

Университет ИТМО
Кафедра вычислительной техники

Основы теории автоматического управления

Лабораторная работа № 2
«Канонические формы представления динамических систем»

Студент:
Куклина М.Д., Р3401
Преподаватель:
Кремлёв А.С.

Санкт-Петербург, 2018

1. Аналитический вывод математических моделей канонических форм, подобных систем и матриц преобразования координат

1.1. Переход от модели вход-выход к модели вход-состояние-выход

$$s^3y + 2s^2y + 5sy + 7y = 1.5s^2u + 3su + 10u$$

$$y(s^3 + 2s^2 + 5s + 7) = u(1.5s^2 + 3s + 10)$$

Передаточная функция: $W(s) = \frac{1.5s^2 + 3s + 10}{s^3 + 2s^2 + 5s + 7}$

Таким образом, каноническая управляемая форма:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -7 & -5 & -2 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} C = [10 \quad 3 \quad 1.5]$$

Каноническая наблюдаемая форма:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -7 \\ 1 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 10 \\ 3 \\ 1.5 \end{bmatrix} C = [0 \quad 0 \quad 1]$$

1.2. Переход от модели вход-состояние-выход к модели вход-выход

Исходные данные.

$$A = \begin{bmatrix} 0.5 & -10 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} C = [3 \quad 1]$$

Передаточная функция: $W(S) = C \cdot (sI - A)^{-1} \cdot B$

$$W(s) = \frac{s - 30.5}{s^2 + 1.5s + 9}.$$

Модель вход-выход тогда имеет следующий вид: $y^{(2)} + 1.5y^{(1)} + 9y = u^{(1)} - 30.9u$.

Из модели вход-выход получаем канонические формы.

Каноническая управляемая форма:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -9 & -1.5 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} C = [30.9 \quad 1]$$

Каноническая наблюдаемая форма:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -9 \\ 1 & -1.5 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 30.9 \\ 1 \end{bmatrix} C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

1.3. Замена базиса в пространстве состояний

Исходные данные.

$$A = \begin{bmatrix} 0.5 & -10 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} C = \begin{bmatrix} 3 & 1 \end{bmatrix} M = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -2 & 0.5 \end{bmatrix}$$

Формулы замены:

$$\hat{A} = M^{-1} \cdot A \cdot M$$

$$\hat{B} = M^{-1} \cdot B$$

$$\hat{C} = C \cdot M.$$

Результат замены:

$$A = \begin{bmatrix} 5.5 & -1.25 \\ 38 & -7 \end{bmatrix} B = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} C = \begin{bmatrix} 10 & 0.5 \end{bmatrix}$$

2. Результаты моделирования

Результаты моделирования представлены на рисунках 1-6.

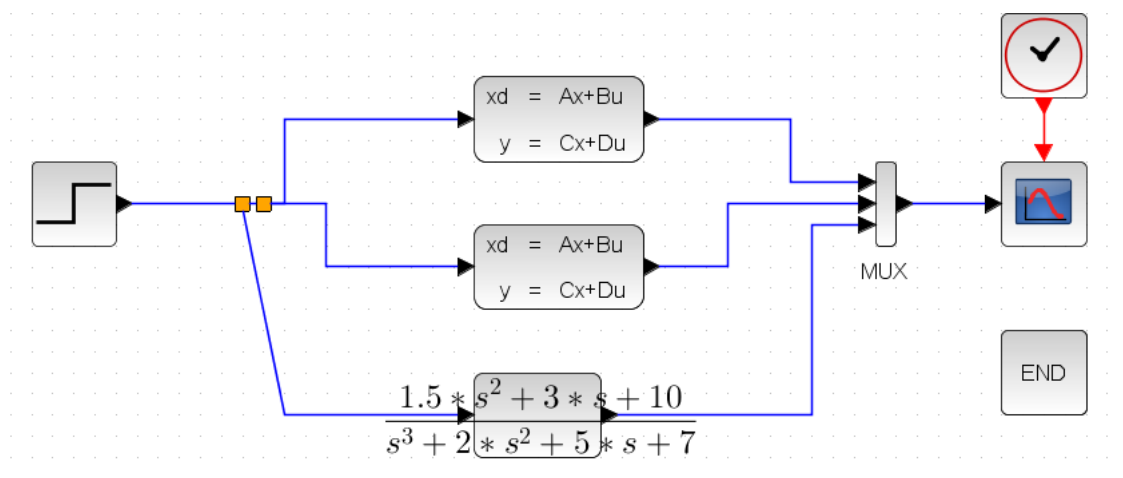


Рис. 1: Модель для первого пункта задания.

3. Выводы

В результате данной работы я ознакомилась с методами взаимного перехода между моделями вход-выход и вход-состояние-выход, а также с каноническими формами представления вход-состояние-выход. В результате моделирования было обнаружено, что преобразованные модели идентичны.

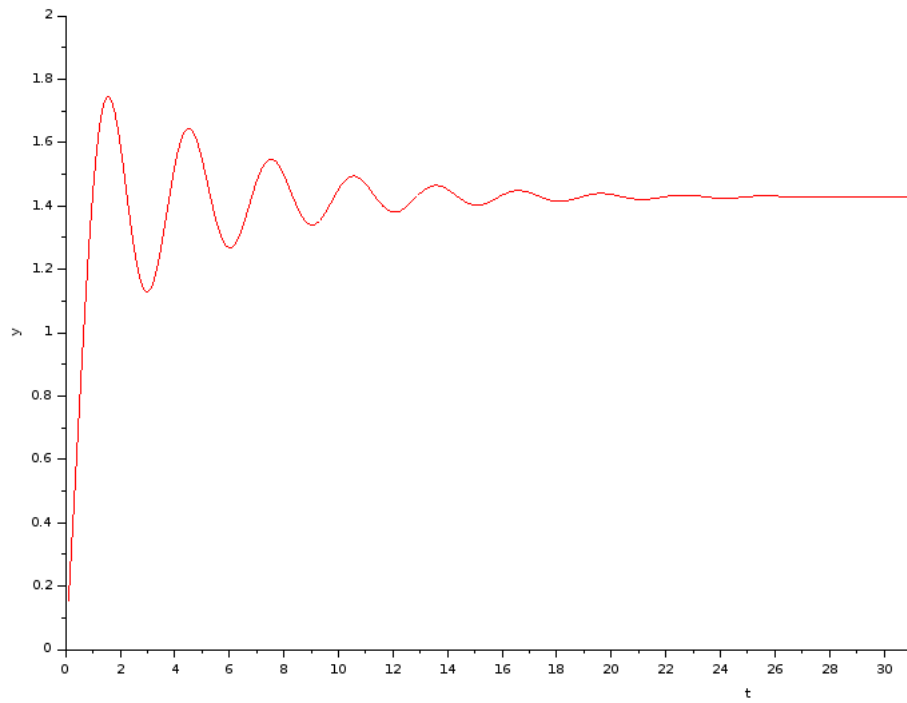


Рис. 2: Результаты моделирования модели вход-выход и модели вход-состояние-выход в канонических формах при переходе от модели вход-состояние-выход к модели вход-выход.

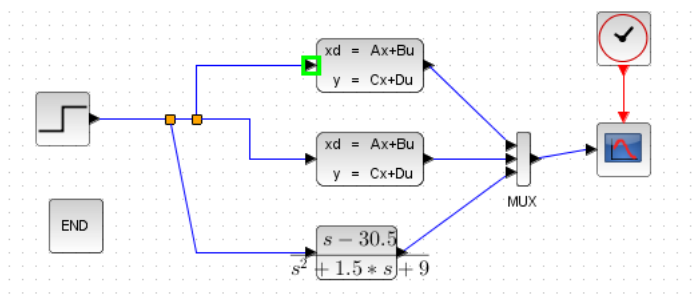


Рис. 3: Модель для второго пункта задания.

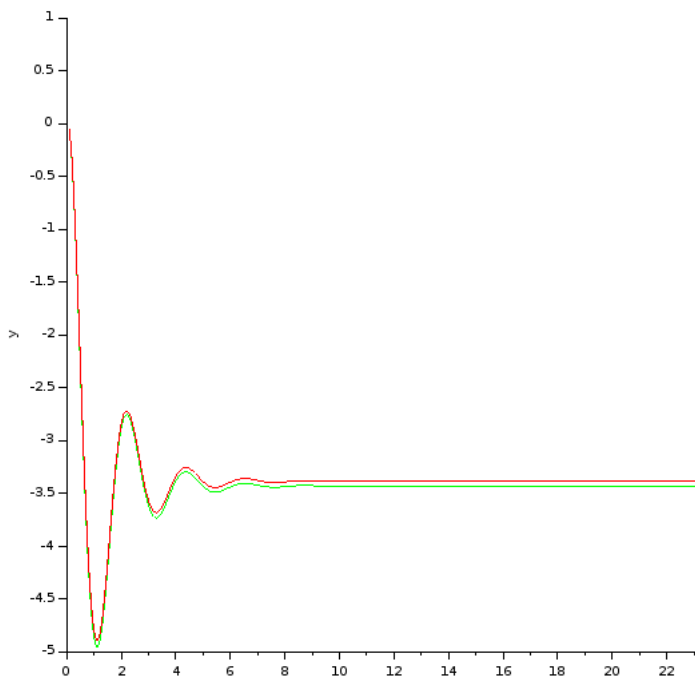


Рис. 4: Результаты моделирования модели вход-выход и модели вход-состояние-выход в канонических формах при переходе от модели вход-выход к модели вход-состояние-выход.

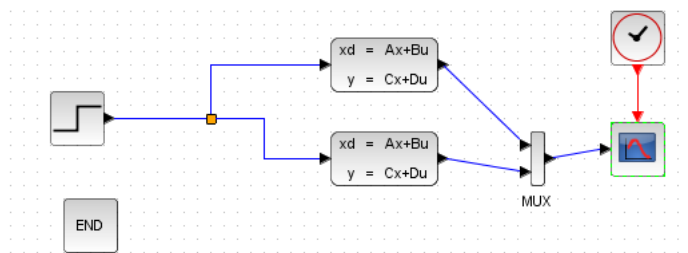


Рис. 5: Модель для третьего пункта задания.

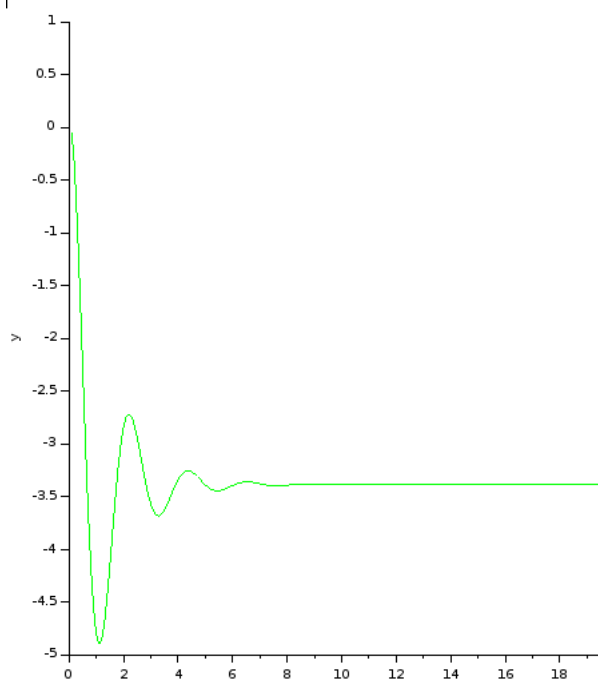


Рис. 6: Результаты моделирования исходной и преобразованной систем