

## 25 - Закон Джоуля–Ленца (локальная и интегральная форма)

### Интегральная форма закона Джоуля-Ленца

*по материалам из интернета, так как найти в конспектах я этого не смог*

В целом закон Джоуля-ленца исходно был открыт экспериментально, однако выводится из вполне конкретных физических соображений

Дело в том, что когда мы говорим о токе, мы на самом деле говорим о переносе заряда. Предположим у нас есть разность потенциалов  $U = \varphi_1 - \varphi_2$ , Тогда работа по переносу заряда будет равна

$$\delta A = dq \cdot U$$

В то же время весь перенесенный заряд явно выражается из тока в проводнике:

$$I = \frac{dq}{dt} \rightarrow dq = I \cdot dt$$

При подстановке получаются следующие формы:

$$\delta A = UI \cdot dt = \frac{I^2}{R} dt = \frac{U^2}{R} dt$$

ну а интегральная форма получается если это дело проинтегрировать. Если мы предполагаем, что в ни напряжение  $U$  ни ток  $I$  со временем не меняются, в этих уравнениях просто  $\delta A$  заменится на  $A$ , а  $dt$  превратится в  $t$

$$A = UI \cdot t = \frac{I^2}{R} t = \frac{U^2}{R} t$$

### Локальная форма закона Джоуля-Ленца

Локальная форма закона берется из рассмотрения движения единственного заряда. Сначала рассматривается его малое передвижение на вектор  $d\vec{r}$ , который в форме записи через скорость выглядит как  $d\vec{r} = \vec{v}dt$ . Сила распишется как  $\vec{F} = e\vec{E}$ , Где  $e$  - заряд электрона:

$$\delta A = \vec{F} \cdot d\vec{r} = e\vec{E} \cdot \vec{v}dt$$

Далее через усреднение получается:

$$\langle \delta A \rangle = e\vec{E} \langle \vec{v} \rangle \cdot dt$$

Далее  $\langle \vec{v} \rangle$  заменяется на  $\vec{u}$  для краткости

Поскольку нам известно, что  $\vec{u}$  примерно постоянен, как и  $\vec{E}$ , вопрос - куда девается энергия. Ответ - на нагрев проводника - электроны влетают в узлы кристаллической решетки проводника отдавая им излишки энергии, поэтому проводник греется. Таким образом мы нашли энергию, которая расходуется на нагрев

Можно сказать, что при протекании электрического тока выделяющаяся в среде мощность идет на увеличение ее внутренней энергии

Чтобы найти мощность, нам нужно узнать, сколько электронов проходит через объем, умножить на энергию, оставляемую одним электроном (мы посчитали ее выше), после чего поделить на время за которое электроны прошли:

$$dP = \frac{\langle \delta A \rangle \cdot dN}{dt} = e \vec{E} \cdot \vec{u} \cdot n \cdot dV = ne \cdot \vec{u} \cdot \vec{E} \cdot dV = \vec{j} \cdot \vec{E} \cdot dV$$

Таким образом в единице объема вычисляется мощность:

$$\frac{dP}{dV} = \vec{j} \cdot \vec{E} = \sigma \cdot E^2 = \frac{E^2}{\rho} = \frac{j^2}{\sigma} = \rho \cdot j^2$$

Это и есть закон Джоуля-Ленца в локальной форме