

P R A K T I K U M

Neuronale Netze

Gruppe M.16

Vorgelegt an der TH Köln
Campus Gummersbach
Mathematik 2

ausgearbeitet von:

MAXIMILIAN LUCA RAMACHER
MARIUS KÜHNAST MURATCAN GARANLI
KAI MURZA NICK STRUCKMEYER

Erster Betreuer: Marc Oedingen
Zweiter Betreuer: Peter Wagner

Gummersbach, im <Monat der Abgabe>

Zusammenfassung

Platz für das deutsche Abstract...

Abstract

Platz für das englische Abstract...

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	4
1 Einleitung Neuronale Netze	5
1.1 Wofür benötigt man Neuronale Netze	5
1.2 Einsatzgebiete	6
1.3 Grobes Prinzip	7
2 Neuronen	8
2.1 Was sind Neuronen?	8
2.2 Arten von Neuronen	9
2.2.1 Input Neuronen	9
2.2.1.1 Bias Neuronen	9
2.2.2 Output Neuronen	9
2.2.3 Versteckte Neuronen	9
2.3 Funktionsweise	10
2.3.1 Perceptrons	10
2.3.2 Aktivierungsfunktion	11
2.3.2.1 Lineare Aktivierung	11
2.3.2.2 Nicht lineare Aktivierung	11
2.3.2.2.1 Sign Aktivierung	12
2.3.2.2.2 Sigmoid Aktivierung	12
2.3.2.2.3 Tanh Aktivierung	12
2.3.2.3 Piecewise lineare Aktivierung	12
2.3.2.3.1 ReLU	12
2.3.2.3.2 hard tanh Aktivierung	12
2.3.3 Schichtenmodell	13
2.3.4 Loss-Function	13
2.4 Wie sind Neuronen miteinander verknüpft	14
2.4.1 Weights	14
2.5 Fehler / Backpropagation Einführung	14
3 Gradientenverfahren	15
3.1 Wofür braucht man das Gradientenverfahren?	15
3.1.1 Was ist der Gradient einer Funktion?	15
3.2 Grundkonzepte des Gradientenverfahrens	16
3.2.1 Wie funktioniert das Gradientenverfahren?	16
3.3 Gefährliche Fehlerquellen	18
3.3.1 Steckt man in einem lokalen Minimum fest?	18

3.3.2	Befindet man sich wirklich im globalen Minimum?	18
3.3.3	Wie löst man dieses Problem?	19
4	Backpropagation	20
4.1	Wie lernen Neuronale Netze?	20
4.2	Grundidee Backpropagation	20
4.2.1	Fehlerrückführung	20
4.2.2	Methode mit Matrizenmultiplikation	20
4.2.3	Forward / Backward Phase erklären	20
4.3	Fehlerfunktion finden	20
4.4	Gewichtsanpassung (Maybe)	20
5	Trainieren und Testen von Neuralen Netzen	21
5.1	Trainingsdaten	21
5.2	Testdaten	21
6	Quellenverzeichnis	22
6.1	Literatur	22
6.2	Internetquellen	22
A	Anhang	23
A.1	Unterabschnitt von Anhang	23
	Erklärung über die selbständige Abfassung der Arbeit	24

Abbildungsverzeichnis

1	Bild aus dem Buch 'Neural Networks and Deep Learning' von Charu C. Aggarwal	8
2	Aufbau von Perceptronen, Bild aus dem Buch 'Neural Networks and Deep Learning' von Charu C. Aggarwal	10
3	Aktivierungsfunktionen	13
4	Lokales und Global Minimum	19

1 Einleitung Neuronale Netze

Inhalt

Die Einleitung umfasst folgende Elemente^a:

- Wofür benötigt man Neuronale Netze
- Einsatzgebiete
- Grobes Prinzip

Eine Einleitung muss auch durch die Arbeit führen. Sie muss dem Leser helfen, sich in der Arbeit und ihrer Struktur zu Recht zu finden. Für jedes Kapitel sollte eine ganz kurze Inhaltsangabe gemacht werden und ggf. motiviert werden, warum es geschrieben wurde. Oft denkt sich ein Autor etwas bei der Struktur seiner Arbeit, auch solche Beweggründe sind dem Leser zu erklären^b.

^aVgl. u.a. [BBoJ], S. 5-6

^b[BBoJ], S. 6

1.1 Wofür benötigt man Neuronale Netze

Mit neuronalen Netzen lassen sich Probleme lösen, die mit herkömmlichen handgeschriebenen Algorithmen nur schwer bis gar nicht lösbar sind. Der große Vorteil neuronaler Netze liegt darin, dass sie selbstständig lernen können, Muster in Daten zu erkennen, wodurch man die entsprechenden Algorithmen nicht mehr von Hand schreiben muss. Neuronale Netze sind dabei in der Lage, auch komplexe Muster und Zusammenhänge aus sehr großen Datenmengen zu erkennen und zu extrahieren.

Neuronale Netze können aufgrund ihrer Fähigkeit, schnell und effizient komplexe Muster zu erkennen, auch Aufgaben lösen, für die man normalerweise Menschen benötigen würde, da herkömmliche Algorithmen diese Probleme nicht zuverlässig genug lösen können oder der Entwicklungsaufwand unverhältnismäßig groß in Relation zum Nutzen wäre.

Häufig sind Muster zu komplex, um sie mit einem klassischen Algorithmus erfassen zu können. Ein Beispiel hierfür wäre die Erkennung von Tieren auf einem Foto. Die Eigenschaften, die z.B. eine Katze ausmachen von Hand in Bedingungen zu überführen ist nahezu unmöglich, gerade deswegen da die Katzen sehr verschieden aussehen können und aus verschiedenen Perspektiven auf dem Foto zu sehen sein können. Mit Hilfe eines neuronalen Netzes kann man aber dennoch mit relativ einfach ein Netz trainieren, das in der Lage ist, solche Bilderkennungsaufgaben zu erledigen.

Neuronale Netze sind häufig auch zuverlässiger bei der Lösung eines Problems, als klassische Algorithmen, da herkömmliche Algorithmen manchmal bestimmte Sonderfälle nicht abdecken können, wohingegen neuronale Netze anpassungsfähiger sind und teilweise mit solchen Sonderfällen umgehen können, da sie diese Fälle aus ihren Trainingsdaten extrahieren konnten. Ein Beispiel für solche Fälle könnten autonom fahrende Fahrzeuge sein. Bei diesen ist es schwer möglich, Algorithmen zu schreiben, die unter allen Wetter-, Straßen- und Umweltbedingungen zuverlässig funktionieren. Schlecht zu sehende Straßenschilder oder Straßen mit undeutlichen Markierungen könnten ein Problem für solche Algorithmen darstellen, da handgeschriebene Algorithmen meistens auf genau solche Straßenmerkmale angewiesen sind wohingegen neuronale Netze möglicherweise mit solchen Fällen umgehen könnten, da sie sich aus den Trainingsdaten mehrere Faktoren abgeleitet haben, an denen sie sich orientieren können und zuverlässiger in der Erkennung von Mustern wie Straßenschildern sind.

1.2 Einsatzgebiete

Neuronale Netze sind äußerst vielfältig und lassen sich für verschiedenste Anwendungen anpassen und trainieren. Zu den häufigsten Anwendungsfällen zählen die Bilderkennung und die Verarbeitung von auditiven Daten.

Die Bilderkennung mittels neuronaler Netze lässt sich beispielsweise dazu einsetzen, medizinische Diagnosen durchzuführen, da diese Netze fähig sind, komplexe Krankheitsbilder zu erkennen. Röntgenbilder können von neuronalen Netzen auf Anzeichen von Tumoren untersucht werden und können so medizinisches Fachpersonal bei Ihrer Arbeit unterstützen. Auch kann die Bilderkennung genutzt werden, um die Position von Personen oder anderen Objekten auf einem Kamerabild zu identifizieren, was zur Realisierung von autonomem Fahren nützlich ist. Dabei werden vor allem sogenannte “convolutional neural networks” verwendet. Dabei handelt es sich um eine Variante von neuronalen Netzen, die auf Grund der speziellen verwendeten Schichten und Aktivierungsfunktionen besonders gut für die Bilderkennung geeignet sind.

Die Bilderkennung mittels neuronaler Netze findet auch in der Industrie Anwendung, um hergestellte Produkte automatisiert auf Mängel zu prüfen und auszusortieren.

Neuronale Netze können auch eingesetzt werden, um das Verhalten von Menschen zu analysieren. Anhand von Analytik Daten über die Interaktionen von Nutzern mit beispielsweise einer Website lassen sich mittels neuronaler Netze an den Nutzer angepasste Empfehlungen für Produkte, Videos oder ähnliches generieren. Die großen Mengen von anfallenden Daten über Nutzerinteraktionen können von solchen Netzen gefiltert und verarbeitet werden, um Muster im Verhalten der Nutzer zu finden, wodurch man auf die Vorlieben des Anwenders Rückschlüsse ziehen kann.

Neuronale Netze sind grundsätzlich in der Lage, beliebige Arten von Eingabedaten

zu verarbeiten. So ist es auch möglich, Audio-Daten zu verarbeiten und so beispielsweise Spracherkennung, automatisch generierte Untertitel und Sprachassistenten zu implementieren.

1.3 Grobes Prinzip

Neuronale Netze orientieren sich an der Funktionsweise von menschlichen Gehirnen und versuchen dadurch eine ähnliche Lernfähigkeit zu erzielen. Dabei werden Netze aus Neuronen simuliert, um menschliche Lernprozesse und kognitive Fähigkeiten nachzuahmen.

Die Neuronen neuronaler Netze sind in Schichten organisiert, die untereinander verbunden sind. Dabei werden Signale von den Ausgängen der Neuronen der einen Schicht zu den Eingängen der Neuronen der nächsten Schicht geleitet.

Die Neuronen implementieren Algorithmen, die die Eingabedaten verarbeiten und ein Ausgabesignal liefern. Die Verbindungen zwischen den Neuronen sind von variabler Stärke und sind der primäre Faktor, der beim Lernprozess verändert wird.

Neuronale Netze werden trainiert, indem man sie auf einem Trainingsdatensatz anwendet und die Verknüpfungen der Neuronen anpasst. Der Trainingsdatensatz enthält dabei beispielhafte Eingabedaten und die dazugehörige gewünschte Ausgabe.

Basierend auf der Abweichung der Ergebnisse des neuronalen Netzes von denen der Trainingsdaten werden die Verknüpfungen der Neuronen dann automatisiert angepasst, wodurch ein Lerneffekt erzielt werden kann. Nachdem das Netz trainiert wurde, kann man es dann mit Daten speisen, die noch nicht in den Trainingsdaten enthalten waren und das Netz bildet dann eine entsprechende Ausgabe, basierend auf den Zusammenhängen, die es aus dem Trainingsdatensatz extrahiert hat.

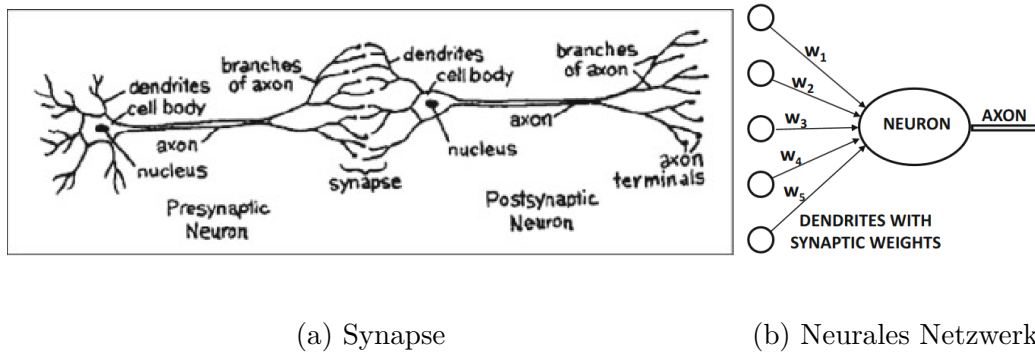
2 Neuronen

Inhalt

- Was sind Neuronen
- Arten von Neuronen
- Funktionsweise
- Aktivierungsfunktion
- Schichtenmodell

2.1 Was sind Neuronen?

Das menschliche Nervensystem besteht aus Neuronen, welche mit Axonen oder Dendriten verknüpft sind. Diese Verbindungen werden auch Synapsen genannt. Die variable Stärke der Synapsen ermöglichen das Lernen. Dieser biologische Mechanismus wird durch neurale Netze simuliert.



(a) Synapse

(b) Neurales Netzwerk

Abbildung 1: Bild aus dem Buch 'Neural Networks and Deep Learning' von Charu C. Aggarwal

Ein neuronales Netz besteht aus mindestens einem Neuron. Neuronen sind essentielle Bestandteile von neuronalen Netzen. Sie nehmen Eingabedaten entgegen und wandeln diese in Ausgabedaten um. Neben den Eingabedaten werden auch Weight-Parameter übergeben, welche die zu berechnenden Werte beeinflussen. Das eigentliche „Lernen“ erfolgt durch diesen Einfluss.

2.2 Arten von Neuronen

2.2.1 Input Neuronen

todo

2.2.1.1 Bias Neuronen

2.2.2 Output Neuronen

todo

2.2.3 Versteckte Neuronen

todo

2.3 Funktionsweise

2.3.1 Perceptrons

Die simpelste Form eines Neuralen Netzwerks ist ein Perceptron. Es kann nur binäre Entscheidungen $\{-1, +1\}$ treffen. Ein Perceptron besteht aus einer Input Layer und einem Output Node. Die Input Layer beinhaltet d nodes welches d Merkmale $\bar{X} = [x_1 \dots x_d]$ mit Weights $\bar{W} = [w_1 \dots w_d]$ übermittelt. Die lineare Aktivierungsfunktion sign berechnet dann die Vorhersage \hat{y} .

$$\hat{y} = \text{sign}\{\bar{W} \cdot \bar{X}\} = \text{sign}\left\{\sum_{j=1}^d w_j x_j\right\}$$

In vielen Fällen wird ein nicht variables Element b mit in der Rechnung berücksichtigt. Dies verursacht das der Mittelwert der Vorhersage nicht 0 ist.

$$\hat{y} = \text{sign}\{\bar{W} \cdot \bar{X} + b\} = \text{sign}\left\{\sum_{j=1}^d w_j x_j + b\right\}$$

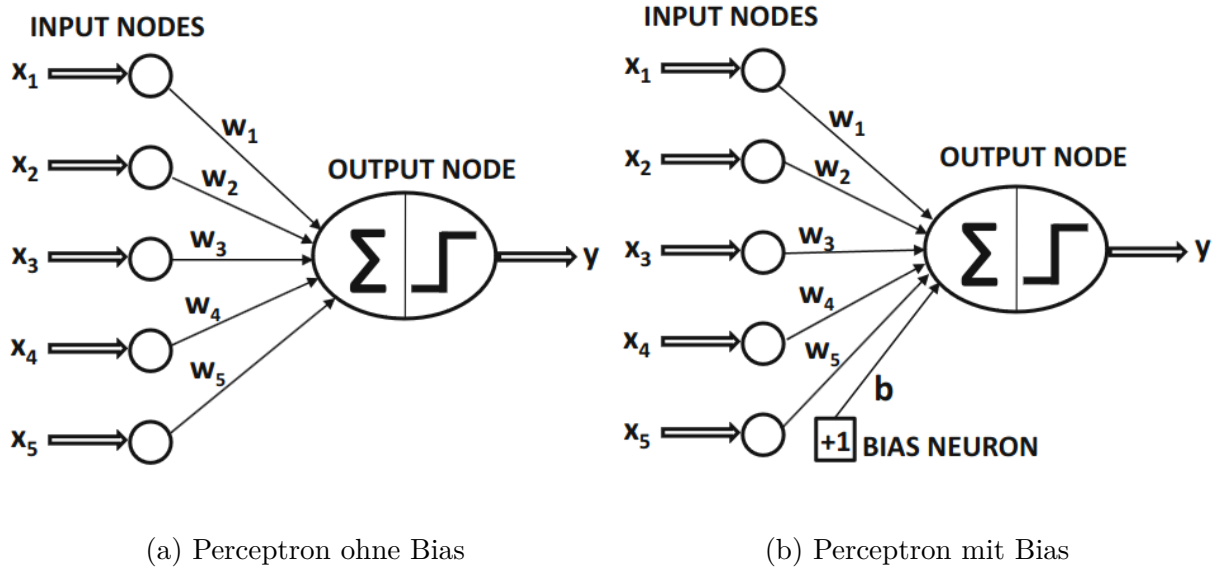


Abbildung 2: Aufbau von Perceptrons, Bild aus dem Buch 'Neural Networks and Deep Learning' von Charu C. Aggarwal

Durch der so genannten Minimierung lässt sich der Fehler der Vorhersage verringern. Hierzu werden neben den Features x , auch Labels y in einem Feature-Label Paar eingeführt.

$$\text{Minimize}_{\bar{W}} L = \sum_{(\bar{X}, y) \in \mathcal{D}} (y - \hat{y})^2 = \sum_{(\bar{X}, y) \in \mathcal{D}} (y - \text{sign}\{\bar{W} \cdot \bar{X}\})^2$$

Diese Art der Minimierung wird auch als Loss-Funktion bezeichnet. Die obige Funktion führt zu einer treppenstufigen Loss-Ebene, welche für gradient-descent ungeeignet ist. Um diesem Problem entgegen zu wirken, wird eine Smooth-Funktion angewendet.

$$\Delta L_{\text{smooth}} = \sum_{(\bar{X}, y) \in \mathcal{D}} (y - \hat{y}) \bar{X}$$

Beim Trainieren eines Neuralen Netzwerks werden Eingabedaten \bar{X} einzelt oder in kleinen Batches eingespeist um die Vorhersage \hat{y} zu generieren. Die Weights werden dann durch den Fehlerwert $E(\bar{X}) = (y - \hat{y})$ aktualisiert.

$$\bar{W} \Rightarrow \bar{W} + \alpha(y - \hat{y}) \bar{X}$$

Der Parameter α reguliert die Lernrate des Neuralen Netzwerks. Der Perceptron-Algorithmus durchläuft die Trainingsdaten mehrmals bis die Weight-Werte konvergieren. Ein solcher Durchlauf wird als Epoche bezeichnet.

Der Perceptron-Algorithmus kann auch als stochastische Gradientenabstiegsmethode betrachtet werden. TODO Erklärung hier?

2.3.2 Aktivierungsfunktion

Aktivierungsfunktionen ermöglichen den Neuronen nicht-lineare Outputs zu produzieren. Außerdem wird durch diese Funktionen entschieden, welche Neuronen aktiviert werden und wie die Inputs gewichtet werden. Zur Notation von Aktivierungsfunktion nutzen wir Φ .

$$\hat{y} = \Phi(\bar{W} \cdot \bar{X})$$

2.3.2.1 Lineare Aktivierung

Die simpelste Aktivierungsfunktion $\Phi(\cdot)$ ist die lineare Aktivierung. Sie bietet keine nicht linearität. Sie wird oft in Output Nodes verwendet, wenn das Ziel ein reeler Wert ist.

$$\Phi(v) = v$$

2.3.2.2 Nicht lineare Aktivierung

In den frühen Tagen der Entwicklung von neuronalen Netzen wurden sign, sigmoid und hyperbolic tangent Funktionen genutzt.

2.3.2.2.1 Sign Aktivierung

Die sign Funktion generiert nur binäre $\{-1, +1\}$ Ausgaben. Aufgrund der Nichtstätigkeit der Funktion, können beim Trainieren keine Loss-Funktionen verwendet werden.

$$\Phi(v) = \text{sign}(v)$$

2.3.2.2.2 Sigmoid Aktivierung

Die Sigmoid Funktion generiert Werte zwischen 0 und 1. Sie eignet sich deshalb für Rechnungen die als Wahrscheinlichkeiten interpretiert werden sollen.

$$\Phi(v) = \frac{1}{1 + e^{-v}}$$

2.3.2.2.3 Tanh Aktivierung

Der Graph der Tanh Funktion hat eine ähnliche Form wie die der Sigmoid Funktion. Sie unterscheidet sich jedoch in der Skalierung, denn ihr Wertebereich liegt zwischen -1 und 1.

$$\Phi(v) = \frac{e^{2v} - 1}{e^{2v} + 1}$$

Die Tanh Funktion lässt sich auch durch die Sigmoid Funktion darstellen.

$$\tanh(v) = 2 \cdot \text{sigmoid}(2v) - 1$$

2.3.2.3 Piecewise lineare Aktivierung

2.3.2.3.1 ReLU

TODO

$$\Phi(v) = \max\{v, 0\}$$

2.3.2.3.2 hard tanh Aktivierung

TODO

$$\Phi(v) = \max\{\min[v, 1], -1\}$$

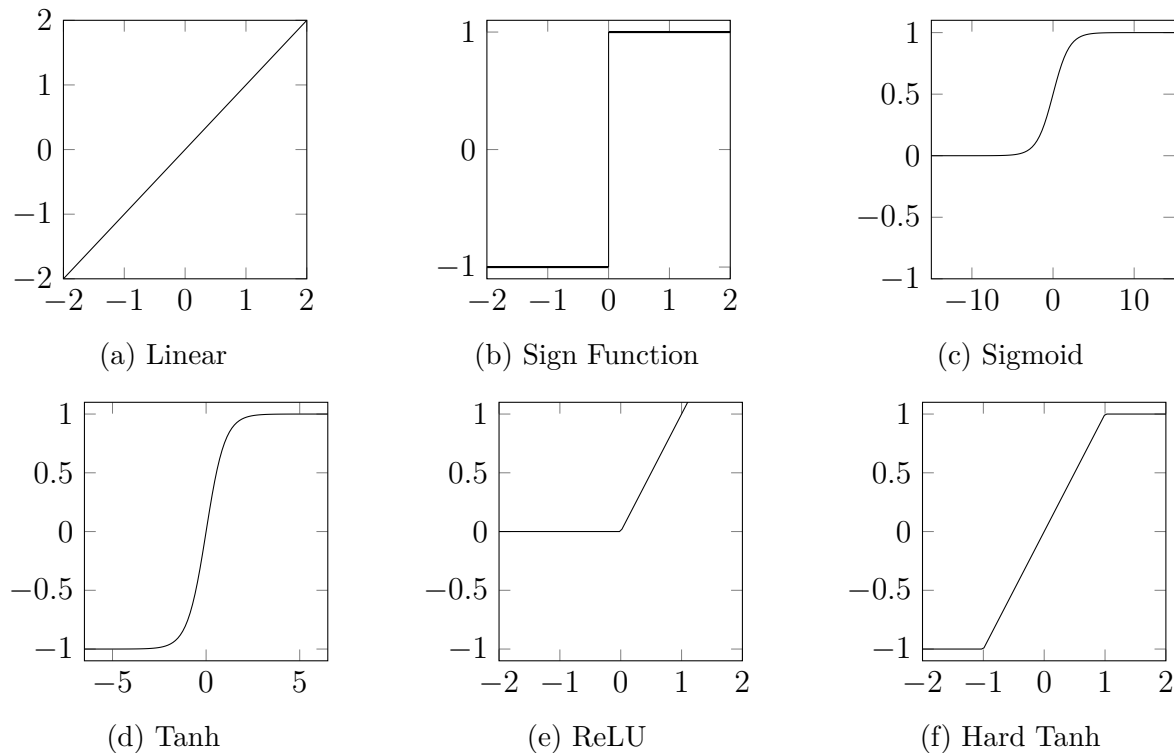


Abbildung 3: Aktivierungsfunktionen

2.3.3 Schichtenmodell

Neuronale Netze sind in einer Struktur aus mehreren aufeinanderfolgenden Schichten aufgebaut. Es existieren jedoch auch Netze, die nur aus einer einzigen Schicht bestehen, die sogenannten Perzeptrons, wobei alle Neuronen dieser Schicht mit allen Eingaben verbunden sind. Diese sind aber verhältnismäßig wenig leistungsfähig und können keine komplexen Zusammenhänge verarbeiten. Um komplexere Merkmale in den Eingabedaten zu erkennen, verwendet man Netze aus mehreren Schichten, was auch als ein "feed-forward" neuronales Netz bezeichnet wird. Dabei unterscheidet man grundlegend zwischen drei verschiedenen Arten von Schichten, der Eingabeschicht, den versteckten Schichten ("hidden layer") und der Ausgabeschicht. Die einzige Aufgabe der Eingabeschicht ist es, die Daten der Eingabevariablen darzustellen und an die folgenden Neuronen weiterzugeben, was auch bedeutet, dass diese Neuronen keine Aktivierungsfunktionen verwenden. Die Werte der Neuronen, die die Ausgabeschicht bilden sind auch die Werte, die als Ausgabe des Netzes gelten.

2.3.4 Loss-Function

2.4 Wie sind Neuronen miteinander verknüpft

Hier sollen die Weights erklärt werden

2.4.1 Weights

TEXT FOLGT...

2.5 Fehler / Backpropagation Einführung

Nur eine sehr knappe Einführung, da eigenes Kapitel für dieses Thema reserviert

3 Gradientenverfahren

Inhalte des *Gradientenverfahren*

Um die Verlustfunktion zu minimieren gibt es verschiedene Optimierungsverfahren. Das wohl bekannteste und am häufigsten eingesetzte Verfahren wird als Gradientenverfahren (Gradient Descent) bezeichnet. Das Kapitel Gradientenverfahren stellt die Grundlagen dar, die für das Verständnis des Lernprozesses eines neuronalen Netzwerks im nachfolgenden Kapitel erforderlich sind.

- Wofür braucht man das Gradientenverfahren?
- Grundkonzepte des Gradientenabstiegsverfahren
- Gefährliche Fehlerquellen

3.1 Wofür braucht man das Gradientenverfahren?

Das Gradientenverfahren (engl. gradient descent) wird genutzt, um ein Minimum einer Funktion mit beliebig vielen Parametern / Dimensionen zu finden. Natürlich könnte man nun denken, dass man dies durch bereits bekannte Methoden auch algebraisch berechnen könnte, jedoch wird dies bei einer Funktion mit tausenden oder mehr Parametern sehr schwierig oder gar unmöglich. Für neuronale Netze nutzt man das Gradientenverfahren konkret um ein Minimum der Verlustfunktion zu bestimmen. Durch diese Berechnung lässt sich mithilfe der Backpropagation jedes einzelne Gewicht und jeder Bias-Wert anpassen, hierdurch "lernt" das neuronale Netz.

3.1.1 Was ist der Gradient einer Funktion?

Der Gradient einer Funktion $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ist definiert durch die Funktion $\nabla f(x_0)$, welche den Spaltenvektor V liefert, in welchem jede Komponente v_1 bis v_n die partielle Ableitung der Funktion f nach dem jeweiligen Parameter x_i an der Stelle x_0 darstellt. Konkret also:

$$\nabla f(x_0) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x_1}(x_0) \\ \frac{\partial f}{\partial x_2}(x_0) \\ \vdots \\ \frac{\partial f}{\partial x_n}(x_0) \end{bmatrix}$$

Der Gradient an einem Punkt zeigt die Richtung des steilsten Anstiegs der Funktion an diesem Punkt an. Das bedeutet, dass, wenn man in die Richtung des Gradienten geht, man die Funktion so schnell wie möglich erhöht, und wenn man in die entgegengesetzte Richtung geht, also in Richtung des negativen Gradienten, man die Funktion so schnell wie möglich verringert. Dies ist ein entscheidender Aspekt bei dem Gradientenverfahren.

Im folgenden wird der Gradient einer Funktion an einem simplen Beispiel berechnet:

Sei $f(x, y) = x^2 + y^2$, nun ist der Gradient für den Punkt $x = 5, y = 3$ gesucht. Es gilt

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = f_x(x, y) = 2x$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = f_y(x, y) = 2y$$

Somit ergibt sich für unsere Funktion f folgender Gradient für den Punkt $x = 5, y = 3$

$$\nabla f(5, 3) = \begin{bmatrix} 2 * 5 \\ 2 * 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 6 \end{bmatrix}$$

3.2 Grundkonzepte des Gradientenverfahrens

3.2.1 Wie funktioniert das Gradientenverfahren?

Das Gradientenverfahren ist ein iteratives Verfahren, bei welchem man sich in jedem Iterationsschritt immer näher in die Richtung des steilsten Abstiegs einer Funktion $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ bewegt. Somit nähert man sich nach einigen Iterationen zuverlässig einem Minimum der Funktion f an.

Wie bereits oben erwähnt, gibt uns der Gradientenvektor $\nabla f(x_0)$ einer Funktion $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ die Richtung des steilsten Anstiegs vom Punkt x_0 aus gesehen. Passen wir also jeden Parameter x_i um den durch den Gradientenvektor gegebenen Wert v_i an, bewegen wir uns damit weiter in Richtung des steilsten Anstiegs. Da wir uns beim Gradientenverfahren aber für das Minimum einer Funktion interessieren, geht man stattdessen in die entgegengesetzte Richtung des Gradientenvektors $-\nabla f(x_0)$, also die Richtung des steilsten Abstiegs. Der Gradientenvektor gibt jedoch nicht, an wie weit man in die Richtung des steilsten Abstiegs gehen sollte. Um also zu verhindern, dass man das Minimum "überschreitet" moderiert man die Schrittweite durch eine sogenannte Lernrate η . Der Startpunkt x_0 muss außerdem zu Beginn des Gradientenverfahrens zufällig ausgewählt werden.

Damit haben wir die Grundidee des Gradientenverfahrens:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}_{\text{Neu}} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}_{\text{Alt}} - \eta \nabla f(x_0)$$

Die Schritte des Gradientenverfahrens sind also folgende:

1. Auswahl eines zufälligen Startpunktes / Startparameter x_0
2. Berechnen des Gradientenvektors $\nabla f(x_0)$
3. Anpassen der Startparameter durch den negativen Gradientenvektor multipliziert mit der Lernrate

Die Schritte 2. und 3. wiederholt man nun eine feste Anzahl an Iterationsschritten, oder bis die Ursprungsfunktion f gegen einen Wert konvergiert.

Im Folgenden wird das Gradientenverfahren an einem konkreten Beispiel erläutert. Sei $f(x, y) = 3x^2 + 6y^2$ und ein zufällig ausgewählter Startpunkt $x = 3$ und $y = 4$. Die Lernrate setzen wir auf $\eta = 0.05$. Dann berechnet sich der Gradient $\nabla f(3, 4)$ wie folgt:

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = f_x(x, y) = 6x$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = f_y(x, y) = 12y$$

$$\Rightarrow \nabla f(3, 4) = \begin{bmatrix} 6 * 3 \\ 12 * 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 \\ 48 \end{bmatrix}$$

Nun passen wir die Startparameter gemäß der Vorschrift mithilfe des negativen Gradientenvektors multipliziert mit der Lernrate an:

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} - 0.05 * \begin{bmatrix} 18 \\ 48 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.1 \\ 1.6 \end{bmatrix}$$

Bereits jetzt ergibt sich ein erheblicher Unterschied, wohingegen $f(3, 4) = 51$ ergibt, bekommen wir mit unseren aktualisierten Parametern bereits $f(2.1, 1.6) = 28.59$. Wir nähern uns also einem Minimum an! Die weiteren Iterationsschritte sind nur noch in

verkürzter Form angegeben:

$$\begin{bmatrix} 2.1 \\ 1.6 \end{bmatrix} - 0.05 * \begin{bmatrix} 6 * 2.1 \\ 12 * 1.6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.47 \\ 0.64 \end{bmatrix} \Rightarrow f(1.47, 0.64) = 8.94$$

$$\begin{bmatrix} 1.47 \\ 0.64 \end{bmatrix} - 0.05 * \begin{bmatrix} 6 * 1.47 \\ 12 * 0.64 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.02 \\ 0.256 \end{bmatrix} \Rightarrow f(1.02, 0.256) = 3.51$$

$$\begin{bmatrix} 1.02 \\ 0.256 \end{bmatrix} - 0.05 * \begin{bmatrix} 6 * 1.02 \\ 12 * 0.256 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.714 \\ 0.1024 \end{bmatrix} \Rightarrow f(0.714, 0.1024) = 1.59$$

$$\begin{bmatrix} 0.714 \\ 0.1024 \end{bmatrix} - 0.05 * \begin{bmatrix} 6 * 0.714 \\ 12 * 0.1024 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.04 \end{bmatrix} \Rightarrow f(0.5, 0.04) = 0.76$$

Wie man sieht nähern sich unsere Funktionswerte mit jedem Iterationsschritt der 0. Würde man das Gradientenverfahren einige Iterationen weiter ausführen, so würde man schlussendlich die Werte $x = 0$ und $y = 0$ rausbekommen. Dort liegt unser Minimum.

Die Auswahl des Startpunktes x_0 sowie die Wahl der Lernrate η spielen eine große Rolle beim Erfolg des Gradientenverfahrens, hierauf wird jedoch nicht weiter eingegangen.

3.3 Gefährliche Fehlerquellen

3.3.1 Steckt man in einem lokalen Minimum fest?

Auf der Suche nach dem globalen Minimum, kann der Algorithmus in einem lokalen Minimum enden und somit das Erreichen des globalen Minimums verhindert werden. Ein lokales Minimum tritt auf, wenn das Netzwerk in einem Punkt des Fehlergradienten auf eine niedrigere Fehlerfunktionsebene trifft, aber in der Nähe dieses Punktes einen anderen Punkt mit noch niedrigerem Fehler existiert (siehe Abb.4). Da Neuronale Netze häufig große Anzahlen von Parametern haben, kann die Suche nach dem globalen Minimum eine schwierige Aufgabe sein [HS97].

3.3.2 Befindet man sich wirklich im globalen Minimum?

Gradientenabstiegs- und Suchverfahren finden in der Regel nur lokale Minima, abhängig vom gewählten Startpunkt. Durch die fehlende Kenntnis der gesamten n -dimensionalen

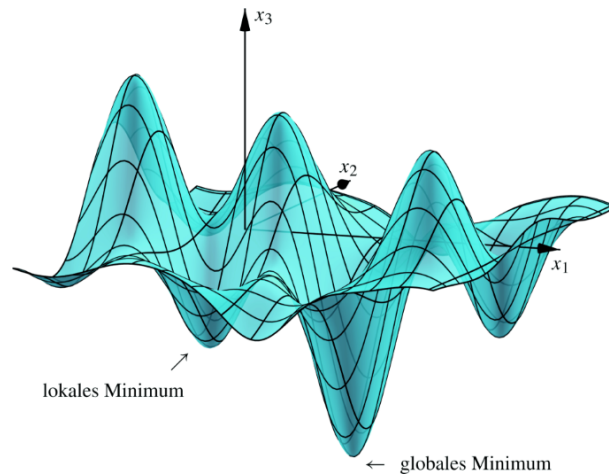


Abbildung 4: Lokales und Global Minimum

'Hügellandschaft', die sich hinter einem 'Nebelschleier' verbirgt, ist de facto nie, (ausgenommen der gesamte Fehlerterm liegt bei Null (In diesem Fall ist gewährleistet, dass es sich um ein globales Minimum handelt)) sichergestellt, dass das Verfahren das 'tiefe Tal' -d.h. das globale Minimum - findet.

3.3.3 Wie löst man dieses Problem?

Gewichtsanpassung davor einbeziehen viele verschiedene Startpunkte testen?

4 Backpropagation

Inhalt

Die Backpropagation umfasst folgende Elemente:

- Wie lernen Neuronale Netze?
- Grundidee Backpropagation
- Fehlerfunktion finden
- Gewichtsanzpassung

Eine Einleitung muss auch durch die Arbeit führen. Sie muss dem Leser helfen, sich in der Arbeit und ihrer Struktur zu Recht zu finden. Für jedes Kapitel sollte eine ganz kurze Inhaltsangabe gemacht werden und ggf. motiviert werden, warum es geschrieben wurde. Oft denkt sich ein Autor etwas bei der Struktur seiner Arbeit, auch solche Beweggründe sind dem Leser zu erklären^a.

^a[BBoJ], S. 6

4.1 Wie lernen Neuronale Netze?

4.2 Grundidee Backpropagation

4.2.1 Fehlerrückführung

TEXT FOLGT...

4.2.2 Methode mit Matrizenmultiplikation

TEXT FOLGT...

4.2.3 Forward / Backward Phase erklären

TEXT FOLGT...

4.3 Fehlerfunktion finden

4.4 Gewichtsanzpassung (Maybe)

wie sollten initialisierungs-werte gewählt werden?

5 Trainieren und Testen von Neuralen Netzen

todo

5.1 Trainingsdaten

todo

5.2 Testdaten

todo

6 Quellenverzeichnis

6.1 Literatur

- [SW11] Stickel-Wolf, Christine; Wolf, Joachim (2011): Wissenschaftliches Lernen und Lerntechniken. Erfolgreich studieren—gewusst wie!. Wiesbaden: Gabler.
- [CA18] Aggarwal, Charu C. (2018): Neural Networks and Deep Learning: A Textbook. Springer.
- [TR17] Rashid, Tariq (2017): Neuronale Netze selbst programmieren. In O'Reilly eBooks. NY, USA

6.2 Internetquellen

- [BBoJ] Bertelsmeier, Birgit (o. J.): Tipps zum Schreiben einer Abschlussarbeit. Fachhochschule Köln-Campus Gummersbach, Institut für Informatik. <http://lwibs01.gm.fh-koeln.de/blogs/bertelsmeier/files/2008/05/abschlussarbeitsbetreuung.pdf> (29.10.2013).
- [HR08] Halfmann, Marion; Rühmann, Hans (2008): Merkblatt zur Anfertigung von Projekt-, Bachelor-, Master- und Diplomarbeiten der Fakultät 10. Fachhochschule Köln-Campus Gummersbach. <http://www.f10.fh-koeln.de/imperia/md/content/pdfs/studium/tipps/anleitungda270108.pdf> (29.10.2013).
- [JH20] Harrer, J. (2020): Künstliche Neuronale Netze. <https://pxldeveloper.eu/assets/docs/KuenstlicheNeuronaleNetzeJulianHarrer.pdf> (20.04.2023)
- [GR10] Günter Daniel Rey und Karl F Wender(2010): Neuronale Netze, eine Einführung in die Grundlagen, Anwendung und Datenauswertung
- [HS97] Hochreiter, S. and Schmidhuber, J. (1997): Flat minima. Neural Computation, 9(1), 1-42.
- [LH21] Linus Henning: Gradienten Verfahren zur Optimierung Neuronaler Netze. Weierstraß-Institut für Angewandte Analysis und Stochastik. https://www.wias-berlin.de/people/john/BETREUUNG/bachelor_henning.pdf (12.10.2021)

A Anhang

A.1 Unterabschnitt von Anhang

TEXT FOLGT...

Erklärung über die selbständige Abfassung der Arbeit

Ich versichere, die von mir vorgelegte Arbeit selbständig verfasst zu haben. Alle Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus veröffentlichten oder nicht veröffentlichten Arbeiten anderer entnommen sind, habe ich als entnommen kenntlich gemacht.

Sämtliche Quellen und Hilfsmittel, die ich für die Arbeit benutzt habe, sind angegeben. Die Arbeit hat mit gleichem Inhalt bzw. in wesentlichen Teilen noch keiner anderen Prüfungsbehörde vorgelegen.

(Ort, Datum, Unterschrift)

Hinweise zur obigen *Erklärung*

- Bitte verwenden Sie nur die Erklärung, die Ihnen Ihr **Prüfungsservice** vorgibt. Ansonsten könnte es passieren, dass Ihre Abschlussarbeit nicht angenommen wird. Fragen Sie im Zweifelsfalle bei Ihrem Prüfungsservice nach.
- Sie müssen **alle abzugebende Exemplare** Ihrer Abschlussarbeit unterzeichnen. Sonst wird die Abschlussarbeit nicht akzeptiert.
- Ein **Verstoß** gegen die unterzeichnete *Erklärung* kann u. a. die Aberkennung Ihres akademischen Titels zur Folge haben.

