Pesquisa Operacional

Arthur Ricardo, Danilo Henrique, Italo Nicácio

Setembro 2019

1 Plano mestre de produção

Uma fábrica produz o produto final p_1. A demanda por p_1 para as próximas T semanas é conhecida e dada por d_t, t = 1,..,T. A fábrica dispõe de 800 horas semanais de mão-de-obra. A produção de 1 unidade de p_1 exige 2 unidades do produto intermediário p_2 e 3 do produto c_1. A produção de 1 unidade do produto p_2 exige 1 unidade do produto c_1 e 2 do produto c_2. Como c_1 e c_2 são comprados externamente, os custos de aquisição são de xc_1 e xc_2 reais por unidade. Entretanto, cada pedido de compra tem um custo fixo de CF reais. Todos os 4 tipos de produtos podem ser mantidos em estoque de uma semana para outra, no entanto existe um custo de cep_1, cep_2, cec_1, cec_2 reais por unidade de estoque.

O objetivo é decidir para as T semanas o quanto vai ser produzido de cada produto p_1 e p_2 e quanto se vai comprar de c_1 e de c_2 de forma a atender todas as demandas e minimizar o custo total de compras e estoques.

2 Modelagem do problema

2.1 Solução

Como solução do problema, modelamos a função objetivo na seguinte forma: É um somatório de semana a semana para verificar o custo da compra do produto e do seu armazenamento no estoque, assim podemos minimizar o custo dos produtos e do estoque.

Logo, desenvolvemos restrições para as variáveis do estoque. Inicialmente as variáveis dos produtos no estoque começam com 0, e com isso aplicamos as restrições para cada produto na semana T.

E por fim, associamos os produtos p_1 e p_2 com c_1 e c_2.

2.2 Modelo Matemático

Variáveis:

$x_{p_1}^t$: Quantidade do produto p_1 produzido na semana t.

$x_{p_2}^t$: Quantidade do produto p_2 produzido na semana t.

$y_{c_1}^t$: Quantidade do produto c_1 produzido na semana t.

$y_{c_2}^t$: Quantidade do produto c_2 produzido na semana t.

p_t: Variável binária para saber se o produto foi comprado ou não.

d_t: Demanda pelo produto p_1 na semana t.

$E_{p_1}^t$: Estoque do produto p_1 na semana 0.

$E_{p_2}^t$: Estoque do produto p_2 na semana 0.

$E_{c_1}^t$: Estoque do produto c_1 na semana 0.

$E_{c_2}^t$: Estoque do produto c_2 na semana 0.

$\forall_t \in 1, ..., T$. Sendo T a quantidade de semanas.

_

Modelo:

Minimizar:

$$\sum_{t=1}^{T}(cc_1.y_1^t + cc_2.y_2^t + E_{c_1}^t.cec_1 + E_{c_2}^t.cec_2 + E_{p_t}^t.cep_1 + E_{p_2}^t.cep_2 + CF.p_t) \quad (1)$$

S.A

$$x_{p_1}^t + x_{p_2}^t \leq 800, \quad \forall_t \in T \quad (tempo) \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{t} x_{p_i}^i \geq \sum_{i=1}^{t} d_i, \quad \forall_t \in T \quad (demanda) \quad (3)$$

$$y_{c_1}^t + y_{c_2}^t \leq \quad p_t \quad \sum_{i=1}^{t}(d_i * 9), \forall_t \in T \tag{4}$$

–

$$E_{p_1}^0 = 0,\ E_{p_2}^0 = 0,\ E_{c_1}^0 = 0,\ E_{c_2}^0 = 0 \tag{5}$$

$$E_{p_1}^t = \sum_{i=1}^{t}(x_{p_i}^i - d_i), \quad \forall_t \in T \tag{6}$$

$$E_{p_2}^t = \sum_{i=1}^{t}(x_{p_2}^i - 2x_{p_1}^i), \quad \forall_t \in T \tag{7}$$

$$E_{c_1}^t = \sum_{i=1}^{t}(y_{c_1}^i - (3x_{p_1}^i + x_{p_2}^i)), \quad \forall_t \in T \tag{8}$$

$$E_{c_2}^t = \sum_{i=1}^{t}(y_{c_2}^i - (2x_{p_2}^i)), \quad \forall_t \in T \tag{9}$$

–

$$2x_{p_1}^t \leq \quad x_{p_2}^t + E_{p_2}^{t-1}, \quad \forall_t \in T \tag{10}$$

$$x_{p_2}^t + 3x_{p_1}^t \leq \quad y_{c_1}^t + E_{c_1}^{t-1}, \quad \forall_t \in T \tag{11}$$

$$2x_{p_2}^t \geq \quad y_{c_2}^t + E_{c_2}^{t-1}, \quad \forall_t \in T \tag{12}$$

Restrições:

(1) Função objetivo apresentada na introdução.

(2) Temos a restrição que controla as horas semanais de produção,como cada produto leva uma hora pra ficar pronto basta fazer com que a soma das quantidades de cada produto produzido na semana seja menor ou igual que a quantidade horas disponível que no nosso caso é 800.

(3) A produção do produto final deve ser maior que a demanda.

(4) temos a restrição que controla a variável p_t, para essa restrição foi utilizado o método da *Big M* para evitar uma restrição que seja não linear. Para o valor de M foi utiliza a d_t(que é a demanda de P_1 na semana t) multiplicado por 9 que é a quantidade total dos produtos c_1 e c_2 necessária para produzir uma unidade de P_1.Como p_t é uma variável binaria se $y^t_{c_1}$ ou $y^t_{c_2}$ for maior que 0 p_t assumira valor 1 e valor 0 caso contrario.

(5) As variáveis iniciais para o estoque de cada produto na semana 0.

(6) Restrição de estoque para saber o quanto foi produzido do produto P_1 na semana i menos a demanda por esse produto na semana i.

(7) Restrição de estoque para a variável P_2 pois, para cada produto P_1 é preciso de 2 do produto intermediário P_2.

(8) Restrição de estoque do produto c_1 pois, para fabricar o produto P_1 é preciso de 3 produtos c_1 e para fabricar o produto p_2 é preciso 1 produto do c_1 e o que eu tenho no estoque é a produção menos a demanda do produto naquela semana.

(9) Restrição de estoque do produto c_2 pois, para cada produto p_2 é preciso de 2 do produto c_2

(10) Esta restrição diz que: O que foi comprado do c_1 mais o que eu tinha no estoque de c_1 na semana anterior tem que ser maior ou igual que 3 vezes x_{p_1} mais x_{p_2} pois, para produzir P_1 é necessário 3 c_1 e para produzir P_2 é necessário apenas um de c_1.

(11) Esta restrição diz que: O que foi produzido de P_2 mais o que eu tinha no estoque de P_2 na semana anterior tem que ser maior ou igual que 2 vezes x_{p_1} pois, para produzir P_1 é necessário 2 P_2.

(12) Esta restrição diz que: O que foi comprado de c_2 mais o que eu tinha no estoque de c_2 na semana anterior tem que ser menor ou igual a 2 vezes o produto p_2