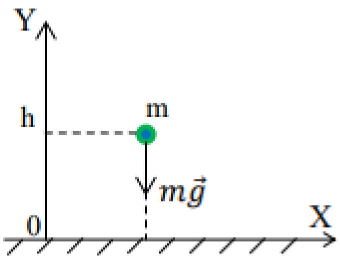
14 - Потенциальная энергия: понятие, примеры расчёта.

Потенциальная энергия — это скалярная физическая величина, представляющая собой часть полной механической энергии системы, находящейся в поле консервативных сил.

Если на систему действуют одни **только консервативные силы**, то можно для неё ввести понятие **потенциальной энергии.**

Примеры расчета потенциальной энергии.

1. Потенциальная энергия в однородном поле силы тяжести.



Тело движется под действием силы тяжести.
Начало отсчета O выбираем на поверхности: $\vec{r}_0 = 0$ ($y = 0$),

$$\mathrm{E}_{\text{пот}}(\vec{r}) = \int_{\vec{r}}^{0} m\vec{g}\cdot d\vec{r} =$$

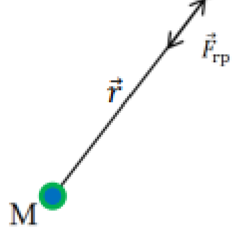
$$= \int_{\vec{r}}^{0} mg(-\vec{j})\cdot(\vec{i}dx + \vec{j}dy + \vec{k}dz) = \{\text{учтём, что } \vec{g} \text{ направлено вниз по оси } y\} =$$

$$= -\int_{h}^{0} mg\cdot dy = \int_{0}^{h} mg\cdot dy = mg\int_{0}^{h} dy = mgh$$

$$\mathrm{E}_{\text{пот}}(h) = mgh$$

$$\Delta\mathrm{E}_{\text{пот}} = mg(h_2 - h_1) = mg\Delta h$$

2. Потенциальная энергия в поле силы тяготения (гравитационном поле).

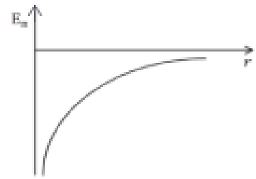


$$\vec{F}_{\text{гр}} = -G\frac{mM}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}$$

Гравитационное взаимодействие между телами отсутствует, когда они находятся на бесконечно большом расстоянии друг от друга, т.е. $r_0 = \infty$, поэтому естественно считать, что $E_{\text{пот}}(\infty) = 0$

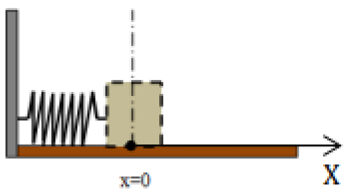
$$\mathrm{E}_{\text{пот}}(\vec{r}) = \mathrm{E}_{\text{пот}}(r) = \int_{r}^{\infty} \vec{F}_{\text{гр}} \cdot d\vec{r} = -\int_{r}^{\infty} G\frac{mM}{r^2}\frac{\vec{r}}{r} \cdot d\vec{r} = -GMm\int_{\vec{r}}^{\infty}\frac{\vec{r}d\vec{r}}{r^2 r} = \{\text{см. §8}\}$$

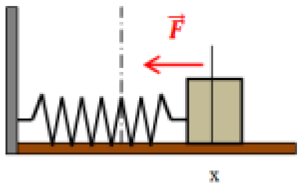
$$= -GMm\int_{\vec{r}}^{\infty}\frac{dr}{r^2} = -GMm\left(-\frac{1}{r}\right)\Big|_{r}^{\infty} = GMm\frac{1}{r}\Big|_{r}^{\infty} = -G\frac{Mm}{r}$$



$$\mathrm{E}_{\text{пот}}(r) = -G\frac{Mm}{r}$$

3. Потенциальная энергия в поле упругой силы.





$\vec{F}_{\text{упр}} = -k\Delta\vec{r}$ Если принять, что груз, растягивающий пружину, смещается вдоль оси x и выбрать за начало отсчёта положение груза при недеформированной пружине, то величину силы упругости можно представить в виде: $Fx_{\text{упр}} = -kx$. В недеформированное состояние пружины можно считать $E_{\text{пот}}(0) = 0$.

$$E_{\text{пот}}(x) = \int_{\vec{r}}^{0} \vec{F}_{\text{упр}} \cdot d\vec{r} = \int_{\vec{r}}^{0}\left(\vec{\imath}F_{x\,\text{упр}} + \vec{\jmath}F_{y\,\text{упр}} + \vec{k}F_{z\,\text{упр}}\right)\cdot\left(\vec{\imath}dx + \vec{\jmath}dy + \vec{k}dz\right) = \int_{x}^{0} F_{x\,\text{упр}} \cdot dx =$$

$$= -\int_{x}^{0} kxdx = -k\int_{x}^{0} xdx = -k\frac{x^2}{2}\Big|_{x}^{0} = \frac{kx^2}{2}$$

$$\mathrm{E}_{\text{пот}}(x) = k\frac{x^2}{2}$$