

QVF
DAG
本

章では、前章で導入した QVF-DAG

モデル

[?]が

識別可能であることを証明する。

QVF
DAG

モデル

の識別可能性は

Park
and
Raskutti(2017)[?]

によって過分散スコア

(OverDispersion Score; ODS)

を用いて初めて証明された。

する確率分布において、期待される分散より標本分散の方が大きくなることである。過分散が生じる原因の1つとして、サンプルの個体差などが挙げられる。このような個体差など

ける。

$$(3) \quad E(X_j^2|S_j) = E(E(X_j^2|X_{Pa(j)})|S_j) = E(f(E(X_j|X_{Pa(j)}))|S_j)$$

ここで、 $f(\cdot)$ は Jensen の不等式と関数 $f(\cdot)$ が凸であることを利用すると、以下が導ける。

$$(4) \quad E(f(E(X_j|X_{Pa(j)}))|S_j) \geq f(E(E(X_j|X_{Pa(j)})|S_j)) = f(E(X_j|S_j))$$

ここで、モデルの定義より、 $E(X_j|X_{Pa(j)}) = g_j(X_{Pa(j)})$ であり、関数 $g_j(\cdot)$ は非退化であることを利用すると、等号