

## TD 1 - Ecoulement entre deux plans

Prenant l'écoulement de couette avec gradient de pression comme prétexte, cet exercice a pour objectif de mettre en évidence le rôle jouer par les gradients de pression positifs sur le phénomène de décollement.

### 1 Considérations générales

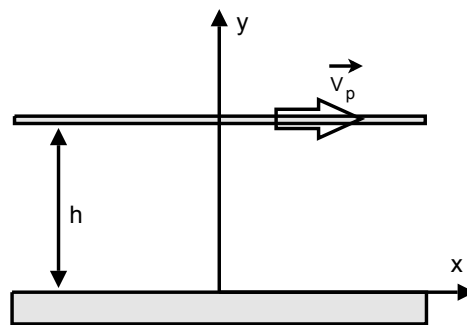
On considère l'écoulement d'un fluide newtonien à propriétés physiques constantes ( $\rho$ ,  $\eta$  et  $\mu$  sont des constantes).

- Ecrire les équations de bilan de masse et de quantité de mouvement.
- Montrer que ces équations sont suffisantes pour déterminer les vitesses et la pression si l'on dispose de conditions aux limites convenables.

On suppose en outre que l'écoulement est permanent, que les forces de masse résultent uniquement de l'accélération de la pesanteur sur l'axe  $\vec{y}$  et que les lignes de courant sont toutes des droites parallèles à l'axe  $\vec{x}$ .

- Réécrire les équations de bilan compte tenu de ces hypothèses.
- Montrer qu'un choix judicieux du repère et l'introduction de la pression motrice  $p^*$  permet d'obtenir des équations séparées pour la détermination de la vitesse et de la pression motrice.
- Montrer que le gradient longitudinal de pression,  $\frac{dp^*}{dx}$ , a une valeur constante notée  $K$ .

### 2 Ecoulement de Couette



L'écoulement est limité par deux parois matérielles schématisées par deux plans parallèles à l'axe  $\vec{x}$  distants de  $h$ . L'une des parois est fixe et l'autre est en translation uniforme à la vitesse  $\vec{V}_p$ . On admet qu'on a alors un écoulement plan selon  $(\vec{x}, \vec{y})$ .

- Ecrire les conditions aux limites et intégrer les équations.
- Montrer que le champ des vitesses peut s'écrire uniquement en fonction de  $X = \frac{Kh^2}{2\mu V_p}$ .

On prendra  $h$  et  $\|\vec{V}_p\|$  comme référence de longueur et de vitesse respectivement.

- Combien manque t-il de conditions aux limites pour que le problème soit complètement résolu ? De combien de paramètres dépend la solution ?

- Trouver l'extremum de vitesse et sa position. Calculer la vitesse moyenne de débit  $\overline{U}$ .
- En déduire la valeur de  $X$  qui annule la vitesse moyenne de débit.
- Calculer le tenseur des contraintes  $\sigma$ . Donner en particulier, les contraintes  $\vec{F}^+$  et  $\vec{F}^-$  exercées par le fluide sur les parois supérieures et inférieures.
- Discuter et tracer schématiquement la forme du profil des vitesses en fonction de  $X$ .  $\|\vec{V}_p\|$  sera supposée toujours positive mais le gradient de pression peut être positif ou négatif. On sera, en particulier, amené à étudier les cas particuliers  $X = -1, 0, 1, 3$ .