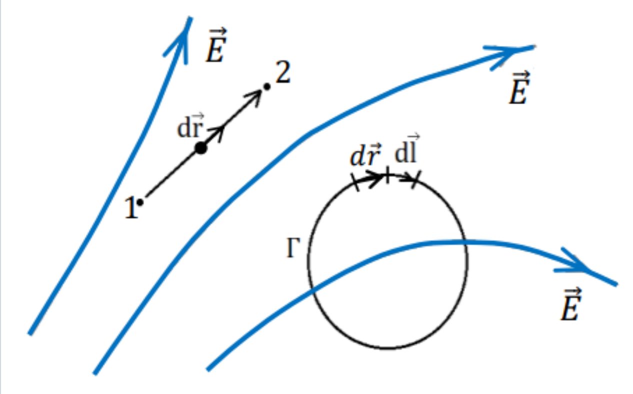
12. Циркуляция электростатического поля. Ротор.

Важно понимать, что Th.Гаусса не гарантирует нам единственное решение - для электромагнитных полей есть 2 важные теоремы

1. Th.Гаусса
2. Th. о циркуляции
   Выведем теорему о циркуляции для электрического поля.
   Проблема в том, что Th. Гаусса не доказывает, что поле потенциально.
   Когда выведем потенциал, мы покажем, что A зависит только от конечных и начальных точек, не зависит от траектории $\Rightarrow A_T$ консервативно $\Rightarrow A_{\text{по замкнутому}} = 0;\ A_0 = 0$
   $A_0 = \oint\limits_{\Gamma} \vec{F} d\vec{r} = 0 \Rightarrow q \oint\limits_{\Gamma} \vec{E} d\vec{r};\ \Gamma$- контур; $\oint$ - замкнутый контур
   Получаем $\oint \vec{E} d\vec{l} = 0$ - интегральная форма Th. о циркуляции, где $d\vec{l}$ - элемент длины контура

Важен обход контура. Правая часть - C_Γ - циркуляция
Получим диф./локальную форму
$$E = -grad\varphi = -\pi\varphi$$
ДСК: $\varphi = \varphi(x, y, z); \vec{E} = E_{x\vec{i}} + E_{y\vec{j}} + E_{z\vec{k}}$
$$\vec{E} = -\left(\frac{\delta\varphi}{\delta x}\vec{i} + \frac{\delta\varphi}{\delta y}\vec{j} + \frac{\delta\varphi}{\delta z}\vec{k}\right) \Rightarrow$$



	$\frac{\partial}{\partial x}$	$\frac{\partial}{\partial y}$	$\frac{\partial}{\partial z}$
$E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}$	-----	$\frac{\partial E_x}{\partial y} = -\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)$	$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)$
$E_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y}$	$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)$	----	$\frac{\partial E_y}{\partial z} = -\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)$
$E_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z}$	$\frac{\partial E_z}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)$	$\frac{\partial E_z}{\partial y} = -\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)$	----

$$-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right)=-\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right) \qquad \frac{\partial E_y}{\partial x}=\frac{\partial E_x}{\partial y} \qquad \qquad \frac{\partial E_y}{\partial x}-\frac{\partial E_x}{\partial y}=0$$

$$-\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)=-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right) \qquad \frac{\partial E_x}{\partial z}=\frac{\partial E_z}{\partial x} \qquad \text{или} \qquad \frac{\partial E_x}{\partial z}-\frac{\partial E_z}{\partial x}=0$$

$$-\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right)=-\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right) \qquad \frac{\partial E_z}{\partial y}=\frac{\partial E_y}{\partial z} \qquad \qquad \frac{\partial E_z}{\partial y}-\frac{\partial E_y}{\partial z}=0$$

$$\left(\frac{\delta E_z}{\delta y}-\frac{\delta E_y}{\delta z}\right)\vec{i}+\left(\frac{\delta E_x}{\delta z}-\frac{\delta E_z}{\delta x}\right)\vec{j}+\left(\frac{\delta E_y}{\delta x}-\frac{\delta E_x}{\delta y}\right)\vec{k}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{K}\\ \frac{\delta}{\delta x} & \frac{\delta}{\delta y} & \frac{\delta}{\delta z}\\ E_x & E_y & E_z\end{vmatrix}=0$$

Данное выражение сворачивается в

$\left(\vec{i}\frac{\delta}{\delta x}+\vec{j}\frac{\delta}{\delta y}+\vec{k}\frac{\delta}{\delta z}\right)\times\left(\vec{i}E_x+\vec{j}E_y+\vec{k}E_z\right)=[\nabla,\vec{E}]$ - векторная производная наблы на $\mathrm{E}=$

$=rot\vec{E}$ - Локальная формула $\mathrm{Th.}$ о циркуляции $=0$

Физический смысл ротора

Круг с лопастями кладут в пространство поля, если $rot\vec{v}\neq 0$ - силовые линии искривлены, если $rot\vec{v}=0$ - то прямые (она не будет вращаться $\Rightarrow$ поле потенциально)