**太阳影子定位**

**摘要**

本文探讨了根据太阳影子定位的问题，建立了太阳高度角模型绘制出指定时间地点物体的影长变化，利用最小二乘法根据影子顶点坐标来确定物体可能位置

对于问题1，我们对太阳高度角、太阳方位角、太阳赤纬角和太阳时角的公式分析可知影子长度与杆子所在经度、纬度、日期、北京时间和杆长五个变量有关。我们通过控制变量法画出了影子长度与这五个变量的关系图并分析，再根据给定条件，代入数据画出指定时间指定地点的影长变化图，发现近似呈抛物线。

对于问题2，我们由问题1的结果分析可知旗杆影长呈抛物线变化，对此通过二次拟合求解出影长函数，根据对应的正午时间确定出直杆所在经度区间。利用最小二乘思想，以太阳方位角计算结果与实测结果的误差最小为目标，经纬度区间为约束条件，建立单目标规划模型，通过遍历经纬度，求解出旗杆可能的地点为重庆市（109 E，29N）和辽宁省（120E，40N）。

对于问题3，先拟合出影长关于时间的函数表达式，通过经度与时间的转换得出所在经度的大概位置。同样利用最小二乘，以太阳方位角计算结果与实测结果的误差最小和影子长度计算结果与实测结果的误差最小为目标建立双目标规划模型，遍历日期、经纬度求解出可能的位置和日期如下表所示：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 经度 | 纬度 | 地区 | 日期 |
| 附件二 | 79° | 21° | 印度中部 | 10月27日 |
| 附件三 | 110° | 49° | 内蒙古呼伦贝尔 | 2月13日 |

对于问题4，我们先利用对视频截图后进行灰度化，再利用高斯降噪处理后最后二值化得到清晰的影字图片，测量出影长后，延续问题2的方法，以太阳高度角计算结果与实测结果的误差最小为目标，建立单目标规划模型求解视频拍摄地点。再延续问题3的思路，在问题4的单目标规划模型基础上增加以太阳方位角计算结果与实测结果的误差最小为目标，建立双目标规划模型，并改进成单目标以便于求解拍摄日期未知时，确定视频拍摄地点和时间。

**关键词：控制变量法 最小二乘 目标规划 灰度化和二值化**

1. **问题重述**

视频数据分析的一个重要方面就是如何确定视频的拍摄地点和拍摄日期，太阳影子定位技术就是通过分析视频中物体的太阳影子变化，确定视频拍摄的地点和日期的一种方法。

1.建立影子长度变化的数学模型，分析影子长度关于各个参数的变化规律，并应用你们建立的模型画出2015年10月22日北京时间9:00-15:00之间天安门广场（北纬39度54分26秒,东经116度23分29秒）3米高的直杆的太阳影子长度的变化曲线。

2.根据某固定直杆在水平地面上的太阳影子顶点坐标数据，建立数学模型确定直杆所处的地点。将你们的模型应用于附件1的影子顶点坐标数据，给出若干个可能的地点。

3. 根据某固定直杆在水平地面上的太阳影子顶点坐标数据，建立数学模型确定直杆所处的地点和日期。将你们的模型分别应用于附件2和附件3的影子顶点坐标数据，给出若干个可能的地点与日期。

4．附件4为一根直杆在太阳下的影子变化的视频，并且已通过某种方式估计出直杆的高度为2米。请建立确定视频拍摄地点的数学模型，并应用你们的模型给出若干个可能的拍摄地点。

如果拍摄日期未知，你能否根据视频确定出拍摄地点与日期？

1. **基本假设**
2. 假设题目所给的数据均真实可靠。
3. 不考虑太阳光线穿过大气层时的折射、太阳的视面角、高山阻挡、海拔高度等因素的影响。
4. 忽略天气对太阳光线的影响。
5. 假设地球是标准的球形体，太阳光平行照射。
6. 不考虑地球公转的影响。
7. **符号说明和名词解释**

**3.1符号说明**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **符号** | **含义** | **单位** |
|  | 太阳高度角 | ° |
|  | 太阳方位角 | ° |
|  | 误差 | ° |
|  | 太阳赤纬角 | ° |
|  | 当地经度 | ° |
|  | 当地纬度 | ° |
|  | 表示当地的太阳时角 | ° |
|  | 直杆长度 |  |
|  | 时差 |  |
|  | 平太阳时 | — |
|  | 真太阳时 | — |

**3.2名词解释**

1. 太阳高度角：太阳光的入射方向和地平面之间的夹角。
2. 太阳方位角：即太阳所在方位，指太阳光线在地平面上的投影与当地经线的夹角，近似看作是竖立在地面上的直线在阳光下的阴影于正南方的夹角。
3. 太阳入射角：太阳直射光线与壁面法线的夹角。
4. 赤纬角：地球赤道平面与太阳和地球中心的连线之间的夹角。
5. 太阳时角：日面中心的时角。
6. 真太阳时：当地时间，太阳视圆面中心的时角加十二小时。
7. 平太阳时：因真太阳的运行速度和时角变化率不均匀，不适合作为计量均匀时间的基准，因此引入平太阳，在赤道上作匀速运动，速度为真太阳均速。因此，平太阳时为当地所使用的时间。
8. **问题分析**
   1. **问题1分析**

问题1要求分析影子长度关于各参数的变化规律。我们通过对太阳高度角、太阳方位角、太阳赤纬角和太阳时角的公式分析，可知影子长度与杆子所在经度、纬度、日期、北京时间和杆长五个变量有关。我们通过控制变量法画出了影子长度与这五个变量的关系图，可以直观地看出影长与各个变量的变化关系。然后根据给定条件画出北京时间9点到15点的影长变化图。

**4.2 问题2分析**

问题2要求根据给定的日期时间和影长坐标数据求解出旗杆所在的地点。我们由问题一可知旗杆影长呈抛物线形式变化，对此我们通过线性拟合求解出影长的函数，然后求解出所在纬度的大概范围。然后借助最小二乘思想建立目标规划模型，然后通过遍历经纬度求解出旗杆可能的地点。

**4.3 问题3分析**

问题3要求根据北京时间和影长坐标求解出日期和所在经纬度。与第二题思路相似，先拟合出影长关于时间的函数表达式，通过经度与时间的转换得出所在经度的大概位置。然后通过最小二乘思想建立双目标规划模型，遍历日期、经纬度求解出可能的位置和日期。

**4.4 问题4分析**

问题4要求建立确定视频拍摄地点的数学模型并给出若干个视频可能的拍摄地点，以及若拍摄日期未知，建立确定拍摄地点与日期的模型。我们先对图片进行灰度和二值化处理，测量出长度，对于给出视频拍摄地点，我们延续问题2的思路，建立单目标规划模型。对于拍摄日期未知时，我们延续问题3的思路，在问题4的单目标规划模型基础上建立双目标规划模型，并改进成单目标以便于求解。

1. **模型的建立与求解**
   1. **问题1的建模与求解：影长变化模型**

建立以经度、纬度、和时间为自变量，求出太阳方位角和太阳高度角，进而建立具体到天数的太阳高度角的模型，再通过直杆长度、高度角和影长的三角函数关系求出直杆的影长

**5.1.1模型的建立**

令表示当地纬度，北纬时，南纬时；令表示当地经度，东经，西经。

1.计算赤纬角

赤纬角为地球公转轨道面与赤道面的交角。我们查阅资料[1]得到，因为赤纬值日变化很小，因此一年内任何一天的太阳赤纬角公式计算，有：



其中，表示太阳赤纬角，表示日数，自每年的1月1日开始计算。

2.计算太阳时角[2]

①地球表面经度每向东移动1°，平太阳时就提前4分钟，有：



其中为两地经度不同导致的时差，为两地的经度差。

②对于一年中的某一天，其真太阳时与平太阳时的时差公式为：



其中，表示真太阳时与平太阳时的时差，表示日数，自每年的1月1日开始计算

再结合当地的经度，得到真太阳时的表达式，有：



其中，表示当地的真太阳时，表示当地的平太阳时，表示经度差所导致的时间差，表示真太阳时与平太阳时的时差。

③将真太阳时代入太阳时角公式：



其中表示当地的太阳时角，表示当地的真太阳时。

3.计算太阳高度角[3]

对于太阳高度角，有：



其中，表示当地的太阳高度角，表示当地的纬度，表示当地的太阳赤纬，表示当地的太阳时角。

1. 计算影长

在太阳光的平行照射下，太阳高度角即为太阳光与物体影子的夹角，见图1：



北

东

图1 太阳高度角与太阳方位角



由图1的三角函数关系，得到影子长度和物体长度与高度角的关系式，有：



其中，表示直杆影长，表示直杆长度，表示当地的太阳入射角。

**5.1.2模型的求解**

**5.1.2.1分析影长关于各个参数变化规律**

为了分析影长关于不同参数变化，我们采取控制变量法，

图2 影长关于纬度変化曲线

图3 影长关于日期变化曲线

图4 影长关于杆长変化曲线

图1 影长关于经度変化曲线



图1是在10月22日北京时间12点时39N不同经度的3m旗杆的影长与经度之间的关系图，从图中观察可知，影长随经度的远离而变长，且影长变化斜率逐渐变大；且在太阳正午直射经度上的旗杆影长最短，符合实际情况。

图2是10月22日北京时间12点116E处不同纬度的3m旗杆的影长与纬度之间的关系图，从图中观察可知，在当日太阳直射纬度处影长为0m，与实际情况相符。随着旗杆所在纬度远离太阳直射点纬度，影长逐渐变长，斜率逐渐变大。

图3是北京时间12点39N,116E处的3m旗杆的影长与日期之间的关系图，可以发现当太阳直射点在北回归线即夏至那一天，影长最短；在太阳直射点在南回归线即冬至那一天，影长最长，且影长在一年中呈周期性变化。

图4是在10月22日北京时间12点时39N，116E的旗杆的影长与杆长之间的关系图，两者呈明显的完全正相关的线性关系。

**5.1.2.2画出指定时间天安门广场直杆影子长度变化曲线**

由题目所给数据，此题我们令纬度，经度，直杆长度来计算。

利用软件，代入数据，求得2015年10月22日北京时间9:00-15:00之间天安门广场3米高的直杆的太阳影子长度的变化曲线，见图6：



地球的太阳直射点在春分时（3月21日前后），位于赤道上，此后北移。夏至（6月22日前后）时在北回归线（北纬23°26′）上，此后南移。秋分（9月23日前后）时在赤道，此后继续南移。冬至（12月22日前后）时在南回归线（南纬23°26′）上，此后向北移动。通过翻阅日历，我们查得2015年10月22日是重阳节的后一天，在秋分和冬至两节气之间，因此此时太阳直射点应该在赤道和南回归线之间，并逐渐向南移动。可以推出：这段时间，对于同一时刻同一地点的同一事物而言，北半球的太阳高度角逐渐变小直至冬至达到最小值，与此同时，影子长度会逐渐变长，且纬度越大影子会越长，直至冬至那天，影子长度达到最大值。由图二可以看出，正午时影子最短，但仍然大于实际3m的长度，且影长变化接近二次曲线分布。

* 1. **问题2的建模与求解：基于最小二乘的目标规划**

利用最小二乘法作出影长变化曲线，找出当地正午时分太阳直射点的可能经度，缩小了可能范围后，再用单目标规划模型解出精确的地理坐标位置。

**5.2.1模型的建立**

**5.2.1.1数据预处理**

利用最小二乘法求出影长变化曲线，找出当地影厂最小值即正午时分的时间，从而确定经度的可能范围。



其中，表示北京时间的所在经度，即，当地正午时间，表示当地的可能的经度。

利用软件代入附件1的数据，作出北京时间的当地影长，见图7：



图7 北京时间当地影长拟合曲线

选择最为贴近的二次拟合函数作为影长变化曲线，即：



取最小值的坐标点为，即当地正午时分在12:35时，此时杆子影长为最小值：0.4931米

对拟合结果进行误差分析，见表1：

表1 拟合影长与实际影长的相对误差

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **时间(h)** | **影子长度(m)** | **计算影长(m)** | **相对误差(%)** |
| 14 .7 | 1.1496 | 1.151241558 | 0.14279388 |
| 14.75 | 1.1822 | 1.18291013 | 0.060068505 |
| 14.8 | 1.2153 | 1.215322857 | 0.001880782 |
| 14.85 | 1.2491 | 1.24847974 | 0.049656532 |
| 14.9 | 1.2832 | 1.282380779 | 0.063842018 |
| 14.95 | 1.3180 | 1.317025974 | 0.073901819 |
| 15 | 1.3534 | 1.352415325 | 0.072755676 |
| 15.05 | 1.3894 | 1.388548831 | 0.061261612 |
| 15.1 | 1.4262 | 1.425426494 | 0.054235485 |
| 15.15 | 1.4634 | 1.463048312 | 0.024032275 |
| 15.2 | 1.5015 | 1.501414286 | 0.005708577 |
| 15.25 | 1.5402 | 1.540524416 | 0.021063212 |
| 15.3 | 1.5799 | 1.580378701 | 0.030299468 |
| 15.35 | 1.6201 | 1.620977143 | 0.054141279 |
| 15.4 | 1.6613 | 1.66231974 | 0.061382066 |
| 15.45 | 1.7033 | 1.704406494 | 0.064961751 |
| 15.5 | 1.7462 | 1.747237403 | 0.059409151 |
| 15.55 | 1.7901 | 1.790812468 | 0.039800432 |
| 15.6 | 1.8350 | 1.835131688 | 0.007176475 |
| 15.65 | 1.8809 | 1.880195065 | 0.037478604 |
| 15.7 | 1.9279 | 1.926002597 | 0.098418102 |

求得21组数据的平均相对误差为0.051631795%，误差率很小，可以认为模型精度较高，适用于预测一天影长最短时间。

求出，因为该值为直杆所在地可能经度的模糊估计，因此给出包含在内的直杆所在地经度区间。

**5.2.1.2建立单目标规划模型**

在确定了直杆可能所处的经度区间后，构建基于问题的反演模型。根据最小二乘优化思想，建立单目标规划模型，求出精确的经纬度：

在无约束最优化问题中，目标函数由若干个函数的平方和构成，这类函数一般可以写成



式中：，一般假设。

把极小化这类函数的问题



称为最小二乘优化问题。

1. 决策变量

我们引入一决策变量，它表示第组直杆影子与轴正方向的夹角，即太阳方位角：



其中，。

1. 目标函数

由问题1建立的影长变化模型，对于第组数据测出的直杆所处的经度，与北京时间所处经度的时间差，有：



其中，表示经度差所导致的时间差，表示第组数据测出的直杆所处的经度，表示北京时间的所在经度，即。

对于第组数据测出的直杆所处的太阳时角，有：



其中，表示当地的太阳时角，表示当地的平太阳时，表示真太阳时与平太阳时的时差，表示经度差所导致的时间差。

对于第组数据测出的直杆所处的太阳高度角，有：



对于太阳方位角[3]，有计算公式：



其中，表示当地的太阳方位角，表示当地的太阳赤纬角，表示当地的纬度，表示当地的太阳时角。

因此，对第组影长的太阳方向角，有：



因此，根据最小二乘法思想，使计算结果与实测结果的误差的最大值尽可能小，即：



其中，表示太阳方位角计算结果与实测结果的误差，表示第组计算出来的太阳方位角，表示第组实测的太阳方位角，表示观测数据的组数，这里。

3.约束条件

①由数据处理的结果，对于第组测量的顶点，其经度有：



其中，表示第组影长测量的顶点所在经度。

②对于地球上任何一个位置而言，纬度必然在-90°~90°之间，对于第组测量的顶点，其纬度有：



其中，表示第组影长测量的顶点所在纬度。

**综上所述，我们得到目标函数模型为：**

目标函数：

约束条件：

**模型中的关键符号解释：**

表示太阳方位角计算结果与实测结果的误差，表示第组计算出来的太阳方位角，表示第组实测的太阳方位角，表示第组影长测量的顶点所在经度，表示第组影长测量的顶点所在纬度。

**5.2.2模型的求解**

利用软件进行遍历求解，**得到的误差最小的两个值作为直杆所在地经纬度值，见表2：**

表2 问题2直杆所在地

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 可能地点 | 经度 | 纬度 |
| 重庆市 | 109 | 29 |
| 辽宁省葫芦岛 | 120 | 39 |

* 1. **问题3的建模与求解：基于最小二乘的双目标规划**

运用问题2的最小二乘优化思想，建立双目标规划模型分别对附件2和3进行求解。

**5.2.1模型的建立**

**5.3.1.1数据预处理**

对附件2和附件3的数据处理同理问题2，利用软件代入附件2和3的数据，得出北京时间的当地影长变化曲线：

对于附件2的影长变化，有：

，

平均相对误差为0.0116%，取最小值时的坐标点为：，即附件2的直杆所在地的正午时分为在15:07，杆子影长最小值为0.6224米，=73.5°；

对于附件3的影长变化，有：

，

平均相对误差为0.0142%，取最小值时的坐标点为：，即附件3的直杆所在地的正午时分为12:35，杆子影长最小值为0.4931米，=109°；

**5.3.1.2建立双目标规划模型**

同样运用最小二乘优化，在考虑太阳方向角误差和影长误差的基础上，建立一个双目标规划模型：

1.决策变量

我们引入两个决策变量，它表示第组影长的观测值，，它表示第组影长观测值对应的计算值。

2．目标函数

首先我们要使根据数据处理中得出的函数求出的影长计算值与实际观测值的误差尽可能小，即：

****

其中，影长计算值与实际观测值的误差，表示第组影长的观测值，表示第组影长观测值对应的计算值，表示观测数据的组数，这里。

其次，我们要将太阳方位角的计算值与实测值的误差控制的尽可能小，即：



其中，表示太阳方位角计算结果与实测结果的误差，表示第组影长的太阳方向角，表示第组直杆影子与轴正方向的夹角，表示观测数据的组数，这里。

1. 约束条件

①对于经度区间，我们令为经度下限，为经度上限。

对于附件2的第组测量的顶点，其经度有：



对于附件3的第组测量的顶点，其经度有：



其中，表示第组影长测量的顶点所在经度。

②纬度同理，必然在-90°~90°之间，对于第组测量的顶点，其纬度有：



其中，表示第组影长测量的顶点所在纬度。

**综上所述，我们得到的模型为：**

目标函数 ：****



约束条件 ：

**5.3.1模型的求解**

为了求解出双目标规划模型，我们用一个目标函数结合现有的双目标对模型进行改进，考虑两个函数的最大值，**用一个分式表示双目标，即将模型改进成如下所示：**

目标函数 ：

约束条件 ：

利用软件进行遍历求解，得到的问题3结果见表3：

表3 附件2和附件3可能地点和时间

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 经度 | 纬度 | 地区 | 日期 |
| 附件二 | 79° | 21° | 印度中部 | 10月27日 |
| 附件三 | 110° | 49° | 内蒙古呼伦贝尔 | 2月13日 |

* 1. **问题4的建模与求解：基于最小二乘法的目标规划**

**5.4.1图像预处理**

对于附件四的视频，由于清晰度较低，影长不易测量，我们决定对图片进行预处理，使其便于测量。

首先将视频导入中，以视频中显示的8点55分整为起点，每隔3分钟取出一帧图片，共取出13帧图片。将提取出的13帧图片转化成灰度图，利用高斯滤波降噪进行合理的降噪处理后，利用算子进行边缘检测，再进行一次先膨胀再腐蚀的闭运算来填充物体的细小空间，并平滑边界，最终得到二值图。

我们以8点55分的帧图为例，将降噪值调低，得到图8：



图8 测量直杆长度处理图

将降噪值调高，得到图9：



图9 测量直杆影长处理图

我们利用软件中的标尺工具测量影长和直杆长度以及影子和图中水平线的角度大小。根据图8测量出直杆长，根据图9测量出影子长度及角度，对其他12帧图的影子及角度测量同理，得到结果见表：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 时间 | 长度 | 角度(°) |
| 直杆长 | 13.54651247 | 90 |
| 8:55:00 | 16.19544689 | 1.5 |
| 8:58:00 | 15.93429634 | 1.3 |
| 9:01:00 | 15.56329014 | 1.2 |
| 9:04:00 | 15.35333514 | 1.2 |
| 9:07:00 | 15.08224121 | 0.8 |
| 9:10:00 | 14.72149789 | 0.8 |
| 9:12:00 | 14.6015102 | 0.8 |
| 9:15:00 | 14.29154295 | 0.8 |
| 9:18:00 | 13.97091622 | 0.7 |
| 9:21:00 | 13.76071219 | 0.6 |
| 9:24:00 | 13.44045014 | 0.5 |
| 9:27:00 | 13.12030869 | 0.4 |
| 9:30:00 | 12.86019051 | 0.3 |
| 9:33:00 | 12.65009881 | 0.2 |
| 9:34:00 | 12.59009928 | 0.2 |

**5.4.2模型建立**

1．决策变量

我们引入一决策变量，它表示第帧图直杆影子的太阳高度角的计算值。

2．目标函数

对于第帧图的太阳高度角的实测值，有：



其中，表示第帧图的太阳高度角的实测值，表示直杆长度，表示第帧图影子的长度

我们要将太阳高度角的计算值与实测值的误差控制的尽可能小，即：



其中，表示太阳高度角的计算值与实测值的误差，表示第帧图的太阳高度角的计算值，表示第帧图的太阳高度角的实测值。

3．约束条件

①对于地球上任何一个位置而言，经度必然在180°~-180°之间，因此对于第组测量的顶点，其经度有：



其中，表示第组影长测量的顶点所在经度。

②纬度同理，必然在-90°~90°之间，对于第组测量的顶点，其纬度有：



其中，表示第组影长测量的顶点所在纬度。

**综上所述，我们得到初步模型为（模型（1））：**

目标函数 ：

约束条件 ：

**模型中的关键符号解释：**

表示太阳高度角的计算值与实测值的误差，表示第帧图的太阳高度角的计算值，表示第帧图的太阳高度角的实测值，表示第组影长测量的顶点所在经度，表示第组影长测量的顶点所在纬度。

**5.4.3模型改进**

当拍摄日期未知时，我们在模型（1）的基础上增加太阳方位角这一目标，建立一个双目标规划模型求解拍摄地点和日期：

1.增加的目标函数

要将太阳方位角的计算值与实测值的误差控制的尽可能小



其中，表示太阳高度角的计算值与实测值的误差，表示第组计算出来的太阳方位角，表示第组实测的太阳方位角。

为了求解出双目标规划模型，我们用一个目标函数结合现有的双目标，为了求解出所需的最小值，我们结合两个目标函数求出的最大值，**用一个分式表示双目标，即将模型改进成如下所示：**

目标函数 ：

约束条件 ：

1. **模型的评价与推广**

**6．1模型的评价**

1.模型的优点

1、对图像进行灰度化和二值化处理，测量影子长度更加方便简洁。

2、通过对影子坐标的函数拟合可以求解出正午时间，求算出旗杆所在位置的大概经度范围，简化计算。

3、将双目标模型优化为单目标模型，消除了量纲，使结果更准确

2.模型的缺点：

1、影长变化模型未考虑大气折射等的影响，使得实际结果和计算结果有偏差。

2、确定地点时，纬度精确性较低。

**七、参考文献**

[1]孙汉群，坡面日出日没时角的配置关系与太阳赤纬，地理科学，25(03)：361-366，2005

[2]张闯，吕东辉，顼超静，太阳实时位置计算及在图像光照方向中的应用，电子测量技术，2010年33期:87-89，2010

[3][汪和平](http://xueshu.baidu.com/usercenter/data/author?cmd=authoruri&wd=authoruri:(ecc62ce6dbf7a70e) author:(%E6%B1%AA%E5%92%8C%E5%B9%B3) %E5%AE%89%E5%BE%BD%E7%9C%81%E6%BD%9C%E5%B1%B1%E5%8E%BF%E9%87%8E%E5%AF%A8%E4%B8%AD%E5%AD%A6" \t "http://xueshu.baidu.com/_blank)，太阳高度角与方位角的计算与研判，中学数学月刊，2014年10期：62-65,2014

[4]余胜威，MATLAB数学建模经典案例实战，北京：清华大学出版社，2015

[5]曹旭东，数学建模原理与方法，北京：高等教育出版社，2014

[6]司守奎，孙兆亮.，数学建模算法与应用，北京：国防工业出版社，2015

**附 录**

**（一）程序**

**问题一matlab程序：**

**①影长随经度变化：**

for i=1:365

M(i)=6.24004077+0.01720197\*i;

f(i)=(0-7.659)\*sin(M(i))+9.863\*sin(2\*M(i)+3.5932);

end

j=1;

for lg=40:1:150

x1=asin(0.39795\*cos(0.98563\*(296-173)/180\*3.1415));

x2(j)=12+(lg-120)/15+f(296)/60;

x3(j)=(x2(j)-12)\*15;

x4=39;

x5(j)=asin(sin(x1)\*sin(x4/180\*3.1415)+cos(x4/180\*3.1415)\*cos(x1)\*cos(x3(j)/180\*3.1415));

l(j)=3/tan(x5(j));

j=j+1;

end

plot(40:1:150,l,'-')

xlabel('经度（E）'),ylabel('影长（m）'),title('北京时间2015年10月22日正午12时在39N上的3m高旗杆随经度变化图')

**②影长随纬度变化**

for i=1:365

M(i)=6.24004077+0.01720197\*i;

f(i)=(0-7.659)\*sin(M(i))+9.863\*sin(2\*M(i)+3.5932);

end

j=1;

for i=-45:1:45

x1=asin(0.39795\*cos(0.98563\*(296-173)/180\*3.1415));

x2=12+(116-120)/15+f(296)/60;

x3=(x2-12)\*15;

x5(j)=asin(sin(x1)\*sin(i/180\*3.1415)+cos(i/180\*3.1415)\*cos(x1)\*cos(x3/180\*3.1415));

l(j)=3/tan(x5(j));

j=j+1;

end

plot(-45:1:45,l,'-')

xlabel('纬度（N）'),ylabel('影长（m）'),title('北京时间2015年10月22日正午12时在116E上的3m高旗杆随纬度变化图')

**③影长随日期变化**

for i=1:365

M(i)=6.24004077+0.01720197\*i;

f(i)=(0-7.659)\*sin(M(i))+9.863\*sin(2\*M(i)+3.5932);

end

>>

j=1;

>> for i=1:1:365

x1=asin(0.39795\*cos(0.98563\*(i-173)/180\*3.1415));

x2=12+(116-120)/15+f(i)/60;

x3=(x2-12)\*15;

x4=39;

x5(j)=asin(sin(x1)\*sin(x4/180\*3.1415)+cos(x4/180\*3.1415)\*cos(x1)\*cos(x3/180\*3.1415));

l(j)=3/tan(x5(j));

j=j+1;

end

plot(1:1:365,l,'-')

xlabel('日期'),ylabel('影长（m）'),title('一年中北京时间正午12时在116E，39N位置上3m高旗杆影长随日期变化图')

**④影长与杆长关系：**

for i=1:365

M(i)=6.24004077+0.01720197\*i;

f(i)=(0-7.659)\*sin(M(i))+9.863\*sin(2\*M(i)+3.5932);

end

>> j=1;

>> for i=1:0.1:10

x1=asin(0.39795\*cos(0.98563\*(296-173)/180\*3.1415));

x2=12+(116+23/60+29/3600-120)\*4/60+f(296)/60;

x3=(x2-12)\*15;

x4=39;

x5=asin(sin(x1)\*sin(x4/180\*3.1415)+cos(x4/180\*3.1415)\*cos(x1)\*cos(x3/180\*3.1415));

l(j)=i/tan(x5);

j=j+1;

end

plot(1:0.1:10,l,'-')

xlabel('杆长(m)'),ylabel('影长（m）'),title('北京时间2015年10月22日正午12时在116E，39N位置上3m高旗杆影长随杆长变化图')

**⑤影长变化曲线**

for i=1:365

M(i)=6.24004077+0.01720197\*i;

f(i)=(0-7.659)\*sin(M(i))+9.863\*sin(2\*M(i)+3.5932);

end

j=1;

for k=9:1/60:15

x1=asin(0.39795\*cos(0.98563\*(296-173)/180\*3.1415));

x2(j)=k+(116+23/60+29/3600-120)\*4/60+f(296)/60;

x3(j)=(x2(j)-12)\*15;

x4=39+54/60+26/3600;

x5(j)=asin(sin(x1)\*sin(x4/180\*3.1415)+cos(x4/180\*3.1415)\*cos(x1)\*cos(x3(j)/180\*3.1415));

l(j)=3/tan(x5(j));

j=j+1;

end

plot(9:1/60:15,l,'-')

xlabel('北京时间（h）'),ylabel('影长（m）'),title('图二 2015年10月22日北京时间9:00-15:00之间天安门广场3米高的直杆的太阳影子长度的变化曲线')

x6(j)=acos((sin(x5(j))\*sin(x4/180\*3.1415)-sin(x1))/(cos(x5(j))\*cos(x4/180\*3.1415)));

x7(j)=acos(cos(x5(j))\*cos(x6(j)));

**问题二matlab程序：**

**①最小二乘处理数据**

x=[14.7 14.75 14.8 14.85 14.9 14.95 15 15.05 15.1 15.15 15.2 15.25 15.3 15.35 15.4 15.45 15.5 15.55 15.6 15.65 15.7

];

y=[1.1496 1.1822 1.2153 1.2491 1.2832 1.3180 1.3534 1.3894 1.4262 1.4634 1.5015 1.5402 1.5799 1.6201 1.6613 1.7033 1.7462 1.7901 1.8350 1.8809 1.9279

];

a1=polyfit(x,y,1);

a2=polyfit(x,y,2);

a3=polyfit(x,y,3);

a4=polyfit(x,y,4);

x1=[11:0.05:16];

y1=a1(2)+a1(1)\*x1;

y2=a2(3)+a2(2)\*x1+a2(1).\*x1.\*x1;

y3=a3(4)+a3(3)\*x1+a3(2).\*x1.\*x1+a3(1).\*x1.\*x1.\*x1;

y4=a4(5)+a4(4)\*x1+a4(3).\*x1.\*x1+a4(2).\*x1.\*x1.\*x1+a4(1).\*x1.\*x1.\*x1.\*x1;

%plot(x,y,'\*');

hold on

%plot(x1,y1,'b--',x1,y2,'k')%,x1,y3,'-s');

%legend('原始数据','一次拟合','二次拟合')%,'三次拟合');

xlabel('时间(h)');

ylabel('影长(m)');

p1=polyval(a1,x);%拟合值

p2=polyval(a2,x);

p3=polyval(a3,x);

v1=y-p1;%误差

v2=y-p2;

v3=y-p3;

sor2=[abs(v2./y)\*100]';

pp2=p2';

s1=norm(v1,'fro');%f范数

s2=norm(v2,'fro');

s3=norm(v3,'fro');

fprintf('z=%.4ft^3+%.4ft^2+%.4ft+%.4f\n',a3(1),a3(2),a3(3),a3(4));

fprintf('z=%.4ft^2+%.4ft+%.4f\n',a2(1),a2(2),a2(3));

fprintf('z=%.4ft+%.4f\n',a1(1),a1(2));

**②最小二乘遍历求解**

for i=1:365

M(i)=6.24004077+0.01720197\*i;

f(i)=(0-7.659)\*sin(M(i))+9.863\*sin(2\*M(i)+3.5932);

end

j=1;

for k=9:1/60:15

x1=asin(0.39795\*cos(0.98563\*(296-173)/180\*3.1415));

x2=k+(116+23/60+29/3600-120)\*4/60+f(296)/60;

x3=(x2-12)\*15;

x4=39+54/60+26/3600;

x5(j)=asin(sin(x1)\*sin(x4/180\*3.1415)+cos(x4/180\*3.1415)\*cos(x1)\*cos(x3/180\*3.1415));

l(j)=3/tan(x5(j));

j=j+1;

end

plot(9:1/60:15,l,'-')

xlabel('北京时间（h）'),ylabel('影长（m）'),title('图二 2015年10月22日北京时间9:00-15:00之间天安门广场3米高的直杆的太阳影子长度的变化曲线')

x6(j)=acos(sin(x5(j))\*sin(x4/180\*3.1415)-sin(x1))/(cos(x5(j))\*cos(x4/180\*3.1415));

x7(j)=acos(cos(x5(j))\*cos(x6(j)));

**问题三matlab程序：**

x=[-1.2352 -1.2081 -1.1813 -1.1546 -1.1281 -1.1018 -1.0756 -1.0496 -1.0237 -0.998 -0.9724 -0.947 -0.9217 -0.8965 -0.8714 -0.8464 -0.8215 -0.7967 -0.7719 -0.7473 -0.7227

];

y=[0.173 0.189 0.2048 0.2203 0.2356 0.2505 0.2653 0.2798 0.294 0.308 0.3218 0.3354 0.3488 0.3619 0.3748 0.3876 0.4001 0.4124 0.4246 0.4366 0.4484

];

l=[1.2473 1.2228 1.1989 1.1754 1.1524 1.1299 1.1078 1.0863 1.0651 1.0444 1.0243 1.0046 0.9855 0.9668 0.9486 0.9309 0.9138 0.8971 0.8810 0.8655 0.8505

];

%t=[14.7:0.05:15.7];

for i=1:length(x)

a(i)=atan(x(i)/y(i));

end

x1=asin(0.39795\*cos(0.98563\*(108-173)/180\*3.1415));

tot=100;

tot1=100;

tot2=100;

tot3=100;

for jd=100:1:120

for wd=-90:1:90

for da=1:1:365

for i=1:1:21

x2(i)=(12.683+0.05\*(i-1)+(jd-120)\*4/60+f(da)/60);

x3(i)=(x2(i)-12)\*15;

x5(i)=asin(sin(x1)\*sin(wd/180\*pi)+cos(wd/180\*pi)\*cos(x1)\*cos(x3(i)/180\*pi));%太阳高度角

x6(i)=acos((sin(x5(i))\*sin(wd/180\*pi)-sin(x1))/(cos(x5(i))\*cos(wd/180\*pi)));%方位角

ff(i)=(x6(i)-a(i))^2;

if i==21

tot=sum(ff(i));

if tot<0.05

date3=da;

wdz3=wd;

jdz3=jd;

fprintf('时间为：%.2d,经度为：%.2d,纬度为：%.2d\n',date3,jdz3,wdz3);

end

end

end

end

end

end

**问题四matlab程序：**

**①图像灰度化和二值化：**

i=imread('C:\Users\Desktop\pic (1).jpg');

r=rgb2gray(i);

i2=im2bw(r,0.22);

i3=im2bw(r,0.78);

imshow(i2);

imshow(i3);