46. Синусоидальные волны (основные характеристики): период, длина волны, волновой фронт и волновая поверхность.

Для дальнейшего изучения свойств волнового уравнения и его решений необходимо выбрать вид функции $a(x,t)$. В случае распространения волны в положительном направлении оси OX со скоростью v функция a − решение волнового уравнения имеет следующий вид:

$a(\xi) = a(x - vt)$, где $\xi = x - vt$

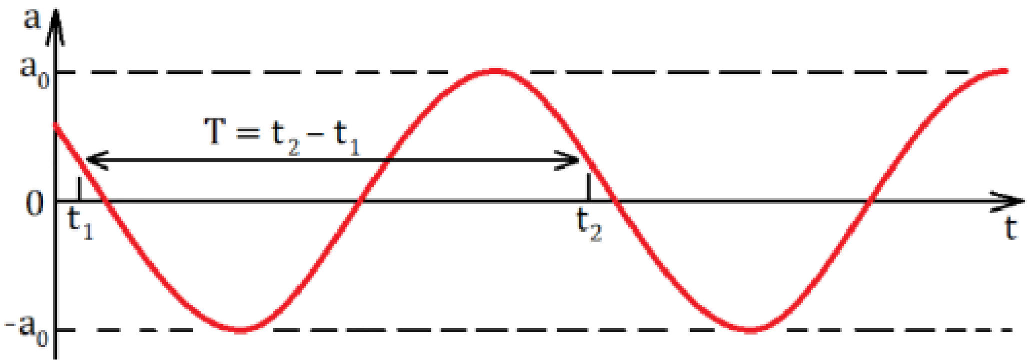
Уравнение синусоидальной волны в явном виде может быть записано как $a = a_0 \cos(\theta)$, где a_0 – **амплитуда волны**, а $\theta = k\xi + \theta_0$ – **фаза волны**, зависящая от координаты точки и момента времени.

(Несмотря на использование ***косинуса*** *в формуле для a, волна называется* ***синусоидальной****, поскольку* ***cos*** *и* ***sin*** *отличаются только начальной фазой)*

Соберём все выражения вместе:
$a = a_0\cos(\theta) = a_0\cos(k\xi + \theta_0) = a_0\cos(k(x - vt) + \theta_0) = a_0\cos(kx - kvt + \theta_0)$
$a = a_0\cos(kx - \omega t + \theta_0)$
− скалярная синусоидальная волна, распространяющаяся в положительном направлении оси OX.
Здесь k – ***волновое число***, $\omega = kv$ – ***циклическая частота***, θ_0 – ***начальная фаза***.

(Использование тригонометрических функций в выражении для волны оправдано тем, что ***любую волну можно представить как суперпозицию простых синусоидальных волн*** *(преобразование Фурье))*

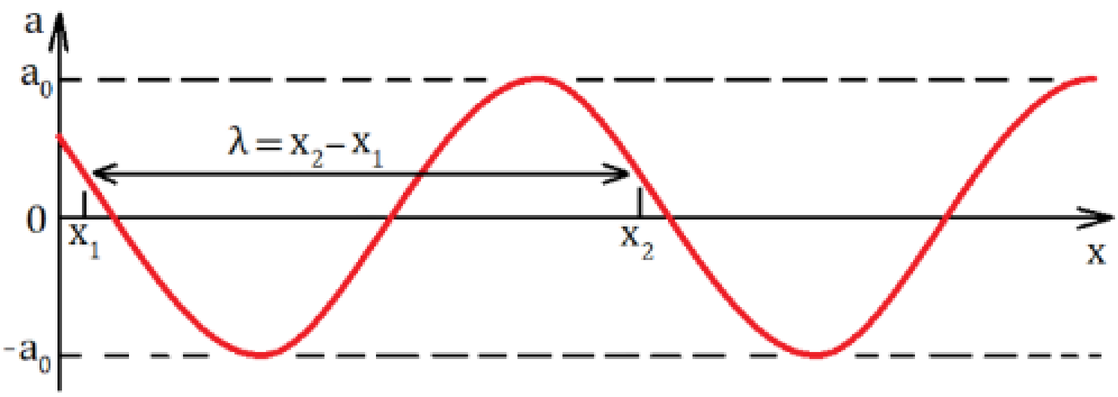
Для анализа получившейся функции $a = a(x,t)$ − зависящей от координаты точки на оси OX и времени, построим её график. Сначала рассмотрим, как ведет себя волна в точке с фиксированной координатой $x = x_0$. Выражение для волны упростится, и мы получаем функцию $a(t) = a_0\cos(\omega t - (kx_0 + \theta_0))$, описывающую изменение величины a во времени в конкретной выбранной точке пространства x_0. График такой функции легко построить – это синусоида с некоторой начальной фазой. В точке x_0 имеют место гармонические колебания $a = a_0\cos(\theta(t))$. Косинус – периодическая функция, его период равен 2π. Поэтому получившаяся функция $a(t)$ также периодична по времени.



Период колебаний (волны) T – промежуток времени, за который фаза волны в данной точке увеличивается на 2π.

На нашем графике $T = t_2 - t_1$, и так как
$\theta_1 + 2\pi = \theta_2$, то
$\omega t_1 - (kx_0 + \theta_0) + 2\pi = \omega t_0 - (kx_0 + \theta_0)\omega t_2 - \omega t_1 = 2\pi$, $\omega = 2\pi/(t_2 - t_{2)}$
$\boxed{\omega = 2\pi/T}$ – связь между **циклической частотой** и **периодом волны**.

Теперь зафиксируем значение момента времени: $t = t_0$. Мы получим функцию, зависящую только от координаты точки: $a(x) = a_0\cos(kx + (\theta_0 - \omega t_0))$ и представляющую «фотографию» волны бегущей в положительном направлении оси OX в конкретный момент времени t_0. Её график аналогичен приведённому выше:



Также как и в приведённом выше примере на графике можно выделить две точки x_1 и x_2, фаза колебаний в которых отличается на 2π, величина $\lambda = x_2 - x_1$ называется **длиной волны.**
Аналогично распишем:
$kx_1 + (\theta_0 - \omega t_0\ ) + 2\pi = kx_2 + (\theta_0 - \omega t_0\ )\ kx_2 - kx_1 = 2\pi,\ k = 2\pi/(x_2 - x_1)$
$\boxed{k = 2\pi/\lambda}$ – связь между **волновым числом** и **длиной волны**.

Учитывая выражение для циклической частоты и периода волны, получаем $\omega = kv \Longrightarrow 2\pi/T = 2\pi/\lambda \cdot v$ или $1/T = v/\lambda$.
$\boxed{\lambda = v \cdot T}$ – связь между **длиной волны** и её **периодом**: **длина волны** – расстояние, на которое распространяется волна за время равное **периоду колебаний** T.

Изучая распространение волн в пространстве, можно увидеть, что волновое движение, начавшееся в некоторой области пространства, происходит не во всех его точках. Всегда существуют части пространства, до которых волна ещё не добралась. Поверхность, разделяющая точки пространства, которые уже участвуют в волновом возмущении и те, которые ещё не возмущены, называется **волновым фронтом**. С течением времени в волновое движение вовлекается всё больше точек, следовательно, со временем **волновой фронт** перемещается по пространству. В каждый момент времени в пространстве существует только один **волновой фронт**.

С другой стороны, в пространстве, охваченном волновым движением, всегда можно выделить точки, фаза колебаний которых одинакова. Совокупности этих точек образуют так называемые волновые поверхности. **Волновая поверхность** – геометрическое место точек пространства, в которых в рассматриваемый момент времени фаза волны имеет одно и тоже значение. Различным значениям фазы соответствует разные **волновые поверхности**. С течением времени фаза в каждой точке меняется, и **волновая поверхность**, соответствующая фиксированному значению фазы, перемещается в пространстве. Скорость такого перемещения может быть найдена из условия постоянства фазы:
$d\theta = d(kx - \omega t + \theta_0) = k \cdot dx - \omega \cdot dt = 0$
$\boxed{v = dx/dt = \omega/\mathrm{k}}$ - фазовая скорость волны.