

---

Transformări geometrice în plan

---

În lista de probleme de mai jos, dacă nu se precizează altfel, triunghiul  $ABC$  are vârfurile  $A(1, 1)$ ,  $B(4, 1)$ ,  $C(2, 3)$ . La fiecare problemă desenați, pe același sistem de axe de coordonate, figura inițială și figura obținută după aplicarea transformării.

**Problema 11.1.** Determinați imaginea triunghiului  $ABC$  printr-o rotație de unghi  $30^\circ$  în jurul punctului  $Q(2, 2)$ , urmată de o translație de vector  $(1, 2)$ . Aplicați apoi transformările în ordine inversă.

**Problema 11.2.** Determinați imaginea triunghiului  $ABC$  printr-o scalare uniformă de factor de scală 2 relativ la punctul  $Q(2, 2)$ , urmată de o translație de vector  $\mathbf{v}(2, -1)$ . Aplicați apoi transformările în ordine inversă.

**Problema 11.3.** Determinați imaginea triunghiului  $ABC$  printr-o scalare simplă neuniformă, de factori de scală  $(2, 1)$ , relativ la punctul  $Q(2, 2)$ , urmată de o rotație de unghi  $60^\circ$ , relativ la același punct. Aplicați apoi transformările în ordine inversă.

**Problema 11.4.** Determinați imaginea triunghiului  $ABC$  printr-o rotație de unghi  $-45^\circ$  în jurul vârfului  $A$ , urmată de o scalare de factori  $(2, 1)$  relativ la vârful  $C$ . Aplicați apoi transformările în ordine inversă.

**Problema 11.5.** Se consideră pătratul  $ABCD$ , de vârfuri  $A(0, 0)$ ,  $B(2, 0)$ ,  $C(2, 2)$ ,  $D(0, 2)$ . Demonstrați că patrulaterul  $A'B.C'D'$ , cu  $A'(1, -2)$ ,  $B'(2, -3)$ ,  $C'(3, -2)$ ,  $D'(2, -1)$  este, de asemenea, un pătrat și indicați o secvență de transformări geometrice care transformă primul pătrat în cel de-al doilea.

**Problema 11.6.** Se consideră pătratul  $ABCD$ , de vârfuri  $A(0, 0)$ ,  $B(2, 0)$ ,  $C(2, 2)$ ,  $D(0, 2)$ . Demonstrați că patrulaterul  $A'B.C'D'$ , cu  $A' \left( 3 - \frac{\sqrt{2}}{2}, -1 - \frac{3\sqrt{2}}{2} \right)$ ,  $B' \left( 3 + \frac{3\sqrt{2}}{2}, -1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$ ,  $C' \left( 3 + \frac{\sqrt{2}}{2}, -1 + \frac{3\sqrt{2}}{2} \right)$ ,  $D' \left( 3 - \frac{3\sqrt{2}}{2}, -1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$  este un dreptunghi și indicați o secvență de transformări geometrice care transformă pătratul în dreptunghi.

**Problema 11.7.** Măriți de două ori dimensiunile triunghiului  $ABC$ , cu  $A(0, 0)$ ,  $B(1, 1)$ ,  $C(5, 2)$ , astfel încât punctul  $C(5, 2)$  să rămână fix.

**Problema 11.8.** Aplicați o rotație de unghi  $45^\circ$  triunghiului  $ABC$ , cu  $A(0, 0)$ ,  $B(1, 1)$ ,  $C(5, 2)$ :

(a) în jurul originii;

(b) în jurul punctului  $P(-1, -1)$ .

**Problema 11.9.** Determinați imaginea triunghiului  $ABC$ , cu  $A(0, 0)$ ,  $B(1, 1)$ ,  $C(5, 2)$  prin scalarea simplă neuniformă de factori  $(1, 2)$  relativ la punctul  $B$ , urmată de o rotație de  $30^\circ$  în jurul punctului  $Q(1, 1)$ .

**Problema 11.10.** Reflectați rombul de vârfuri  $A(-1, 0)$ ,  $B(0, -2)$ ,  $C(1, 0)$  și  $D(0, 2)$  față de:

(a) dreapta orizontală  $y = 2$ ;

(b) dreapta verticală  $x = 2$ ;

(c) dreapta  $y = x + 2$ .

**Problema 11.11.** Demonstrați că ordinea în care se fac transformările este importantă aplicând triunghiului de vârfuri  $A(1, 0)$ ,  $B(0, 1)$ ,  $C(1, 1)$ :

(a) o rotație de unghi  $45^\circ$  în jurul originii, urmată de o translație de vector  $(1, 0)$ ;

(b) o translație de vector  $(1, 0)$ , urmată de o rotație de unghi  $45^\circ$  în jurul originii.

**Problema 11.12.** Determinați matricea unei transformări care constă dintr-o reflexie față de dreapta  $y = x$ , urmată de o reflexie față de dreapta  $y = \sqrt{3}x$ .

**Problema 11.13.** Determinați imaginea dreptunghiului de vârfuri  $A(0, 0)$ ,  $B(2, 0)$ ,  $C(2, 1)$  și  $D(0, 1)$  prin forfecarea relativ la origine în direcția axei  $Ox$ , de unghi  $\theta$  cu  $\operatorname{tg} \theta = 3$ .

**Problema 11.14.** Determinați imaginea dreptunghiului de vârfuri  $A(0, 0)$ ,  $B(2, 0)$ ,  $C(2, 1)$  și  $D(0, 1)$  prin forfecarea relativ la origine în direcția axei  $Oy$ , de unghi  $\theta$  cu  $\operatorname{tg} \theta = 2$ .

**Problema 11.15.** Determinați imaginea dreptunghiului de vârfuri  $A(0, 0)$ ,  $B(2, 0)$ ,  $C(2, 1)$  și  $D(0, 1)$  prin forfecarea relativ la origine în direcția versorului  $\mathbf{v}(3/5, 4/5)$ , de unghi  $\theta$  cu  $\operatorname{tg} \theta = 2$ .