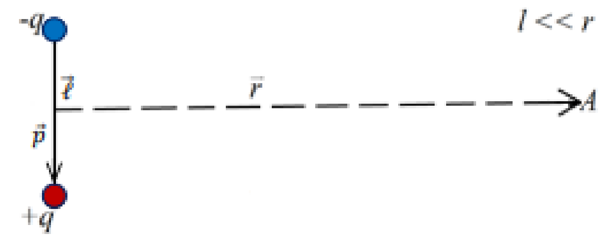
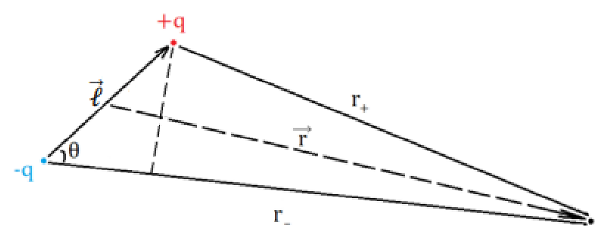
13. Электрический диполь (потенциал, напряженность электрического поля).

Электрический диполь - система состоящая из 2 зарядов, равных по величине и противоположных по знаку, расположенные на некотором расстоянии l друг от друга. Рассматривая его как систему предполагают, что $r \gg l$, где r - расстояние до диполя до интересующих нас точек поля.

Диполь имеет важную характеристику - дипольный момент: $\vec{p} = q\vec{l}$ **- вектор,** $p = ql;\ q > 0$	 **Направлен от '-' к '+'**

Потенциал электрического поля диполя.

По принципу суперпозиции:

$\varphi(\vec{r}) = \varphi_+(\vec{r}_+) + \varphi_-(\vec{r}_-) = \dfrac{kq}{r_+} + \dfrac{k(-q)}{r_-} = kq\left(\dfrac{r_- - r_+}{r_- \cdot r_+}\right)$ $r_-; r_+; r \gg l$ потому посчитаем приблихительно $r_- \cdot r_+ \cong r^2;\ r_- - r_+ \cong l\cos\theta$ $kq\left(\dfrac{l\cos\theta}{r^2}\right) = \dfrac{kp\cos\theta}{r^2} = \dfrac{kp\cos\theta}{r^3}$	

$\cos\theta = \cos(\widehat{\vec{p};\vec{r}}) \Rightarrow \varphi(\vec{r}) = \dfrac{k\vec{p}\vec{r}}{r^3}$ - потенциал диполя

$\varphi_{дип}$ убывает быстрее $\varphi_{т.з.}$ $т.к.$ $\varphi_{дип} \sim \dfrac{1}{r^2};\ \varphi_{т.з.} \sim \dfrac{1}{r}$

Напряженность электрического поля диполя:

$$\vec{E} = -grad\varphi = -\nabla\varphi = -\nabla\left(\frac{k\vec{p}\vec{r}}{r^3}\right) = -k\nabla\left(\vec{p}\vec{r} \cdot r^{-3}\right) = \left|\begin{matrix}\nabla(a,b) = \\ a\nabla b + b\nabla a\end{matrix}\right| = -k(\vec{p}\vec{r}\nabla(r^{-3}) + r^{-3}\nabla(\vec{p}\vec{r}))$$

1. $\vec{p}\vec{r} = p_x x + p_y y + p_z z$
2. $\nabla\vec{p}\vec{r} = \vec{i}\dfrac{\delta}{\delta x}(p_x x + p_y y + p_z z) + \vec{j}\dfrac{\delta}{\delta y}(p_x x + p_y y + p_z z) + \vec{k}\dfrac{\delta}{\delta z}(p_x x + p_y y + p_z z)$

   Рассмотрим $\vec{i}\dfrac{\delta}{\delta x}(p_x x + p_y y + p_z z)$

   $\dfrac{\vec{i}\delta}{\delta x}(p_x x) + \dfrac{\vec{i}\delta}{\delta x}(p_y y) + \dfrac{\vec{i}\delta}{\delta x}(p_z z) = \vec{i}p_x\dfrac{\delta x}{\delta x} + 0 + 0 = \vec{i}p_x$; аналогично с другими $\Rightarrow$
   $\vec{i}p_x + \vec{j}p_y + \vec{k}p_z = \vec{p}$

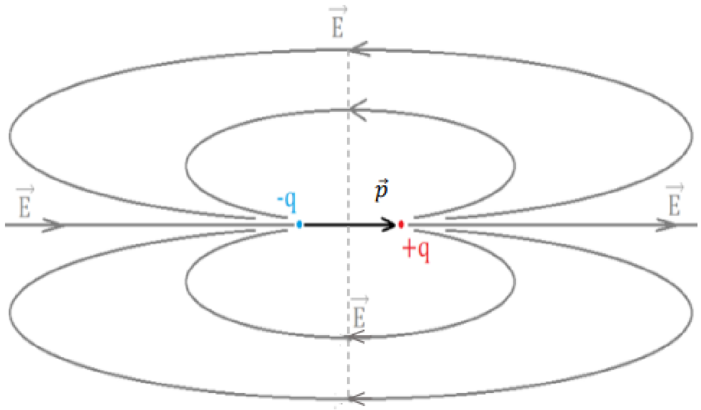
3. $\nabla\frac{1}{r^3} = \nabla(r^{-3}) = -3r^{-4}\nabla(r) == 3r^{-4}\left(\frac{\vec{i}\delta}{\delta x} + \frac{\vec{i}\delta}{\delta y} + \frac{\vec{i}\delta}{\delta z}\right)\sqrt{x^2+y^2+z^2} = \left(\vec{i}\frac{x}{r} + \vec{j}\frac{y}{r} + \vec{k}\frac{z}{r}\right) = \frac{\vec{r}}{r} - 3r$

Рассмотрим 1 слагаемое:

$$\vec{i}\frac{\delta}{\delta x}\sqrt{x^2+y^2+z^2} = \frac{\vec{i}}{2}(x^2+y^2+z^2)^{\frac{-1}{2}}\frac{\delta}{\delta x}(x^2+y^2+z^2) = \vec{i}\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\frac{1}{2}2x = \vec{i}\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} = \vec{i}$$

Получаем: $-k\left(\vec{p}\vec{r}\frac{-3}{r^5}\vec{r} + r^{-3}\vec{p}\right) = k\frac{3(\vec{p}\vec{r})\vec{r} - \vec{p}r^2}{r^5} = \vec{E}(\vec{r})$

Силовые линии диполя

Общий вид	1) если $\vec{r} \parallel \vec{p}$; $\vec{r} \uparrow\uparrow \vec{p}$ то
	$k\frac{3r^2\vec{p} - r^2\vec{p}}{r^5} = \frac{2k}{r^3}\vec{p} \Rightarrow \vec{r} \uparrow\uparrow \vec{p}$; $\vec{E} \uparrow\uparrow \vec{p}$ **2) если** $\vec{r} \downarrow\uparrow \vec{p}$ **:** $k\frac{3pr(-\vec{r}) - r^2\vec{p}}{r^5} = \frac{3\vec{p}r^2 - r^3\vec{p}}{r^5} = \frac{2k}{r^3}\vec{p}$ **3) если** $\vec{r} \perp \vec{p}$ **:** $E = k\frac{0 - r^2\vec{p}}{r^5} = \frac{-k\vec{p}}{r^5}$ **Так и видно на рисунке.** $\vec{E} \downarrow\uparrow \vec{p}$