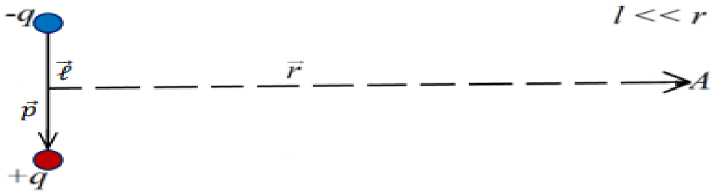
Электрический диполь

Электрический диполь – система, состоящая из двух зарядов, равных по величине и противоположных по знаку, расположенных на некотором расстоянии ℓ друг от друга. Важной характеристикой диполя является его дипольный момент: $\vec{p} = q\vec{\ell}$ – вектор, направленный по оси диполя от отрицательного заряда к положительному. у. Величина дипольного момента: $p = q\ell$, где $q > 0$. Предполагают, что диполь точечный, т.е. считают расстояния r от диполя до интересующих нас точек поля значительно больше ℓ: $r \gg \ell$.



Потенциал электрического поля диполя

Т.к. диполь – система двух точечных зарядов, то потенциал ищется по принципу суперпозиции.

$r+$ и $r-$ – расстояния до точки поля от положительного и отрицательного заряда

θ – угол между векторами $\vec{\ell}$ (или $\vec{p}$) и r

$$\varphi(\vec{r}) = \varphi_+(\vec{r}_+) + \varphi_-(\vec{r}_-) =$$

$$= \frac{kq}{r_+} + \frac{k(-q)}{r_-} = kq\frac{r_- - r_+}{r_- \cdot r_+} \boxed{=}$$

$$r_+ \cdot r_- \cong r^2, \qquad r_- - r_+ \cong \ell\cos\theta.$$

Не забывая, что

$r+, r-, r \gg \ell$

$$\boxed{=} kq\frac{r_- - r_+}{r_- \cdot r_+} = kq\frac{\ell\cos\theta}{r^2} = k\frac{q\ell\cos\theta}{r^2} = k\frac{p\cos\theta}{r^2} = k\frac{pr\cos(\widehat{\vec{p},\vec{r}})}{r^3} \Longrightarrow$$

$$\boxed{\varphi(\vec{r}) = k\frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^3}}$$

потенциал электрического поля диполя

Из формулы потенциала электрического поля диполя следует, что потенциал диполя уменьшается с увеличением расстояния быстрее, чем потенциал точечного заряда:

$$\varphi_{\text{дип}} \sim \frac{1}{r^2}, \quad \varphi_{\text{точ.заряд}} \sim \frac{1}{r}.$$

Напряжённость электрического поля диполя

Используя формулу $\vec{E} = -\text{grad}\,\varphi$ или $\vec{E} = -\nabla\varphi$, , найдём его напряжённость поля диполя:

$$\vec{E} = -\nabla\varphi = -\nabla\left(k\frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^3}\right) = -k\nabla\left(\frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{r^3}\right) = -k\nabla\left((\vec{p}\cdot\vec{r})\cdot\frac{1}{r^3}\right) = -k\left(\frac{1}{r^3}\nabla(\vec{p}\cdot\vec{r}) + (\vec{p}\cdot\vec{r})\nabla\left(\frac{1}{r^3}\right)\right) \boxed{=}$$

Сосчитаем каждое слагаемое по отдельности, будем использовать для векторных величин их покомпонентные формы для декартово й системы координат

$$\vec{p}\cdot\vec{r} = (\vec{\imath}p_x + \vec{\jmath}p_y + \vec{k}p_z)\cdot(\vec{\imath}x + \vec{\jmath}y + \vec{k}z) = p_x x + p_y y + p_z z$$

$$1)\qquad \nabla(\vec{p}\cdot\vec{r}) = \left(\vec{\imath}\frac{\partial}{\partial x} + \vec{\jmath}\frac{\partial}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)(p_x x + p_y y + p_z z) =$$

$$= \vec{\imath}\frac{\partial}{\partial x}(p_x x + p_y y + p_z z) + \vec{\jmath}\frac{\partial}{\partial y}(p_x x + p_y y + p_z z) + \vec{k}\frac{\partial}{\partial z}(p_x x + p_y y + p_z z) =$$

$$\boxed{\vec{\imath}\frac{\partial}{\partial x}(p_x x + p_y y + p_z z) = \vec{\imath}\frac{\partial}{\partial x}(p_x x) + \vec{\imath}\frac{\partial}{\partial x}(p_y y) + \vec{\imath}\frac{\partial}{\partial x}(p_z x) = \vec{\imath}\cdot p_x\frac{\partial x}{\partial x} + 0 + 0 = \vec{\imath}\cdot p_x}$$

$$= \vec{\imath}\cdot p_x + \vec{\jmath}\cdot p_y + \vec{k}\cdot p_z = \vec{p}$$

$$2)\qquad \nabla\left(\frac{1}{r^3}\right) = \nabla(r^{-3}) = -3r^{-4}\nabla r = \frac{-3}{r^4}\left(\vec{\imath}\frac{\partial}{\partial x} + \vec{\jmath}\frac{\partial}{\partial y} + \vec{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)\sqrt{x^2+y^2+z^2} =$$

$$\boxed{\begin{aligned} &r = \sqrt{x^2+y^2+z^2} \\ &\vec{\imath}\frac{\partial}{\partial x}\left(\sqrt{x^2+y^2+z^2}\right) = \vec{\imath}\frac{\partial}{\partial x}(x^2+y^2+z^2)^{\frac{1}{2}} = \vec{\imath}\cdot\frac{1}{2}(x^2+y^2+z^2)^{-\frac{1}{2}}\cdot\frac{\partial}{\partial x}(x^2+y^2+z^2) = \\ &= \vec{\imath}\frac{1}{2\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\cdot 2x = \vec{\imath}\frac{x}{r}\end{aligned}}$$

$$= \frac{-3}{r^4}\left(\vec{\imath}\frac{x}{r} + \vec{\jmath}\frac{y}{r} + \vec{k}\frac{z}{r}\right) = \frac{-3}{r^5}(\vec{\imath}x + \vec{\jmath}y + \vec{k}z) = \frac{-3}{r^5}\vec{r}$$

$$= -k\left(\frac{1}{r^3}\nabla(\vec{p}\cdot\vec{r}) + (\vec{p}\cdot\vec{r})\nabla\left(\frac{1}{r^3}\right)\right) = -k\left(\frac{1}{r^3}\cdot\vec{p} + (\vec{p}\cdot\vec{r})\cdot\frac{-3}{r^5}\vec{r}\right) =$$

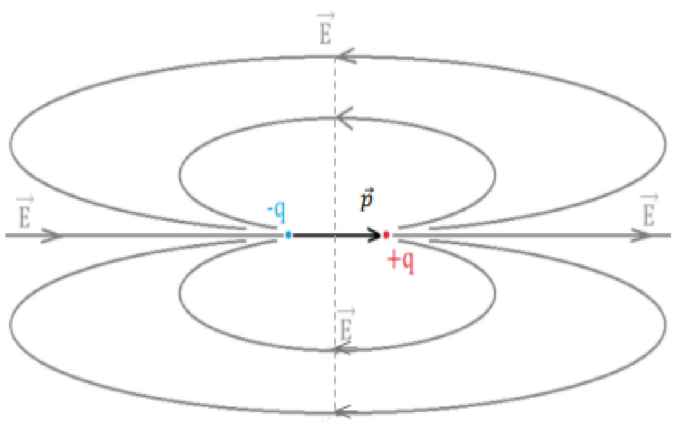
$$= -k\left(\frac{r^2}{r^5}\cdot\vec{p} + \frac{-3(\vec{p}\cdot\vec{r})}{r^5}\vec{r}\right) = -k\frac{r^2\vec{p} - 3(\vec{p}\cdot\vec{r})\vec{r}}{r^5}$$

$$\boxed{\vec{E}(\vec{r}) = k\frac{3(\vec{p}\cdot\vec{r})\vec{r} - r^2\vec{p}}{r^5}}$$ – вектор напряжённости электрического поля диполя.

Так же, как и потенциал, напряжённость поля диполя уменьшается при удалении от диполя быстрее, чем напряжённость поля точечного заряда:

$$E_{\text{дип}} \sim \frac{1}{r^3},\quad E_{\text{точ.заряд}} \sim \frac{1}{r^2}.$$

Силовые линии электрического поля диполя:



Силовые линии электрического поля проходят таким образом, чтобы направление вектора E⇀ в каждой из точек пространства совпадало с направлением касательной к силовой линии.

Такоим образом в точках лежащих на оси диполя ($\vec{r} \parallel \vec{p}$): $\vec{E} \upuparrows \vec{p}$. А в точках я, лежащих на линии перпендикулярной оси диполя($\vec{r} \perp \vec{p}$): $\vec{E} \uparrow\downarrow \vec{p}$

Помимо диполей поля могут создавать квадруполи и октуполи и тд., напряжённости таких полей убывают по мере удаления от такой системы ещё быстрее чем в диполях.