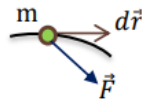


12 - Кинетическая энергия. Работа и мощность.

Кинетическая энергия:

$$E_{\text{кин}} = \frac{mv^2}{2} = \frac{(mv)^2}{2m} = \frac{p^2}{2m}.$$

Рассмотрим сначала МТ массы m , которая под действием силы \vec{F} совершает малое (= бесконечно малое) перемещение $d\vec{r}$.



$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}$$

$$d\vec{r} \cdot m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

$$m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{r} = m \cdot d\vec{v} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} = m \cdot d\vec{v} \cdot \vec{v} = m\vec{v} \cdot d\vec{v}$$

$$\begin{aligned} \{\vec{v}d\vec{v} &= (v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}) \cdot (dv_x\vec{i} + dv_y\vec{j} + dv_z\vec{k}) = v_x dv_x \vec{i}^2 + v_x dv_y (\vec{i}\vec{j}) + \dots = \\ &= v_x dv_x + v_y dv_y + v_z dv_z = d\frac{v_x^2}{2} + d\frac{v_y^2}{2} + d\frac{v_z^2}{2} = \frac{1}{2}d(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) = \frac{dv^2}{2}\} \end{aligned}$$

Тогда левая часть:

$$m\vec{v}d\vec{v} = m \frac{dv^2}{2} = d\left(\frac{mv^2}{2}\right) \stackrel{\text{def}}{=} dE_{\text{кин}}$$

Правая часть выражения:

$$\vec{F}d\vec{r} \stackrel{\text{def}}{=} \delta A$$

δA — малая работа силы (или малое количество работы), скалярное произведение силы на малое перемещение точки.

$$d\left(\frac{mv^2}{2}\right) = \vec{F}d\vec{r}$$

В результате малого перемещения точки:

$$dE_{\text{кин}} = \delta A \quad (1)$$

Если точка проходит путь конечной длины из положения 1 в положение 2. Его можно представить как сумму малых перемещений $d\vec{r}$, для каждого из которых справедливо выражение (1). Таким образом, для конечного пути справедливым можно считать следующее выражение:

$$\int_1^2 dE_{\text{кин}} = \int_1^2 \delta A$$

$$\int_1^2 dE_{\text{кин}} = \int_1^2 d\left(\frac{mv^2}{2}\right) = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = E_{\text{кин}2} - E_{\text{кин}1} = \Delta E_{\text{кин}}$$

$$\int_1^2 \delta A = \int_1^2 \vec{F}d\vec{r} = A_{12}.$$

Приращение кинетической энергии при перемещении материальной точки равно работе силы, действующей на эту точку:

$$\Delta E_{\text{кин}} = A_{12} \quad (1')$$

(1') — интегральная форма записи теоремы о кинетической энергии, (1) — её дифференциальная форма.

Единицей работы и энергии в системе СИ является Джоуль:

$$[A] = [E_{\text{кин}}] = [F] [dr] = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж}.$$

Работа, совершенная в единицу времени, называется мощностью:

$$N = P = \frac{\delta A}{dt} = \frac{\vec{F} d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \vec{v}.$$

Её единицами является джоуль на секунду или ватт (Вт): $[P] = \frac{[A]}{[t]} = \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = \text{Вт}.$

$E_{\text{кин}}(\vec{r}, \vec{v})$ – функция состояния. Конечное изменение любой функции состояния обозначается Δ : $\Delta E_{\text{кин}}$, малое изменение функции состояния – d : $dE_{\text{кин}}$.

A_{12} – функция процесса, малое количество функции процесса – δ : δA .

Теорема о кинетической энергии:

Приращение кинетической энергии системы материальных точек равно работе всех сил, действующих на эту систему.