Problèmes du Projet Euler

Traduction Française

Traduit par Rémi Gascou

– Version du 25 Août 2017 –

Sommaire des problèmes

Préface

"Le Projet Euler est là pour encourager, stimuler, et développer les compétences de chacun portant son intérêt au monde fascinant des mathématiques."

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Mauris hendrerit ut odio sed luctus. Aliquam sit amet lobortis sem, nec faucibus tellus. Donec nulla nunc, porttitor quis dolor in, maximus rutrum tortor. Donec fringilla hendrerit lorem viverra efficitur. Etiam at mi ante. Aliquam quis elementum arcu. Suspendisse commodo dui eget ex ornare convallis ac id mauris. Phasellus non convallis purus. Maecenas euismod tellus eu lectus vehicula blandit. Integer gravida lacinia tincidunt. Integer et turpis ante. Maecenas libero felis, condimentum sed scelerisque a, feugiat in enim.

Phasellus bibendum, ante eu tincidunt pretium, mi felis dignissim magna, nec scelerisque velit justo sit amet urna. Curabitur gravida mi ex, non consequat urna efficitur sed. Cras ac euismod lectus. Nulla non tortor pharetra velit posuere semper semper eget diam. Integer lobortis purus at sapien viverra, ut aliquet dui pellentesque. Aliquam molestie lorem in erat iaculis mollis. Morbi sodales accumsan est eget sagittis. Fusce vel.

Rémi Gascou

Tous les problèmes sont tirés du site :
https://projecteuler.net/

Problème 1 - Multiples de 3 et 5

Si nous listons tous les entiers naturels multiples de 3 ou 5 en dessous de 10, nous obtenons 3, 5, 6 et 9. La somme de ces multiples est 23.

Trouvez la somme de tous les multiples de 3 ou 5 en dessous de 1000.

Problème 2 - Nombres pairs de Fibonacci

Chaque nouveau terme de la séquence de Fibonacci est généré par la somme des deux termes précédents. En commençant avec 1 et 2, les 10 premiers termes sont :

$$1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ...$$

En considérant les termes pairs de la séquence de Fibonacci dont la valeur n'excède pas 4 millions, calculez leur somme.

Problème 3 - Plus grand facteur premier

Les facteurs premiers de 13195 sont 5, 7, 13 et 29.

Quel est le plus grand facteur premier du nombre 600851475143 ?

Problème 4 - Plus grand produit palindrome

Un nombre palindrome peut se lire dans les deux sens. Le plus grand palindrome créé à partir du produit de deux nombres à 2 chiffres est $9009 = 91 \times 99$.

Quel est le plus grand palindrome créé à partir du produit de deux nombres à 3 chiffres ?

Problème 5 - Le plus petit multiple

2520 est le plus petit nombre qui peut être divisé par chacun des nombres entre 1 et 10 sans aucun reste.

Quel est le plus petit entier positif pouvant être divisé par chacun des nombres entre 1 et 20 sans aucun reste ?

Problème 6 - Différence entre la somme des carrés et le carré de la somme

La somme des carrés des dix premiers entiers naturels donne :

$$1^2 + 2^2 + ... + 10^2 = 385$$

Le carré de la somme des dix premiers entiers naturels donne :

$$(1 + 2 + ... + 10)^2 = 55^2 = 3025$$

Par conséquent la différence entre la somme des carrés des dix premiers entiers naturels et le carré de la somme de ceux-ci est : $3025 - 385 = 2640$.

Quelle est la différence entre la somme des carrés des cent premiers entiers naturels et le carré de leur somme ?

Problème 7 - Le $10001^{\text{ème}}$ nombre premier

En listant les six premiers nombres premiers : 2, 3, 5, 7, 11, et 13, on remarque que le sixième nombre premier est 13.

Quel est le $10001^{\text{ème}}$ nombre premier ?

Problème 8 - Le plus grand produit d'une série de chiffres

Les quatre chiffres adjacents ayant le plus grand produit dans le nombre de 1000 chiffres suivant sont :

$$9 \times 9 \times 8 \times 9 = 5832$$

73167176531330624919225119674426574742355349194934
96983520312774506326239578318016984801869478851843
85861560789112949495459501737958331952853208805511
12540698747158523863050715693290963295227443043557
66896648950445244523161731856403098711121722383113
62229893423380308135336276614282806444486645238749
30358907296290491560440772390713810515859307960866
70172427121883998797908792274921901699720888093776
65727333001053367881220235421809751254540594752243
52584907711670556013604839586446706324415722155397
53697817977846174064955149290862569321978468622482
83972241375657056057490261407972968652414535100474
82166370484403199890008895243450658541227588666881
16427171479924442928230863465674813919123162824586
17866458359124566529476545682848912883142607690042
24219022671055626321111109370544217506941658960408
07198403850962455444362981230987879927244284909188
84580156166097919133875499200524063689912560717606
05886116467109405077541002256983155200055935729725
71636269561882670428252483600823257530420752963450

Trouvez les treize chiffres adjacents ayant le plus grand produit dans le nombre de 1000 chiffres. Quel est la valeur de ce produit ?

Problème 9 - Triplet pythagoricien spécial

Un triplet pythagoricien est un ensemble de trois entiers naturels, $a < b < c$, pour lesquels :

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Par exemple, $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2$.

Il n'existe qu'un seul triplet pythagoricien pour lequel $a + b + c = 1000$. Déterminez le produit abc de celui-ci.

Problème 10 - Somme de nombres premiers

La somme de tous les nombres premiers en dessous de 10 est $2 + 3 + 5 + 7 = 17$.

Quel est la somme de tous les nombres premiers en dessous de deux millions ?

Problème 11 - Le plus grand produit dans une grille

Dans la grille de 20×20 ci-dessous, quatre nombres alignés le long d'une diagonale ont été marqués en rouge.

08	02	22	97	38	15	00	40	00	75	04	05	07	78	52	12	50	77	91	08
49	49	99	40	17	81	18	57	60	87	17	40	98	43	69	48	04	56	62	00
81	49	31	73	55	79	14	29	93	71	40	67	53	88	30	03	49	13	36	65
52	70	95	23	04	60	11	42	69	24	68	56	01	32	56	71	37	02	36	91
22	31	16	71	51	67	63	89	41	92	36	54	22	40	40	28	66	33	13	80
24	47	32	60	99	03	45	02	44	75	33	53	78	36	84	20	35	17	12	50
32	98	81	28	64	23	67	10	26	38	40	67	59	54	70	66	18	38	64	70
67	26	20	68	02	62	12	20	95	63	94	39	63	08	40	91	66	49	94	21
24	55	58	05	66	73	99	26	97	17	78	78	96	83	14	88	34	89	63	72
21	36	23	09	75	00	76	44	20	45	35	14	00	61	33	97	34	31	33	95
78	17	53	28	22	75	31	67	15	94	03	80	04	62	16	14	09	53	56	92
16	39	05	42	96	35	31	47	55	58	88	24	00	17	54	24	36	29	85	57
86	56	00	48	35	71	89	07	05	44	44	37	44	60	21	58	51	54	17	58
19	80	81	68	05	94	47	69	28	73	92	13	86	52	17	77	04	89	55	40
04	52	08	83	97	35	99	16	07	97	57	32	16	26	26	79	33	27	98	66
88	36	68	87	57	62	20	72	03	46	33	67	46	55	12	32	63	93	53	69
04	42	16	73	38	25	39	11	24	94	72	18	08	46	29	32	40	62	76	36
20	69	36	41	72	30	23	88	34	62	99	69	82	67	59	85	74	04	36	16
20	73	35	29	78	31	90	01	74	31	49	71	48	86	81	16	23	57	05	54
01	70	54	71	83	51	54	69	16	92	33	48	61	43	52	01	89	19	67	48

Le produit de ces nombres est $26 \times 63 \times 78 \times 14 = 1788696$.

Quel est le plus grand produit de quatre nombres adjacents dans la même direction (haut, bas, gauche, droite, ou en diagonales) dans une grille de 20×20 ?

Problème 12 - Diviseurs de nombres triangulaires

La séquence des nombres triangulaires est générée par l'addition successive des entiers naturels. Ainsi le $7^{\text{ème}}$ nombre triangulaire est : $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$. Les dix premiers nombres triangulaires sont donc :

$$1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, \ldots$$

Listons les diviseurs des sept premiers nombres triangulaires :

1 :	1					
3 :	1	3				
6 :	1	2	3	6		
10 :	1	2	5	10		
15 :	1	3	5	15		
21 :	1	3	7	21		
28 :	1	2	4	7	14	28

On remarque que 28 est le premier nombre triangulaire à avoir plus de cinq diviseurs.

Quel est le premier nombre triangulaire à avoir plus de cinq-cent diviseurs ?

Problème 13 - Grande somme

Quels sont les dix premiers chiffres de la somme des 100 nombres de 50 chiffres suivants ?

371...690

Problème 14 - La plus longue séquence de Collatz

La séquence itérative suivante est définie sur l'ensemble des entiers naturels :

$$\begin{array}{ll} n \longrightarrow n/2 & \text{si } n \text{ est pair.} \\ n \longrightarrow 3n+1 & \text{si } n \text{ est impair.} \end{array}$$

En utilisant la règle ci-dessus et en commençant avec 13, on obtient la chaîne suivante :

$$13 \to 40 \to 20 \to 10 \to 5 \to 16 \to 8 \to 4 \to 2 \to 1$$

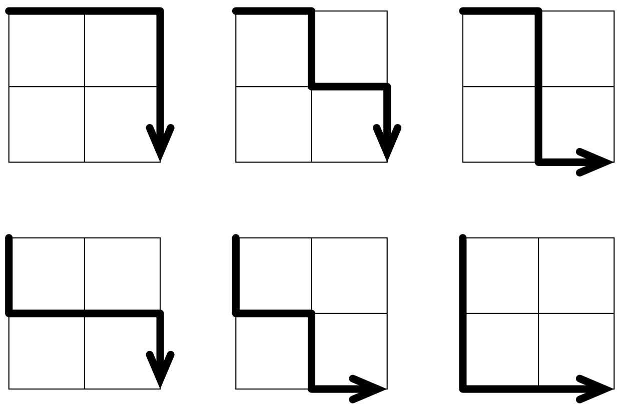
On remarque que cette chaîne (commençant à 13 et finissant à 1) contient 10 termes. Bien que cela n'aie pas pu être démontré à ce jour, (Problème de Collatz), il est supposé que la chaîne arrive à 1 quelque soit le nombre de départ.

Quel nombre de départ, inférieur à un million, produit la plus longue chaîne ?

NOTE : Lorsque la chaîne a été démarrée, les termes peuvent dépasser un million.

Problème 15 - Chemins dans un réseau

En commençant en haut à gauche d'une grille de 2×2, et en se déplaçant uniquement vers le bas ou vers la droite, il y a exactement 6 chemins pour aller du coin gauche haut au coin droite bas de la grille.



Combien y a-t'il de chemins similaires dans une grille de 20×20 ?

Problème 16 - Somme des chiffres d'une puissance

$2^{15} = 32768$ et la somme de ses chiffres est $3 + 2 + 7 + 6 + 8 = 26$.

Quel est la somme des chiffres du nombre 2^{1000} ?

Problème 17 - Nombre de lettres pour écrire un nombre

<u>ATTENTION :</u> Ce problème ne peut être traité qu'en anglais.

Si les nombres de 1 à 5 sont écrits en anglais : *one, two, three, four, five*, alors il y a 3+3+5+4+4 = 19 lettres utilisées au total.

Si tous les nombres de 1 à 1000 (*one thousand*) inclus étaient écrits en anglais, combien de lettres seraient utilisées ?

NOTE : Ne pas compter les espaces ou les traits d'union. Par exemple, 342 (*three hundred and forty-two*) contient 23 lettres et 115 (*one hundred and fifteen*) contient 20 lettres. L'utilisation du mot *and* dans l'écriture des nombres est en conformité avec l'usage britannique.

Problème 18 - Somme maximale sur un chemin I

En commençant en haut du triangle ci-dessous et en se déplaçant à chaque fois vers les nombres adjacents de la ligne du dessous, la somme maximale du haut vers le bas est de 23.

$$
\begin{array}{c}
\color{red}{3} \\
\color{red}{7}\ 4 \\
2\ \color{red}{4}\ 6 \\
8\ 5\ \color{red}{9}\ 3
\end{array}
$$

On a donc, $3 + 7 + 4 + 9 = 23$.
Quelle est la somme maximale du haut vers le bas du triangle ci-dessous ?

75
95 64
17 47 82
18 35 87 10
20 04 82 47 65
19 01 23 75 03 34
88 02 77 73 07 63 67
99 65 04 28 06 16 70 92
41 41 26 56 83 40 80 70 33
41 48 72 33 47 32 37 16 94 29
53 71 44 65 25 43 91 52 97 51 14
70 11 33 28 77 73 17 78 39 68 17 57
91 71 52 38 17 14 91 43 58 50 27 29 48
63 66 04 68 89 53 67 30 73 16 69 87 40 31
04 62 98 27 23 09 70 98 73 93 38 53 60 04 23

NOTE : Étant donné qu'il n'y a que $2^{14} = 16384$ chemins, il est possible de résoudre ce problème en les essayant tous. Cependant, la même idée est reprise dans le problème 67, avec un triangle contenant cent lignes. Il ne peut donc pas être résolu par brute force, et requiert une méthode astucieuse ! ;o)

Problème 19 - Premiers dimanches durant le vingtième siècle

Les informations suivantes vous sont données, mais vous pouvez préférer faire des recherches par vous-même.

1 Jan 1900 was a Monday.	*1 Jan 1900 était un Lundi.*
Thirty days has September,	*Trente jours possède Septembre,*
April, June and November.	*Avril, Juin et Novembre.*
All the rest have thirty-one,	*Tous les autres en ont trente et un,*
Saving February alone,	*Laissant Février à part,*
Which has twenty-eight, rain or shine.	*En ayant vingt-huit, rain or shine.*
And on leap years, twenty-nine.	*Et les années bissextiles, vingt-neuf.*

Une année bissextile se produit chaque année divisible par 4, mais pas sur les siècles sauf si ils sont divisibles par 400.
Combien de dimanches sont tombés le premier du mois durant le vingtième siècle (Du 1 Jan 1901 au 31 Dec 2000) ?

Problème 20 - Somme des chiffres d'une factorielle

La factorielle d'un entier n, (notée $n!$), vaut $n \times (n-1) \times ... \times 3 \times 2 \times 1$
Par exemple, pour 10! :

$$10! = 10 \times 9 \times ... \times 3 \times 2 \times 1 = 3628800$$

Et la somme des chiffres du nombre 10! est :

$$3 + 6 + 2 + 8 + 8 + 0 + 0 = 27$$

Quelle est la somme des chiffres du nombre 100! ?

Problème 21 - Nombres amicaux

Soit $d(n)$ la somme des diviseurs propres du nombre n (nombres plus petits que n et divisant n). Si $d(a) = b$ et $d(b) = a$, où $a \neq b$, alors a et b forment une paire amicale et chacun des nombres a et b est appelé nombre amical.

Par exemple, les diviseurs propres de 220 sont $1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55$ et 110. Donc :

$$d(220) = 1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284$$

Les diviseurs propres de 284 sont $1, 2, 4, 71$ et 142. Donc $d(284) = 220$. Donc 220 et 284 sont deux nombres amicaux.

Quel est la somme de tous les nombres amicaux situés en dessous de 10000 ?

Problème 22 - Scores de prénoms

En utilisant names.txt (Clic droit puis 'Enregistrer sous...'), un fichier texte de 46Ko contenant plus de cinq mille prénoms, en commençant par les trier par ordre alphabétique, on détermine le score du prénom par la multiplication de la valeur alphabétique de chaque prénom par la position de celui-ci dans la liste triée.

Par exemple, en prenant la liste triée par ordre alphabétique, COLIN, qui vaut $3+15+12+9+14 = 53$, est le $938^{\text{ème}}$ prénom dans la liste. Ainsi, COLIN obtient un score de $938 \times 53 = 49714$.

Quel est le total de tous les scores des prénoms du fichier ?

Problème 23 - Sommes non-abondantes

A perfect number is a number for which the sum of its proper divisors is exactly equal to the number. For example, the sum of the proper divisors of 28 would be $1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28$, which means that 28 is a perfect number.

A number n is called deficient if the sum of its proper divisors is less than n and it is called abundant if this sum exceeds n.

As 12 is the smallest abundant number, $1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16$, the smallest number that can be written as the sum of two abundant numbers is 24. By mathematical analysis, it can be shown that all integers greater than 28123 can be written as the sum of two abundant numbers. However, this upper limit cannot be reduced any further by analysis even though it is known that the greatest number that cannot be expressed as the sum of two abundant numbers is less than this limit.

Find the sum of all the positive integers which cannot be written as the sum of two abundant numbers.

Problème 24 - Permutations lexicographiques

Une permutation est un arrangement ordonnée d'objets. Par exemple, 3124 est une permutation possible des chiffres $1, 2, 3$ et 4. Si toutes ces permutations sont triées par ordre alphabétique ou numérique, leur ordre ainsi formé est appelé ordre lexicographique. Les permutations lexicographiques de $0, 1$ et 2 sont :

$$012 \quad 021 \quad 102 \quad 120 \quad 201 \quad 210$$

Quelle est la millionième permutation lexicographique des chiffres $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ et 9 ?

Problème 25 - Nombre de Fibonacci à 1000 chiffres

La suite de Fibonacci est définie par la relation de récurrence suivante :

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}, \text{ où } F_1 = 1 \text{ et } F_2 = 1.$$

Par conséquent, les 12 premiers termes de la suite sont :

$$\begin{array}{ll} F_1 = 1 & F_7 = 13 \\ F_2 = 1 & F_8 = 21 \\ F_3 = 2 & F_9 = 34 \\ F_4 = 3 & F_{10} = 55 \\ F_5 = 5 & F_{11} = 89 \\ F_6 = 8 & F_{12} = 144 \end{array}$$

Le $12^{\text{ème}}$ terme, F_{12}, est le premier terme à contenir trois chiffres.
Quel est l'indice du premier terme de la suite de Fibonacci à contenir 1000 chiffres ?

Problème 26 - Cycles récurrents

Une fraction unitaire est une fraction ayant pour numérateur 1. La représentation décimale des fractions unitaires des dénominateurs 2 à 10 est donnée ci-dessous :

1/2	0.5
1/3	0.(3)
1/4	0.25
1/5	0.2
1/6	0.1(6)
1/7	0.(142857)
1/8	0.125
1/9	0.(1)
1/10	0.1

Où 0.1(6) signifie 0.166666..., et possède un cycle récurrent de 1 chiffre. On remarque que $1/7$ possède un cycle récurrent de 6 chiffres.

Quel est la valeur de $d < 1000$ pour laquelle la fraction unitaire $1/d$ possède le plus long cycle récurrent (dans sa représentation décimale) ?

Problème 27 - Nombres premiers quadratiques

Euler découvrit la remarquable formule quadratique :

$$n^2 + n + 41$$

Il s'est avéré que la formule produit 40 nombres premiers pour les valeurs $0 \leqslant n \leqslant 39$. Pourtant, quand $n = 40, 40^2 + 40 + 41 = 40(40 + 1) + 41$ est divisible par 41, et de manière évidente lorsque $n = 41, 41^2 + 41 + 41$ est divisible par 41.

The incredible formula $n^2 - 79n + 1601$ was discovered, which produces 80 primes for the consecutive values $0 \leqslant n \leqslant 79$. The product of the coefficients, -79 and 1601, is -126479.

Considering quadratics of the form :

$$n^2 + an + b \text{ où } |a| < 1000 \text{ et } |b| \leqslant 1000$$

Où $|n|$ est le module/valeur absolue de n. Par exemple $|11| = 11$ et $|-4| = 4$.

Find the product of the coefficients, a et b, for the quadratic expression that produces the maximum number of primes for consecutive values of n, starting with $n = 0$.

Problème 28 - Number spiral diagonals

Starting with the number 1 and moving to the right in a clockwise direction a 5 by 5 spiral is formed as follows :

21	22	23	24	25
20	7	8	9	10
19	6	1	2	11
18	5	4	3	12
17	16	15	14	13

It can be verified that the sum of the numbers on the diagonals is 101.

What is the sum of the numbers on the diagonals in a 1001×1001 spiral formed in the same way ?

Problème 29 - Distinct powers

En considérant toute les combinaisons des entiers a et b tels que a^b pour $2 \leqslant a \leqslant 5$ et $2 \leqslant b \leqslant 5$:

$$\begin{array}{cccc} 2^2 = 4 & 2^3 = 8 & 2^4 = 16 & 2^5 = 32 \\ 3^2 = 9 & 3^3 = 27 & 3^4 = 81 & 3^5 = 243 \\ 4^2 = 16 & 4^3 = 64 & 4^4 = 256 & 4^5 = 1024 \\ 5^2 = 25 & 5^3 = 125 & 5^4 = 625 & 5^5 = 3125 \end{array}$$

If they are then placed in numerical order, with any repeats removed, we get the following sequence of 15 distinct terms :

$$4, 8, 9, 16, 25, 27, 32, 64, 81, 125, 243, 256, 625, 1024, 3125$$

How many distinct terms are in the sequence generated by a^b for $2 \leqslant a \leqslant 100$ and $2 \leqslant b \leqslant 100$?

Problème 30 - Digit fifth powers

Surprisingly there are only three numbers that can be written as the sum of fourth powers of their digits :

$$\begin{array}{c} 1634 = 1^4 + 6^4 + 3^4 + 4^4 \\ 8208 = 8^4 + 2^4 + 0^4 + 8^4 \\ 9474 = 9^4 + 4^4 + 7^4 + 4^4 \end{array}$$

As $1 = 1^4$ is not a sum it is not included.

The sum of these numbers is $1634 + 8208 + 9474 = 19316$.

Find the sum of all the numbers that can be written as the sum of fifth powers of their digits.

Problème 31 - Somme de pièces

En Angleterre, la monnaie est constituée du pound, £, du pence, p, et il y a huit pièces en circulation :

$$1\text{p}, 2\text{p}, 5\text{p}, 10\text{p}, 20\text{p}, 50\text{p}, 1£ \ (100\text{p}) \text{ et } 2£ \ (200\text{p}).$$

Il est possible d'obtenir £2 de la façon suivante :

$$1 \times 1£ + 1 \times 50\text{p} + 2 \times 20\text{p} + 1 \times 5\text{p} + 1 \times 2\text{p} + 3 \times 1\text{p}$$

Combien de manières différentes peut-on obtenir £2 en utilisant n'importe quel nombre de pièces ?

Problème 32 - Pandigital products

We shall say that an n-digit number is pandigital if it makes use of all the digits 1 to n exactly once ; for example, the 5-digit number, 15234, is 1 through 5 pandigital.

The product 7254 is unusual, as the identity, $39 \times 186 = 7254$, containing multiplicand, multiplier, and product is 1 through 9 pandigital.

Find the sum of all products whose multiplicand/multiplier/product identity can be written as a 1 through 9 pandigital. HINT : Some products can be obtained in more than one way so be sure to only include it once in your sum.

Problème 33 - Digit cancelling fractions

The fraction 49/98 is a curious fraction, as an inexperienced mathematician in attempting to simplify it may incorrectly believe that $49/98 = 4/8$, which is correct, is obtained by cancelling the 9s.

We shall consider fractions like, $30/50 = 3/5$, to be trivial examples.

There are exactly four non-trivial examples of this type of fraction, less than one in value, and containing two digits in the numerator and denominator.

If the product of these four fractions is given in its lowest common terms, find the value of the denominator.

Problème 34 - Chiffres de factorielles

145 est un nombre curieux, étant donné que $1! + 4! + 5! = 1 + 24 + 120 = 145$.

Find the sum of all numbers which are equal to the sum of the factorial of their digits.

Note : Comme $1! = 1$ et $2! = 2$ ne sont pas des sommes, ils ne sont pas inclus.

Problème 35 - Circular primes

The number, 197, is called a circular prime because all rotations of the digits : $197, 971$, and 719, are themselves prime.

There are thirteen such primes below 100 : $2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 31, 37, 71, 73, 79$, and 97.

How many circular primes are there below one million ?

Problème 36 - Double-base palindromes

The decimal number, $585 = 10010010012$ (binary), is palindromic in both bases.

Find the sum of all numbers, less than one million, which are palindromic in base 10 and base 2.

(Please note that the palindromic number, in either base, may not include leading zeros.)

Problème 37 - Truncatable primes

The number 3797 has an interesting property. Being prime itself, it is possible to continuously remove digits from left to right, and remain prime at each stage : $3797, 797, 97$, and 7. Similarly we can work from right to left : $3797, 379, 37$, and 3.

Find the sum of the only eleven primes that are both truncatable from left to right and right to left.

NOTE : $2, 3, 5$, and 7 are not considered to be truncatable primes.

Problème 38 - Multiples pandigitaux

Take the number 192 and multiply it by each of $1, 2$, and 3 :

$$192 \times 1 = 192$$
$$192 \times 2 = 384$$
$$192 \times 3 = 576$$

By concatenating each product we get the 1 to 9 pandigital, 192384576. We will call 192384576 the concatenated product of 192 and $(1, 2, 3)$

The same can be achieved by starting with 9 and multiplying by $1, 2, 3, 4$, and 5, giving the pandigital, 918273645, which is the concatenated product of 9 and $(1, 2, 3, 4, 5)$.

What is the largest 1 to 9 pandigital 9-digit number that can be formed as the concatenated product of an integer with $(1, 2, ..., n)$ where $n > 1$?

Problème 39 - Integer right triangles

If p is the perimeter of a right angle triangle with integral length sides, a, b, c, there are exactly three solutions for $p = 120$.

$$20, 48, 52, 24, 45, 51, 30, 40, 50$$

For which value of $p \leqslant 1000$, is the number of solutions maximised ?

Problème 40 - Constante de Champernowne

An irrational decimal fraction is created by concatenating the positive integers :

$$0.123456789101112131415161718192021...$$

It can be seen that the 12th digit of the fractional part is 1.

If d_n represents the nth digit of the fractional part, find the value of the following expression.

$$d_1 \times d_{10} \times d_{100} \times d_{1000} \times d_{10000} \times d_{100000} \times d_{1000000}$$

Problème 41 - Nombre premier pandigital

We shall say that an n-digit number is pandigital if it makes use of all the digits 1 to n exactly once. For example, 2143 is a 4-digit pandigital and is also prime.

What is the largest n-digit pandigital prime that exists ?

Problème 42 - Coded triangle numbers

Le $n^{\text{ème}}$ terme de la suite des nombres triangulaires est donné par :

$$T_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Ainsi les dix premiers nombres triangulaires sont :

$$1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, ...$$

By converting each letter in a word to a number corresponding to its alphabetical position and adding these values we form a word value.

Par exemple, la valeur du mot for SKY est $19 + 11 + 25 = 55 = T_{10}$. Si la valeur d'un mot est un nombre triangulaire alors ce mot est appelé mot triangulaire.

En utilisant words.txt (Clic droit puis 'Enregistrer sous...'), un fichier texte de 16Ko contenant presque deux mille mots anglais communs, combien sont des mots triangulaires ?

Problème 43 - Sub-string divisibility

The number, 1406357289, is a 0 to 9 pandigital number because it is made up of each of the digits 0 to 9 in some order, but it also has a rather interesting sub-string divisibility property.

En notant d_1 le 1^{er} chiffre, d_2 le $2^{\text{ème}}$ chiffre, et ainsi de suite, on remarque que :

$$\begin{array}{rl}
d_2d_3d_4 = 406 & \text{est divisible par 2} \\
d_3d_4d_5 = 063 & \text{est divisible par 3} \\
d_4d_5d_6 = 635 & \text{est divisible par 5} \\
d_5d_6d_7 = 357 & \text{est divisible par 7} \\
d_6d_7d_8 = 572 & \text{est divisible par 11} \\
d_7d_8d_9 = 728 & \text{est divisible par 13} \\
d_8d_9d_{10} = 289 & \text{est divisible par 17}
\end{array}$$

Find the sum of all 0 to 9 pandigital numbers with this property. Quelle est la somme de tous les nombres pandigitaux de 0 à 9 satisfaisant cette propriété ?

Problème 44 - Pentagon numbers

Pentagonal numbers are generated by the formula, $P_n = n(3n-1)/2$. The first ten pentagonal numbers are :

$$1, 5, 12, 22, 35, 51, 70, 92, 117, 145, ...$$

It can be seen that $P_4 + P_7 = 22 + 70 = 92 = P_8$. However, their difference, $70 - 22 = 48$, is not pentagonal.

Find the pair of pentagonal numbers, P_j and P_k, for which their sum and difference are pentagonal and $D = |P_k - P_j|$ is minimised ; what is the value of D ?

Problème 45 - Triangular, pentagonal, and hexagonal

Triangle, pentagonal, and hexagonal numbers are generated by the following formulae :

$$\begin{array}{ccc}
\text{Triangle} & T_n = n(n+1)/2 & 1, 3, 6, 10, 15, ... \\
\text{Pentagonal} & P_n = n(3n-1)/2 & 1, 5, 12, 22, 35, ... \\
\text{Hexagonal} & H_n = n(2n-1) & 1, 6, 15, 28, 45, ...
\end{array}$$

It can be verified that $T_{285} = P_{165} = H_{143} = 40755$.

Find the next triangle number that is also pentagonal and hexagonal.

Problème 46 - Goldbach's other conjecture

It was proposed by Christian Goldbach that every odd composite number can be written as the sum of a prime and twice a square.

$$
\begin{aligned}
9 &= 7 + 2 \times 1^2 \\
15 &= 7 + 2 \times 2^2 \\
21 &= 3 + 2 \times 3^2 \\
25 &= 7 + 2 \times 3^2 \\
27 &= 19 + 2 \times 2^2 \\
33 &= 31 + 2 \times 1^2
\end{aligned}
$$

It turns out that the conjecture was false.

What is the smallest odd composite that cannot be written as the sum of a prime and twice a square ?

Problème 47 - Distinct primes factors

The first two consecutive numbers to have two distinct prime factors are :

$$
\begin{aligned}
14 &= 2 \times 7 \\
15 &= 3 \times 5
\end{aligned}
$$

The first three consecutive numbers to have three distinct prime factors are :

$$
\begin{aligned}
644 &= 2^2 \times 7 \times 23 \\
645 &= 3 \times 5 \times 43 \\
646 &= 2 \times 17 \times 19
\end{aligned}
$$

Find the first four consecutive integers to have four distinct prime factors each. What is the first of these numbers ?

Problème 48 - Self powers

The series, $1^1 + 2^2 + 3^3 + ... + 10^{10} = 10405071317$.

Find the last ten digits of the series, $1^1 + 2^2 + 3^3 + ... + 1000^{1000}$.

Problème 49 - Prime permutations

The arithmetic sequence, $1487, 4817, 8147$, in which each of the terms increases by 3330, is unusual in two ways :

— Each of the three terms are prime.

— Each of the 4-digit numbers are permutations of one another.

There are no arithmetic sequences made up of three 1-, 2-, or 3-digit primes, exhibiting this property, but there is one other 4-digit increasing sequence.

What 12-digit number do you form by concatenating the three terms in this sequence ?

Problème 50 - Somme de premiers consécutifs

Le nombre premier 41, peut être écrit sous forme d'une somme de 6 nombres premiers consécutifs :

$$41 = 2 + 3 + 5 + 7 + 11 + 13$$

This is the longest sum of consecutive primes that adds to a prime below one-hundred.

The longest sum of consecutive primes below one-thousand that adds to a prime, contains 21 terms, and is equal to 953.

Which prime, below one-million, can be written as the sum of the most consecutive primes ?