9. Потенциал электростатического поля. Потенциальная энергия заряда

Потенциал можно рассматривать как величину, численно равную потенциальной энергии единичного положительного заряда в данной точке. Единицей измерения потенциала в СИ является Вольт: $[\varphi]$ = В.

$$\boxed{\varphi(\vec{r}) = \int_{\vec{r}}^{\vec{r}_O} \vec{E} \cdot d\vec{r}.}$$

Потенциал поля точечного заряда.

Воспользуемся формулой, определяющей потенциал в некоторой точке поля $\vec{r}$, для нахождения потенциала электрического поля, которое создано неподвижным точечным зарядом $\vec{E} = k\frac{q}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}$. В качестве начала отсчёта, как было рекомендовано выше, возьмём $r_O = \infty$, $\varphi(\infty) = 0$:

$$\varphi(r) = \int_{\vec{r}}^{\vec{r}_O} \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_{\vec{r}}^{\infty} k\frac{q}{r^2}\frac{\vec{r}}{r} \cdot d\vec{r} = \cdots = kq\int_{r}^{\infty} \frac{dr}{r^2} = -k \cdot \frac{q}{r}\Big|_r^{\infty} = 0 - \left(-k \cdot \frac{q}{r}\right) = k \cdot \frac{q}{r}.$$

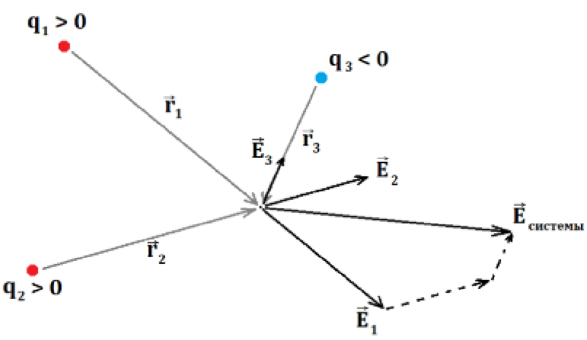
$$\boxed{\varphi = k \cdot \frac{q}{r}}$$

– потенциал поля точечного заряда.

Потенциал поля системы точечных зарядов

Пусть система состоит из неподвижных точечных зарядов $q_1, q_2, q_3 \ldots$ (дискретная система зарядов). Согласно принципу суперпозиции в любой точке пространства напряжённость электрического поля (см. §1)

$$\vec{E}_{\text{сист}} = \sum_{i=1}^{N} \vec{E}_i(\vec{r}_i) = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \cdots.$$



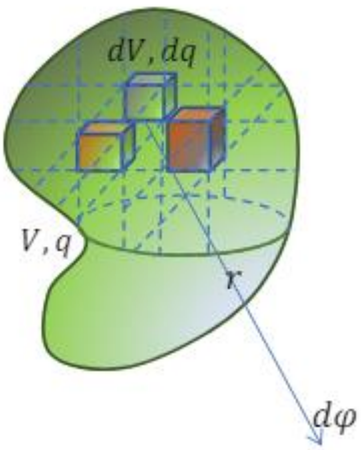
Тогда для потенциала электрического поля этой системы можно написать следующее выражение:

$$\varphi(r) = \int_{\vec{r}}^{\infty} \vec{E} \cdot d\vec{r} = \int_{\vec{r}}^{\infty} \left(\vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \cdots\right) \cdot d\vec{r} = \int_{\vec{r}}^{\infty} \vec{E}_1 \cdot d\vec{r} + \int_{\vec{r}}^{\infty} \vec{E}_2 \cdot d\vec{r} + \int_{\vec{r}}^{\infty} \vec{E}_3 \cdot d\vec{r} + \cdots =$$

$$= \varphi_1(r_1) + \varphi_2(r_2) + \varphi_3(r_3) + \cdots = \sum_{i=1}^{N} \varphi_i(r_i),$$

$$\boxed{\varphi_{\text{сист}} = k \cdot \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{r_i},}$$

Потенциал поля заряженного тела (распределенного заряда)



$$\varphi_{\text{точ.заряд}} = k\frac{q_{\text{точ.заряд}}}{r} \quad \Longrightarrow \quad d\varphi = \frac{kdq}{r}.$$

Потенциал электрического поля всего заряженного тела может быть найден, согласно принципу суперпозиции, как сумма потенциалов всех физически бесконечно малы объёмов, составляющих тело:

$$\varphi_{\text{сист}} = \sum_{i=1}^{N} \varphi_i(r_i) = k \cdot \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{r_i} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{\varphi = \int\limits_{\substack{\text{по всему}\\\text{заряженному телу}}} d\varphi = \int\limits_{\substack{\text{по всему}\\\text{заряженному телу}}} \frac{kdq}{r}.}$$

Потенциальная энергия заряда

т.к. сила, действующая на заряд со стороны электростатического поля, является консервативной - можно использовать понятие потенциальной энергии:

$$A_{12} = \mathrm{W}_{\text{пот}}(\vec{r}_1) - \mathrm{W}_{\text{пот}}(\vec{r}_2) = -\Delta W_{\text{пот}}$$

$$\mathrm{W}_{\text{пот}}(\vec{r}_1) - \mathrm{W}_{\text{пот}}(\vec{r}_2) = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} q\vec{E} \cdot d\vec{r} = q \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$\boxed{\varphi(\vec{r}) = \frac{\mathrm{W}_{\text{пот}}(\vec{r})}{q}}$$

– *потенциал* электростатического поля;

$$\boxed{\varphi(\vec{r}_1) - \varphi(\vec{r}_2) = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E} \cdot d\vec{r}} = -\Delta\varphi$$

$$A_{12} = q \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{E} \cdot d\vec{r} = q\big(\varphi(\vec{r}_1) - \varphi(\vec{r}_2)\big) = -q\Delta\varphi \implies \boxed{A_{12} = -q\Delta\varphi}.$$

Из приведённых выше определений следует, что *потенциал* можно рассматривать как величину, численно равную *потенциальной энергии единичного положительного заряда* в данной точке.

$\Delta\varphi$, также как и ΔWпот, не зависит от выбора начала отсчета

$\delta A = \vec{F} \cdot d\vec{r} = q\vec{E} \cdot d\vec{r} = -d\mathrm{W}_{\text{пот}}$ или $\boxed{\delta A = -qd\varphi}$: $\boxed{-d\varphi = \vec{E} \cdot d\vec{r}}$