

# Tarea 2-03

D

M

A

Scrib<sup>o</sup>

① Matrices banda: una matriz banda es una matriz cuadrada cuyos elementos distintos de cero se concentran alrededor de la diagonal principal. Se caracterizan por dos números:

- banda inferior p: ~~banda inferior p~~

cantidad máxima de diagonales bajo la principal que pueden tener valores  $\neq 0$

- banda superior q:

cantidad máxima de diagonales sobre la principal que pueden tener valores  $\neq 0$

El número total de diagonales potencialmente no nulas es  $p+q+1$ . Ejemplos:

- Tridiagonal:  $p=q=1$

- Pentadiagonal:  $p=q=2$

Estas matrices permiten ahorrar memoria y operaciones aprovechando las ceros estandarizadas.

## ② Método de factorización de Crout

Se descomponerá como:  $A = LU$  donde L es la matriz de la banda inferior y

U la matriz superior con diagonal unitaria ( $U_{kk}=1$ )

$$L_{ik} = A_{ik} - \sum_{s=1}^{k-1} L_{is} U_{sk}, \quad i = k, \dots, n,$$

$$U_{kj} = \frac{1}{L_{kk}} \left( A_{kj} - \sum_{s=1}^{k-1} L_{ks} U_{sj} \right), \quad j = k+1, \dots, n,$$

$$U_{kk} = 1$$

En matrices de banda, muchas terminos de las sumas son cero y se omiten.

Nota: si algún  $L_{kk} = 0$  se regresa por error

## ③ Crout 4x4

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$A = LU$$

$$L = \begin{pmatrix} l_{11} & 0 & 0 & 0 \\ l_{21} & l_{22} & 0 & 0 \\ 0 & l_{32} & l_{33} & 0 \\ 0 & 0 & l_{43} & l_{44} \end{pmatrix}, \quad U = \begin{pmatrix} 1 & u_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & u_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & u_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Iteración  $k=1$ Columna 1 de L (no hay sumas porque  $k=1$ ):

$$l_{11} = a_{11} = 4, \quad l_{21} = a_{21} = -1, \quad l_{31} = a_{31} = 0, \quad l_{41} = a_{41} = 0$$

Fil. 1 de U (con  $u_{11}=1$ ):

$$u_{12} = \frac{a_{12}}{l_{11}} = \frac{-1}{4} = -\frac{1}{4}, \quad u_{13} = 0, \quad u_{14} = 0$$

Iteración  $k=2$ 

Columna 2 de L:

$$l_{22} = a_{22} - l_{21}u_{12} = 1 - (-1)(-\frac{1}{4}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$l_{32} = a_{32} - l_{31}u_{12} = -1 - 0 = -1$$

$$l_{42} = a_{42} - l_{41}u_{12} = 0 - 0 = 0$$

Iteración  $k=3$ 

Columna 3 de L:

$$l_{33} = a_{33} - (l_{31}u_{13} + l_{32}u_{23}) = 4 - (0 + (-1) \cdot (-\frac{1}{4})) = 4 - \frac{1}{4} = \frac{15}{4}$$

$$l_{43} = a_{43} - (l_{41}u_{13} + l_{42}u_{23}) = -1 - (0 + 0) = -1$$

Fil. 3 de U (con  $u_{33}=1$ )

$$u_{34} = \frac{a_{34} - (l_{31}u_{14} + l_{32}u_{24})}{l_{33}} = \frac{-1 - (0 + (-1) \cdot 0)}{\frac{15}{4}} = -\frac{1}{15}$$

Iteración  $k=4$ Columna 4 de L (con  $u_{44}=1$ ):

$$l_{44} = a_{44} - (l_{41}u_{14} + l_{42}u_{24} + l_{43}u_{34}) = 3 - (0 + 0 + (-1) \cdot \frac{1}{15}) = 3 - \frac{1}{15} = \frac{44}{15}$$

$$L = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & \frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \frac{5}{10} & 0 \\ 0 & 0 & -1 & \frac{103}{50} \end{pmatrix}$$

$$U = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{4} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{4}{10} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{5}{50} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$W = 1$$

Scribe®