



Curso: Engenharia Elétrica

Prof. Rodrigo Albuquerque

Prof. Rodrigo Albuquerque
Campus Monte Castelo

09/02/2022

Técnicas de Programação

Atividade Avaliativa - Etapa 3

Códigos para Aplicações em Engenharia Elétrica

1. Seja um sinal senoidal de tensão $v(t)$ operando em $f_o=50$ Hz

$$v(t) = 179,605 \cdot \sin\left(2\pi f_o t + \frac{\pi}{18}\right) \text{ V.} \quad (1)$$

O sinal é amostrado a uma taxa de 32 amostras por ciclo (período), ou seja, na frequência de amostragem de 1600 Hz. Com base nas **equações clássicas** de medição de grandezas elétricas, desenvolva uma **function** para computar o valor eficaz (RMS) e o ângulo de fase do sinal. Desenvolva igualmente uma **function generalizada** que compute os valores solicitados a partir das amostras extraídas de um sinal senoidal genérico. (Obs.: Os dados de entrada da **function** correspondem às amostras do sinal e os dados de saída os valores das grandezas elétricas solicitadas.)

2. Considere os sinais de tensão, $v(t)$, e corrente, $i(t)$, operando em $f_o=50$ Hz, associados à operação em regime permanente de um motor elétrico monofásico industrial

$$v(t) = 311,127 \cdot \cos\left(2\pi f_o t + \frac{\pi}{25}\right) \text{ V} \quad (2)$$

$$i(t) = 14,142 \cdot \cos\left(2\pi f_o t - \frac{\pi}{20}\right) \text{ A.} \quad (3)$$

Os sinais são amostrados a uma taxa de 64 amostras por ciclo (período), ou seja, na frequência de amostragem de 3200 Hz. Com base na **Transformada Discreta de Fourier (TDF)**, desenvolva uma **function** que compute os valores RMS e os ângulos de fase, as potências ativa, P , reativa, Q , e aparente, $|S|$, o fator de potência, fp , assim como o consumo de energia em kWh durante 8 horas de operação, assumindo a Equação 4. (Obs.: Os dados de entrada da **function** correspondem às amostras do sinal e os dados de saída os valores das grandezas elétricas solicitadas.)

$$\text{consumo(kWh)} = \frac{P(W) \times \text{tempo(h)}}{1000}. \quad (4)$$

3. A convolução de duas funções f e g no domínio do tempo contínuo é uma terceira função denotada por $f * g$, sendo definida pela seguinte integral de convolução:

$$(f * g)(t) = \int_0^t f(\tau)g(t - \tau) d\tau \quad \forall t > 0. \quad (5)$$

A soma de convolução desempenha, para sistemas lineares no domínio do tempo discreto, um papel similar ao que é desempenhado pela integral de convolução para sistemas lineares no domínio do tempo contínuo. Todavia, a integral de convolução é, em geral, difícil de resolver, de modo que sua importância se restringe à análise teórica, uma vez que sua aplicação prática é limitada a algumas situações particulares. Por outro lado, a soma de convolução pode ser calculada sem grandes dificuldades quando duas sequências possuem comprimento finito, tal como mostrado na Fig. 1.

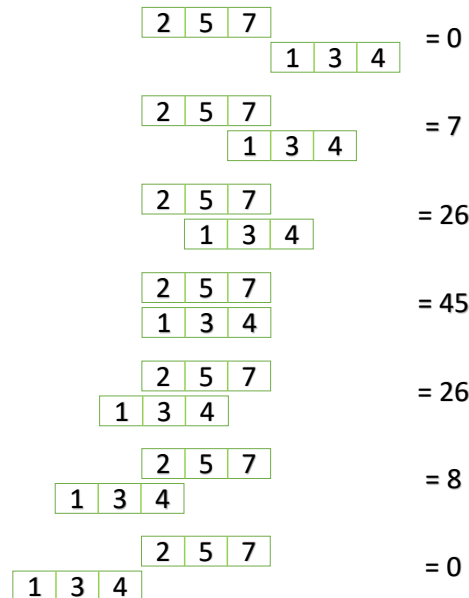


Fig. 1: Demonstração da soma de convolução.

A soma de convolução é a base matemática do processo de filtragem digital de sinais amostrados, em outras palavras, através dela é possível, por exemplo, filtrar um sinal de tensão e/ou corrente que apresente componentes harmônicas indesejadas.

Você, como futuro(a) engenheiro(a) de controle e automação, recebe a tarefa de desenvolver um **código generalizado** para computar a soma de convolução de dois vetores de tamanhos aleatórios, de modo que o sinal resultante possa ser usado em uma malha de controle.

Obs: É proibido o uso de funções de convolução do MATLAB e do SCILAB.

4. Isaac Newton (1612-1727) publicou seu método (Método de Newton) para encontrar raízes de equações não lineares em 1687. Este método também é conhecido como Newton-Raphson, devido à sistematização apresentada por Joseph Raphson em 1660. O Método de Newton combina duas *idéias básicas* comuns tanto nas aproximações numéricas quanto nas técnicas de programação: linearização e iteração.

Na linearização, busca-se substituir um problema complicado por sua aproximação linear que, por via de regra, é facilmente resolvida. Por outro lado, um processo iterativo, ou aproximações sucessivas, consiste na repetição sistemática de um procedimento até que seja atingindo o grau de aproximação desejado.

Genericamente, o processo consiste em evoluir da aproximação x_k para a aproximação x_{k+1} usando a fórmula

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)}, \quad k = 0, 1, 2, 3... \quad (6)$$

sendo $f'(x_k)$ a derivada da função $f(x)$ no ponto x_k .

O lado direito desta expressão define a *Função de Iteração* do método de Newton. Prosseguimos repetindo os cálculos até que a precisão desejada seja atingida.

Com base nas informações apresentadas, desenvolva um algoritmo usando o conceito de *function com redundância* para calcular a raiz quadrada de um número positivo genérico A aplicando o método de Newton na equação $f(x) = x^2 - A$.

5. A Regressão Linear visa modelar a relação entre duas variáveis, através do ajuste de uma equação linear y aos dados observados. Uma vez que a equação linear, também conhecida como equação da reta, é caracterizada por seus coeficientes angular e linear, a regressão determina estes coeficientes usando as próprias informações das duas variáveis, de modo a obter uma estimativa do valor esperado da variável dependente desejada, assim

$$y = A_c x_i + A_l \quad (7)$$

sendo,

$$A_c = \frac{\sum_{i=1}^h x_i y_i - \frac{1}{h} \sum_{i=1}^h x_i \sum_{i=1}^h y_i}{\sum_{i=1}^h x_i^2 - \frac{1}{h} \left(\sum_{i=1}^h x_i \right)^2} \quad (8)$$

e

$$A_l = \bar{Y} - A_c \bar{X} \quad (9)$$

onde x_i é a variável independente e y_i a variável dependente; A_c e A_l são os coeficientes angular e linear da equação da reta y , respectivamente; \bar{Y} e \bar{X} representam os valores médios das variáveis dependente e independente, respectivamente.

Você, como futuro(a) engenheiro(a) de planejamento de uma distribuidora de energia elétrica responsável pelo projeto de expansão da área de atendimento de uma rede secundária, solicita ao setor de compras da empresa a cotação, no mercado nacional e internacional, do preço do cabo CA (condutor de alumínio sem alma de aço). Você recebe o arquivo “*quotation.csv*” com a seguinte informação: “*Para os dados enviados: a parte inteira representa a metragem e a parte fracionária representa o valor cotado*”. Com base nessas informações, desenvolva um código para determinar a equação da reta que melhor se ajusta aos dados do arquivo. Para tanto, as seguintes considerações devem ser obedecidas:

- (a) O arquivo “*quotation.csv*” não pode ser alterado nem convertido para outras extensões (.txt, .xls, .dat, etc). Ademais, os dados não podem ser copiados e colados diretamente no código a ser desenvolvido;
- (b) Deve ser criada uma *function* na qual seja utilizado um comando específico para leitura de dados .csv;
- (c) Deve ser plotado um gráfico contendo os dados do arquivo, assim como a reta obtida pelo processo de regressão.

6. Segundo a Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL), toda concessionária e/ou permissionária de distribuição de energia elétrica deve prestar serviços adequados, visando o pleno atendimento aos seus consumidores. Entende-se como serviço adequado todo aquele que satisfaça as condições de regularidade, continuidade, eficiência e segurança. Destacam-se no aspecto da qualidade do serviço os indicadores de continuidade individuais DIC, FIC e DMIC.

- **DIC** (Duração de Interrupção Individual por Unidade Consumidora):

Expressa o intervalo de tempo que cada consumidor ficou privado do fornecimento de energia elétrica devido a interrupções durante o período de apuração. O indicador DIC é dado pela Equação (10)

$$DIC = \sum_{i=1}^n t(i). \quad (10)$$

- **FIC** (Frequência de Interrupção Individual por Unidade Consumidora):

Expressa o número de interrupções que cada consumidor ficou privado do fornecimento de energia elétrica devido a interrupções durante o período de apuração. O indicador FIC é definido pela Equação (11)

$$FIC = n. \quad (11)$$

- **DMIC** (Duração Máxima de Interrupção Contínua por Unidade Consumidora):

Expressa a duração máxima da interrupção contínua, pertencente ao universo de interrupções no período de apuração, em que cada consumidor ficou privado do fornecimento de energia elétrica devido a interrupções. A Equação (3) define o indicador DMIC

$$DMIC = t(i)_{max}. \quad (12)$$

Uma vez que você é o(a) engenheiro(a) responsável por estudos de confiabilidade de uma concessionária, desenvolva um código generalizado para computar os indicadores DIC, FIC e DMIC da unidade consumidora KX6786. Os dados das interrupções são consolidados trimestralmente por um medidor inteligente, que os registra e armazena no arquivo padrão *interruption_data.txt*. O código deve realizar a leitura automática dos dados a partir do referido arquivo padrão.

7. O planejamento da manutenção dos equipamentos de uma subestação de potência é primordial para assegurar uma operação confiável. Os planos de manutenção podem ser elaborados através de análises que levam em consideração a disponibilidade e a confiabilidade de cada equipamento. A disponibilidade inferi a capacidade de um equipamento estar operativo quando solicitado, enquanto que a confiabilidade avalia a capacidade de um equipamento desempenhar sua função, sem falha, durante um período de tempo especificado. O valor da disponibilidade pode ser obtido através dos indicadores MTTR e MTBF.

- **MTTR** (*Mean Time To Repair*):

Expressa o tempo médio de reparo de um equipamento, dado pela Equação (4)

$$MTTR = \frac{\text{Tempo total de reparos}}{\text{Total de reparos}}. \quad (13)$$

- **MTBF** (*Mean Time Between Failure*):

Expressa o tempo médio entre falhas de um equipamento, definido pela Equação (5)

$$MTBF = \frac{\text{Tempo total de operacao sem falhas}}{\text{Total de falhas}}. \quad (14)$$

Dessa forma, a disponibilidade pode ser representada pela Equação (6)

$$\text{Disponibilidade} = \frac{MTBF}{MTBF + MTTR} \times 100\%. \quad (15)$$

Você, como futuro engenheiro(a) de manutenção com vasto conhecimento em confiabilidade, recebe a tarefa de desenvolver um código generalizado para computar o **MTTR**, o **MTBF** e a **Disponibilidade** dos equipamentos de uma subestação. Para tanto, o código deve realizar a leitura automática dos dados a partir do arquivo padrão *reliability_data.txt*.

8. *Por vezes, devemos olhar para o passado, de modo a traçar tendências e perspectivas para o futuro...*

Em 1918, uma das mais poderosas ferramentas para lidar com circuitos polifásicos desequilibrados foi proposta por C. L. Fortescue, em uma reunião do “*American Institute of Electrical Enginners*”, na qual ele apresentou o trabalho intitulado “Método de Componentes Simétricas Aplicado à Solução de Circuitos Polifásicos” [1]. Desde então, o método assumiu grande importância, sendo objeto de investigações experimentais, sobretudo no campo da proteção de Sistemas de Energia Elétrica (SEEs).

Faltas assimétricas originadas por curtos-circuitos fase-fase, fase-fase-terra e fase-terra geram fasores trifásicos desequilibrados, portanto, o método de componentes simétricas simplifica o procedimento de cálculo para obtenção da corrente de falta. Atualmente, códigos e/ou algoritmos usados em avançados relés de proteção ainda se baseiam neste método. O trabalho de Fortescue prova que um sistema desequilibrado de n fasores, pode ser decomposto em n sistemas de fasores equilibrados, denominados de componentes simétricas dos fasores originais. Os n fasores de cada conjunto de componentes são iguais em módulo e os ângulos entre os fasores adjacentes do conjunto são iguais.

Embora o método seja aplicável a qualquer sistema polifásico desequilibrado, nesta atividade assíncrona vamos restringir sua aplicabilidade aos sistemas trifásicos. De acordo com o teorema de Fortescue, três fasores desequilibrados de um sistema trifásico podem ser substituídos por três sistemas equilibrados de fasores. Os conjuntos equilibrados de fasores são:

- (a) **Componentes de sequência positiva**, consistindo de três fasores iguais em módulo, defasados de 120° entre si e tendo a mesma sequência de fases (sentido de rotação) que os fasores originais desequilibrados.
- (b) **Componentes de sequência negativa**, consistindo de três fasores iguais em módulo, defasados de 120° entre si e tendo a sequência de fases (sentido de rotação) oposta à dos fasores originais desequilibrados.
- (c) **Componentes de sequência zero**, consistindo de três fasores iguais em módulo e com defasagem zero entre si (paralelos).

Ao resolver um problema por componentes simétricas, deve-se designar as três fases do sistema por A , B e C , de tal forma que a sequência de fases das tensões e correntes no sistema seja ABC . Portanto, a sequência de fases das componentes de sequência positiva dos fasores desequilibrados é ABC e a sequência de fases das componentes de sequência negativa, ACB . Se os fasores originais são tensões, eles podem ser designados por \hat{V}_A , \hat{V}_B e \hat{V}_C . Caso sejam correntes, designam-se por \hat{I}_A , \hat{I}_B e \hat{I}_C . Os três conjuntos de componentes simétricas recebem ainda os índices 1 para os de sequência positiva, 2 para os de sequência negativa e 0 para os de sequência zero. Dessa forma, têm-se os conjuntos \hat{V}_{A1} , \hat{V}_{B1} e \hat{V}_{C1} para os de sequência positiva, \hat{V}_{A2} , \hat{V}_{B2} e \hat{V}_{C2} para os de sequência negativa e \hat{V}_{A0} , \hat{V}_{B0} e \hat{V}_{C0} para os de sequência zero. Sem perda de generalidade, fasores representando correntes são designados por \hat{I} com os mesmos índices atribuídos às tensões. Como conclusão, cada um dos fasores do conjunto desequilibrado original é igual à soma de suas componentes, dessa forma, podemos estabelecer a seguinte relação [2]:

$$\hat{V}_A = \hat{V}_{A1} + \hat{V}_{A2} + \hat{V}_{A0} \quad (16)$$

$$\hat{V}_B = \hat{V}_{B1} + \hat{V}_{B2} + \hat{V}_{B0} \quad (17)$$

$$\hat{V}_C = \hat{V}_{C1} + \hat{V}_{C2} + \hat{V}_{C0}. \quad (18)$$

A síntese do conjunto dos três fasores desequilibrados, de acordo com as Equações (12)-(14) é mostrada graficamente nas Figs. 1-2. Os três conjuntos de fasores equilibrados, que são as componentes simétricas dos três fasores desequilibrados, são mostrados na Fig. 1. A soma fasorial das componentes que geram os fasores desequilibrados resultantes é mostrada na Fig. 2.

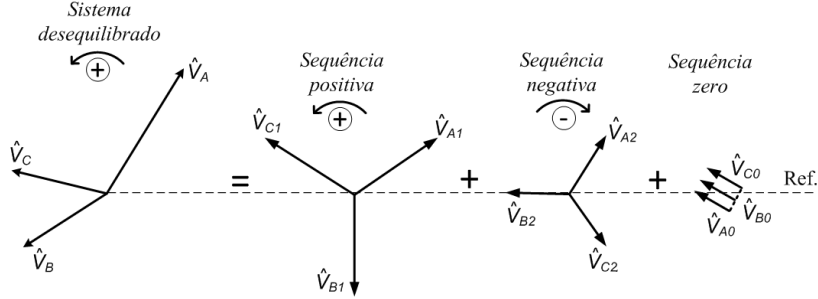


Fig. 1: Três conjuntos de fasores equilibrados que constituem as componentes simétricas de três fasores desequilibrados. (Fonte: adaptada de [2])

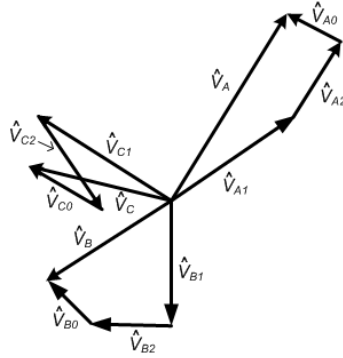


Fig. 2: Soma fasorial das componentes simétricas. (Fonte: adaptada de [2])

Sistemas em seqüência positiva, negativa e zero

(a) Positiva

O sistema equilibrado de fasores que tem a mesma seqüência de fases do sistema original desequilibrado é denominado sistema de seqüência positiva. Portanto, a partir desse momento, iremos assumir que o sistema original obedece à seqüência de fases *ABC* e gira no sentido positivo ou anti-horário. Dessa forma, os fasores de seqüência positiva estão completamente determinados quando o módulo e o ângulo de fase de qualquer um deles são conhecidos.

Os fasores de qualquer sistema trifásico equilibrado podem ser convenientemente relacionados uns aos outros com o emprego do operador $a = 1/\underline{120^\circ}$, ou seja, quando este operador é aplicado a qualquer fasor, gira-o em no sentido positivo ou anti-horário. Sem perda de generalidade, se o operador $a^2 = 1/\underline{240^\circ}$ for aplicado a qualquer fasor, gira-o por 240° no sentido positivo, o que é, logicamente, equivalente a uma rotação de 120° no sentido negativo. Caso, por exemplo, \hat{V}_{A1} tiver sido determinado, o sistema de seqüência positiva pode ser escrito simplesmente como:

$$\hat{V}_{A1} = \hat{V}_{A1} \quad (19)$$

$$\hat{V}_{B1} = a^2 \cdot \hat{V}_{A1} = \hat{V}_{A1}/\underline{-120^\circ} \quad (20)$$

$$\hat{V}_{C1} = a \cdot \hat{V}_{A1} = \hat{V}_{A1}/\underline{-240^\circ} \quad (21)$$

(b) **Negativa**

O sistema equilibrado de fasores trifásicos que é oposto, em sequência de fases, ao dos fasores originais é denominado sistema de sequência negativa. Uma vez que o sistema de sequência negativa é equilibrado, ele estará completamente determinado quando o módulo e o ângulo de fase de um dos fasores forem conhecidos. Caso, por exemplo, \hat{V}_{A2} tiver sido determinado, o sistema de sequência negativa poderá ser escrito da seguinte forma

$$\hat{V}_{A2} = \hat{V}_{A2} \quad (22)$$

$$\hat{V}_{B2} = a \cdot \hat{V}_{A2} = \hat{V}_{A2} / -240^\circ \quad (23)$$

$$\hat{V}_{C2} = a^2 \cdot \hat{V}_{A2} = \hat{V}_{A2} / -120^\circ \quad (24)$$

(c) **Zero**

O sistema restante consiste em três fasores paralelos, idênticos em módulo e ângulo de fase. Estes fasores formam o que é conhecido como sistema unifásico ou de sequência zero, e têm significado especial em certos problemas físicos. Para tanto, é suficiente considerar os fasores de sequência zero como componentes dos fasores originais desequilibrados. Portanto, deve-se assumir a seguinte relação:

$$\hat{V}_{A0} = \hat{V}_{A0} \quad (25)$$

$$\hat{V}_{B0} = \hat{V}_{A0} \quad (26)$$

$$\hat{V}_{C0} = \hat{V}_{A0} \quad (27)$$

Combinando os sistemas

Substituindo adequadamente as Eqs. (15)-(23) nas Eqs. (12)-(14) resulta

$$\hat{V}_A = \hat{V}_{A1} + \hat{V}_{A2} + \hat{V}_{A0} \quad (28)$$

$$\hat{V}_B = a^2 \cdot \hat{V}_{A1} + a \cdot \hat{V}_{A2} + \hat{V}_{A0} \quad (29)$$

$$\hat{V}_C = a \cdot \hat{V}_{A1} + a^2 \cdot \hat{V}_{A2} + \hat{V}_{A0} \quad (30)$$

cujas representações matriciais são dadas por:

$$\begin{bmatrix} \hat{V}_A \\ \hat{V}_B \\ \hat{V}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \hat{V}_{A0} \\ \hat{V}_{A1} \\ \hat{V}_{A2} \end{bmatrix}.$$

• **Cálculo de \hat{V}_{A1}**

A resolução de um sistema não equilibrado de fasores através de suas componentes simétricas é um processo essencialmente geométrico, portanto, diversos métodos foram propostos de modo que a resolução pudesse ser efetuada. Contudo, nenhum método geométrico apresenta a elegância e simplicidade do método baseado na álgebra dos números complexos. Antes de procedermos com o método algébrico, deve-se compreender que certas operações são executadas apenas com a finalidade de obter a relação $(1 + a + a^2) = 0$. Várias simplificações podem ser obtidas quando certas quantidades são reunidas para se obter esta relação.

Se a Eq. (25) é multiplicada por a , resulta:

$$a \cdot \hat{V}_B = a^3 \cdot \hat{V}_{A1} + a^2 \cdot \hat{V}_{A2} + a \cdot \hat{V}_{A0} \quad (31)$$

ou, como $a^3 = 1$

$$a \cdot \hat{V}_B = \hat{V}_{A1} + a^2 \cdot \hat{V}_{A2} + a \cdot \hat{V}_{A0}. \quad (32)$$

Se a Eq. (26) é multiplicada por a^2 , obtém-se:

$$a^2 \cdot \hat{V}_C = a^3 \cdot \hat{V}_{A1} + a^4 \cdot \hat{V}_{A2} + a^2 \cdot \hat{V}_{A0} \quad (33)$$

ou, como $a^4 = a$

$$a^2 \cdot \hat{V}_C = \hat{V}_{A1} + a \cdot \hat{V}_{A2} + a^2 \cdot \hat{V}_{A0}. \quad (34)$$

Somando-se as Equações (24), (28) e (30), resulta:

$$\hat{V}_A + a \cdot \hat{V}_B + a^2 \cdot \hat{V}_C = 3 \cdot \hat{V}_{A1} + (1 + a + a^2)(\hat{V}_{A2} + \hat{V}_{A0}). \quad (35)$$

Assim, \hat{V}_{A1} é dado por:

$$\hat{V}_{A1} = \frac{1}{3} (\hat{V}_A + a \cdot \hat{V}_B + a^2 \cdot \hat{V}_C) = \frac{1}{3} (\hat{V}_A + \hat{V}_B \cdot 1/\underline{120^\circ} + \hat{V}_C \cdot 1/\underline{240^\circ}). \quad (36)$$

Sem grandes dificuldades, procedimentos similares podem ser realizados para a obtenção de \hat{V}_{A2} e \hat{V}_{A0} , cujos resultados são

$$\hat{V}_{A2} = \frac{1}{3} (\hat{V}_A + a^2 \cdot \hat{V}_B + a \cdot \hat{V}_C) = \frac{1}{3} (\hat{V}_A + \hat{V}_B \cdot 1/\underline{240^\circ} + \hat{V}_C \cdot 1/\underline{120^\circ}). \quad (37)$$

$$\hat{V}_{A0} = \frac{1}{3} (\hat{V}_A + \hat{V}_B + \hat{V}_C) \quad (38)$$

cuja representação matricial é dada por:

$$\begin{bmatrix} \hat{V}_{A0} \\ \hat{V}_{A1} \\ \hat{V}_{A2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \hat{V}_A \\ \hat{V}_B \\ \hat{V}_C \end{bmatrix}.$$

Com base na teoria apresenta, desenvolva uma **function** que permita ao usuário selecionar dois tipos de conversão: 1) Fasores originais (desequilibrados) com base nas componentes simétricas; 2) Componentes simétricas com base nos fasores originais (desequilibrados). Os dados de entrada da **function** devem ser na forma de magnitude e ângulo de fase (em graus). Os resultados devem ser devidamente formatados, de modo a facilitar a interpretação.

Referências

- [1] C. L. Fortescue, “Method of Symmetrical Coordinates Applied To the Solution of Polyphase Networks.” *AIEE Transactions*, vol. 37, pp. 1027-1040, 1918.
- [2] J. Grainger and J. W. Stevenson, **Power System Analysis**. McGraw-Hill, 1994.