**A题 系泊系统的设计**

**摘要**

本文通过受力分析、力矩平衡、目标规划的方法，引用悬链线方程，建立了近海观测网传输节点中各物体的受力平衡模型，求解了不同风速下传输节点的参数值，在考虑水流力、风力作用下系泊系统的设计问题。

针对问题1，首先通过质量集中法对浮标、钢管和钢桶进行受力分析，得出浮标的吃水深度、各物体的受力大小和力的角度，再通过力矩平衡求出钢管和钢桶的倾斜角。随后引入悬链线方程求出锚链恰好不拖底的临界风速为14.47。对于有锚链沉底的情况，我们以锚链理论值和实测值之差的平方和均可能小为目标，建立关于链长的单目标规划模型，遍历链长求解不拖底的锚链长度。利用软件进行求解结果如下表：

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 海面风速 | 钢桶倾斜角度 | 钢管倾斜角度 | | | | 浮标 | |
| 第一节 | 第二节 | 第三节 | 第四节 | 吃水深度 | 游动区域半径 |
| 12 | 1.099° | 1.128° | 1.136° | 1.145° | 1.154° | 0.6913 | 7.6664 |
| 24 | 3.846° | 3.726° | 3.750° | 3.776° | 3.801° | 0.7027 | 17.100 |

针对问题2，将风速36代入问题1中建立的数学模型，求解各参数值如下表：

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 海面风速 | 钢桶倾斜角度 | 钢管倾斜角度 | | | | 浮标游动区域半径 |
| 第一节 | 第二节 | 第三节 | 第四节 |
| 36 | 8.602° | 8.335° | 8.390° | 8.446° | 8.502° | 18.853 |

为求解重物球调整质量，先对各节链环进行受力分析，建立迭代方程，求解锚链在锚点与海床的夹角；接着我们以吃水深度、游动区域、钢桶倾斜角和锚链在锚点与海床夹角均尽可能小为目标，以钢桶倾斜角不超过5°和锚链在锚点与海床夹角不超多16°为约束条件，建立多目标规划模型，用加权法化为单目标规划模型后利用软件遍历求得最优解为2274kg，最后对结果进行了误差分析和灵敏度分析。

针对问题3，在问题1受力分析的基础上增加一水平方向的水流力，建立考虑风力、水流力和水深情况下一般性的系泊系统设计模型，利用问题2建立的多目标规划模型，求解各物体参数值。以风向和水流方向一致且三者均取最大值的情况为例，得到该情况的系泊系统设计如下表：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 重物球质量 | 锚链长度 | 锚链型号 |
| 最优解 | 3235 | 23.4 | Ⅴ |

将该系泊系统中的各参数值代入到八种不同情况下，求解钢桶、钢管倾斜角度等各指标值，并对结果进行分析，验证其可靠性。

**关键词：集中质量 受力分析 力矩平衡 悬链线方程 目标规划 迭代**

1. **问题重述**

浮标系统、系泊系统和水声通讯系统可组成近浅海观测网的传输节点。确定锚链型号、长度和重物球质量，使浮标的吃水深度和游动区域及钢桶的倾斜角度尽可能小是系泊系统设计的主要问题之一。

某型传输节点的浮标系统可简化为底面直径和高均为2m、质量为1000kg的圆柱体。钢管、钢桶、重物球、无档普通链环的电焊锚链和质量为600kg的特制抗拖移锚则组成系泊系统。附表给出了锚链的常用型号及其参数。钢管共4节，每节长度1m，直径为50mm，质量为10kg。锚链末端与锚的链接处的切线方向与海床的夹角不得超过16度，否则会因锚被拖行而使节点移位丢失。长1m、外径30cm、总质量为100kg的密封圆柱形钢桶内安装水声通讯系统。上接第4节钢管，下接电焊锚链的钢桶竖直时，水声通讯设备达到最佳工作效果。若钢桶倾斜，则设备工作效果受影响。钢桶倾斜角度（即钢桶与竖直线夹角）超过5度时，设备工作效果较差。钢桶与电焊锚链链接处可悬挂重物球来控制钢桶的倾斜角度。

问题1 将选用22.05m的II型电焊锚链和质量为1200kg的重物球的某型传输节点置放在水深18m、海床平坦、海水密度为1.025×103kg/m3的某海域。在海水静止的情况下，分别计算海面风速为12m/s和24m/s时钢桶和各节钢管的倾斜角度、锚链形状、浮标的吃水深度和游动区域。

问题2 基于问题1的假设，计算海面风速为36m/s时钢桶和各节钢管的倾斜角度、锚链形状和浮标的游动区域。调节重物球的质量使钢桶的倾斜角度不超过5度，锚链在锚点与海床的夹角不超过16度。

问题3 因为潮汐等影响因素，布放海域的实测水深在16m~20m之间。布放点的海水速度和风速分别最大可达到1.5m/s和36m/s。给出考虑风力、水流力和水深情况下的系泊系统设计，分析不同情况下钢桶、钢管的倾斜角度、锚链形状、浮标的吃水深度和游动区域。

1. **基本假设**
2. 假设风向与海平面平行。
3. 假设重物球是以钢为材质的实心正球体。
4. 假设链环的材质为钢，不考虑锚链的形变。
5. 假设电焊锚链间衔接时对锚链总长度无损失。
6. 假设题目中所有的物体达到的平衡状态均为静态，即不考虑物体动态平衡时的情况。
7. 假设问题3中海水只有水平运动，无上下波动，即潮汐力仅影响海水深度，不考虑潮汐力对其他因素的影响。
8. 假设问题3考虑的情况中海水流向与风向方向相同。
9. **符号说明和名词解释**

**3.1符号说明**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 符号 | 含义 | 单位 |
|  | 表示浮标所受浮力 |  |
|  | 表示浮标所受风的阻力 |  |
|  | 表示浮标的吃水深度 |  |
|  | 表示浮标的高度 |  |
|  | 表示浮标的游动区域半径 |  |
|  | 表示重力加速度 |  |
|  | 表示钢管的倾斜角度 | ° |
|  | 表示锚链形状在锚点与海床的夹角 | ° |
|  | 表示钢桶的倾斜角度 | ° |
|  | 表示重物球的质量 |  |

**3.2名词解释**

1. 无档锚链：由无撑挡的椭园形锚链环连接而成的锚链。
2. 吃水深度：浮标底部与海面相连处的垂直距离。
3. 钢管的倾斜角度：钢管与竖直线的夹角。
4. 风荷载：是指空气的流动对工程结构产生的压力。
5. **问题分析**

**4.1 问题1分析**

问题1要求求出给定风速时，布放在某片海域的某型传输节点的钢桶和各节钢管的倾斜角度、锚链形状、浮标的吃水深度和游动区域。

当风速一定时，三个系统最终会保持平衡状态。由牛顿运动定律可知，物体是否平衡是由外力确定的，因此我们**通过质量集中法对浮标、钢管、钢桶和锚链进行受力分析**，得出浮标的吃水深度和各个相关物体的受力大小和力的角度，再通过力矩平衡求出钢管和钢桶的倾斜角。由于锚链和锚提供的力为未知量，我们对锚链沉底情况进行分析并通过悬链线方程求解使锚链恰好完全脱离海床的临界风速。

**4.2 问题2分析**

问题2要求基于问题1的假设，计算海面风速为36m/s时钢桶和各节钢管的倾斜角度、锚链形状和浮标的游动区域并调节重物球质量，使钢桶的倾斜角度不超过5度，锚链在锚点与海床的夹角不超过16度。对于第一小问，我们直接将风速代入问题1建立的模型进行求解。对于第二小问，我们**建立关于吃水深度、游动区域、钢桶倾斜角和锚链在锚点与海床的夹角的多目标规划模型，将其改进为单目标规划模型**，利用遍历求解出重物球质量最优解。

**4.3 问题3分析**

问题3要求考虑风力、水流力和水深情况后给出系泊系统设计并求出不同情况下钢桶、钢管的倾斜角度、锚链形状、浮标的吃水深度和游动区域。为了确定锚链的型号、长度和重物球质量，我们以风向和水流方向一致且三者取值最大作为最恶劣环境，以该情况下钢桶倾斜角、吃水深度、游动区域和锚链在锚点与海床的夹角尽可能小为目标，利用问题2所建模型，求解出锚链型号，链长和重物球质量。然后在三类环境变量分别取值作为不同情况，借助问题二求解出钢桶、钢管倾斜角、锚链形状、浮标吃水深度和游动区域。

1. **模型的建立与求解**

**5.1 问题1的建模与求解**

当风速一定时，三个系统最终会保持平衡状态。由牛顿运动定律可知，物体是否平衡是由外力确定的，因此我们选择受力分析法，将系统中每个物体单独选取出来作为研究对象，以浮标为例，把它从系统中剥离，而加以相应外力，对它静态平衡时进行受力分析从而求解出浮标吃水深度。同理运用受力分析求出钢桶和各节钢管倾斜角度、浮标的游动区域。其中，对于各节钢管以及钢桶，我们在受力分析后运用力矩分析其倾斜角度。

**5.1.1模型建立**

受力分析就是隔离研究对象，将其看成一个孤立的物体，分析其所受到的各外力特性的方法。因此，我们运用“隔离法”，将浮标、各节钢管、钢桶和锚链分别进行静态平衡下的受力分析。

**5.1.1.1数据预处理**

考虑重物球浮力，因此需要给定重物球的半径以便求其体积。

对于锚链形状，有两种情况：情况一是锚链全部脱离海床，情况二是锚链只有一部分被提起，另一部分沉底。因此，我们需要考虑能使锚链正好完全脱离海床的临界风速。

1. **基本公式**

**①重力公式**

物体由于地球的吸引均会受到重力作用，重力方向竖直向下。根据物理学知识，对于物体所受的重力，有：

 **···**公式1

其中，表示物体的质量，表示重力加速度，本题我们取。

**②浮力公式**

浮力是指浸在液体里的物体受到液体竖直向上的托力，方向竖直向上。对于浮标所受浮力，有：

 **···**公式2

其中，表示物体所受浮力，表示海水密度，这里，表示重力加速度，本题我们取。

本题中，浮标、钢管、钢桶均为规则圆柱体，因此已知其直径即可求出底面面积：



其中，表示物体的底面面积，表示物体直径。

因此对于规则圆柱体所受的浮力，有：

 **···**公式3

其中，表示物体直径，表示物体浸没在海水中的长度。

**2.重物球的体积**

查阅资料[1]，得到钢的密度。根据密度公式，有：

 **···**公式4

因为重物球完全浸没在海水中，因此其排开海水的体积即为其球体体积，根据球体体积公式，有：

 **···**公式5

其中，表示重物球排开海水的体积，表示重物球的半径。

将代入公式4，结合公式5，求出重物球的体积为。

**5.1.1.2浮标吃水深度模型**

浮标下方的所有物体均属于系泊系统或水声通讯系统，因此我们将这两个系统看成一个整体，对浮标施加拉力。根据物理学中的力学原理，当风速一定且海水静止时，不考虑海水给浮标的阻力，浮标在海平面上最终会在四个力的作用下保持静态平衡，四个力分别为：浮标所受重力、浮标所受浮力、浮标所受风荷载和两个系统整体对浮标的拉力。

我们采用先局部后整体的方法，先分析作用于浮标的各个力，再求解浮标受力平衡时的吃水深度：

1. **浮标所受浮力**

以吃水深度为自变量，在底面面积固定的情况下，对于浮标排开海水的体积，我们采用定积分的方法，即：



其中，表示浮标排开海水的体积，表示浮标吃水深度，表示浮标底面直径，这里，表示浮标的底面面积。

因此，对于浮标所受浮力，有：

 **···**公式6

其中，表示浮标所受浮力，表示浮标排开海水的体积，表示浮标吃水深度，表示浮标底面直径，这里。

**2.浮标所受风荷载**

风荷载也称为风的动压力，是工程结构所受到来自空气流动的压力，本题即为风对浮标的推力，方向平行于海平面。根据题目所给信息，浮标所受风荷载与浮标露出水面部分的横截面有关，即：

  **···**公式7

其中，为浮标在风向法平面的投影面积，表示浮标直径，表示浮标吃水深度，表示浮标的高度，这里，为海面风速。

**3.浮标所受拉力**

浮标静止于海水中，还会受到来自系泊和水声通讯两个系统整体对浮标的拉力，因此，对拉力进行整体受力分析，在竖直方向上，有：

 **···**公式8

其中，表示浮标所受来自两个系统整体的拉力，表示两个系统中第个物体所受的重力，表示锚链所受的重力，这里，表示锚链脱离海床的长度占总长度的百分比，表示锚链对锚拉力的反作用力表示两个系统整体所受的浮力，表示浮标所受系统整体的拉力与竖直线的夹角，表示两系统中物体的个数，这里

**4.浮标整体的受力平衡分析**

对浮标竖直方向上进行整体受力分析，有：

  **···**公式9

其中，表示浮标所受浮力，表示浮标所受来自两个系统整体的拉力，表示浮标所受系统整体的拉力与竖直线的夹角，表示浮标所受风荷载，表示浮标所受重力，这里。

对浮标水平方向上进行整体受力分析，有：

  **···**公式10

其中，表示浮标所受风荷载，表示浮标所受来自两个系统整体的拉力，表示浮标所受系统整体的拉力与竖直线的夹角。



海平面



浮标



风向

图1 浮标受力分析图

**结合公式1、公式2、公式6~10，为求解浮标吃水深度，我们建立浮标静态受力平衡模型为（模型（1））：**



式中：

其中，表示浮标的质量，这里，表示重力加速度，本题我们取，表示浮标所受重力，这里，表示浮标所受重力，这里，表示锚链脱离海床的长度占总长度的百分比，表示锚链对锚拉力的反作用力，表示浮标所受风荷载，表示浮标吃水深度，表示浮标的高度，这里，表示浮标所受来自两个系统整体的拉力，表示浮标所受系统整体的拉力与竖直线的夹角，表示浮标底面直径，这里，表示浮标所受浮力，表示浮标的吃水深度。

**5.1.1.3钢管倾斜角度模型**

我们从上到下定义钢管的序号，即与浮标相连接的钢管为第一节，与钢桶相连接的钢管为第四节。将求解出的两个系统整体的拉力和浮标所受系统整体的拉力与竖直线的夹角代入方程中，从而求出钢管倾斜角度。当前一节的钢管倾斜角度求出后，由于钢管无法变形且每节长度固定，因此前一节钢管与下一节钢管连接处的平面位置即可确定。因此，我们简化钢管受力分析，即分析钢管所受浮力、钢管所受重力和下方物体整体对钢管施加的拉力，在三种力的作用下确定钢管与下方物体，从而确定钢管的倾斜角度。

**1.对钢管受力分析求解拉力**

与浮标受力分析同理，将钢管以下所有物体看成一个整体，对钢管施加拉力，对四节钢管分别进行受力分析，求出下方物体整体对其的拉力。

对钢管水平方向上的受力平衡，有：

 **···**公式11

其中，表示第节钢管所受下方物体整体拉力的反作用力，表示第节钢管所受拉力的反作用力与竖直线的夹角，表示第节钢管所受的拉力，表示下方物体对第节钢管的拉力与竖直线的夹角。

对钢管竖直方向上的受力平衡，有：

 **···**公式12

其中，表示第节钢管所受的浮力，表示第节钢管所受的重力，这里。

特别地，当时，表示浮标所受系统整体拉力的反作用力与竖直线的夹角，表示浮标所受系统整体拉力的反作用力。



钢管



图2 钢管受力分析图

**结合公式11、公式12，我们建立钢管静态受力平衡时的模型，求解钢管所受下方物体的拉力，模型如下：**

****

其中，表示第节钢管所受的重力，表示第节钢管的质量，此处，表示重力加速度，本题我们取，表示第节钢管所受的浮力，表示海水密度，这里，表示重力加速度，本题我们取，表示第节钢管的直径，这里，表示第节钢管的长度，这里，表示第节钢管所受下方物体整体拉力的反作用力，表示第节钢管所受拉力的反作用力与竖直线的夹角，表示第节钢管所受的拉力，表示下方物体对第节钢管的拉力与竖直线的夹角。

**2.求解钢管倾斜角度**

根据题意我们可知，第一根钢管的上端点固定于浮标底部，当第一根钢管所受下方物体的拉力确定后，由于钢管长度已知，第一根与第二根钢管衔接处的平面位置即可确定，以此类推，所以每根钢管都是一个一度静不定结构[2]，上端固定，下端旋转扭动。因此，根据物理学知识，我们**采用力矩求解出钢管的倾斜角度**。

力矩是指作用力使物体绕支点转动的趋向，它能够使物体改变旋转运动。因为钢管上端固定，因此不分析上端所受拉力，利用力矩，将钢管所受的各个力投影到沿钢管自身方向的直线上，见图3：



图3钢管力矩分析图

根据受力平衡，有：



因此，**得到钢管的倾斜角度模型如下（模型（2））：**



其中，表示第节钢管所受的重力，这里，表示第节钢管所受的浮力，表示第节钢管的长度，表示下方物体对第节钢管的拉力与竖直线的夹角，表示第节钢管所受的拉力，表示第节钢管的倾斜角度。

**5.1.1.4钢桶倾斜角度**

与单根钢管受力分析同理，对钢桶水平方向上的受力平衡分析，有：

 **···**公式13

其中，表示钢桶所受来自下方物体整体所给的拉力，表示钢桶所受拉力与竖直线的夹角，表示钢桶所受来自锚链的拉力，表示锚链末端与钢桶的连接处的切线方向与竖直线的夹角。

对钢桶竖直方向上的受力平衡分析，有：

 **···**公式14

其中，表示钢桶所受的重力，这里，表示重物球所受的重力，这里，表示重物球所受的浮力。



钢桶



图4 钢桶受力分析图

**结合公式13、公式14，我们建立钢桶静态受力平衡时的模型，求解钢管所受下方物体的拉力，模型如下：**



其中，表示钢桶所受的浮力，表示钢桶所受来自锚链的拉力，表示钢桶所受来自下方物体整体所给的拉力，表示钢桶所受拉力与竖直线的夹角，表示锚链末端与钢桶的连接处的切线方向与竖直线的夹角，表示钢桶的倾斜角度，表示钢桶所受的重力，这里，表示重物球所受的重力，这里。

利用力矩，将钢桶所受的各个力投影到沿钢管自身方向，受力分析见图5：



钢桶



图5 钢桶力矩分析图

因此根据力矩平衡原理，有：



因此，我们**得到钢桶的倾斜角度模型如下（模型（3））：**



其中，表示钢桶的倾斜角度，表示钢桶所受的浮力，表示锚链末端与钢桶的连接处的切线方向与竖直线的夹角，表示钢桶所受来自锚链的拉力，表示钢桶所受的重力，这里，表示重物球所受的重力，这里。

**5.1.1.5锚链形状**

**1.临界风速和锚链脱离海床部分的形状**

要求出临界风速必须求解出锚链在竖直和水平方向上的投影参数。基于不考虑链索的三维变形和海水流速变化假设，悬链线方程可在水深和锚链的单位长度质量给定的情况下，给出悬链线参数便可以决定全部链索状态参数，因此我们运用**悬链线方程[3]**求解锚链脱离海床部分的形状和脱离海底的长度。

悬链线是指质量均匀、完全挠性、自由悬挂于两点上的链索形成的曲线。其中，挠性是指完全柔性且无延伸。这里锚链可认为是完全挠性的，即链环之间不能传递弯矩。

**一般状态下的悬链线方程（模型（4））如下**：



其中，表示锚链在竖直方向上的高度，表示锚链在水平方向即海床上的投影长，表示悬链线参数，表示悬链线参数，表示锚链在锚点与海床的夹角，这里，表示锚链脱离海床被提起的长度，这里，表示浮标所受风荷载，表示钢桶下方物体对钢桶拉力的反作用力的理论值。

对于悬链线参数，有：

 **···**公式15

其中，表示悬链线参数，表示浮标所受风荷载，表示锚链的单位长度质量，这里

将公式15代入悬链线方程，得出表示钢桶下方物体对钢桶拉力的反作用力的理论值。

我们要使利用公式计算出的力的理论值与实际值的误差尽可能小，因此，有：



其中，表示钢桶下方物体对钢桶拉力的反作用力。

**2.求锚链脱离海床的长度**

对于锚链脱离海床长度的求解，我们的流程如图6所示：

确定锚链长度遍历区间

以链环长度为步长代入模型1~3遍历

求出锚链理论高度

代入悬链线方程求锚链脱离海床的理论长度

与锚链长度代入值差值平方最小即为所求

图6 求解锚链脱离海床长度的流程图

①确定遍历区间

当钢管和钢桶全部处于垂直状态时，锚链脱离海床长度达到最小值，考虑锚链长度必定为与链环长度的倍数，因此最小值为，锚链最大值即为锚链的总长度。

因此，锚链脱离海床长度的区间为，我们从最小值开始，在此区间内进行遍历。

②求出锚链理论高度

将代入问题1中模型（1）~（3），求出浮标吃水深度、钢管和钢桶三者在竖直方向上的长度，则锚链高度理论值为

 **···**公式16

其中，表示锚链在竖直方向上的理论高度，表示海水深度，这里，表示浮标吃水深度，表示第节钢管的长度，表示钢管的倾斜角度，表示钢桶的长度，表示钢桶的倾斜角度。

将代入悬链线方程（模型（4））求出。

③求锚链脱离海床的长度

将求得的与代入值的差值平方最小作为目标函数，即：



其中，表示锚链脱离海床的实际值，表示锚链脱离海床的理论值。

两者差值平方和最小时的即为锚链脱离海床的长度。

**5.1.1.6游动区域**

因为风力在海平面上的方向未知，因此浮标游动区域是以锚链脱离海床的衔接点竖直方向上在海平面的投影为圆心，以锚链脱离海床的长度、各节钢管和钢桶的长度在水平方向上的投影长为半径的一个规则圆形。

因此，对于浮标的游动区域半径，有：

 **···**公式17

其中，表示锚链在水平方向即海床上的投影长，表示第节钢管的长度，表示钢管的倾斜角度，表示钢桶的长度，表示钢桶的倾斜角度。

**5.1.2模型求解**

分别令海面风速和，代入上述模型，利用软件进行求解，角度保留三位小数，吃水深度和游动半径保留四位小数，得到的结果见表1：

表1 问题1两种海面风速下各数值的求解结果

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 海面风速 | 钢桶倾斜角度 | 钢管倾斜角度 | | | | 浮标 | |
| 第一节 | 第二节 | 第三节 | 第四节 | 吃水深度 | 游动区域半径 |
| 12 | 1.099° | 1.128° | 1.136° | 1.145° | 1.154° | 0.6913 | 7.6664 |
| 24 | 3.846° | 3.726° | 3.750° | 3.776° | 3.801° | 0.7500 | 17.100 |

其中，风速为12时，浮标的游动区域面积为184.643；风速为24时，浮标的游动区域面积为918.633.

取步长为0.01，利用软件对悬链线方程进行遍历求解，求出**海风的临界风速为**，即当海风风速时，锚链会有部分沉底于海床；当时，锚链会完全脱离海床，即全部被提起。

风速为12时，利用得出锚链沉底于海床的长度为，代入悬链线方程中，求出锚链在水平方向即海床上的投影长，则锚链脱离海床的长度为，利用软件画出锚链的形状，见图6：



图6 风速为12时锚链的形状

风速为14时，求出锚链在水平方向即海床上的投影长，得出的锚链形状见图7：



图7 风速为14时锚链的形状

**5.1.3结果分析**

由图6可知，当海风风速为12时，锚链有未脱离海床，该部分锚链的重力被海床提供的支持力抵消，此时锚链所能提供的向下的拉力较小，从而浮标所受拉力较小，因此吃水深度较小。

由图7可知，当风力增大到24时，浮标的吃水深度更高，与常识相符。出现该现象的原因是在风力作用下，锚链与锚所在竖直线的距离随之增大，此时锚链全部脱离海床，因此提供给浮标向下的拉力更大。

**5.2 问题2的建模与求解**

问题2要求计算海面风速在36m/s时各物体参数值和改变重物球质量，使钢桶倾角小于5度，起锚角小于16度。第一小问我们可以直接将风速代入问题1所建模型进行求解，第二小问我们建立关于吃水深度、游动区域、钢桶倾斜角的多目标规划模型。

**5.2.1模型建立**

**1.链环迭代模型**

根据题目所给信息，Ⅱ型锚链每节链环的长度，锚链总长度为，基于电焊锚链间衔接时对锚链总长度无损失的假设，则锚链共有节。

我们从上到下定义链环的序号，对单个链环进行受力分析：



图8 链环受力分析图

对钢桶水平方向上的受力平衡分析，有：

 **···**公式18

其中，表示第节链环的倾斜角度，表示第个链环的倾斜角度，表示第个链环所受的拉力，表示第个链环所受拉力的反作用力，表示第个链环所受拉力。

对钢桶竖直方向上的受力平衡分析，有：

 **···**公式19

其中，表示第节链环所受的浮力，表示第节链环所受的重力。

特别地，当时，即为钢桶对第1节链环的拉力，，。当时，即为锚对其上方所有物体拉力的反作用力，即为锚链在锚点与海床的夹角。

**结合公式18、公式19，我们建立链环静态受力平衡时的迭代模型，求解锚链在锚点处与海床的夹角：**



其中，表示第节链环所受的浮力，表示第节链环所受的重力，表示第节链环的倾斜角度，表示第个链环的倾斜角度，表示第个链环所受拉力的反作用力，表示第个链环所受拉力的反作用力，表示第个链环所受拉力。

1. **目标规划**

为求解出重物球的质量，我们对钢桶的倾斜角度和锚链在锚点处与海床的夹角进行约束，建立多目标规划模型：

①目标函数

根据题目，系泊系统的设计要使浮标的游动区域、吃水深度和钢桶的倾斜角度尽可能小，即：

，，

其中，表示浮标的吃水深度，表示浮标的游动区域半径，表示钢桶的倾斜角度。

②约束条件

钢桶的倾斜角度不超过5度，即：



其中，表示钢桶倾斜角度的限值，即。

锚链在锚点处与海床的夹角不得超过16度，即：



其中，锚链在锚点处与海床夹角的限值，即

综上所述，根据问题1所建模型，我们将浮标的游动区域、吃水深度和钢桶的倾斜角度和锚链在锚点处与海床夹角四个模型公式代入目标函数，**得到的初步调整模型为：**

目标函数： 

约束条件：

其中，表示浮标的吃水深度，表示浮标的游动区域半径，表示钢桶的倾斜角度，表示重力加速度，本题我们取，表示浮标所受重力，这里，表示浮标所受重力，这里，表示锚链对锚拉力的反作用力，表示浮标所受风荷载，表示浮标吃水深度，表示浮标的高度，这里，表示浮标底面直径，这里，表示浮标所受浮力，表示浮标的吃水深度，表示第节钢管所受的重力，这里，表示第节钢管所受的浮力，表示第节钢管的长度，表示下方物体对第节钢管的拉力与竖直线的夹角，表示第节钢管所受的拉力，表示第节钢管的倾斜角度，表示锚链在水平方向即海床上的投影长，表示第节钢管的长度，表示钢桶的长度，表示钢桶的倾斜角度。

为了求解以上模型，我们用一个目标函数结合现有的三目标。利用加权法，将三个目标值分别赋予权重，以总和尽可能小作为目标，同时也消除了量纲。我们**用三个分式之和表示多目标，将模型改进成如下所示：**

目标函数：

约束条件：

其中，表示浮标的高度，这里，表示锚链的总长度，这里。

**5.2.2模型求解**

将海面风速代入问题1中建立的模型，利用软件进行求解，得到的结果见表2：

表2 海风风速为36时各数值的求解结果

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 海面风速 | 钢桶倾斜角度 | 钢管倾斜角度 | | | | 浮标 | |
| 第一节 | 第二节 | 第三节 | 第四节 | 游动区域半径 | 游动区域 |
| 36 | 8.602° | 8.335° | 8.390° | 8.446° | 8.502° | 18.853 | 1116.634 |

取链环长度为步长，利用软件对进行迭代求解，得到风速为36时的锚链形状，见图9：



图9 风速为36时的锚链形状

以，作为初始值求解迭代模型，得出调整质量前锚链在锚点处与海床的夹角；再取1为步长，利用软件对重物球质量进行遍历求解，得出调整后的重物球质量。调整前和调整后各物体指标值见表3：

表3 调整重物球质量前后各指标值

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 重物球质量 | 钢桶的倾斜角度 | 锚链在锚点处与海床的夹角 | 浮标吃水深度 | 浮标游动半径 |
| 调整前 | 1200 |  |  | 0.7500 | 19.3276 |
| 调整后 | 2274 |  |  | 1.0835 | 21.0121 |

由表4可知，调整重物球质量后，钢桶的倾斜角度，锚链在锚点处与海床的夹角，两者均在系统可允许范围内。

**5.2.3误差分析**

我们对重物球质量调整前后，锚链在竖直方向上的长度进行误差分析。锚链在竖直方向上长度的实测值为海水深度与浮标吃水深度、4节钢管以及钢桶在竖直方向上长度的差值，即：



其中，表示锚链在竖直方向上的理论高度，表示海水深度，这里，表示浮标吃水深度，表示第节钢管的长度，表示钢管的倾斜角度，表示钢桶的长度，表示钢桶的倾斜角度。

锚链在竖直方向上长度的理论值为210节锚链在竖直方向上长度之和，即：



其中，表示锚链在竖直方向上的理论长度，表示锚链每节链环的长度，表示第节链环的倾斜角度。

得出的误差分析结果见表4所示：

表4 误差分析表

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 重物球质量 | 1200 |  |
|  | 12.3044 | 11.7347 |
|  | 13.1469 | 9.5421 |
| 绝对误差 | -0.8425 | 2.1926 |
| 相对误差 | 6.85% | 18.68% |

由表5可知，相对误差在5%~20%之间，理论值与实测值有一定的不可忽略的偏差。出现这样的结果有以下两个原因：首先锚链和重物球两者的浮力计算不精确，导致竖直方向上受力平衡无法精确求解；其次，未考虑锚对系统的拉力，使得水平方向上的受力平衡考虑欠缺。以上两点会导致最终重物球最佳质量结果精度的下降，但在大致的重物球质量调整区间内，还是可以接受的。

**5.2.4灵敏度分析**

灵敏度分析是研究并分析模型输出变化对参数变化的敏感程度的方法。此处，我们采用局部灵敏度分析，即每次选择一个变量增大或减少其值，其他变量固定不变，分析相应的变化模型的结果变化。

分别以重物球质量和海面风速为自变量，以钢桶倾斜角、锚链在锚点处与海床夹角、浮标吃水深度作为三个因变量，进行灵敏度分析：

 

图10重物球质量的灵敏度分析 图11 海面风速的灵敏度分析

对重物球质量的灵敏度分析见图10，我们发现重物球质量对钢桶倾斜角较敏感，对锚链在锚点处与海床夹角、浮标吃水深度几乎不敏感。

对海面风速的灵敏度分析见图10，我们发现海面风速对锚链在锚点处与海床夹角敏感，对浮标吃水深度较敏感，对钢桶倾斜角几乎不敏感。

**5.3 问题3的建模与求解**

我们以风向和水流方向一致且三者取值最大作为最恶劣环境，分为八种情况，在问题1模型的改进下，求解锚链的型号、长度和重物球质量。

**5.3.1模型建立：基于受力分析的系泊系统设计**

问题3在问题1的条件下增加了海水速度这一变量。本题我们假设海水只有水平方向上的运动，即潮汐力仅影响海水深度。因此，当海水不再静止时，浸没于海水中的物体会受到海水作用于水平方向的力。

以浮标为例进行分析，在问题1中浮标的受力分析基础上增加一个沿水平方向的水流力，见图12：



海平面



浮标



海水流向

图12 问题3中浮标受力分析图

由题目所给公式，浮标所受水流力即为：



其中，表示浮标所受水流力，表示水流速度，为浮标在水流速度法平面的投影面积，这里。

因此，**得到考虑水流力作用下，浮标受力平衡模型：**



其中，表示浮标所受水流力，表示水流速度。

对于钢管和钢桶的的受力分析同理，可得**钢管受力平衡状态时的模型**：



其中，表示第个钢管所受的水流力，表示水流速度。

**钢桶平衡状态时的模型：**



其中，表示钢桶所受到的水流力，表示水流速度。

**5.3.2模型求解**

我们以风向和水流方向一致且三者均取最大值时的情况为例，即当，时，利用软件对上述模型求解得出重物球质量、锚链长度和锚链型号，见表5：

表5 系泊系统的设计表

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 重物球质量 | 锚链长度 | 锚链型号 |
| 最优解 | 3235 | 23.4 | Ⅴ |

运用单因子分析法，将水流速、海面风速、海水深度三个变量的最大值和最小值组合，得出八种不同的环境情况。将表7中各参数值代入问题2的目标规划模型，对八种情况下各指标值进行求解，每种情况下锚链的形状图见附录（二），得到的结果见表6：

表6 八种特殊情况下系统各因变量值

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 变量 | 情况1 | 情况2 | 情况3 | 情况4 | 情况5 | 情况6 | 情况7 | 情况8 |
| 自变量 | 水流速 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1.5 | 1.5 | 1.5 | 1.5 |
| 海面风速 | 36 | 36 | 0 | 0 | 36 | 36 | 0 | 0 |
| 海水深度 | 16 | 20 | 16 | 20 | 16 | 20 | 16 | 20 |
| 因变量 | 游动区域半径 | 6.0214 | 6.8092 | 0.0234 | 0.0320 | 14.7392 | 17.1448 | 12.7552 | 14.7839 |
| 吃水深度 | 1.5384 | 1.5384 | 1.5384 | 1.5384 | 1.5384 | 1.5384 | 1.5384 | 1.5384 |
| 钢管1倾斜角 | 1.1081 | 1.1084 | 0.0011 | 0.0014 | 4.9292 | 4.9295 | 3.8284 | 3.8287 |
| 钢管2倾斜角 | 1.1108 | 1.1111 | 0.0011 | 0.0014 | 4.9408 | 4.9411 | 3.8375 | 3.8378 |
| 钢管3倾斜角 | 1.1134 | 1.1137 | 0.0011 | 0.0014 | 4.9525 | 4.9528 | 3.8466 | 3.8469 |
| 钢管4倾斜角 | 1.1161 | 1.1164 | 0.0011 | 0.0014 | 4.9643 | 4.9646 | 3.8558 | 3.8561 |
| 钢桶倾斜角 | 1.1207 | 1.1210 | 0.0011 | 0.0014 | 4.9849 | 4.9852 | 3.8718 | 3.8721 |

**5.3.3结果分析**

由表7的八个情况下通过计算所取出的各钢管和钢桶倾斜角，浮标吃水深度，游动区域半径，结合附录中锚链形状图的分析，我们可知海水流速对该系泊系统影响较大，而风速对其影响较小，其中浮标吃水深度主要是由重物球质量和锚链材质决定，几乎不受风速和海水流速、海水深度影响。当海水深度变大时，浮标的游动区域半径和各个钢管和钢桶倾斜角也随之增大，海面风速和海水流速增大时，浮标的游动区域半径和各个钢管和钢桶倾斜角也对增大。同时，各个情况下钢桶倾斜角均小于5°，验证了我们设计的系泊系统的可靠性。

1. **模型的评价与推广**

**6.1 模型的评价**

**1.模型的优点**

1、借助悬链线方程求解的锚链形状误差较小、贴近实际；

2、对钢杆、钢桶受力使用力矩求出倾斜角，较为精确。

**2.模型的缺点：**

1、未考虑水流力与风力有夹角的情况。

**6.2 模型的推广**

本文建立的系泊系统设计的模型在船舶近岸点的停靠、半潜式平台运动等领域都具有重要作用，模型具有广泛适用性。

**七、参考文献**

[1]百度百科，http://baike.baidu.com/link?url=UI2QJCXfME6fmaRUCCpKxsvvwCRMc0Gq 7hfC5Q5KcVXk23\_jjM3wjmyJoyQCZX7n741DbCvi9eivTXgdowMTZK，2016年9月9日

[2]李晓陵，静不定结构静不定度的判断，包钢科技，1996(1)：94-97

[3]王丹，刘家新，一般状态下悬链线方程的应用，船海工程，第36卷第3期:26-28， 2007

[4]王磊，单点系泊系统的动力学研究，中国海洋大学, 2012

[5]温宝贵，单点系泊系统的运动和受力，中国海上油气:工程, 第六期，51-58页，1989

[6]余龙，谭家华，深水多成分悬链线锚泊系统优化设计及应用研究，江苏科技大学学报(自然科学版)，2004，第18卷第5期：8-13

[7]刘书胜，王勇，悬链线方程在FPSO锚系相关计算中的应用， 中国造船, 第52卷第s1期：115-122，2011

[8]司守奎，孙兆亮.，数学建模算法与应用，北京：国防工业出版社，2015

[9]余胜威，MATLAB数学建模经典案例实战，北京：清华大学出版社，2015

**附 录**

（一）程序

问题1：

**1.求出锚链不沉底的临界风速**

L=22.05;

m0=1000;%kg

md=1025;%kg/m^3

g=9.8;

Vw=12;%m/s

d=2;%m

H=2;%m

Sd=0.25\*pi\*d^2;

G0=m0\*g;

Ff=6.278125;%每个钢管的浮力

Gf=98;%每个钢管重力

Ftf=710.0182;

Gtf=100\*g;

Gzf=(1200)\*g;

Fzf=42076.36\*0.1^3;

T=140\*g+Gzf+7\*L\*g-Ff\*4-Ftf-Fzf;

h=(G0+T)/(1025\*g\*pi);Fw=0.625\*d\*(H-h)\*Vw^2;

t0=atan((0.625\*d\*(H-h)\*Vw^2)/T);

T0=T/cos(t0);

t1=atan(T0\*sin(t0)/(Ff+T0\*cos(t0)-Gf));

T1=T0\*sin(t0)/sin(t1);

o1=atan(2\*T1\*sin(t1)/(2\*T1\*cos(t1)+Gf-Ff));

t2=atan(T1\*sin(t1)/(Ff+T1\*cos(t1)-Gf));

T2=T1\*sin(t1)/sin(t2);

o2=atan(2\*T2\*sin(t2)/(2\*T2\*cos(t2)+Gf-Ff));

t3=atan(T2\*sin(t2)/(Ff+T2\*cos(t2)-Gf));

T3=T2\*sin(t2)/sin(t3);

o3=atan(2\*T3\*sin(t3)/(2\*T3\*cos(t3)+Gf-Ff));

t4=atan(T3\*sin(t3)/(Ff+T3\*cos(t3)-Gf));

T4=T3\*sin(t3)/sin(t4);

o4=atan(2\*T4\*sin(t4)/(2\*T4\*cos(t4)+Gf-Ff));

t5=atan(T4\*sin(t4)/(Ftf+Fzf+T4\*cos(t4)-Gtf-Gzf));

T5=T4\*sin(t4)/sin(t5);

o5=atan(2\*T5\*sin(t5)/(2\*T5\*cos(t5)+Gtf+2\*Gzf-Ftf-Fzf));

a=Fw/(7\*g);

hb=18-h-cos(o1)-cos(o2)-cos(o3)-cos(o4)-cos(o5);

l=a\*2./(exp(hb./a+1)+exp(-hb./a-1));

s=a\*(exp(l./a)-exp(-l./a))./2;

ind=(L-s)^2;

x=a.\*acosh(1+hb./a);

v=sqrt(T5/(0.625\*d\*(H-h)\*cosh(x/a)));

**2.绘制风速为12m/s时的锚链形状**

x=7.0418;

x1=0:0.05:5.985;

x2=5.985:0.05:5.985+7.0418;

hb=12.2515;

a=225.31./(g\*7);

z=a\*cosh((x2-5.985)/a)-a;

y=sqrt((5.985+x)^2-x2.^2);

hold on

grid on;

plot(x1,zeros(1,length(x1)),'-r');

plot(x2,z,'-b');

legend('拖入海中锚链形状','未拖入海中锚链形状')

title('风速为12m/s时的锚链形状');

xlabel('X(m)');

ylabel('Y(m)');

**3.绘制风速为24m/s时的锚链形状**

x=16.7711;

x1=0:0.05:x;

hb=12.2609;

Fw=909.38;

a=Fw./(g\*7);

z=a\*cosh(x1/a)-a;

hold on

grid on;

%plot(x1,zeros(1,length(x1)),'-r');

plot(x1,z,'-b');

legend('未拖入海中锚链形状')

title('风速为24m/s时的锚链形状');

xlabel('X(m)');

ylabel('Y(m)');

**4.求出风速12m/s和24m/s时的钢桶和各个钢管倾斜角，浮标吃水深度，游动区域**

L=22.05;%16.8

m0=1000;%kg

md=1025;%kg/m^3

g=9.8;

Vw=24;%m/s %12

d=2;%m

H=2;%m

Sd=0.25\*pi\*d^2;

G0=m0\*g;

Ff=6.278125;%每个钢管的浮力

Gf=98;%每个钢管重力

Ftf=710.0392;

Gtf=100\*g;

Gzf=(1200)\*g;

Fzf=4\*pi\*0.001\*1025\*g/3;%1025\*1200\*g/7850

T=140\*g+Gzf+7\*L\*g-Ff\*4-Ftf-Fzf;

h=(G0+T)/(1025\*g\*pi);

Fw=0.625\*d\*(H-h)\*Vw^2;

t0=atan((0.625\*d\*(H-h)\*Vw^2)/T);

T0=T/cos(t0);

t1=atan(T0\*sin(t0)/(Ff+T0\*cos(t0)-Gf));

T1=T0\*sin(t0)/sin(t1);

o1=atan(2\*T1\*sin(t1)/(2\*T1\*cos(t1)+Gf-Ff));

t2=atan(T1\*sin(t1)/(Ff+T1\*cos(t1)-Gf));

T2=T1\*sin(t1)/sin(t2);

o2=atan(2\*T2\*sin(t2)/(2\*T2\*cos(t2)+Gf-Ff));

t3=atan(T2\*sin(t2)/(Ff+T2\*cos(t2)-Gf));

T3=T2\*sin(t2)/sin(t3);

o3=atan(2\*T3\*sin(t3)/(2\*T3\*cos(t3)+Gf-Ff));

t4=atan(T3\*sin(t3)/(Ff+T3\*cos(t3)-Gf));

T4=T3\*sin(t3)/sin(t4);

o4=atan(2\*T4\*sin(t4)/(2\*T4\*cos(t4)+Gf-Ff));

t5=atan(T4\*sin(t4)/(Ftf+Fzf+T4\*cos(t4)-Gtf-Gzf));

T5=T4\*sin(t4)/sin(t5);

o5=atan(2\*T5\*sin(t5)/(2\*T5\*cos(t5)+Gtf+2\*Gzf-Ftf-Fzf));

a=Fw/(7);

hb=18-h-cos(o1)-cos(o2)-cos(o3)-cos(o4)-cos(o5);

x=(a/g).\*acosh(1+hb./(a/g));

l=a\*2./(exp(hb./a+1)+exp(-hb./a-1));

s=a\*(exp(l./a)-exp(-l./a))./2;

dep=x+sin(o1)+sin(o2)+sin(o3)+sin(o4)+sin(o5);%活动半径

**5.遍历得出风速为12m/s时的锚链沉底长度和在水中长度**

min=100;

for i=12.915:0.105:22.05

m0=1000;%kg

md=1025;%kg/m^3

g=9.8;

Vw=12;%m/s

d=2;%m

H=2;%m

Sd=0.25\*pi\*d^2;

G0=m0\*g;

Ff=6.278125;%每个钢管的浮力

Gf=98;%每个钢管重力

Ftf=710.0392;

Gtf=100\*g;

Gzf=(1200)\*g;

Fzf=1200\*1024\*g/7850;

T=140\*g+Gzf+7\*i\*g-Ff\*4-Ftf-Fzf;

h=(G0+T)/(1025\*g\*pi);

Fw=0.625\*d\*(H-h)\*Vw^2;

t0=atan((0.625\*d\*(H-h)\*Vw^2)/T);

T0=T/cos(t0);

t1=atan(T0\*sin(t0)/(Ff+T0\*cos(t0)-Gf));

T1=T0\*sin(t0)/sin(t1);

o1=atan(2\*T1\*sin(t1)/(2\*T1\*cos(t1)+Gf-Ff));

t2=atan(T1\*sin(t1)/(Ff+T1\*cos(t1)-Gf));

T2=T1\*sin(t1)/sin(t2);

o2=atan(2\*T2\*sin(t2)/(2\*T2\*cos(t2)+Gf-Ff));

t3=atan(T2\*sin(t2)/(Ff+T2\*cos(t2)-Gf));

T3=T2\*sin(t2)/sin(t3);

o3=atan(2\*T3\*sin(t3)/(2\*T3\*cos(t3)+Gf-Ff));

t4=atan(T3\*sin(t3)/(Ff+T3\*cos(t3)-Gf));

T4=T3\*sin(t3)/sin(t4);

o4=atan(2\*T4\*sin(t4)/(2\*T4\*cos(t4)+Gf-Ff));

t5=atan(T4\*sin(t4)/(Ftf+Fzf+T4\*cos(t4)-Gtf-Gzf));

T5=T4\*sin(t4)/sin(t5);

o5=atan(2\*T5\*sin(t5)/(2\*T5\*cos(t5)+Gtf+2\*Gzf-Ftf-Fzf));

a=Fw/(7);

hb=18-h-cos(o1)-cos(o2)-cos(o3)-cos(o4)-cos(o5);

l=a\*2./(exp(hb./a+1)+exp(-hb./a-1));

s=a\*(exp(l./a)-exp(-l./a))./2;

ind=(i-s)^2;

if ind <min

min=ind;

ll=i;

Ll=s;

x=(a/g).\*acosh(1+hb./(a/g));%竖直方向投影

end

end

dep=x+sin(o1)+sin(o2)+sin(o3)+sin(o4)+sin(o5);%活动半径

问题二：

**6.画出风速为36m/s时的锚链状态**

x=0;

y=0;

Te=[];

C=[];

o=[];

Te(1)=2527.6;

C(1)=0.9292;

for i=2:1:210

C(i)=atan((Te(i-1)\*sin(C(i-1)))./(Te(i-1)\*cos(C(i-1))+pi\*0.025^2\*1025\*9.8-0.105\*9.8\*7));

Te(i)=Te(i-1)\*sin(C(i-1))./sin(C(i));

end

hold on

grid on;

for i=0:1:209

X=x+0.105\*cos(C(210-i));

Y=y+0.105\*sin(C(210-i));

plot([x X],[y Y],'-b');

x=X;

y=Y;

end

legend('未拖入海中锚链形状')

title('风速为36m/s时的锚链形状');

xlabel('X(m)');

ylabel('Y(m)');

**7.通过遍历和迭代求出满足问题2目标规划的重物球质量**

%通过遍历和迭代求出满足目标规划的m

for m=1500:1:3000

m0=1000;%kg

L=22.05;%12m/s时为16.065

md=1025;%kg/m^3

g=9.8;

Vw=36;%m/s

d=2;%m

H=2;%m

Sd=0.25\*pi\*d^2;

G0=m0\*g;

Ff=6.278125;%每个钢管的浮力

Gf=98;%每个钢管重力

Ftf=710.0182;

Gtf=100\*g;

Gzf=(m)\*g;

Fzf=42.076;

%Fzf=1025\*1200\*g./8750;%校正后重物浮力

T=140\*g+Gzf+7\*L\*g-Ff\*4-Ftf-Fzf;

h=(G0+T)/(1025\*g\*pi);

t0=atan((0.625\*d\*(H-h)\*Vw^2)/T);

Fw=0.625\*d\*(H-h)\*Vw^2;

a=Fw/(7\*g);

T0=T/cos(t0);

t1=atan(T0\*sin(t0)/(Ff+T0\*cos(t0)-Gf));

T1=T0\*sin(t0)/sin(t1);

o1=atan(2\*T1\*sin(t1)/(2\*T1\*cos(t1)+Gf-Ff));

t2=atan(T1\*sin(t1)/(Ff+T1\*cos(t1)-Gf));

T2=T1\*sin(t1)/sin(t2);

o2=atan(2\*T2\*sin(t2)/(2\*T2\*cos(t2)+Gf-Ff));

t3=atan(T2\*sin(t2)/(Ff+T2\*cos(t2)-Gf));

T3=T2\*sin(t2)/sin(t3);

o3=atan(2\*T3\*sin(t3)/(2\*T3\*cos(t3)+Gf-Ff));

t4=atan(T3\*sin(t3)/(Ff+T3\*cos(t3)-Gf));

T4=T3\*sin(t3)/sin(t4);

o4=atan(2\*T4\*sin(t4)/(2\*T4\*cos(t4)+Gf-Ff));

t5=atan(T4\*sin(t4)/(Ftf+Fzf+T4\*cos(t4)-Gtf-Gzf));

T5=T4\*sin(t4)/sin(t5);

o5=atan(2\*T5\*sin(t5)/(2\*T5\*cos(t5)+Gtf+2\*Gzf-Ftf-Fzf));

hb=18-h-cos(o1)-cos(o2)-cos(o3)-cos(o4)-cos(o5);

%x=a.\*acosh(1+hb./a)-h;

Te=[];

C=[];

%o=[];

Te(1)=T5;

C(1)=t5;

sum=0.105\*sin(C(1));

summ=0.105\*cos(C(1));

for i=2:1:210

C(i)=atan((Te(i-1)\*sin(C(i-1)))./(Te(i-1)\*cos(C(i-1))+pi\*0.028^2\*1025\*9.8-0.105\*9.8\*7));

Te(i)=Te(i-1)\*sin(C(i-1))./sin(C(i));

% o(i-1)=atan(2\*Te(i)\*sin(C(i))/(2\*Te(i)\*cos(C(i))+0.105\*9.8\*7));

sum=sum+0.105\*sin(C(i));

summ=sum+0.105\*cos(C(i));

end

if (C(210)\*180/pi)<16

fprintf('%d',m);

break;

end

end

lon=sum+sin(o1)+sin(o2)+sin(o3)+sin(o4)+sin(o5);

**8.灵敏度分析**

j=1;

for Vw=10:5:40%Vw=10:5:40m=1200:100:1800

m0=1000;%kg

L=22.05;%12m/s时为16.065

md=1025;%kg/m^3

g=9.8;

%Vw=24;%m/s

d=2;%m

H=2;%m

Sd=0.25\*pi\*d^2;

G0=m0\*g;

Ff=6.278125;%每个钢管的浮力

Gf=98;%每个钢管重力

Ftf=710.0182;

Gtf=100\*g;

Gzf=(1200)\*g;

%Fzf=42.076;

Fzf=(Gzf./(g\*286478))\*1025\*g;%校正后重物浮力

T=140\*g+Gzf+7\*L\*g-Ff\*4-Ftf-Fzf;

h=(G0+T)/(1025\*g\*pi);

t0=atan((0.625\*d\*(H-h)\*Vw^2)/T);

Fw=0.625\*d\*(H-h)\*Vw^2;

a=Fw/(7\*g);

T0=T/cos(t0);

t1=atan(T0\*sin(t0)/(Ff+T0\*cos(t0)-Gf));

T1=T0\*sin(t0)/sin(t1);

o1=atan(2\*T1\*sin(t1)/(2\*T1\*cos(t1)+Gf-Ff));

t2=atan(T1\*sin(t1)/(Ff+T1\*cos(t1)-Gf));

T2=T1\*sin(t1)/sin(t2);

o2=atan(2\*T2\*sin(t2)/(2\*T2\*cos(t2)+Gf-Ff));

t3=atan(T2\*sin(t2)/(Ff+T2\*cos(t2)-Gf));

T3=T2\*sin(t2)/sin(t3);

o3=atan(2\*T3\*sin(t3)/(2\*T3\*cos(t3)+Gf-Ff));

t4=atan(T3\*sin(t3)/(Ff+T3\*cos(t3)-Gf));

T4=T3\*sin(t3)/sin(t4);

o4=atan(2\*T4\*sin(t4)/(2\*T4\*cos(t4)+Gf-Ff));

t5=atan(T4\*sin(t4)/(Ftf+Fzf+T4\*cos(t4)-Gtf-Gzf));

T5=T4\*sin(t4)/sin(t5);

o5=atan(2\*T5\*sin(t5)/(2\*T5\*cos(t5)+Gtf+2\*Gzf-Ftf-Fzf));

hb=18-h-cos(o1)-cos(o2)-cos(o3)-cos(o4)-cos(o5);

x=a.\*acosh(1+hb./a)-h;

Te=[];

C=[];

%o=[];

Te(1)=T5;

C(1)=t5;

sum=0.105\*sin(C(1));

summ=0.105\*cos(C(1));

for i=2:1:210

C(i)=atan((Te(i-1)\*sin(C(i-1)))./(Te(i-1)\*cos(C(i-1))+pi\*0.025^2\*1025\*9.8-0.105\*9.8\*7));

Te(i)=Te(i-1)\*sin(C(i-1))./sin(C(i));

% o(i-1)=atan(2\*Te(i)\*sin(C(i))/(2\*Te(i)\*cos(C(i))+0.105\*9.8\*7));

sum=sum+0.105\*sin(C(i));

summ=sum+0.105\*cos(C);

end

Tj(j)=o5;

Mj(j)=C(210);

Cj(j)=h;

j=j+1;

end

hold on

grid on;

plot(10:5:40 ,Tj,'-b')%10:5:40 1200:100:1800,

plot(10:5:40 ,Mj,'-s')

plot(10:5:40 ,Cj,'-\*')

title('灵敏度分析')

xlabel('海面风力变化情况')%'海面风力变化情况''重物球质量变化情况'

ylabel('各个指标变化情况')

legend('钢桶倾斜角','锚链和海床夹角','浮标吃水深度')

问题3：

**9.遍历求解问题3目标规划最优解**

w=[3.2,7,12.5,19.5,28.12];

ll=[0.078,0.105,0.12,0.15,0.18];

min=110;

for k=1:1:5

for m=2000:1:4000

for L=23.4:0.1:30

m0=1000;%浮标质量kg

md=1025;%海水密度kg/m^3

g=9.8;%N/m

Vw=36;%风速m/s，0-36；

vh=1.5;%海水流速，0-1.5

%L=23.4;%锚链长度；；

num=L./ll(k);%锚链数量

D=20;%海水深度,16-20

%m=2000;

d=2;%桶直径m

H=2;%浮标高度m

Sd=0.25\*pi\*d^2;%浮标底面积m^2

G0=m0\*g;%浮标重力N

Ff=6.278125;%每个钢管的浮力,N，4个

Gf=10\*g;%每个钢管重力,N

r=0.1;%重物半径m

Ftf=710.0182;%桶浮力

Gtf=100\*g;%桶重力

Gzf=m\*g;%重物重力

Fzf=(4/3)\*md\*pi\*r^3\*g;%重物浮力

Qg6=374\*pi\*0.01\*vh^2;%海水流力

T=140\*g+Gzf+w(k)\*L\*g-Ff\*4-Ftf-Fzf;

h=(G0+T)/(1025\*g\*pi);

Fw=0.625\*d\*(H-h)\*Vw^2;%风力

a=Fw/(w(k)\*g);

Qg0=374\*h\*d\*vh^2;

t0=atan((Fw+Qg0+0.05\*(D-h))/T);

T0=T/cos(t0);

t1=atan(T0\*sin(t0)/(Ff+T0\*cos(t0)-Gf));

T1=T0\*sin(t0)/sin(t1);

o1=atan(2\*T1\*sin(t1)/(2\*T1\*cos(t1)+Gf-Ff));

%Qg1=374\*(cos(o1)+0.05\*sin(o1))\*0.05\*vh^2;

t2=atan(T1\*sin(t1)/(Ff+T1\*cos(t1)-Gf));

T2=T1\*sin(t1)/sin(t2);

o2=atan(2\*T2\*sin(t2)/(2\*T2\*cos(t2)+Gf-Ff));

%Qg2=374\*(cos(o2)+0.05\*sin(o2))\*0.05\*vh^2;

t3=atan(T2\*sin(t2)/(Ff+T2\*cos(t2)-Gf));

T3=T2\*sin(t2)/sin(t3);

o3=atan(2\*T3\*sin(t3)/(2\*T3\*cos(t3)+Gf-Ff));

%Qg3=374\*(cos(o3)+0.05\*sin(o3))\*0.05\*vh^2;

t4=atan(T3\*sin(t3)/(Ff+T3\*cos(t3)-Gf));

T4=T3\*sin(t3)/sin(t4);

o4=atan(2\*T4\*sin(t4)/(2\*T4\*cos(t4)+Gf-Ff));

%Qg4=374\*(cos(o4)+0.05\*sin(o4))\*0.05\*vh^2;

t5=atan(T4\*sin(t4)/(Ftf+Fzf+T4\*cos(t4)-Gtf-Gzf));

T5=T4\*sin(t4)/sin(t5);

o5=atan(2\*T5\*sin(t5)/(2\*T5\*cos(t5)+Gtf+2\*Gzf-Ftf-Fzf));

%Qg5=374\*(cos(o5)+0.3\*sin(o5))\*0.3\*vh^2;

%Fright=Fw+Qg0+Qg1+Qg2+Qg3+Qg4+Qg5+Qg6;%向右总力

hd=D-h-cos(o1)-cos(o2)-cos(o3)-cos(o4)-cos(o5);

Te=[];

C=[];

%o=[];

Te(1)=T5;

C(1)=t5;

sum=ll\*sin(C(1));

summ=ll\*cos(C(1));

%for i=2:1:num

% C(i)=atan((Te(i-1)\*sin(C(i-1)))./(Te(i-1)\*cos(C(i-1))+pi\*0.025^2\*1025-ll\*9.8.\*w(k)));

% Te(i)=Te(i-1)\*sin(C(i-1))./sin(C(i));

% o(i-1)=atan(2\*Te(i)\*sin(C(i))/(2\*Te(i)\*cos(C(i))+0.105\*9.8\*7));

% sum=sum+ll\*sin(C(i));

% summ=summ+ll\*cos(C(i));

%end

if o5-0.087>0

judge=0.382\*h./2+0.618\*o5./0.087;

if min>judge

judge=min;

flag1=m;

flag2=w(k);

flag3=L;

end

end

end

end

end

fprintf('%d %d %d',flag1,flag2,flag3);

**10.画出问题3所设计的系泊系统的锚链形状**

x=14.448;

x1=0:0.05:x;

h=1.5384;

vh=1.5;

Vw=0;

D=20;

Qg0=374\*h\*d\*vh^2;

Fw=0.625\*d\*(2-h)\*Vw^2;

a=(Fw+Qg0+0.05\*(D-h))/(28.12\*g);

z=a\*cosh(x1/a)-a;

hold on

grid on;

%plot(x1,zeros(1,length(x1)),'-r');

plot(x1,z,'-b');

legend('锚链形状')

title('风速为0m/s、海水流速为1.5m/s、水深为20m的锚链形状');

xlabel('X(m)');

ylabel('Y(m)');

**11.讨论第三题所设计系泊系统各个情况的钢桶和钢管倾斜角，浮标吃水深度，游动区域**

m0=1000;%浮标质量kg

md=1025;%海水密度kg/m^3

g=9.8;%N/m

vh=1.5;%海水流速，0-1.5

Vw=0;%风速m/s，0-36；

L=23.4;%锚链长度；；

num=L./0.18;%锚链数量

D=16;%海水深度,16-20

m=3235;

d=2;%桶直径m

H=2;%浮标高度m

Sd=0.25\*pi\*d^2;%浮标底面积m^2

G0=m0\*g;%浮标重力N

Ff=6.278125;%每个钢管的浮力,N，4个

Gf=10\*g;%每个钢管重力,N

r=0.1;%重物半径m

Ftf=710.0182;%桶浮力

Gtf=100\*g;%桶重力

Gzf=m\*g;%重物重力

Fzf=(4/3)\*md\*pi\*r^3\*g;%重物浮力

Qg6=374\*pi\*0.01\*vh^2;%海水流力

T=140\*g+Gzf+28.12\*L\*g-Ff\*4-Ftf-Fzf;

h=(G0+T)/(1025\*g\*pi);

Fw=0.625\*d\*(H-h)\*Vw^2;%风力

Qg0=374\*h\*d\*vh^2;

a=(Fw+Qg0+0.05\*(D-h))/(28.12\*g);

t0=atan((Fw+Qg0+0.05\*(D-h))/T);

T0=T/cos(t0);

t1=atan(T0\*sin(t0)/(Ff+T0\*cos(t0)-Gf));

T1=T0\*sin(t0)/sin(t1);

o1=atan(2\*T1\*sin(t1)/(2\*T1\*cos(t1)+Gf-Ff));

%Qg1=374\*(cos(o1)+0.05\*sin(o1))\*0.05\*vh^2;

t2=atan(T1\*sin(t1)/(Ff+T1\*cos(t1)-Gf));

T2=T1\*sin(t1)/sin(t2);

o2=atan(2\*T2\*sin(t2)/(2\*T2\*cos(t2)+Gf-Ff));

%Qg2=374\*(cos(o2)+0.05\*sin(o2))\*0.05\*vh^2;

t3=atan(T2\*sin(t2)/(Ff+T2\*cos(t2)-Gf));

T3=T2\*sin(t2)/sin(t3);

o3=atan(2\*T3\*sin(t3)/(2\*T3\*cos(t3)+Gf-Ff));

%Qg3=374\*(cos(o3)+0.05\*sin(o3))\*0.05\*vh^2;

t4=atan(T3\*sin(t3)/(Ff+T3\*cos(t3)-Gf));

T4=T3\*sin(t3)/sin(t4);

o4=atan(2\*T4\*sin(t4)/(2\*T4\*cos(t4)+Gf-Ff));

%Qg4=374\*(cos(o4)+0.05\*sin(o4))\*0.05\*vh^2;

t5=atan(T4\*sin(t4)/(Ftf+Fzf+T4\*cos(t4)-Gtf-Gzf));

T5=T4\*sin(t4)/sin(t5);

o5=atan(2\*T5\*sin(t5)/(2\*T5\*cos(t5)+Gtf+2\*Gzf-Ftf-Fzf));

hd=D-h-cos(o1)-cos(o2)-cos(o3)-cos(o4)-cos(o5);

x=a\*acosh(1+hd./a);

long=x+sin(o1)+sin(o2)+sin(o3)+sin(o4)+sin(o5);

oo=[o1\*180/pi;o2\*180/pi;o3\*180/pi;o4\*180/pi;o5\*180/pi];

x

1. 图片

问题3八种特殊情况下系统各因变量值



 

 

