

V408

## **Korrektur: Geometrische Optik**

Jonas Osterholz  
jonas.osterholz@tu-dortmund.de

Moritz Rempe  
moritz.rempe@tu-dortmund.de

Durchführung: 09.04.2019

Abgabe: 30.04.2019

TU Dortmund – Fakultät Physik – Grundpraktikum

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
2.1	Methode von Bessel . . . . .	5
2.2	Methode von Abbe . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Aufbau</b>	<b>6</b>
<b>4</b>	<b>Durchführung</b>	<b>7</b>
4.1	Versuchsteil A . . . . .	7
4.2	Versuchsteil B - Bessel . . . . .	7
4.3	Versuchsteil C - Adde . . . . .	7
<b>5</b>	<b>Auswertung</b>	<b>7</b>
5.0.1	Versuchsteil A . . . . .	7
5.1	Versuchsteil B - Bessel . . . . .	8
5.2	Versuchsteil C - Abbe . . . . .	10
<b>6</b>	<b>Diskussion</b>	<b>12</b>
<b>7</b>	<b>Literatur</b>	<b>12</b>

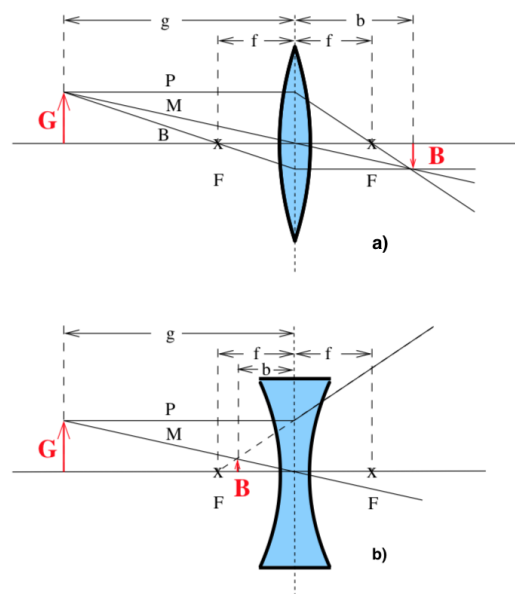
## 1 Zielsetzung

Im folgenden Versuch wird versucht, die Brennweiten verschiedener Linsen mithilfe der Verfahren von Bessel und Abbe zu bestimmen und die Linsengleichung zu verifizieren.

## 2 Theorie

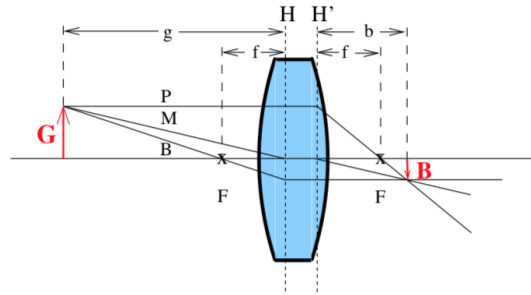
Aufgrund der meist höheren Dichte der Linsen im Vergleich zum Umgebungsmaterial (hier Luft), wird ein auftreffender Lichtstrahl nach dem Brechungsgesetz durch das Linsenmedium gebrochen. Dies geschieht sowohl beim Eintritt in, als auch beim Austritt aus der Linse. Hierbei wird zwischen zwei Linsenarten unterschieden - der Sammellinse und der Zerstreuungslinse (siehe Abbildung 1).

Die Sammellinse ist dadurch charakterisiert, dass sie zum Linsenrand hin dünner wird und parallel einfallendes Licht in einem Brennpunkt bündelt. Sowohl ihre Brennweite  $f$  als auch ihre Bildweite  $b$  sind positiv und das entstehende Bild ist reell (hinter der Linse). Die Zerstreuungslinse hingegen wird zur Mitte hin dünner. Die Brennweite  $f$  und Bildweite  $b$  sind negativ und es wird ein virtuelles Bild projiziert (vor der Linse). In den



**Abbildung 1:** Bildkonstruktion einer Sammellinse (a) und einer Zerstreuungslinse (b).

Abbildungen 1 und 2 sind die geometrischen Bildkonstruktionen verschiedener Linsen abgebildet. Wie in den Abbildungen zu sehen, werden dafür drei Strahlen verwendet. Der Parallelstrahl  $P$ , der Mittelpunktstrahl  $M$  und der Brennpunktstrahl  $B$ . Der Parallelstrahl verläuft parallel zur optischen Achse und wird dort an der Mittelebene/Hauptebene gebrochen und zum Brennpunktstrahl. Der Brennpunktstrahl läuft vom



**Abbildung 2:** Bildkonstruktion einer dicken Linse.

Gegenstand durch den Brennpunkt und wird nach Brechung an der Mittelebene zum Parallelstrahl. Der Mittelpunktstrahl verläuft vom Gegenstand durch den Mittelpunkt der Linse, ohne gebrochen zu werden. Zur Bildkonstruktion an einer dicken Linse müssen zwei Hauptebenen statt der Mittelebene eingefügt werden.

Aus der Bildkonstruktion und den Strahlensätzen kann das Abbildungsgesetz hergeleitet werden

$$V = \frac{B}{G} = \frac{b}{g} \quad (1)$$

.  $V$  ist dabei der Abbildungsmaßstab,  $B$  die Bildgröße,  $G$  die Gegenstandsgröße, sowie  $b$  die Bildweite und  $g$  die Gegenstandsweite. Bei dünnen Linsen kann auf die Linsengleichung geschlossen werden

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g} \quad (2)$$

. Wie bereits erwähnt, muss bei dicken Linsen und Linsensystemen die Hauptebene durch zwei Hauptebenen  $H$  und  $H'$  ersetzt werden. Brennweite, Gegenstandsweite und Bildweite werden dann einzeln für die Ebene bestimmt.

Brechung an der Mittelebene/Hauptebene kann jedoch nur für achsennahe Strahlen vorausgesetzt werden. Achsenferne Strahlen führen zu Abbildungsfehlern. Bei der sphärischen Abberation liegt der Brennpunkt der achsenfernen Strahlen näher an der Linse als der der nahen Strahlen. Bei der chromatischen Abberation führt die stärkere Brechung von kurzwelligerem Licht dazu, dass der zugehörige Brennpunkt näher an der Linse liegt als der von langwelligem Licht.

Die Brechkraft  $D = \frac{1}{f}$  wird über die reziproke Brennweite mit der Einheit Dioptrie [dpt = 1/m] definiert. Bei Linsensystemen werden die Brechkräfte addiert

$$D = \sum_i^N D_i \quad (3)$$

Mithilfe der folgenden zwei Methoden kann die Brennweite einer Linse bestimmt werden.

## 2.1 Methode von Bessel

Bei der Methode von Bessel wird der Abstand von Gegenstand und Bild festgehalten. Dann werden zwei Linsenpositionen gesucht, bei denen das Bild scharf erscheint. Bei dieser symmetrischen Linsenstellung gilt:

$$\begin{aligned}b_1 &= g_2 \\ b_2 &= g_1\end{aligned}$$

Gilt  $g > b$ , so ist das Bild verkleinert. Gilt  $g < b$ , so ist das Bild vergrößert. Nun kann die Brennweite über die Abstände  $e = g_1 + b_1 = g_2 + b_2$  und  $d = g_1 - b_1 = g_2 - b_2$  bestimmt werden

$$f = \frac{e^2 - d^2}{4e} \quad (4)$$

.

## 2.2 Methode von Abbe

Bei der Methode von Abbe wird der Abbildungsmaßstab verwendet um die Brennweite und die Lage der Hauptebenen zu bestimmen. Die Gegenstandsweite  $g$  und die Bildweite  $b$  werden relativ zu den Hauptebenen gemessen. Die Lage dieser wird mit einem beliebigen Punkt A gewählt, von dem aus auch die Weiten  $g'$  und  $b'$  gemessen werden. Mit diesen Abständen gilt:

$$g' = g + h = f \cdot \left(1 + \frac{1}{V}\right) + h \quad (5)$$

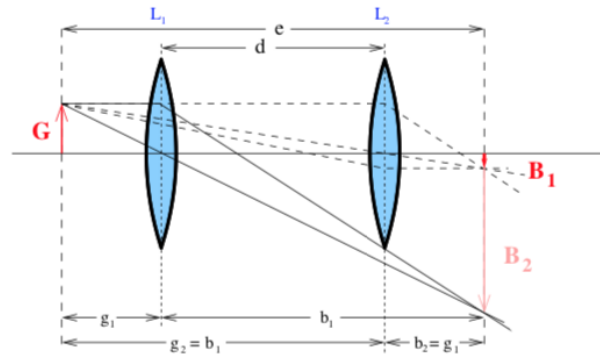
$$b' = b + h' = f \cdot (1 + V) + h' \quad (6)$$

Aus dem Abbildungsmaßstab  $V$  und den gemessenen Abständen kann nun die Brennweite  $f$  und die Lage der Hauptebenen  $H$  und  $H'$  bestimmt werden.

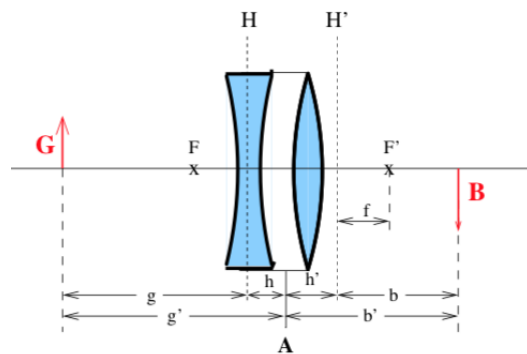
### 3 Aufbau

Der Versuch besteht aus einer optischen Bank, an deren einem Ende eine Halogenlampe befestigt ist. Die Halogenlampe leuchtet durch einen Gegenstand ("Perl L"), je nach Aufgabenteil verschiedene Linsen (Sammel-/Streuungslinse) auf einen am anderen Ende liegendem Schirm.

In dem ersten Versuchsteil wird der Aufbau aus Abbildung 1(a) verwendet. Im zweiten Versuchsteil wird der Aufbau aus Abbildung 3 und für den letzten Versuchsteil der Aufbau aus Abbildung 4 verwendet.



**Abbildung 3:** Aufbau des zweiten Versuchsteil - Methode von Bessel.



**Abbildung 4:** Aufbau des zweiten Versuchsteil - Methode von Abbe.

Im gesamten Versuch muss darauf geachtet werden, dass alle Versuchsbestandteile auf gleicher Höhe liegen.

## 4 Durchführung

In allen Versuchsteilen wird mithilfe der Halogenlampe, welche auf das Objekt, die "Perl L", strahlt, ein Abbild auf den dahinter liegenden Schirm projiziert. Hierbei unterscheidet sich jedoch die Konstellation der Linsen.

### 4.1 Versuchsteil A

Im ersten Versuchsteil wird bei fester Gegenstandsweite der Schirm so lange verschoben, bis ein scharfes Bild auf dem Schirm zu erkennen ist. Die Bildweite  $b$  und Gegenstandsweite  $g$  werden notiert. Daraufhin wird die Linse verschoben und der Versuch wiederholt. Insgesamt werden neun Messreihen aufgenommen.

### 4.2 Versuchsteil B - Bessel

In diesem Versuchsteil wird zur Bestimmung der Brennweite  $f$  die Methode von Bessel angewendet (siehe 2.1). Es wird vorgegangen wie beschrieben und die Weiten  $g_1$ ,  $g_2$ ,  $b_1$  und  $b_2$  notiert. Die Messung wird für neun verschiedene Abstände  $e$  notiert. Danach wird vor das Objekt ein zuerst blauer, dann roter Filter gesetzt und erneut jeweils fünf mal gemessen.

### 4.3 Versuchsteil C - Adde

In diesem Versuchsteil wird zur Bestimmung der Brennweite  $f$  die Methode von Abbe angewendet (siehe 2.2). Die Sammell- und Zerstreuungslinse werden so nah aneinander geschoben, dass die Reiter sich berühren und ein konstanter Abstand gewährleistet werden kann. Die Linsen haben eine Brennweite  $f + 100$  und  $-100$ . Nun wird vorgegangen wie bereits beschrieben. Der Abbildungsmaßstab  $V$  und die Abstände  $g'$  und  $g$  notiert. Dies wird neun mal wiederholt.

## 5 Auswertung

### 5.0.1 Versuchsteil A

Bei der ersten Methode zur Bestimmung der Brennweite einer Linse wurden die Wertepaare für die Gegenstandsweite und Bildweite aus Tabelle 1 aufgezeichnet. Dabei wurden die Brennweiten nach Gleichung (2) aus den Werten berechnet.

**Tabelle 1:** Wertepaare der Gegenstandsweite  $g$ , der Bildweite  $b$  und der berechneten Brennweite  $f$

$g$ [cm]	$b$ [cm]	$f$ [cm]
14.0	32.0	9.79
20.0	29.5	11.92
22.0	18.0	9.90
25.0	16.2	9.83
27.0	15.9	10.01
30.0	14.8	9.91
33.0	14.4	10.03
35.0	14.0	10.00
40.0	13.3	9.98
45.0	13.0	10.09

Aus den berechneten Brennweiten wird dann der Mittelwert und der dazugehörige Fehler nach

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad \& \quad \Delta \bar{x} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad (7)$$

berechnet.

Für die Brennweite folgt also

$$f_{\text{Messung}} = (9.948 \pm 0.032) \text{ cm.}$$

Hinzufügend wird durch lineare Regression dieser Wert graphisch überprüft. Dazu wird zu jedem Wertepaar eine Gerade nach

$$y = m \cdot x + d \quad \text{bzw.} \quad y = \left( \frac{b_i}{g_i} \right) \cdot x - b_i \quad (8)$$

berechnet. Dabei ist der negative Quotient aus  $b$  und  $g$  die Steigung der Geraden und  $b$  der y-Achsenabschnitt. In Abbildung 5 wird diese Gerade aufgetragen. Des Weiteren soll aus dieser Abbildung die Brennweite abgelesen werden, indem der Schnittpunkt aller Geraden in der x-Koordinate und der y-Koordinate die Brennweite anzeigt. Aus der näheren Ansicht in Abbildung 6 lässt sich dieser Schnittpunkt nicht genau identifizieren. Es ergibt sich für die abgelesene Brennweite

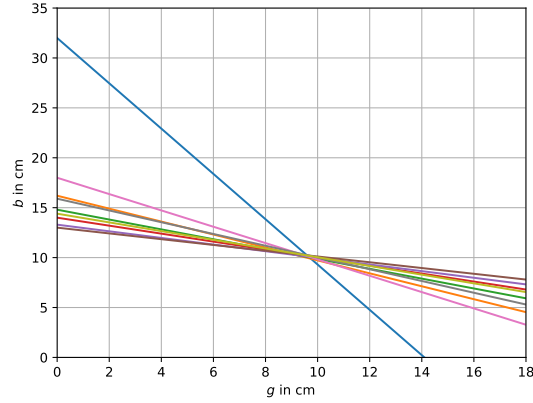
$$f_{\text{Graph}} \approx (9.45 \pm 0.50) \text{ cm}$$

## 5.1 Versuchsteil B - Bessel

Bei der Methode von Bessel wurden zunächst die Gegenstandsweiten und Bildweiten gemessen und daraus dann die Abstände  $e$  und  $d$  nach

$$e = g_1 + b_1 = g_2 + b_2 \quad \& \quad d = g_1 - b_1 = g_2 - b_2 \quad (9)$$





**Abbildung 5:** Geradenkonstruktion von Bild- und Gegenstandsweite.

berechnet. Dabei wird  $d$  einerseits durch  $g_1 - b_1$  und andererseits nach  $g_2 - b_2$  bestimmt und daraus der Mittelwert nach Gleichung (7) berechnet. Der dazugehörige Fehler wird nach der Gaußschen Fehlerfortpflanzung für  $i \in \{1, 2\}$

$$\Delta d = \sqrt{\left(\frac{\partial d}{\partial g_i} \Delta g_i\right)^2 + \left(\frac{\partial d}{\partial b_i} \Delta b_i\right)^2} \quad (10)$$

In der Tabelle 2 sind die Werte für weißes Licht mit der berechneten Brennweite nach Gleichung (4) aufgetragen.

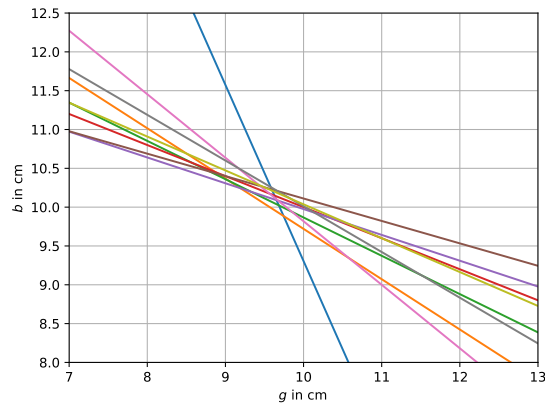
**Tabelle 2:** Wertepaare von  $e$ ,  $d$  und der berechneten Brennweite  $f$  bei weißem Licht

$e$ [cm]	$d$ [cm]	$f$ [cm]
75.0	51.4	9.94
70.0	46.1	9.91
65.0	40.6	9.91
80.0	56.7	9.95
60.0	34.8	9.95
55.0	29.2	9.99
50.0	22.8	9.99
45.0	15.2	9.97
67.0	42.8	9.92

Nach Gleichung (7) ergibt sich für den Mittelwert der Brennweite bei weißem Licht mit entsprechendem Fehler

$$f_{\text{weiß}} = (9.925 \pm 0.010) \text{ cm.}$$

Dieser Versuch wurde für rotes und blaues Licht wiederholt um die chromatische Abberation zu überprüfen. Dabei wurden die Messwerte aus Tabelle 3 aufgezeichnet. Für



**Abbildung 6:** Nähere Ansicht der Geradenkonstruktion von Bild- und Gegenstandsweite.

die Größe  $d$  wird jeweils wieder der Mittelwert nach Gleichung (7) und der Fehler nach Gleichung 10 berechnet.

**Tabelle 3:** Wertepaare von  $e$ ,  $d$  und der berechneten Brennweite  $f$  bei rotem und blauem Licht

$e_{\text{rot}}$ [cm]	$d_{\text{rot}}$ [cm]	$f_{\text{rot}}$ [cm]	$e_{\text{blau}}$ [cm]	$d_{\text{blau}}$ [cm]	$f_{\text{blau}}$ [cm]
70.0	45.9	9.98	70.0	46.2	9.88
65.0	40.0	10.10	65.0	40.5	9.94
60.0	34.4	10.07	60.0	34.9	9.93
55.0	28.4	10.08	55.0	28.9	9.95
50.0	22.4	9.99	50.0	32.8	9.90

Ebenfalls nach Gleichung (4) und (7) ergibt sich für die beiden Brennweiten für rotes und blaues Licht

$$f_{\text{rot}} = (10.043 \pm 0.025) \text{ cm} \quad \& \quad f_{\text{blau}} = (9.920 \pm 0.014) \text{ cm}.$$

## 5.2 Versuchsteil C - Abbe

Im letzten Versuchsteil wurde die Methode von Abbe verwendet. Dazu wurde aufgrund der Nutzung zweier hintereinanderstehenden Linsen die Größen  $g'$  und  $b'$ , wie in Abbildung 4 beschrieben, definiert. Des Weiteren wurden neben der Bild- und Gegenstandsweite zusätzlich die Größe des Bildes gemessen. Bei einer konstanten Gegenstandsgröße von  $G = 3 \text{ cm}$  wurden die Werte aus Tabelle 4 gemessen.

**Tabelle 4:** .

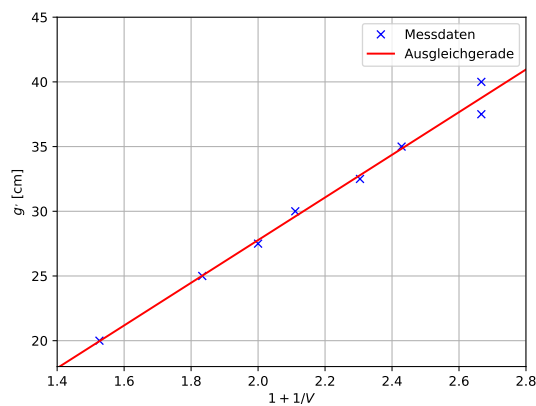
$g'$ [cm]	$b'$ [cm]	$V$	$1 + \frac{1}{V}$	$1 + V$
20.0	69.2	1.9	1.53	2.90
25.0	55.9	1.2	1.83	2.20
30.0	49.9	0.9	2.11	1.90
35.0	45.9	0.7	2.43	1.70
40.0	43.5	0.6	2.67	1.60
32.5	47.5	0.8	2.30	1.77
27.5	52.0	1.0	2.00	2.00
37.5	47.0	0.6	2.67	1.60

Mit Hilfe der linearen Regression nach Gleichung (5) und (6) ergeben sich die Abbildungen 7 und 8. Die berechnete Steigung der Graphen ergibt also die Brennweite des Linsenpaares. Es ergeben sich für die Brennweite also zwei unterschiedliche Werte, einerseits beim Auftragen von  $g'$  gegen  $1 + \frac{1}{V}$  und andererseits beim Auftragen von  $b'$  gegen  $1 + V$ .

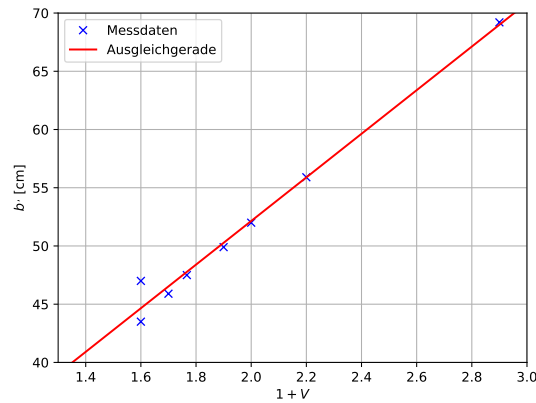
$$f_g = (16.484 \pm 0.501) \text{ cm} \quad \& \quad h' = (5.198 \pm 2.521) \text{ cm} \quad f_b = (18.723 \pm 0.954) \text{ cm} \quad \& \quad h = (14.697 \pm 0.501) \text{ cm}$$

Nach Gleichung (7) ergibt sich also für den Mittelwert der Brennweite

$$f = (17.604 \pm 3.422) \text{ cm}$$



**Abbildung 7:** Auftragung von  $g'$  gegen  $1 + \frac{1}{V}$ .



**Abbildung 8:** Auftragung von  $b'$  gegen  $1 + V$ .

## 6 Diskussion

Die Auswertung des Experiments ergibt durch die verschiedenen Methoden unterschiedliche Ergebnisse. Bei den ersten beiden Methoden wurde jeweils eine Sammellinse mit einer Herstellerangabe von  $f_{\text{Hersteller}} = 10 \text{ cm}$  verwendet. Während der Versuchsteil A bei der Messung eine Abweichung von  $0.52\%$  ergab, wurde am Graphen ein Wert mit einer Abweichung von  $5.5\%$  abgelesen. Es kann also von einer Bestätigung des Abbildungsgesetzes (2) ausgegangen werden. Die Methode von Bessel ergab für weißes Licht eine Abweichung von  $0.75\%$ . Außerdem wurde bei der Bestrahlung mit rotem Licht eine um  $1.2\%$  größere Brennweite als bei blauem Licht berechnet. Dies bestätigt die Aussage der chromatischen Abberation, dass kurzwelliges Licht aufgrund der Dispersion stärker gebrochen wird. Im letzten Versuchsteil, der Methode von Abbe, wurde eine Zerstreuungslinse und eine Sammellinse hintereinander aufgestellt. Es ergibt sich für die Brechkraft nach Gleichung (3) eine theoretische Brechkraft von  $D_0 = \infty$  und somit eine theoretisch unendliche Brennweite. Die Messung ergibt jedoch eine endliche Brennweite, was auf Fehler der Linsen bzw. der Herstellerangaben hinweist. Zusammenfassend lässt sich sagen, dass das Abbildungsgesetz und die chromatische Abberation nachgewiesen wurden. Die Methode von Abbe konnte praktisch nicht auf ihre Gültigkeit nachgewiesen werden.

## 7 Literatur

[1] TU Dortmund. Versuchsanleitung zum Experiment V408 - Geometrische Optik. 2019.