

## SAE24 Mathématiques

Toutes les réponses doivent être justifiées.

**Exercice 1** On considère le polynôme

$$P(X) = x^4 - 2x^3 + x - 2$$

1. Déterminer un intervalle  $[a, b]$  qui contient toutes les solutions réelles de l'équation  $P(x) = 0$ .
2. Calculer  $P'(x)$ .
3. Déterminer le reste de la division euclidienne de  $P(x)$  par  $P'(x)$ .
4. Déterminer la suite de Sturm de  $P(x)$
5. Déterminer Le nombre de solutions réelles de l'équation  $P(x) = 0$ .

**Exercice 2** On considère le polynôme  $P(x) = x^3 + x^2 + 4x + 2$ . On admet que  $P$  possède une solution  $\alpha$  entre  $-2$  et  $2$  à l'équation  $P(x) = 0$ .

1. On veut déterminer une valeur approchée de  $\alpha$  par la méthode de dichotomie en posant  $a_1 = -2$  et  $B_1 = 2$ . Déterminer  $a_2, b_2$  et  $a_3, b_3$ . Si on veut une valeur approchée de  $\alpha$  à  $10^{-3}$  près, jusqu'à quel  $n$  faut-il calculer  $a_n, b_n$  ?
2. On veut déterminer une valeur approchée de  $\alpha$  par la méthode de Newton en posant  $x_0 = 0$ . Déterminer  $x_1$  et  $x_2$ . D