**“互联网+”时代的出租车资源配置**

**摘要**

本文利用TOPSIS法分析了全国十大城市的供求匹配程度，并重点分析了杭州不同时段的供求变化，在利用利润模型分析打车软件补贴下出租车司机每日所获利润的基础上，用灰色预测法设计了信贷利润补贴方案。

针对问题1，我们从滴滴苍穹平台中抓取数据，建立了里程利用率、打车难易度、出租车需求满足度、单位面积车辆数和万人车辆拥有率五个指标，利用综合评价TOPSIS法，建立分值等级，评价全国十大城市的出租车供求匹配程度；建立了细化到每小时的打车难易度和需求满足度两个指标，利用TOPSIS法分析了杭州市每个小时的出租车供求程度，发现供求不匹配时间为8-10点和16-19点，推测出杭州这两个时间段为杭州的交通早晚高峰。

针对问题2，首先分析出打车难共有五大原因，其中一个原因为司机所获利润波动太大，尤其在交通高峰时期缩水甚至亏本。因此我们以杭州为研究目标，从利润角度分析了滴滴和Uber两家公司在补贴前后司机收入情况的均衡性变化，发现有补贴后出租车司机收入更为均衡，甚至高峰时期利润更大，得出结论打车软件可以在一定程度上缓解打车难，但不能从根本上解决问题。

针对问题3，仍以杭州为分析对象，我们用灰色预测模型根据前七天每小时的出租车需求量，预测出下一天每个小时段的需求量。再结合每天每小时的车速求解出补贴倍数，并规定补贴上限为50元，将结果与滴滴打车补贴相比作为检验，得出我们设计的补贴方案对于出租司机来说，所获利润更高且在一天中更为均衡。

**关键词：**综合评价TOPSIS法 利润模型 灰色预测

1. **问题重述**

随着经济快速发展，人民生活水平的提高，越来越多的市民选择出租车作为出行的重要交通工具，随之而来的“打车难”问题成为了人们关注的一个社会热点。随着“互联网+”时代的到来，有多家公司依托移动互联网建立了打车软件服务平台，实现了乘客与出租车司机之间的信息互通，同时推出了多种出租车的补贴方案。

请你们搜集相关数据，建立数学模型研究如下问题：

(1) 建立合理指标来分析不同时空出租车资源的“供求匹配”程度。

(2) 分析各公司的出租车补贴方案是否对“缓解打车难”有帮助？

(3) 如果要创建一个新的打车软件服务平台，你们将设计什么样的补贴方案，并论证其合理性。

1. **基本假设**
2. 不考虑突发事件、自然灾害和重大事件对城市公共交通的影响。
3. 假设杭州市每个小时段内空载率恒定。
4. **符号说明和名词解释**

**3.1符号说明**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 符号 | 含义 | 单位 |
|  | 表示第个城市的里程利用率 | % |
|  | 表示第个城市的出租车需求满足度 | — |
|  | 表示第个城市的出租车供给数量 | 辆 |
|  | 表示第个城市的出租车空载率 | % |
|  | 表示第个城市的出租车需求量 | 辆 |
|  | 表示单次出租车的总费用 | 元 |
|  | 表示里程价 | 元 |
|  | 表示行驶里程 | km |
|  | 表示起步里程 | km |
|  | 表示候时费 | 元 |
|  | 表示其他附加费  （返空费、夜间行驶费、燃油附加费、过路过桥费等） | 元 |

**3.2名词解释**

1. 人均出行次数：指城市调查范围内适龄人口全日出行总量与适龄人口总数的比值。
2. 里程利用率：以一辆车为单位，其营业里程与行驶里程之比。
3. **问题分析**
   1. **问题1分析**

问题1要求我们建立指标并分析不同时空出租车资源的“供求匹配”程度。我们通过查阅文献，确定了三个指标来衡量出租车供求平衡问题。对于不同时空的理解，从滴滴的苍穹智能出行中平台中抓取了全国十个一线和二线城市24小时的出租车供给量、需求量以及打车难易程度的分值。

**4.2 问题2分析**

问题二要求研究各公司出租车补贴方案对缓解打车难是否有帮助。根据查阅资料，分析可得打车难共有六大因素，但是主要还是司机在高峰时期收入与支出不如平时时期。由此我们以杭州为研究目标，从出租车司机的利润角度来分析滴滴和Uber两家公司在补贴前后司机收入情况的均衡性。

**4.3 问题3分析**

问题三要求我们创建一个新的打车服务平台，设计一个合理的补贴方案。对于一个城市，我们利用前七天每小时的出租车需求量，借助灰色预测来预测出下一天的每个小时的需求量。再结合每天每小时的车速求解出补贴倍数，规定补贴上限再将结果与滴滴打车补贴相比，检验其合理性。

1. **模型的建立与求解**
   1. **问题1的建模与求解：综合评价TOPSIS分析法**

**5.1.1建立合理评价指标**

查阅资料[1]我们得到，衡量城市出租车供求关系有三大指标：里程利用率，打车难易程度和万人车辆拥有率，我们在此基础上又添加了城市单位面积车辆数、需求满足度和车辆满载率三个指标。针对不同时空，选择不同的指标组合进行评价。

1. 数据预处理

查阅资料后，我们了解到占有网约车市场分额81%的滴滴打车拥有其自身的苍穹智能出行平台，因此我们利用浏览器控制台从苍穹平台中抓取了十个城市每个小时的打车难易度分值，出租车供给量和需求量，在此基础上，我们又搜集了一些文献，将最终所获得的该十个城市的出租车相关数据导入到Matlab软件。因此，我们根据这十个城市进行不同空间的分析，再选择其中一个城市进行不同时间的分析

1. 建立指标

我们根据所获取的数据，建立了以下六个指标评价城市出租车供求关系：

**①里程利用率**

里程利用率是指一辆车的营业里程与行驶里程之比，我们令表示第个城市的里程利用率，公式定义如下：

****

该指标反映了车辆的载客效率。比例越高，说明车辆行驶中载客比例越高，空驶越低，那么对于有乘车需求的乘客来说，可供其租用的车辆越少，则等车时间越长，出租车供求关系越紧张。反之，比例越低，供求关系越均衡。

**②需求满足度**

车辆空载率是指单位时间内通过的未载客车辆数与总通过车辆数之比，我们令表示第个城市的出租车空载率，公式定义如下：

****

则空载率和对应城市的出租车数量之积即为该市空闲可供出租的出租车数量，再与该市对出租车的需求量相比，即得需求满足度，因此有：



其中，表示第个城市的出租车需求满足度，表示第个城市的出租车供给数量，表示第个城市的出租车空载率，表示第个城市的出租车需求量。

**③万人拥有量**

万人拥有量是指该市每万人拥有的出租车数量，即：

****

其中，表示第个城市的出租车万人拥有量，表示第个城市的出租车供给数量，表示第个城市的人口规模。

目前没有对城市出租车的拥有量有上限规定，现行的《城市道路交通规划设计规范》给出了出租车拥有量的下限：大城市，小城市，中等城市可在其间取值。

**④打车难易程度**

打车难易程度是指未成功打车的订单量与呼叫订单量的比值，我们令表示第个城市的打车难易程度，公式定义如下：

****

该指标分值是我们从滴滴出行的苍穹智能出行平台中抓取的数据，用来近似模拟现实中生活中的打车难易程度。分值越大表示打车困难程度越高，分值越低，表示打车越容易。

**⑤单位面积车辆数**

单位面积车辆数是指城市出租车数量与城市面积之比，即：



其中，表示第个城市的出租车万人拥有量，表示第个城市的出租车供给数量，表示第个城市的面积。

考虑到各个城市的面积大小差异较大，不能仅仅根据出租车数量和人口来判断城市出租车供求程度，因此建立该指标，以考虑城市面积和出租车的关系。

以上五个指标均为各个城市2014年全年的均值。

**5.1.2不同空间出租车供求分析**

对于不同空间，我们从宏观层面理解为全国不同城市。因此，我们选取了十个具有地区代表性的城市进行分析，分别为北京、上海、广州、深圳、杭州、武汉、南京、沈阳、西安、成都，并选取里程利用率、打车难易度、出租车需求满足度、单位面积车辆数和万人车辆拥有率五个指标进行分析

**5.1.2.1模型的建立**

1.数据预处理

由苍穹平台和国家统计局抓取的数据按各指标公式进行换算，得到十个城市的各个指标值，见表1：

表1 十个城市各指标值

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 编号 | 城市 | 里程利用率 | 打车难易度 | 需求满足度 | 单位面积车辆数 | 万人拥有量 |
| 1 | 北京 | 68% | 5.8 | 3.995 | 0.245 | 50.282 |
| 2 | 上海 | 72.16% | 6.9 | 12.185 | 0.125 | 35.179 |
| 3 | 广州 | 73.79% | 1.5 | 4.695 | 0.396 | 22.007 |
| 4 | 深圳 | 69.10% | 1.7 | 7.182 | 0.125 | 48.081 |
| 5 | 杭州 | 69.25% | 6.3 | 6.707 | 1.403 | 16.524 |
| 6 | 武汉 | 69.02% | 2.6 | 5.185 | 0.601 | 17.090 |
| 7 | 南京 | 65.40% | 2.4 | 9.103 | 0.370 | 27.506 |
| 8 | 沈阳 | 57.40% | 1.8 | 19.533 | 0.780 | 22.709 |
| 9 | 西安 | 70.00% | 1.5 | 10.587 | 0.715 | 17.342 |
| 10 | 成都 | 67.88% | 2.2 | 20.122 | 0.671 | 15.247 |

根据定量综合评价TOPSIS分析法的属性值特点可知，单位面积车辆数和万人车辆拥有率为效益型属性值，里程利用率、打车难易度、出租车需求满足度为成本型属性值。为了使每个属性变换后的最优值为1且最差值为0，因此我们采用标准0-1变换的方法对五个指标进行处理。

设原始决策矩阵为，规范化后的决策矩阵记为

，

其中，，为城市数，为指标数，本题。设是决策矩阵第列中的最大值，是决策矩阵第列中的最小值。

对于成本型属性，令



对于效益型属性，令



2.构造加权规范矩阵

设10个城市的权向量为

，

则



得到加权的向量规范化属性矩阵，具体结果见附录（二）。

1. 确定正理想解和负理想解

设正理想解的第个值为，负理想解第个值为，则

正理想解

负理想解

1. 计算各城市出租车供求匹配程度到正理想解与负理想解的距离

备选方案到理想解的距离为

得到各水质情况到正理想解的距离和负理想解的距离。

1. 计算各城市出租车供求匹配程度的排序指标，即综合评价指数

**5.1.2.1模型的求解**

利用MATLAB软件计算值，根据值大小可确定各城市出租车供求匹配程度，见表2：

表2 各城市出租车供求匹配程度

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 城市 | 正理想解距离 | 负理想解距离 | 综合评价指数 |
| 北京 | 1.606327462 | 1.21183313 | 0.430008543 |
| 上海 | 1.561271128 | 1.180059262 | 0.430469551 |
| 广州 | 1.478961799 | 1.443635114 | 0.493956285 |
| 深圳 | 1.315694196 | 1.534349257 | 0.538359952 |
| 杭州 | 1.577115942 | 1.25086934 | 0.442318193 |
| 武汉 | 1.508557556 | 1.132899488 | 0.428891884 |
| 南京 | 1.353919295 | 1.091824342 | 0.446418147 |
| 沈阳 | 1.364335684 | 1.458843911 | 0.516737906 |
| 西安 | 1.255789251 | 1.405210517 | 0.528076152 |
| 成都 | 1.214423497 | 1.532635186 | 0.557918619 |

综合评价指数越大，出租车供求匹配程度越好，反之，越小出租车供求匹配程度越差。时，该城市出租车供不应求，时，该城市出租车供大于求，时，可以认为该城市出租车供求完全匹配。

由表2可知，全国十大城市的出租车供求匹配程度均不理想，出现供不应求，出租车数量紧张，但紧张程度各不相同。其中，武汉市出租车综合评价指数最低，，在全国十大城市中出租车供求匹配程度最紧张，出现供不应求的情况，武汉市应该大量增加出租汽车数量或公交车，以及时满足市民出行需求；成都市出租车综合评价指数最高，，在全国十大城市中出租车供求匹配程度最好，但仍然无法达到理想的匹配程度，依然出现供不应求的状况，需要适当多调度出租车以供市民需求。

**5.1.3不同时间出租车供求分析**

为了使滴滴出行统计的打车难易程度分值更加具有实际参考价值，我们根据打车软件的城市渗透度，即城市软件注册用户数与常住人口的比值，选则渗透度最大的杭州市作为不同时间出租车供求分析的城市，选取打车难易度和出租车需求满足度两个指标对杭州市一天中各个小时的出租车供求匹配程度进行分析。

通过查阅资料[2]我们得到杭州市24小时的出租车空载率，利用火狐浏览器控制台功能，从滴滴出行公司旗下的苍穹智能出行平台中抓取杭州市的某一工作日出租车需求量和出租车总数，则供给量为，得到的供求曲线见图1：

图1 杭州市工作日出租车供求变化曲线



将获取的数据代入：



其中，表示杭州市第个小时内的出租车需求满足度，表示第个小时内的出租车供给数量，表示第个小时内的出租车空载率，表示第个小时内的出租车需求量。

从而得到杭州市各个小时的需求满足度。我们选取打车难易度和出租车需求满足度两个指标，来衡量杭州出租车供求匹配程度，最终得到的杭州市各小时两个指标值见表3：

表3 杭州市每小时内打车难易度和出租车需求满足度

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 小时 | 需求满足度 | 打车难易度 | 小时 | 需求满足度 | 打车难易度 |
| 1 | 6.70688157 | 6.3 | 13 | 4.684594736 | 7 |
| 2 | 8.205079019 | 5.9 | 14 | 4.001496659 | 6.3 |
| 3 | 8.392620791 | 4.2 | 15 | 3.749932584 | 6.3 |
| 4 | 9.836838323 | 3.1 | 16 | 3.587089833 | 6.9 |
| 5 | 9.060495868 | 3.8 | 17 | 2.924979771 | 5.7 |
| 6 | 10.56954432 | 5.5 | 18 | 2.560987549 | 5.8 |
| 7 | 7.874860964 | 7.1 | 19 | 3.237362073 | 6.7 |
| 8 | 3.10587021 | 6.3 | 20 | 4.086499152 | 6.3 |
| 9 | 1.942166583 | 6 | 21 | 3.556670318 | 6.5 |
| 10 | 3.174870197 | 6.3 | 22 | 2.832887453 | 5.9 |
| 11 | 4.811246568 | 6.5 | 23 | 4.331204188 | 6.4 |
| 12 | 4.52380041 | 6.6 | 24 | 5.687969639 | 6.6 |

与分析不同空间的模型同理，利用TOPSIS模型，求得杭州市各个小时内出租车供求匹配程度的排序指标，见表4：

表4 杭州市各个小时内出租车供求匹配程度的排序指标

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 小时 | 综合评价指数 | 小时 | 综合评价指数 |
| 1 | 0.417708095 | 13 | 0.205996782 |
| 2 | 0.563227613 | 14 | 0.22391481 |
| 3 | 0.739011685 | 15 | 0.205894665 |
| 4 | 0.947514491 | 16 | 0.136929843 |
| 5 | 0.825053198 | 17 | 0.204101293 |
| 6 | 0.7708 | 18 | 0.168477647 |
| 7 | 0.424973293 | 19 | 0.130977995 |
| 8 | 0.159758914 | 20 | 0.230003745 |
| 9 | 0.10505 | 21 | 0.17295082 |
| 10 | 0.164701551 | 22 | 0.178404497 |
| 11 | 0.26281916 | 23 | 0.23798256 |
| 12 | 0.232678695 | 24 | 0.316070961 |

综合评价指数越大，出租车供求匹配程度越好，反之，越小出租车供求匹配程度越差。时，该城市出租车供不应求，时，该城市出租车供大于求，时，可以认为该城市出租车供求完全匹配。

由表4我们可以得出以下信息：总体来说，杭州市工作日全天车辆供不应求。分时段来说，凌晨3点-4点，综合评价指数，为全天最高，说明此时杭州市处于人均出行量最少的时段，出租车供求匹配最接近理想程度；上午8点-10点，综合评价指数为全天最低，可以看出此时杭州市处于上班早高峰时段，出租车供求匹配严重失衡，需求量陡然增长导致出租车供不应求；下午16点-19点，综合评价指数为除了早高峰最低的时段，可以推测出此时杭州市处于下班晚高峰，可能因为早晨上班前时间较为紧迫，选择出租车的人较多，晚上下班后时间较为宽裕，因此需求量较早晨有所下降，但仍然比平时多，因此供不应求。

* 1. **问题2的建模与求解**

**5.2.1分析打车难原因**

通过查阅资料[3-4]，我们总结出打车难主要有以下几个原因：

**①打车难根本原因：需求量日益增大**

逐渐扩大的城市人口规模，经济的飞速发展带动市民生活水平的提高以及生活节奏的加快，都导致了市民对出租车的需求量日益增大。这是我国城市普遍打车难的根本原因。

**②出租车拒载根本原因：交通拥堵**

每个城市的部分区域都会被一些出租车司机列入了“黑名单”，正是因为道路堵塞浪费出租车司机大量的时间，导致即便有候时费也入不敷出；现在中国大部分城市的市区机动车数量增多，路况越发拥堵，使部分司机乐于选择到郊区运营。拥堵导致出租车的运行周转率降低，市中心打车难问题更加严重。这是。

③拒载次要原因：更愿意拉外地人

旅游旺季吸引大量外地游客，一些外地乘客比较接受拼客，但本地乘客对拼客反感，部分没有更换新计价器的司机，依然按照各百分之百的比例收取车费。因此部分司机更喜欢拉外地乘客。

④拒载次要原因：打车软件加小费

今年上半年打车软件风靡降低了一定的出租车空驶率，但一部分司机热衷使用打车软件，也使路边招手打车的市民遭遇了打车难。正常营运的出租车不允许议价加价，而打车软件却有加小费功能。因此今年传统招手拦车的市民不再受欢迎，尤其是一些不用打车软件的中老年人，打车难更成问题。

⑤无可避免因素：天气差选择性停运

很多出租车司机为了行车安全，在下雪天和暴风雨天选择停驶，导致路上的出租车数量大量减少。而与此同时，很多乘客在恶劣天气都想早点到达目的地。因此天气原因导致打车需求大幅增加但供给量大幅减少的现象。

**5.2.2分析出租车运价和计费方式[6]**

出租车运价主要由起步价、里介、候时费、返更费、夜间附加费和燃油附加费等构成，本题我们仅考虑这六部分，见表5：

表5 出租车运价构成

|  |  |
| --- | --- |
| 运价构成 | 说明 |
| 起步价 | 出租车一次服务的最低价格。 |
| 里程价 | 超出起租里程之后的价格标准，以行驶里程计量。 |
| 候时费 | 对低速行驶或处于乘客临时停车、等待、怠速状态的出租车的补偿价。 |
| 返空费 | 针对需要远距离服务的乘客，在下车之后出租车驾驶员回程时难以避免空驶而造成经济损失的一种补偿性收费。 |
| 后续里程价为=里程价×(1+返空费附加比例)。 |
| 夜间附加费 | 对出租车驾驶员夜间劳动补偿的一种津贴性收费。 |
| 夜间里程价=里程价×(1+夜间附加费比例) |
| 燃油附加费 | 根据油价收取的费用，一般为每运次1元或2元。 |

目前出租车计费方式主要为计程计时制。

计程计时制与在普通计程制的基础上增加了候时费，在出租车长时间处于低速或者停车等候状态时，启动计时收费，一般按里程收费；并在脱离低速运行时，停止计时收费。最终费用为计程费和计时费的总和。我国的北京、上海、成都等大城市或特大城市，均采用计程计时双费制。本文研究对象即为计程计时制收费出租车。因此，计程计时制下，乘客单次乘出租车的总费用为



其中，表示单次出租车的总费用，表示行驶里程，表示起步里程，表示里程价，表示候时费，表示其他附加费（返空费、夜间行驶费、燃油附加费、过路过桥费等）。

**5.2.3分析各公司的出租车补贴方案：利润模型**

以杭州市为例，建立利润模型，求出司机的成本和收入，分析出租车司机的利润变化，以此来判断打车软件对缓解打车难是否有帮助。

**5.2.3.1.数据预处理**

因为滴滴和快的已经于2015年2月合并，因此我们分析以滴滴快滴为一个打车软件为准，得到杭州市的打车软件补贴方案，见表6：

表6 杭州市滴滴和软件价格表

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 打车软件 | 起步价(元) | 里程价(元/km) | 候时补贴标准(元/km) |
| 滴滴 | 12 | 2.7 | 0.8~1.3 |
|  | 14.5 | 2.17 | 0.6 |

两软件对出租车司机的补贴方案见表7：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 打车软件 | 高峰时期(7:00-10:00，17:00-20:00) | 其余时期 | 补贴上限 |
| 滴滴 | 2倍 | 1.2倍 | 50元 |
|  | 1.3倍 | 1.3倍 | 50元 |

查阅资料[5]得到杭州市出租车司机每天的基本数据，见表7：

表7 杭州市出租车司机每日工作各指标数据

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 指标 | 数据 | 指标 | 数据 |
| 出租车加盟费 | 380元 | 每两次载客之间的空驶时长 | 7分钟 |
| 油费 | 210元 | 每运次载客时长 | 10分钟 |
| 工作时长 | 17小时 | 平均车速 | 60km/h |

**5.2.3.2模型建立**

根据所得数据建立模型：

对于出租车司机来说，单运次的载客时间有：



其中，表示杭州市出租车司机单运次的载客时间，表示单运次里程。

司机的单运次的成本，有



其中，表示杭州市出租车司机单运次的成本，表示杭州市出租车司机单运次的载客时间，表示杭州市出租车每天的燃油费，此处，表示杭州市出租车每天的加盟费，此处，表示一个时间周期，此处

对于候时费，有：



其中，表示候时费，表示行驶里程，表示平均车速，此处，表示第个小时内的车速，表示候时补贴标准。

对于返空费，有：



其中，表示返空费，表示行驶里程，表示返空起租里程，表示里程价，表示返空附加比例，此处。

不考虑过路过桥等复杂情况，由此得到，司机的单运次的收入，有



其中，表示单次出租车的总收入，表示行驶里程，表示起步里程，表示里程价，表示候时费，表示返空费，表示燃油附加费。

收入与成本之差即为出租车司机每运次的利润，有：



其中，表示杭州市出租车司机每运次出租车的总收入，表示每运次的成本，表示每运次的利润。

当打车软件实行补贴时，令其倍数为，则单次利润为：



其中，表示打车软件实行补贴的倍数，表示单次出租车的总收入，表示打车软件实行补贴后每运次的利润。

**5.2.3.3模型求解**

利用MATLAB软件，作出滴滴和两个软件下没有补贴时，出租车司机的收入、成本、利润曲线，见图7~10：



图7 滴滴司机收入和成本图 图10 司机收入和成本图



图8 滴滴司机利润图 图10 司机利润图

由图8和图10可知，司机在市民出行量较少的空闲时段，即23:00-5:00时，利润最大，在交通早晚高峰时，利润极少，甚至在晚高峰达到亏损，收入极其不稳定，这严重打击了出租车司机的积极性，使得早晚高峰需求量增多时，道路拥堵严重，部分司机反而开始拒载，引发“打车难”问题。

当滴滴和实行补贴方案时，出租车司机的利润见图11和12：

 

图12 司机补贴后利润曲线

图11 滴滴司机补贴后利润曲线

可见，打车软件推出补贴方案后，司机的利润明显得到了提高，甚至在交通早晚高峰时利润达到最大值。因此补贴可以极大地调动出租车司机的积极性，使出租车司机可以在早晚高峰时积极接单，即便交通拥堵也可以赚取利润，有效降低了出租车的空驶率，从而在一定程度上缓解了“打车难”的问题。但是这仅能从“打车难”的次要原因交通拥堵上解决死机的拒载问题，并不能从根源上解决“打车难”问题，根本原因仍然是出租车供给量不足，政府应该和出租车公司联手调控全市出租车数量，达到理想的供求匹配状态。

* 1. **问题3的建模与求解：灰色预测**

利用灰色预测杭州出租车需求量，再制订指标衡量补贴方案合理性。

**5.3.1预测出租车需求量**

1. 级比检验

由附件4所给的数据，我们建立如下杭州各小时需求的时间序列：



求级比,有，



由于可容覆盖为，而所有的,均落在可行域内，故可以用作令人满意的GM(1,1)建模。

1. 建模

对原始数据作一次累加，得



构造数据矩阵及数据向量，有



计算：

，

于是得到

建立模型：

，

求解，得

公式（1）

求生成序列预测值及模型还原值，令，由公式（1）的时间响应函数可算得。

其中，取，由，取，得



1. 模型检验

令残差为，计算

由级比和发展系数求出相应的级比偏差

模型的各种检验指标值的计算结果见表8：

表8 灰色预测检验

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 天数 | 原始值 | 预测值 | 残差 | 相对误差 | 级比偏差 |
| 1 | 2854 | 2854 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 3316 | 3152.401 | 163.599 | 0.049336248 | 0.15704106 |
| 3 | 2802 | 3055.053 | -253.053 | 0.090311563 | -0.159079874 |
| 4 | 2889 | 3539.35 | -650.35 | 0.225112496 | 0.050078837 |
| 5 | 4063 | 4005.713 | 57.287 | 0.01409968 | 0.303585679 |
| 6 | 3994 | 3368.594 | 625.406 | 0.15658638 | 0.003664199 |
| 7 | 2872 | 2872.474 | -0.474 | 0.000165042 | -0.362042312 |

这里，，，可以认为达到较高要求。

经验证，该模型精度较高，可进行预测分析。

4.预测需求量

由公式（2），经过差分还原，得到杭州第八天各时段出租需求量的预测数据，结果见表9所示：

表9 杭州第八天各时段出租需求量的预测数据

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 时段 | 预测值 | 时段 | 预测值 |
| 1 | 3571.867 | 13 | 13356.8 |
| 2 | 2181.47 | 14 | 10775.13 |
| 3 | 1571.66 | 15 | 10231.57 |
| 4 | 1056.348 | 16 | 11280.86 |
| 5 | 1098.475 | 17 | 12406.34 |
| 6 | 1624.433 | 18 | 12261.89 |
| 7 | 3182.808 | 19 | 8383.855 |
| 8 | 7182.163 | 20 | 7342.9 |
| 9 | 11562.04 | 21 | 8082.224 |
| 10 | 7417.659 | 22 | 8691.344 |
| 11 | 6989.998 | 23 | 6587.393 |
| 12 | 12611.33 | 24 | 4208.729 |

**5.3.2建立补贴倍数方程**

各出租车公司补贴方案的变化归根究底即是对补贴倍数的变化，因此我们考虑出租车在不同时段的速度和需求量各不相同的基础上，设计新的补贴方案仍是上限50，但补贴倍数依照出租车行驶速度和各时段需求量而定。

早晚高峰时期车速最慢，道路交通拥堵，应给出租车司机更多的补贴，补贴倍数公式定义如下：

****

其中，表示第个小时段内的补贴倍数，表示需求量，表示平均需求量，表示第个小时段内出租车的速度，表示出租车速度最大值，此处。

因为补贴倍数不可能为小于1，因此，当算得的时，令最终的补贴方案中，即该时段不给予司机补贴。最终求得补贴倍数见表10：

表10 各时段补贴倍数

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 时段 | 补贴倍数 | 时段 | 补贴倍数 |
| 1 | 1.25 | 13 | 1 |
| 2 | 1.2 | 14 | 1.389368676 |
| 3 | 1.207243461 | 15 | 1.768009109 |
| 4 | 1.224489796 | 16 | 1.74933558 |
| 5 | 1.052631579 | 17 | 1.944114483 |
| 6 | 1 | 18 | 3.540630482 |
| 7 | 1.5 | 19 | 3.452256072 |
| 8 | 2.727272727 | 20 | 2.463537425 |
| 9 | 1.584364877 | 21 | 1.989497386 |
| 10 | 2.167740997 | 22 | 1.665059761 |
| 11 | 2.112676056 | 23 | 1.621621622 |
| 12 | 1.159099398 | 24 | 1.463414634 |

由表10可知，在高峰时段，我们设计的补贴倍数均有，甚至在晚高峰时段，最大可能从交通拥堵这一原因上缓解“打车难”问题。

将补贴倍数应用于问题3中建立的利润模型，得到新补贴方案下各时段司机的利润。将我们设计的补贴方案与滴滴补贴方案下对司机的利润相比，见图13：

图13 新补贴方案下与滴滴补贴方案下司机利润对比图



由图13可知，新补贴方案使出租车司机在城市的早晚高峰时期获得更多的利润，在最大程度上调动了出租车司机的积极性，能有效地解决交通拥堵造成的司机拒载和消沉载客的问题。

1. **模型的评价与推广**

**6．1模型的评价**

1.模型的优点

1、采集了十个城市七天的每小时数据，使分析结果更接近于真实情况。

2、用多种指标，采用综合评价值来作为指标，更具全面性。

3、通过预测来实现动态补贴，对于实际意义更高。

2.模型的缺点：

1、只考虑了网络约车的方面的数据，对于一般情况未做深入分析。

2、一些指标只是小时制，未能收集更详尽的数据得出函数表达式。

**七、参考文献**

[1]本刊编辑部，衡量出租车供求的三大指标——里程利用率、车辆满载率、万人拥有量，运输经理世界，2007年05期，2007

[2]杭州网，杭州出租车什么时候最难打？，http://hznews.hangzhou.com.cn/cheng shi/content/2015-04/11/content\_5725113.htm，2016年8月23日

[3]李拯，[为什么打车这么难](http://xueshu.baidu.com/s?wd=paperuri:(6abe4472e218436fa58fde24c2cf5075)&filter=sc_long_sign&tn=SE_xueshusource_2kduw22v&sc_vurl=http://www.cqvip.com/QK/82884A/201303/45052830.html&ie=utf-8&sc_us=18046874885556715267" \t "http://xueshu.baidu.com/_blank)，新湘评论，2013年03期：60-61，2013

[4]宋涛，北京市出租车行业管制问题研究，沈阳师范大学,，2014

[5]Selbyyy，为什么出租车司机载客时不喜欢堵车？，

<http://www.zhihu.com/question/20670851/answer/15802501，2016年8月24日>

[6]计斌，城市客运出租汽车基本费率制定研究，西南交通大学, 2013

[7]曹旭东，数学建模原理与方法，北京：高等教育出版社，2014

[8]司守奎，孙兆亮.，数学建模算法与应用，北京：国防工业出版社，2015

[9]余胜威，MATLAB数学建模经典案例实战，北京：清华大学出版社，2015

**附 录**

**（一）程序**

**问题一matlab程序：**

**①指标0-1化**

che=[51399 41480 31070 22735 22451 38927 55506 53532 56265 67656 83962 88534 84363 76911 74468 76000 73416 63133 63583 75669 74021 68972 67638 65610

107471 82596 53491 33536 32844 67685 108670 94755 89586 128037 160263 145968 146120 149102 151860 149817 134934 101402 97592 119361 135558 144579 144780 144868

15868 18735 17867 13116 11036 15743 24559 28267 25926 23227 24492 26703 27229 29583 26913 24657 23948 21727 15513 17455 20603 22638 25941 29122

23429 20542 16467 13833 13723 16793 23778 22736 19043 19415 20202 19101 19401 21291 19119 19734 17052 15796 13370 15193 18345 18485 19883 24134

59817 47051 35826 25668 23982 39867 69914 75230 72722 76435 82137 82729 83986 84219 83436 83355 79075 75205 78850 82841 81181 82198 82726 74939

19260 14530 10323 7790 7289 14134 27090 28119 25695 25788 24262 23291 24458 25908 23885 19217 17390 18216 17077 20235 20507 19276 19605 20824

37572 29041 21037 15249 12788 23332 38096 40890 44410 59308 63490 58710 52996 53553 55503 56639 54425 48945 46650 49582 48828 48121 46592 44026

31844 23459 17592 12556 14643 29579 47577 39701 36986 42946 45571 46044 46782 47828 45655 39108 32816 33166 36551 44821 44924 43518 46425 42136

23927 17837 13921 10316 10517 16982 24609 29793 26544 28191 28965 28259 23980 24174 25025 25150 26669 24373 22886 25174 25608 27254 28108 27612

19260 14530 10323 7790 7289 14134 27090 28119 25695 25788 24262 23291 24458 25908 23885 19217 17390 18216 17077 20235 20507 19276 19605 20824

];

mianji=[16410.54 6340 7343 1996.85 16596 8494 6597 12948 10108 12390

];

kongzailv=[0.31 0.35 0.30 0.37 0.32 0.28 0.40 0.33 0.30 0.35];

xuqiu=[3988 2116 1493 1000 1132 2833 8308 19380 28188 20321 11968 12388 11044 14837 14029 13349 13533 17905 18009 13388 16680 30912 27449 11453

3087 1960 1425 953 1099 4568 18100 41096 66191 43962 20641 28116 24642 25147 17818 15052 16054 19994 19813 14274 13632 16918 13025 7069

1014 927 612 422 263 388 586 2372 5142 3466 2470 2254 2322 2338 2918 3100 3394 3174 4005 3100 2504 2967 3488 2561

1207 943 568 501 456 641 1320 3168 6732 5465 3697 4568 4007 3419 3498 3954 5392 5880 6210 4395 3307 3749 3953 2336

2854 1835 1366 835 847 1207 2841 7751 11982 7704 5463 5852 5737 6735 7120 7436 8651 9397 7794 6487 7304 9285 6112 4216

1040 700 624 480 477 825 2585 7673 8368 3900 2192 2321 2053 2253 2448 3181 3680 4457 3337 2160 2773 3296 3184 1725

1651 1009 664 516 664 1681 3313 8807 12101 4540 2823 3116 2836 3801 3624 3760 3667 5104 4583 3137 3474 4582 3511 2092

538 336 324 185 324 605 2705 6344 5573 2648 1901 2074 1612 2073 1459 2470 3783 3074 2386 1819 2241 2251 1389 715

678 403 394 384 253 525 832 1866 3310 1690 1419 1398 1420 1635 1827 1257 1551 2074 2307 1423 1284 1473 1278 928

335 135 126 152 104 180 542 1988 2797 1272 917 737 734 792 890 1345 1127 1337 1543 1042 1111 1668 1377 536

];

for i=1:1:10

chexkong(i,:)=che(i,:).\*kongzailv(i);

end

judge1=(chexkong(:,1)./xuqiu(:,1))';%车x空/需求 0.3

J1=(judge1-min(judge1))./(max(judge1)-min(judge1));

judge2=(t(:,1))';%难易 0.2

J2=(max(judge2)-judge2)./(max(judge2)-min(judge2));

judge3=[0.68 0.7216 0.7379 0.691 0.6925 0.6902 0.654 0.574 0.7 0.6788];%里程利用率 0.2

J3=(judge3-min(judge3))./(max(judge3)-min(judge3));

judge4=N./p;%万人出租车拥有量 0.2

J4=(judge4-min(judge4))./(max(judge4)-min(judge4));

judge5=mianji./N;%单位平方公里出租车辆 0.1

J5=(judge5-min(judge5))./(max(judge5)-min(judge5));

J=[J1',J2',J3',J4',J5'];

w=[0.3,0.2,0.2,0.2,0.1];

for j=1:1:5

guifanJ(:,j)=J(:,j).\*w(j);

end

dis=zeros(10,1);

for i=1:1:10

for j=1:1:5

dis(i)=dis(i)+(J(i,j)-min(J(:,j)))^2;

end

end

Dis=sqrt(dis);

**②杭州市各指标0-1规范化**

hzdaycar=[59817 47051 35826 25668 23982 39867 69914 75230 72722 76435 82137 82729 83986 84219 83436 83355 79075 75205 78850 82841 81181 82198 82726 74939];

hzdayneed=[2854 1835 1366 835 847 1207 2841 7751 11982 7704 5463 5852 5737 6735 7120 7436 8651 9397 7794 6487 7304 9285 6112 4216];

hzdayeh=[6.3 5.9 4.2 3.1 3.8 5.5 7.1 6.3 6 6.3 6.5 6.6 7 6.3 6.3 6.9 5.7 5.8 6.7 6.3 6.5 5.9 6.4 6.6];

hzj1=(hzdaycar.\*0.32)./hzdayneed;

hzj2=hzdayeh;

hzJ1=(hzj1-min(hzj1))./(max(hzj1)-min(hzj1));

hzJ2=(max(hzj2)-hzj2)./(max(hzj2)-min(hzj2));

we=[0.618,0.382];

hzJudge=hzJ1.\*we(1)+hzJ2.\*we(2);

plot(hzdayneed,'-');

title('杭州单日各时刻出租车需求量');

xlabel('时间');

ylabel('需求量');

**问题二matlab程序**

**各个公司补贴利润图**

Po=12;

Pli=2.7;%yuan/km

Pt=0.9;

S=20;%KM

So=3;%km

Vz=60;%km/h

Vp=[48 50 49.7 49 57 60 40 22 23.7 27 28.4 29.7 34 29 24 22 18 10 15 24 27 30 37 41];

Pf=Pli\*0.5\*(S-10)+2;

for i=1:1:23

t(i)=S/Vp(i);

cost(i)=(34.5)\*(t(i)+7/60);

Ph(i)=(S/Vz-S/Vp(i))\*Pt;

price(i)=Po+(S-So)\*Pli+Pf+Ph(i);

if (i<20&&i>17)||(i>7&&i<10)

butie=price(i)\*1;

if butie>50

wel(i)=price(i)+50;

else

wel(i)=price(i)\*2.1;

end

else

wel(i)=price(i)+0.3\*price(i);

end

end

hold on;

%plot(cost,'-b');plot(wel,'-r');legend('成本','计价');title('滴滴打车计价、成本图');

plot(wel-cost,'-\*');title('Uber打车利润图');

xlabel('时间');

ylabel('费用');

**问题三matlab程序**

**①灰色预测下一天需求量**

X0=[2854 1835 1366 835 847 1207 2841 7751 11982 7704 5463 5852 5737 6735 7120 7436 8651 9397 7794 6487 7304 9285 6112 4216

3316 1999 1271 1003 892 1262 2970 7814 12923 8501 5869 6240 6424 7141 7542 8247 9761 10423 8959 7322 7830 9892 6920 4672

2802 2080 1417 1412 1034 1546 4258 11749 17188 9137 5242 5632 5662 6481 6270 6844 8414 10544 9616 7154 7486 9197 6805 4449

2889 2025 1372 937 940 1294 2891 8305 14039 8657 6303 7042 8054 10502 12990 20011 16563 17455 15497 10840 10278 12117 11278 6258

4063 2537 1737 1264 1129 1607 3375 7466 9647 7676 7905 8686 9587 9514 9201 10231 13096 14538 9896 8891 10311 11982 8676 5445

3994 2596 1873 1251 1104 1293 2061 4330 5932 6223 6855 8316 9986 10766 9644 10187 13071 11883 7838 7768 8336 8266 5837 3867

2872 1657 1143 883 983 1688 4033 10183 17981 8911 5896 12187 11711 8596 8708 9304 9253 9789 7372 5844 6463 7719 5651 3882

];

X1=X0(:,24)';

Xx=X1;

for i=2:1:7

lmt(i)=X0(i-1,1)/X0(i,1);

X1(i)=X1(i-1)+X1(i);

end

ma=exp(1/4);

mi=exp(-1/4);

for i=2:1:7

z(i)=0.5\*(X1(i-1)+X1(i));

end

B=[-z(2),1;-z(3),1;-z(4),1;-z(5),1;-z(6),1;-z(7),1];

Y=[Xx(2);Xx(3);Xx(4);Xx(5);Xx(6);Xx(7)];

answe=((B'\*B)^-1)\*(B')\*Y;

ai=answe(1);

bi=answe(2);

X8=((Xx(1)-(bi/ai))\*exp(-ai\*7))+bi/ai;

x8=X8-X1(7);

format long g;

fprintf('%d\n',x8);

**②新补贴和滴滴补贴对比图**

Po=12;

Pli=2.7;%yuan/km

Pt=0.9;

S=20;%KM

So=3;%km

Vz=60;%km/h

butie2=PP;

Vp=[48 50 49.7 49 57 60 40 22 23.7 27 28.4 29.7 34 29 24 22 18 10 15 24 27 30 37 41];

Pf=Pli\*0.5\*(S-10)+2;

for i=1:1:23

t(i)=S/Vp(i);

cost(i)=(34.5)\*(t(i)+7/60);

Ph(i)=(S/Vz-S/Vp(i))\*Pt;

price(i)=Po+(S-So)\*Pli+Pf+Ph(i);

wel2(i)=price(i)\*PP(i);

if wel2(i)-price(i)>50

wel2(i)=price(i)+50;

end

if (i<20&&i>17)||(i>7&&i<10)

butie=price(i)\*1;

if butie>50

wel(i)=price(i)+50;

else

wel(i)=price(i)\*2;

end

else

wel(i)=price(i)+0.2\*price(i);

end

end

hold on;

%plot(cost,'-b');plot(wel,'-r');legend('成本','计价');title('滴滴打车计价、成本图');

plot(wel-cost,'-b');

plot(wel2-cost,'-r');

legend('滴滴打车补贴方案','新补贴方案');

xlabel('时间');

ylabel('费用');

**（二）矩阵**

**问题一向量规范化矩阵：**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 需求满足度 | 打车难易度 | 里程利用率 | 万人拥有量 | 单位面积车辆数 |
| 北京市 | 0 | 0.040740741 | 0.129347163 | 0.2 | 0.009368629 |
| 上海市 | 0.152344312 | 0 | 0.180109823 | 0.113785003 | 1.98E-05 |
| 广州市 | 0.013008 | 0.2 | 0.2 | 0.03858965 | 0.021206892 |
| 深圳市 | 0.059279006 | 0.192592593 | 0.142769982 | 0.187435731 | 0 |
| 杭州市 | 0.050439815 | 0.022222222 | 0.144600366 | 0.007288809 | 0.1 |
| 武汉市 | 0.022136369 | 0.159259259 | 0.141793777 | 0.010523472 | 0.037218724 |
| 南京市 | 0.09501044 | 0.166666667 | 0.0976205 | 0.069984651 | 0.019143091 |
| 沈阳市 | 0.289027896 | 0.188888889 | 0 | 0.042600755 | 0.051253231 |
| 西安市 | 0.122622333 | 0.2 | 0.153752288 | 0.011961837 | 0.046149324 |
| 成都市 | 0.3 | 0.174074074 | 0.127882855 | 0 | 0.042728844 |