

Ottica

Pietro Garofalo

July 13, 2022

Contents

| | | |
|----------|------------------------------------|----------|
| 1 | Gli stati di polarizzazione | 3 |
| 1.1 | Il vettore di Jones | 4 |

Chapter 1

Gli stati di polarizzazione

In generale possiamo esprimere la luce come un campo elettrico

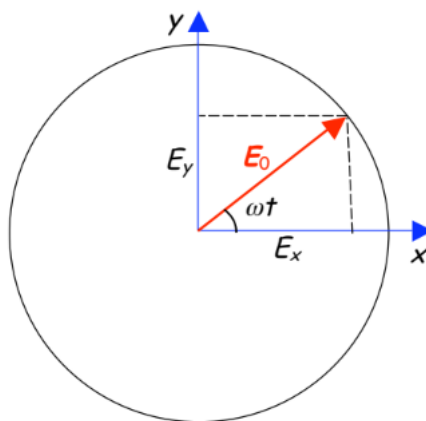
$$\vec{E} = \vec{E}_0 \exp\{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t + \phi)\}$$

Il vettore \vec{E} è scomponibile in due componenti tra loro sempre ortogonali

ATTENZIONE !

se la differenza di fase tra le due componenti \vec{E}_x ed \vec{E}_y si mantiene costante si dice che la luce è **polarizzata**, se invece essa varia nel tempo in modo casuale allora è **non polarizzata**, es la luce del sole.

Semplicemente la polarizzazione ci dice come sono correlate le due componenti del campo elettrico, ve ne sono diverse, per esempio prendiamo una luce polarizzata circolarmente:



ossia una luce che ha la componente x massima quando quella y è nulla.

Possiamo rappresentarla nel seguente modo:

$$\vec{E} = \vec{E}_{0x} \cos(kz - \omega t) + \vec{E}_{0y} \sin(kz - \omega t)$$

passando ora alla notazione complessa :

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \vec{E}_{0x} \exp\{i(kz - \omega t)\} + \vec{E}_{0y} \exp\left\{i(kz - \omega t) \pm \frac{\pi}{2}\right\} \\ &= \vec{E}_{0x} \exp\{i(kz - \omega t)\} + \vec{E}_{0y} i \exp\{i(kz - \omega t)\} \end{aligned}$$

dove non ho fatto altro che riscrivere il seno come il coseno più o meno $\frac{\pi}{2}$.

1.1 Il vettore di Jones

Dalla formula ricavata prima si nota subito che possiamo riscrivere l'onda come :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \vec{J} \exp\{i(kz - \omega t)\}$$

Dove il vettore \vec{J} rappresenta proprio la polarizzazione ed è definito come **vettore di Jones** che nel caso della polarizzazione circolare vale :

$$\vec{J} = \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$$

Tutte le polarizzazioni e i corrispondenti vettori di Jones li allego in figura In quest'ottica

| | | |
|---|--|--|
| $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ | rappresenta un'onda polarizzata linearmente secondo x | |
| $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ | rappresenta un'onda polarizzata linearmente secondo y | |
| $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ | rappresenta un'onda polarizzata linearmente a $\pi/4$ da x | |
| $\begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$ | rappresenta un'onda polarizzata circolarmente sinistrorsa | |
| $\begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$ | rappresenta un'onda polarizzata circolarmente destrorsa | |
| $\begin{bmatrix} 2 \\ i \end{bmatrix}$ | rappresenta un'onda polarizzata ellitticamente sinistrorsa (asse x doppio di y) | |

dunque gli effetti degli elementi ottici come per esempio le lamine $\lambda/4$ o $\lambda/2$, vengono rappresentati come **matrici di Jones**.

$$\begin{aligned}
 &\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ Polarizzatore lineare orizzontale} \\
 &\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ Polarizzatore lineare verticale} \\
 &\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & \pm 1 \\ \pm 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ Polarizzatore lineare a } \pm\pi/4 \\
 &\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix} \text{ Lamina quarto d'onda } (\lambda/4) \text{ (sfasa di } \pi/2 \text{ le componenti } x \text{ e } y) \text{ con asse ottico orizzontale} \\
 &\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix} \text{ Lamina } \lambda/4 \text{ con asse ottico verticale} \\
 &\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \text{ Lamina } \lambda/2 \text{ (sfasa di } \pi \text{ le componenti } x \text{ e } y) \text{ con asse ottico verticale oppure orizzontale} \\
 &\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{bmatrix} \text{ Induce una polarizzazione circolare destrorsa} \\
 &\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -i \\ i & 1 \end{bmatrix} \text{ Induce una polarizzazione circolare sinistrorsa}
 \end{aligned} \tag{5.8}$$

Facciamo un esempio, prendiamo una luce polarizzata a 45 che passa attraverso una lamina $\lambda/4$:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$$

si ottiene una luce polarizzata circolarmente. Si possono ottenere inoltre gli effetti di altri elementi ottici ruotando quello originale. Prendendo la matrice di rotazione :

$$R(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$$

allora la nuova matrice \mathbf{T}' si ottiene:

$$\mathbf{T}' = \mathbf{R}(\theta)\mathbf{TR}(-\theta)$$

ATTENZIONE !

Il fatto che se per esempio prendo un polaroid orizzontale e lo giro di 90 gradi ottendo un polaroid verticale funziona perchè gli elementi ottici hanno un asse preferenziale chiamato **asse ottico**