $h = 400 W/m^2/°C$.

Les propriétés du matériau (alliage à base de nickel, de chrome et d'aluminium) sont les suivantes:

conductivité thermique	$k = 20$ W/m/°C
masse volumique	$\rho = 8500$ kg/m^3
chaleur massique	$c = 400$ J/kg/K

1) Quel diamètre adopter pour obtenir une constante de temps de 1 seconde?

2) Si la jonction est à 25°C initialement, et que le gaz est à 200°C, quel est le temps nécessaire pour obtenir 199°C à la jonction?

EXERCICE 11 : le fusible électrique

Pour couper le circuit dans une installation électrique en cas de dépassement d'un courant nominal, on utilise un fil de plomb comme fusible.

Diamètre du fil	= 1 mm
Longueur du fil	= 4 cm
Conductivité thermique du plomb	= 35 W/m/K
Masse volumique du plomb	= 11300 kg/m^3
Chaleur massique du plomb	= 130 J/kg/°C
Résistivité électrique du plomb	= 20.10^{-8} Ω m
Température de fusion du plomb	= 327°C

Ce fil est environné d'air à 20°C et on estime la valeur du coefficient de passage, h, à 10 W/m^2/°C.

1) Déterminez la valeur du courant maximal admissible dans le fil en régime permanent. On prendra comme critère que la température au centre ne doit pas dépasser la température de fusion.

2) Etant initialement à la température ambiante et soumis subitement au passage d'un courant électrique de 10 A, après simplification à justifier on calculera le temps au bout duquel il commencera à fondre ? Commentez ce résultat.

Exercice 12 La thermique de la prise du béton

Au cours du durcissement, les différents constituants du béton entrent en réaction chimique. On se propose d'étudier la thermique de ce phénomène, en considérant un mur fini d'épaisseur 2L = 25 cm, de conductivité thermique k = 1.25 W/mK et de diffusivité a = 1.47 10^{-6} m^2/s.
A l'instant t=0 le mur est en équilibre thermique ave l'air ambiant (T_a = 15°C) et les réactions chimiques commencent à produire un flux volumique p = 4 10^3 W/m^3, jusqu'à l'instant t= τ_{ch} où elles cessent brusquement. Le coefficient d'échange global entre les faces du mur (x= +L et x = –L) et l'ambiante vaut h = 20 W/m^2 K.

1 - On observe que la température T(x,t) augmente ,dans un premier temps, atteint un régime stationnaire à l'instant t = τ_M , puis décroît à partir de t = τ_D. Situer les trois temps τ_{ch} ,τ_M ,τ_D.

2 - Etude du régime stationnaire

2.1 Déterminer la loi de variation de T_S (x) à l'intérieur du mur. Calculer T_S (0) et T_S(L).
2.2 Démontrer que cette distribution peut s'écrire sous le forme adimensionnelle :

$$\theta_s(X) = 1 - X^2 + \frac{2}{Bi}$$

$$avecX = \frac{x}{L}, Bi = \frac{hL}{k} et \theta_s = \frac{T_S - T_a}{T_c}$$

Quelle est la signification de la température caractéristique T_c et quelle est sa valeur numérique ?

3 - Etude du premier régime instationnaire
On étudie ici l'évolution thermique entre les instants t = 0 et t = τ_M . On introduit le nombre de Fourier Y = at/L^2 .
3 – 1 Etablir l'équation de bilan sous la forme adimensionnelle :

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial X^2} - \frac{\partial\theta}{\partial Y} + 2 = 0$$

3 – 2 On pose θ(X,Y) = θ_S(X)+θ_M(X,Y).
Ecrire l'équation à laquelle satisfait θ_M(X,Y) et les conditions aux limites associées.
Démontrer, par la méthode de séparation des variables, qu'on aboutit à une expression du type :

$$\theta_M(X,Y) = \sum_i A_i \cos\omega_i X \exp(-\omega_i{}^2 Y)$$

Ecrire la relation liant ω_i et Bi. Comment doit –on procéder pour obtenir Ai en fonction de ω_i ?

On donne les 4 premiers couples de valeurs :

ω1 = 1.0769	A1 = -2.03233
ω2 = 3.6436	A2 = +0.03566
ω3 = 6.5784	A3 = -0.00392
ω4 = 9.6296	A4 = +0.00089

3 – 3 On estime que le régime stationnaire est atteint lorsque la température au centre du mur (x=0) est égale à la température stationnaire à 1°C près. En déduire τ_M et la valeur de la température pariétale.

4 - Etude du second régime instationnaire

A partir de l'instant t = τ_D , considéré maintenant comme instant initial, on observe une décroissance de la température du mur et on cherche la durée ,τ_R. du retour à l'équilibre thermique avec l'air ambiant.

4 – 1 Ecrire la forme adimensionnelle de l’équation de la chaleur et préciser les conditions aux limites associées à la température réduite $\theta_D(X,Y)$.
4 – 2 En déduire l’expression de $\theta_D(X,Y)$.
4 – 3 Déterminer $\tau_{R.}$et comparer τ_R et $\tau_{D.}$