Transformări geometrice în plan

În lista de probleme de mai jos, dacă nu se precizează altfel, triunghiul ABC are vârfurile A(1,1), B(4,1), C(2,3). La fiecare problemă desenați, pe același sistem de axe de coordonate, figura inițială și figura obținută după aplicarea transformării.

Problema 11.1. Determinați imaginea triunghiului ABC printr-o rotație de unghi 30° în jurul punctului Q(2,2), urmată de o translație de vector (1,2). Aplicați apoi transformările în ordine inversă.

Problema 11.2. Determinați imaginea triunghiului ABC printr-o scalare uniformă de factor de scală 2 relativ la punctul Q(2,2), urmată de o translație de vector $\mathbf{v}(2,-1)$. Aplicați apoi transformările în ordine inversă.

Problema 11.3. Determinați imaginea triunghiului ABC printr-o scalare simplă neuniformă, de factori de scală (2,1), relativ la punctul Q(2,2)., urmată de o rotație de unghi 60° , relativ la același punct. Aplicați apoi transformările în ordine inversă.

Problema 11.4. Determinați imaginea triunghiului ABC printr-o rotație de unghi -45° în jurul vârfului A, urmată de o scalare de factori (2,1) relativ la vârful C. Aplicați apoi transformările în ordine inversă.

Problema 11.5. Se consideră pătratul ABCD, de vârfuri A(0,0), B(2,0), C(2,2), D(0,2). Demonstrați că patrulaterul A'B.C'D', cu A'(1,-2), B'(2,-3), C'(3,-2), D'(2,-1) este, de asemenea, un pătrat și indicați o secvență de transformări geometrice care transformă primul pătrat în cel de-al doilea.

 $\begin{array}{ll} \textbf{Problema 11.6.} \; \text{Se consideră pătratul } ABCD, \text{ de vârfuri } A(0,0), B(2,0), C(2,2), D(0,2). \; \text{Demonstrați că patrulaterul} \\ & A'B.C'D', \qquad \text{cu} \qquad A'\left(3-\frac{\sqrt{2}}{2},-1-\frac{3\sqrt{2}}{2}\right), B'\left(3+\frac{3\sqrt{2}}{2},-1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right), \\ & C'\left(3+\frac{\sqrt{2}}{2},-1+\frac{3\sqrt{2}}{2}\right), D'\left(3-\frac{3\sqrt{2}}{2},-1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \; \text{este un dreptunghi și indicați o secvență de transformări geometrice care transformă pătratul în dreptunghi.} \end{aligned}$

Problema 11.7. Măriți de două ori dimensiunile triunghiului ABC, cu A(0,0), B(1,1), C(5,2), astfel încât punctul C(5,2) să rămână fix.

Problema 11.8. Aplicați o rotație de unghi 45° triunghiului ABC, cu A(0,0), B(1,1), C(5,2):

(a) în jurul originii;

(b) în jurul punctului P(-1, -1).

Problema 11.9. Determinați imaginea triunghiului ABC, cu A(0,0), B(1,1), C(5,2) prin scalarea simplă neuniformă de factori (1,2) relativ la punctul B, urmată de o rotație de 30° în jurul punctului Q(1,1).

Problema 11.10. Reflectați rombul de vârfuri A(-1,0), B(0,-2), C(1,0) și D(0,2) față de:

- (a) dreapta orizontală y = 2;
- (b) dreapta verticală x = 2;
- (c) dreapta y = x + 2.

Problema 11.11. Demonstrați că ordinea în care se fac transformările este importantă aplicând triunghiului de vârfuri A(1,0), B(0,1), C(1,1):

- (a) o rotație de unghi 45° în jurul originii, urmată de o translație de vector (1,0);
- (b) o translație de vector (1,0), urmată de o rotație de unghi 45° în jurul originii.

Problema 11.12. Determinați matricea unei transformări care constă dintr-o reflexie față de dreapta y=x, urmată de o reflexie față de dreapta $y=\sqrt{3}x$.

Problema 11.13. Determinați imaginea dreptunghiului de vârfuri A(0,0), B(2,0), C(2,1) și D(0,1) prin forfecarea relativ la origine în direcția axei Ox, de unghi θ cu tg $\theta = 3$.

Problema 11.14. Determinați imaginea dreptunghiului de vârfuri A(0,0), B(2,0), C(2,1) și D(0,1) prin forfecarea relativ la origine în direcția axei Oy, de unghi θ cu tg $\theta = 2$.

Problema 11.15. Determinați imaginea dreptunghiului de vârfuri A(0,0), B(2,0), C(2,1) și D(0,1) prin forfecarea relativ la origine în direcția versorului $\mathbf{v}(3/5,4/5)$, de unghi θ cu tg $\theta=2$.