

Steady-State Konduksi Panas 1D dengan Konduktivitas Variabel dan Sumber Panas Non-Uniform

Reiki Putra Darmawan - 2206062882

Abstract

Penelitian ini menganalisis masalah konduksi panas satu dimensi (1D) dalam keadaan tunak (steady-state). Kasus yang dikaji melibatkan konduktivitas termal yang bervariasi secara linier terhadap posisi ($k(x)$) dan sumber panas internal yang distribusinya non-uniform ($q(x)$). Persamaan diferensial yang mengatur fenomena ini diselesaikan menggunakan Metode Beda Hingga (Finite Difference Method) untuk diskretisasi. Sistem persamaan linear tridiagonal yang terbentuk diselesaikan secara efisien dengan Algoritma Thomas. Analisis difokuskan pada bagaimana perubahan parameter fisis, seperti koefisien β dan amplitudo q_0 , memengaruhi profil temperatur.

Keywords

Metode Beda Hingga; Algoritma Thomas; Konduktivitas Variabel; Sumber Panas Non-Uniform; Komputasi Numerik.

I. INTRODUCTION (HEADING 1)

Perpindahan panas adalah fenomena fundamental dalam rekayasa dengan aplikasi luas, mulai dari pendinginan elektronik hingga insulasi bangunan. Memahami distribusi temperatur dalam suatu material adalah kunci untuk memastikan kinerja dan keamanan perangkat teknologi.

Analisis seringkali dapat disederhanakan menjadi model satu dimensi dalam kondisi tunak, di mana temperatur pada setiap titik tidak berubah terhadap waktu. Namun, realitas fisis seringkali lebih kompleks. Material di dunia nyata jarang memiliki properti yang homogen. Konduktivitas termal, misalnya, dapat bervariasi tergantung posisi, seperti pada material komposit.

Selain itu, banyak sistem rekayasa melibatkan pembangkitan panas internal, seperti pada elemen pemanas, di mana laju panasnya tidak seragam. Kombinasi faktor-faktor ini membuat persamaan diferensialnya sangat sulit diselesaikan secara analitik. Oleh karena itu, pendekatan numerik menjadi alat yang penting. Laporan ini bertujuan untuk mengimplementasikan solusi numerik untuk masalah konduksi panas tersebut menggunakan Metode Beda Hingga (FDM).

Sistem persamaan aljabar linier yang muncul dari proses ini akan memiliki struktur tridiagonal, yang memungkinkan penyelesaian cepat menggunakan Algoritma Thomas. Studi ini akan menunjukkan bagaimana metode komputasi dapat memberikan wawasan mendalam tentang perilaku fisis sistem.

II. EASE OF USE

Menurut Chapra dan Canale, Metode Beda Hingga (FDM) adalah pendekatan utama untuk mengubah persamaan diferensial menjadi sistem persamaan aljabar. Prinsipnya

adalah mengganti turunan kontinu dengan aproksimasi beda hingga pada sebuah grid diskrit.

Untuk turunan kedua, skema beda hingga terpusat sering digunakan karena menawarkan akurasi orde kedua ($O(\Delta x^2)$). Artinya, galat akan berkurang secara kuadratik saat grid diperhalus.

Ketika FDM diterapkan pada persamaan konduksi panas 1D, sebuah sistem persamaan linier akan terbentuk. Matriks koefisien dari sistem ini memiliki struktur khusus yang disebut matriks tridiagonal.

Struktur ini memungkinkan penggunaan algoritma yang sangat efisien. Algoritma Thomas, atau TDMA, adalah varian dari Eliminasi Gauss yang dioptimalkan untuk sistem tridiagonal. Algoritma ini sangat cepat karena kompleksitasnya hanya $O(n)$, menjadikannya metode pilihan dalam banyak aplikasi rekayasa.

III. PREPARE YOUR PAPER BEFORE STYLING

Data utama yang digunakan dalam studi kasus ini berupa parameter-parameter yang mendefinisikan kondisi fisis dari sistem konduksi panas. Nilai-nilai dasar yang digunakan adalah sebagai berikut:

- Panjang Batang (L): 1.0 m
- Temperatur Batas Kiri (T_0): 300 K
- Temperatur Batas Kanan (T_1): 400 K
- Konduktivitas Dasar (k_0): 50 W/m.K
- Koefisien Variasi Konduktivitas (β): 0.5
- Amplitudo Sumber Panas (q_0): 50000 W/m³
- Jumlah Segmen (N): 50 segmen

Parameter-parameter di atas bersifat hipotetis, namun nilainya dipilih agar representatif dan mencerminkan skenario yang masuk akal dalam masalah rekayasa termal. Nilai-nilai ini sebanding dengan properti material seperti baja atau aluminium yang mengalami pemanasan internal, seperti yang umum dijumpai.

Pemilihan set data ini bertujuan untuk menciptakan sebuah masalah yang cukup kompleks untuk menguji kemampuan metode numerik. Secara spesifik, nilai β dan q_0 sengaja dipilih tidak nol agar dapat secara jelas menunjukkan pengaruh dari konduktivitas variabel dan sumber panas non-uniform terhadap distribusi temperatur akhir.

Dengan menggunakan data ini, analisis dapat difokuskan untuk mengevaluasi bagaimana model numerik menangani setiap kompleksitas fisis. Skenario ini dirancang agar cukup sederhana untuk diinterpretasikan, namun cukup menantang untuk memvalidasi bahwa implementasi kode telah berhasil menangkap fenomena fisis yang dituju dengan akurat.

IV. USING THE TEMPLATE

A. Diskretisasi Metode Beda Hingga

Dengan menerapkan skema beda hingga terpusat pada persamaan atur, diperoleh persamaan aljabar linier untuk setiap titik internal x_i :

$$k_{i-1/2}T_{i-1} - (k_{i-1/2} + k_{i+1/2})T_i + k_{i+1/2}T_{i+1} = -q(x_i)(\Delta x)^2$$

Koefisien k dievaluasi di titik tengah antara dua nodal untuk akurasi yang lebih baik.

B. Sistem Matriks Tridiagonal dan Algoritma Thomas

Kumpulan persamaan di atas, setelah digabungkan dengan syarat batas, menghasilkan sistem matriks tridiagonal $AT = d$. Sistem ini kemudian diselesaikan menggunakan Algoritma Thomas, yang terdiri dari tahap eliminasi maju dan substitusi mundur.

C. Implementasi Perangkat Lunak

Seluruh logika numerik diimplementasikan menggunakan bahasa C++. Program dirancang untuk menerima parameter fisis sebagai input untuk memungkinkan eksplorasi yang fleksibel.

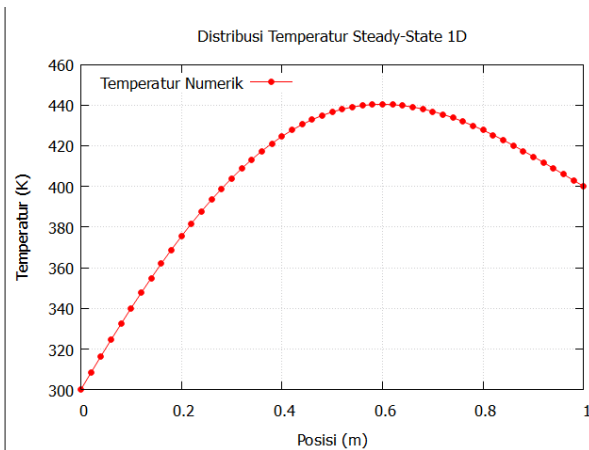
V. DISKUSI DAN ANALISIS HASIL

Pada bagian ini, dilakukan analisis terhadap hasil simulasi numerik yang diperoleh dari berbagai skenario input. Analisis difokuskan pada bagaimana parameter fisis—khususnya koefisien variasi konduktivitas (β) dan amplitudo sumber panas (q_0)—memengaruhi distribusi temperatur di sepanjang batang. Hasil dari setiap skenario di-plot dan dianalisis secara komparatif.

Analisis Pengaruh Variasi Konduktivitas (β)

Skenario pertama bertujuan untuk mengisolasi efek dari karakteristik material yang non-homogen. Tiga kasus dijalankan: konduktivitas menurun ($\beta=-0.8$), konstan ($\beta=0$), dan meningkat ($\beta=2.0$), sementara parameter lain dijaga konstan.

A. Kasus Dasar ($\beta=0.5$):



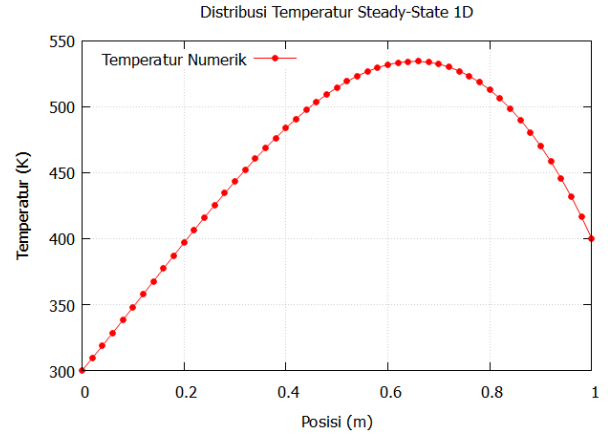
Gambar 1: Distribusi temperatur untuk kasus dasar ($\beta=0.5$, $q_0 = 50000 \text{ W/m}^3$).

Pada Gambar 1, terlihat profil temperatur untuk kasus dasar. Kurva menunjukkan puncak temperatur sekitar 441 K yang tercapai pada posisi $x \approx 0.6 \text{ m}$. Bentuk ini

menjadi acuan untuk membandingkan efek perubahan konduktivitas.

Dengan membandingkan Gambar 5 dan Gambar 1, terlihat jelas peran sumber panas. Kehadiran q_0 menyebabkan kenaikan temperatur yang signifikan di seluruh domain, menciptakan titik panas (hotspot) dengan temperatur maksimum $\sim 441 \text{ K}$ yang terjadi di dalam material, bukan di batasnya.

B. Konduktivitas Menurun ($\beta=-0.8$):

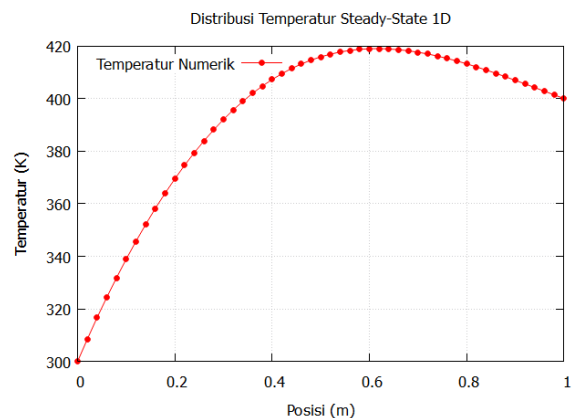


Gambar 2: Profil temperatur untuk konduktivitas menurun ($\beta=-0.8$), menunjukkan akumulasi panas yang signifikan.

Efek paling dramatis terlihat pada kasus ini. Nilai β negatif berarti konduktivitas material sangat rendah di dekat ujung kanan. Konduktivitas rendah ini bertindak sebagai "penghalang" yang memerangkap panas yang dihasilkan oleh sumber internal. Akibatnya, terjadi akumulasi panas yang signifikan, menyebabkan temperatur puncak melonjak jauh lebih tinggi dan lokasinya bergeser tajam ke kanan.

Gambar 2 menunjukkan efek paling dramatis. Nilai β negatif berarti konduktivitas material sangat rendah di dekat ujung kanan. Konduktivitas rendah ini memerangkap panas, menyebabkan akumulasi panas yang signifikan. Akibatnya, puncak temperatur melonjak drastis hingga sekitar 535 K, dan lokasinya bergeser tajam ke kanan ($x \approx 0.7 \text{ m}$).

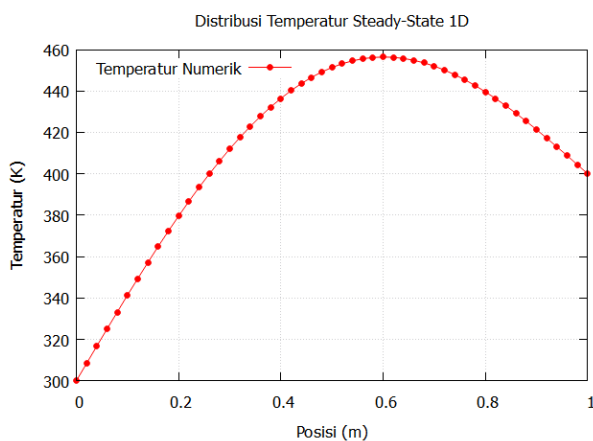
C. Konduktivitas Meningkat ($\beta=2.0$):



Gambar 3: Profil temperatur untuk konduktivitas meningkat ($\beta=2.0$), menunjukkan disipasi panas yang lebih baik.

Ketika β bernilai positif besar, konduktivitas termal material menjadi lebih tinggi di dekat ujung kanan ($x=L$). Hal ini membuat panas lebih mudah mengalir keluar menuju batas T_L . Akibatnya, kurva temperatur di sisi kanan menjadi lebih landai dan temperatur puncaknya lebih rendah dibandingkan kasus konduktivitas konstan. Gambar 3 menunjukkan bahwa saat konduktivitas di sisi kanan sangat tinggi, panas lebih mudah mengalir keluar. Hasilnya, puncak temperatur menjadi yang paling rendah di antara semua skenario dengan sumber panas, hanya mencapai sekitar 420 K. Kurva di sisi kanan juga terlihat jauh lebih landai.

D. Konduktivitas Konstan ($\beta=0$):

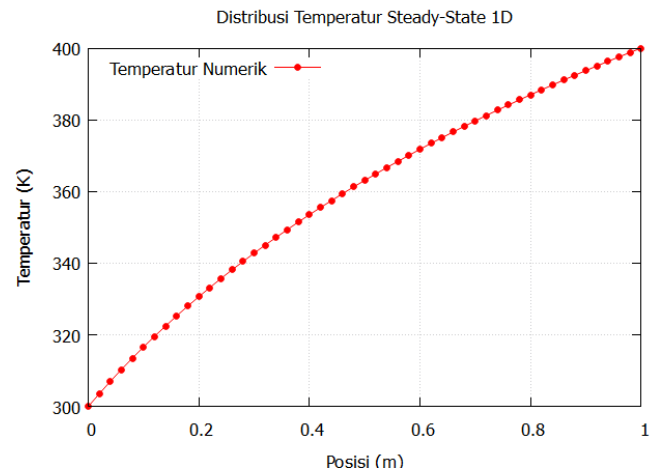


Gambar 3: Profil temperatur untuk konduktivitas konstan ($\beta=0$).

Sebagai referensi, kasus dengan konduktivitas konstan menunjukkan profil temperatur yang puncaknya sedikit bergeser ke kiri dari pusat. Bentuk ini murni disebabkan oleh interaksi antara sumber panas sinusoidal dan kondisi batas temperatur yang lebih tinggi di ujung kanan ($T_L > T_0$).

Pada Gambar 4, dengan konduktivitas yang seragam, profil temperatur mencapai puncak sekitar 457 K. Puncak ini lebih tinggi dari kasus dasar karena pada kasus dasar ($\beta=0.5$), peningkatan konduktivitas di sisi kanan membantu membuang panas.

E. Tanpa Sumber Panas ($q_0=0$):



Gambar 5: Profil temperatur tanpa sumber panas internal ($q_0=0$), menunjukkan tidak adanya titik panas internal.

Pada kasus ini, tidak ada panas yang dibangkitkan secara internal. Profil temperatur sepenuhnya ditentukan oleh kondisi batas di kedua ujung dan variasi konduktivitas. Kurva menunjukkan kenaikan temperatur yang relatif mulus dari T_0 ke T_L , dengan sedikit kelengkungan akibat β yang tidak nol. Gambar 5 menunjukkan kondisi di mana tidak ada panas yang dibangkitkan secara internal. Profil temperatur naik secara mulus dari 300 K ke 400 K tanpa adanya puncak internal. Bentuknya yang tidak lurus (sedikit melengkung) disebabkan oleh konduktivitas yang tidak konstan ($\beta=0.5$ pada kasus ini).

VI. KESIMPULAN

Studi ini telah berhasil mengimplementasikan solusi numerik untuk masalah konduksi panas 1D steady-state yang melibatkan konduktivitas termal variabel dan sumber panas non-uniform. Dengan menerapkan Metode Beda Hingga (FDM), persamaan diferensial yang kompleks berhasil diubah menjadi sebuah sistem linear tridiagonal, yang kemudian diselesaikan secara efisien menggunakan Algoritma Thomas.

Hasil analisis dari berbagai skenario menunjukkan bahwa setiap parameter fisis memiliki peran yang unik dan signifikan. Terbukti bahwa koefisien variasi konduktivitas (β) secara fundamental mengontrol bentuk profil temperatur; nilai negatif memerangkap panas dan menaikkan temperatur puncak secara drastis, sedangkan nilai positif memfasilitasi disipasi panas sehingga menurunkannya.

Di sisi lain, amplitudo sumber panas (q_0) secara langsung menentukan besarnya kenaikan temperatur internal. Kehadiran sumber panas menjadi penyebab utama terbentuknya titik panas (hotspot) di dalam material, sebuah fenomena yang tidak akan terjadi jika hanya bergantung pada kondisi batas.

Dengan demikian, dapat disimpulkan bahwa program C++ yang dikembangkan dan diintegrasikan dengan visualisasi Gnuplot merupakan perangkat yang andal dan efektif untuk analisis termal. Pendekatan komputasional ini tidak hanya memberikan solusi kuantitatif tetapi juga wawasan kualitatif yang mendalam tentang perilaku sistem,

menjadikannya alat yang sangat berharga untuk perancangan dan analisis rekayasa.

VII. LINK GITHUB

Link Github:

<https://github.com/ReikiPD/Proyek-UAS-Komputasi-Numerik-Reiki-Putra-Darmawan>

REFERENCES

- [1] [1] S. C. Chapra dan R. P. Canale, Numerical Methods for Engineers, 8th ed. New York: McGraw-Hill Education, 2021. J. Clerk Maxwell, A Treatise on Electricity and Magnetism, 3rd ed., vol. 2. Oxford: Clarendon, 1892, pp.68–73.
- [2] [2] F. P. Incropera, D. P. DeWitt, T. L. Bergman, dan A. S. Lavine, Fundamentals of Heat and Mass Transfer, 8th ed. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2017.
- [3] [3] S. V. Patankar, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. New York: Hemisphere Publishing Corporation, 1980.
- [4] [4] T. Williams, C. Kelley, et al., "Gnuplot 5.4," Gnuplot Official Website. [Online]. Available: <http://www.gnuplot.info/>. [Accessed: Jun. 7, 2024].