21. Теорема Гаусса для электрического поля в диэлектриках. Связь между векторами $\vec{P}$, $\vec{E}$ и $\vec{D}$

Распишем Th.Гаусса для произвольного диэлектрика:

$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$; $q^{вн} = q + q'$

$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{q+q'}{\epsilon_0} | \cdot \epsilon_0$

$\epsilon_0 \oint_S \vec{E} d\vec{S} = q + q' = [q' = -\oint \vec{P} d\vec{S}] = \epsilon_0 \oint_S \vec{E} d\vec{S} = q - \oint_S \vec{P} d\vec{S} = \epsilon_0 \oint_S \vec{E} d\vec{S} + \oint_S \vec{P} d\vec{S} = q$ т.к. интегралы по одной и той же замкнутой поверхности, то их можно обходить.

$\oint (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) d\vec{S} = q \ (1)$

Введем вспомогательный вектор $\vec{D} =^{def} \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ (вектор электрической индукции, вектор электрического смещения)

$[\vec{D}] = [\vec{P}] = \frac{Кл}{м^2}$

$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = q^{внут}$ - Th.Гаусса для диэлектриков интегральная форма

Воспользуемся формулой Гаусса-Остроградского:

$$\begin{cases} \oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_{V_s} div \vec{D} dV \\ q^{вн} = \int_{V_s} \rho dV \end{cases} \int_{V_s} div \vec{D} dV = \int_{V_s} \rho dV; \quad div \vec{D} = \rho \text{ - локальная формула Th.Гаусса}$$

Связь между векторами $\vec{P}$, $\vec{E}$ и $\vec{D}$

Экспериментально, связь между $\vec{P}$ и $\vec{E}$ линейная

коллинеарны $\Rightarrow \vec{P} = \epsilon_0 \varkappa \vec{E}$, где $\varkappa$ - поляризуемость диэлектрика или диэлектрическая восприимчивость среды. $\varkappa > 0$

Тогда: $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0 \vec{E} + \epsilon \varkappa \vec{E} = \epsilon \vec{E} (\varkappa + 1) = [\varkappa + 1 = \epsilon] = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}; [\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}]$

Источниками и стоками $\vec{E}$ являются любые заряды.

А вот у $\vec{D}$ только сторонний заряды.

Весь смысл $\vec{D}$:

Величина зависит от всех зарядов, но при этом сам вектор, его силовые линии начинаются и заканчиваются на свободных (сторонних), так и на поляризационных (индуцированных) зарядах.

Если сторонние заряды обладают симметрией, то вектор $\vec{D}$ особо полезен.