

35 – Внутренняя энергия идеального газа. Теорема о равнораспределении энергии по степеням свободы.

Внутренняя энергия связана со всевозможными движениями частиц системы и их взаимодействиями между собой, включая энергию, обусловленную взаимодействием и движением частиц, составляющих сложные частицы.

$$U = E'_{\text{кин}} + E_{\text{пот}}^{\text{взаим}} = \sum_{i=1}^N \frac{m_i v_i^2}{2} + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N E_{\text{пот}_{ij}}.$$

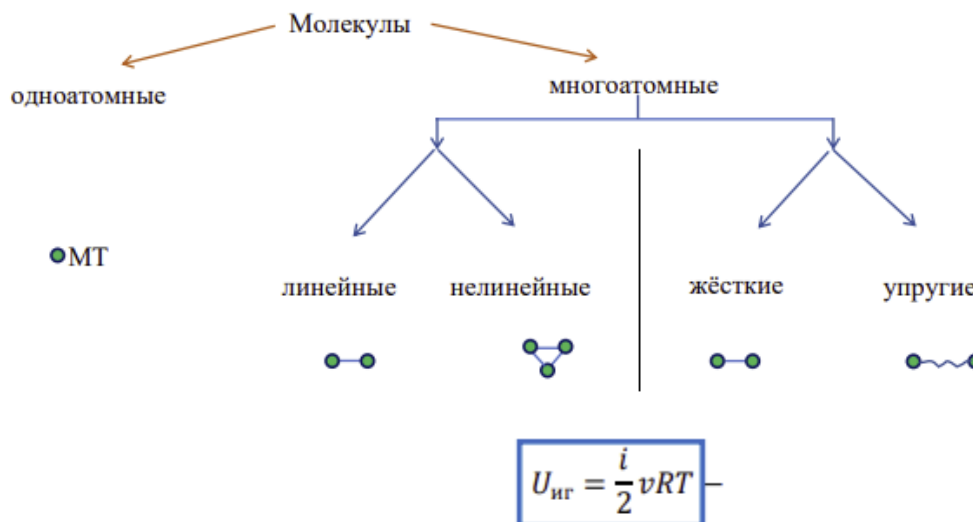
В модели идеального газа принимается, что частицы не взаимодействуют друг с другом на расстоянии, и потенциальная энергия такого взаимодействия равна нулю. Внутренняя энергия определяется как сумма кинетических энергий частиц.

$$U_{\text{иг}} = \sum_{i=1}^N \frac{m_i v_i^2}{2} = \sum_{i=1}^N E_{\text{кин}_i}.$$

Умножим и разделим это значение на количество частиц в системе N:

$$U_{\text{иг}} = N \cdot \frac{\sum_{i=1}^N E_{\text{кин}_i}}{N} = N \cdot \langle E_{\text{кин}} \rangle,$$

Где $\langle E_{\text{кин}} \rangle$ – среднее значение кинетической энергии одной частицы. Рассмотрим эту величину подробнее, учитывая возможные строения частиц.



внутренняя энергия идеального газа.

Одноатомный идеальный газ: $U = \frac{3}{2} \nu RT$; двухатомный – $U = \frac{5}{2} \nu RT$.

Как видно из формулы внутренняя энергия идеального газа зависит только от температуры, следовательно она имеет вполне определённое значение в любом равновесном состоянии системы. Это означает, что внутренняя энергия U является функцией состояния.

Теорема о равномерном распределении энергии по степеням свободы.

Вся энергия кинетическая энергия такой молекулы – энергия её поступательного движения:

$$\langle E_{\text{кин}} \rangle = \left\langle \frac{mv^2}{2} \right\rangle = \frac{m}{2} \langle v^2 \rangle = \frac{m}{2} \langle v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \rangle = \frac{m}{2} (\langle v_x^2 \rangle + \langle v_y^2 \rangle + \langle v_z^2 \rangle) =$$

Все частицы в системах с большим N одинаковы, а их направления движения равноправны. Природа не знает, где «лево», а где «право», где ось X , а где ось Z системы координат. Это всего лишь наши договорённости. Следовательно, в нашей сумме все три слагаемых равны:

$$= 3 \cdot \frac{m}{2} \langle v_x^2 \rangle = 3 \cdot \frac{m}{2} \cdot \frac{kT}{m} = 3 \cdot \frac{kT}{2}.$$

Теорема утверждает, что при тепловом равновесии на каждое квадратичное слагаемое в выражении для энергии в среднем приходится одинаковое количество энергии:

$$\langle \varepsilon_n \rangle = \frac{kT}{2}.$$

Молекула одноатомного идеального газа имеет $i = 3$ степени свободы и в состоянии термодинамического равновесия обладает средней кинетической энергией равной:

$$\langle E_{\text{кин}} \rangle = 3 \frac{kT}{2},$$

k – постоянная Больцмана; T – макропараметр системы – мера интенсивности теплового движения, а также температура, которую можно измерить.