27 - Случайная величина. Среднее значение и дисперсия, функция распределения вероятностей.

Величина X называется случайной, если она принимает то или иное свое значение лишь в результате опыта, и до опыта невозможно узнать, какое из значений она примет Случайные величины делятся на два класса: дискретные и непрерывные.

Средние значения случайных величин:

<u>Дискретной случайной величиной</u> - называют величину, имеющую конечное (или счетное) множество значений. Например, количество выпавших «орлов» при n бросков монетки; число жителей в населенных пунктах

Зная вероятности появления различных результатов измерения <u>дискретной</u> величины X, можно найти их среднее значение «X». По определению среднего

$$\langle x \rangle = \frac{1}{N} \sum N_i x_i = \sum P_i x_i$$

Вывод:
Предположим, что мы собираемся сосчитать среднее значение модуля скорости частиц некоторой системы с большим N (газ в баллоне). Согласно представлениям физики, величина скорости в такой системе может принимать любые значения из интервала:

$$v \in \underbrace{[0;\ 3 \cdot 10^8)}_{m} \text{ м/с},$$

причём некоторые значения могут повторяться, те. величина скорости у разных частиц может быть одинаковой. Сумма величин скорости всех частиц системы равна:

$$\sum_{i=1}^{N} vi = v^1 + v^m + v^4 + v^m + v^m + v^1 + \dots + v^3$$

N_i - количество повторений значения скорости. Найдем (v) - среднее значение скорости для нашей системы, разделив полученную сумму на количество частиц в системе:

$$\langle v \rangle = \frac{\sum_{j=1}^{N} v_j}{N} = \frac{N_1 v^{\boxed{1}} + \dots + N_m v^{\boxed{m}}}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{m} N_i v^{\boxed{i}}}{N} = \sum_{i=1}^{m} \frac{N_i}{N} v^{\boxed{i}},$$

где $\frac{n_i}{N}$ - относительное число частиц, имеющих некоторое значение величины скорости.

Среднее значение дискретной случайной величины равно

$$\langle v \rangle = \sum_{i=1}^{m} \frac{N_i}{N} v_i$$

Случайные величины, значения которых принадлежат некоторому ограниченному или неограниченному интервалу, называются непрерывными. Среднее значение непрерывной случайной величины по всему диапазону значений v:

$$\langle v \rangle = \int \frac{dN}{N} \cdot v$$

где - $\frac{dN}{N}$ относительное число частиц (доля частиц).

Дисперсия случайных величин:

Дисперсия случайной величины - это мера разброса значений этой величины относительно ее среднего значения. Чем больше дисперсия, тем больше разброс значений.

$$< (\boldsymbol{x} - < \boldsymbol{x} >)^{\mathbf{2}} >= \boldsymbol{D} = \boldsymbol{\sigma}^{\mathbf{2}}$$

1) **Функция распределения** - плотность распределения.

   Равномерное распределение: величина внутри интервала одинакова для всех чисел.

$$S_{\blacksquare} = \int F(x)dx = 1$$

2) Распределение Гаусса (нормальное распределение)
   неразрывное распределение; подходит для любой случайной величины

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}6} * e^{-\frac{(x - <x>)^2}{2\sigma^2}}$$

Функция распределения вероятностей
Для характеристики непрерывной случайной величины используется функция распределения вероятностей, выражающая вероятность того, что случайная величина X примет значение, меньшее чем x.

$$F(x) = P(X \langle x)$$