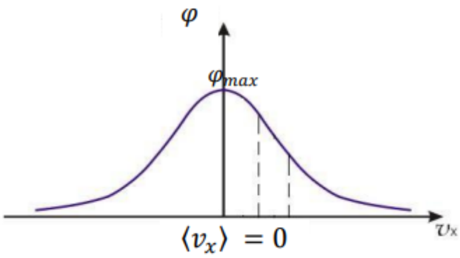
31. **Распределение Максвелла** (для компоненты и вектора скорости).

Все направления скоростей равноправны, и в среднем численные значения проекций скоростей частиц, движущихся по и против каждой из осей OX,OY,OZ, равны. Джеймс Клерк Максвелл доказал, что проекции скоростей частиц распределены по Гауссу. Что средние значения проекций скорости равны нулю: $\langle v_x \rangle = 0$; $\langle v_y \rangle = 0$; $\langle v_z \rangle = 0$, как следствия из равноправия направления скоростей, а среднеквадратичное отклонение $\sigma^2 = \frac{kT}{m}$:

$$\boxed{\varphi(v_x) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{m{v_x}^2}{2kT}\right)}$$

где T – абсолютная температура системы ($[T] = K$), $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\,\frac{\text{Дж}}{\text{К}}$ – постоянная Больцмана, являющаяся частью многих физических законов, m – масса частицы системы. $\varphi(\langle v_x \rangle) = \varphi(0) = \varphi_{max}$



Компоненты вектора $\vec{v}$ принадлежат соответствующим одномерным интервалам:

$$\vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} v_x \in [v_x;\ v_x + dv_x] \\ v_y \in [v_y;\ v_y + dv_y] \\ v_z \in [v_z;\ v_z + dv_z] \end{cases}.$$

Относительное число частиц, вектор скорости которых попадает в интервал $dV = dv_x \cdot dv_y \cdot dv_z = d^3\vec{v}$, может быть найдено перемножением относительного числа частиц, для проекций скоростей которых выполняются написанные выше одномерные интервалы.

$$\frac{dN(\vec{v})}{N} = f(\vec{v})dV = \frac{dN(v_x)}{N} \cdot \frac{dN(v_y)}{N} \cdot \frac{dN(v_z)}{N} = \varphi(v_x)dv_x \cdot \varphi(v_y)dv_y \cdot \varphi(v_z)dv_z =$$

Значение x – проекции вектора скорости не зависит от значений y, z –проекции вектора скорости, т.е. значения v_x, v_y, v_z никак не связаны.

$$= \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{mv_x^2}{2kT}\right) \exp\left(-\frac{mv_y^2}{2kT}\right) \exp\left(-\frac{mv_z^2}{2kT}\right) dv_x dv_y dv_z =$$

$$= \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{m}{2kT}(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)\right) dv_x dv_y dv_z = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) dV.$$

Функция распределения Максвелла для вектора скорости:

$$\boxed{f(\vec{v}) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right).}$$

Заметим, что функция распределения Максвелла для вектора скорости зависит только от квадрата его модуля и не зависит от направления. Следовательно, можно получить распределение частиц только по модулю скорости.