

V204

## **Wärmeleitung von Metallen**

Jonas Osterholz  
jonas.osterholz@tu-dortmund.de

Moritz Rempe  
moritz.rempe@tu-dortmund.de

Durchführung: 21.12.2018

Abgabe: 11.01.2019

TU Dortmund – Fakultät Physik – Grundpraktikum

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Aufbau</b>	<b>4</b>
<b>4</b>	<b>Durchführung</b>	<b>4</b>
4.1	Statische Methode . . . . .	4
4.2	Dynamische Methode . . . . .	4
<b>5</b>	<b>Auswertung</b>	<b>5</b>
5.1	Statische Methode . . . . .	5
5.2	Dynamische Methode . . . . .	6
<b>6</b>	<b>Diskussion</b>	<b>11</b>
<b>7</b>	<b>Literatur</b>	<b>11</b>

## 1 Zielsetzung

In diesem Versuch soll die Wärmeleitung von Aluminium, Messing und Edelstahl und die stoffspezifischen Wärmeleitfähigkeiten untersucht werden.

## 2 Theorie

Jeder Körper strebt einem Temperaturgleichgewicht entgegen. Dieses Temperaturgleichgewicht wird durch Konvektion, Wärmestrahlung oder Wärmeleitung entlang des Temperaturgefälles erreicht. Dieser Vorgang kann bei einem Stab der Länge  $L$ , einer Querschnittsfläche  $A$ , der Materialdichte  $\rho$  und der spezifischen Wärme  $c$  beschrieben werden als

$$dQ = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x} dt. \quad (1)$$

Die Wärmemenge  $Q$  fließt also immer in Richtung abnehmender Temperatur.  $\kappa$  beschreibt die (materialabhängige) Wärmeleitfähigkeit. Für die Wärmestromdichte  $j$  gilt:

$$j = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2)$$

Daraus ergibt sich mithilfe der Kontinuitätsgleichung die eindimensionale Wärmeleitungsgleichung:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\kappa}{\rho c} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (3)$$

Die Wärmeleitungsgleichung beschreibt die räumliche und zeitliche Entwicklung der Temperaturverteilung im Körper. Der Term  $\sigma_T = \frac{\kappa}{\rho c}$  beschreibt die Temperaturleitfähigkeit. Bei periodischer Erwärmung / Abkühlung des Stabes, entsteht eine Temperaturwelle mit der Form

$$T(x, t) = T_{\max} e^{-\sqrt{\frac{\omega \rho c}{2\kappa}} x} \cos\left(\omega t - \sqrt{\frac{\omega \rho c}{2\kappa}} x\right) \quad (4)$$

Die Phasengeschwindigkeit dieser Welle ist

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{\omega}{\sqrt{\frac{\omega \rho c}{2\kappa}}} = \sqrt{\frac{2\kappa \omega}{\rho c}}. \quad (5)$$

Durch Umformung und dem Verhältnis der Amplituden  $A_{\text{nah}}$  und  $A_{\text{fern}}$  der Welle an den Messstellen  $x_{\text{nah}}$  und  $x_{\text{fern}}$  ergibt sich:

$$\kappa = \frac{\rho c (\Delta x)^2}{2\Delta t \cdot \ln(A_{\text{nah}}/A_{\text{fern}})} \quad (6)$$

Dies ist die Wärmeleitfähigkeit.  $\Delta x$  ist dabei der Abstand der beiden Messstellen und  $\Delta t$  die Phasendifferenz der Temperaturwelle zwischen den Messstellen.

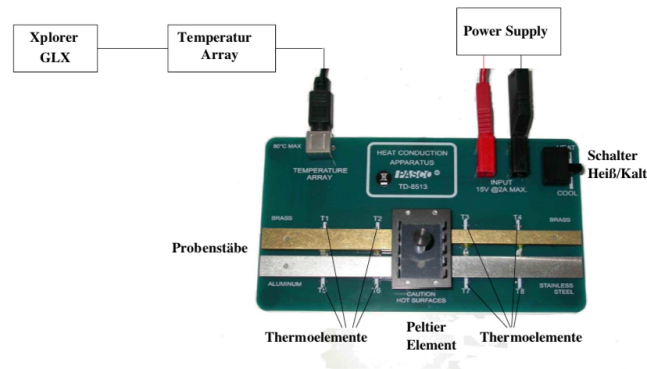


Abbildung 1: Versuchsaufbau zur Messung der Wärmeleitung, [1].

### 3 Aufbau

Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 1 dargestellt. Es handelt sich um ein Peltier Element, auf dem vier Probestäbe aus drei verschiedenen Stoffen montiert sind. An jedem Probestab befinden sich zwei Thermoelemente, mit denen die Temperaturen  $T_{\text{nah}}$  und  $T_{\text{fern}}$  gemessen werden. Diese Messwerte werden über ein Temperatur Array an einen Datenlogger Xplorer GLX übergeben. Über eine Spannungsquelle werden die Probestäbe erhitzt.

## 4 Durchführung

### 4.1 Statische Methode

Bei der statischen Methode wird an je zwei Stellen eines Stabes die Temperatur gemessen und der zeitliche Verlauf dargestellt.

Zu Beginn der Messungen muss überprüft werden, ob das Peltier Element richtig verkabelt ist, der Datenlogger angeschlossen ist und alle acht Thermoelement aufgenommen werden. Die Abtastrate beträgt dabei  $t = 5 \text{ s}$ . Die Stäbe werden mit einer Isolierung bedeckt. Nun wird eine Spannung  $U_P$  von 5V bei maximaler Stromstärke angelegt und bis zu einer Temperatur von 45 Grad Celsius am Thermoelement 7 gemessen. Danach werden die Proben wieder abgekühlt. Nach 700s werden die Temperaturen an den Thermoelementen T1, T4, T5 und T8 notiert.

### 4.2 Dynamische Methode

Bei der dynamischen Methode wird das Angström-Messverfahren angewandt. Hierbei werden die Proben periodisch erhitzt und die Wärmeleitfähigkeit aus der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Temperaturwelle bestimmt.

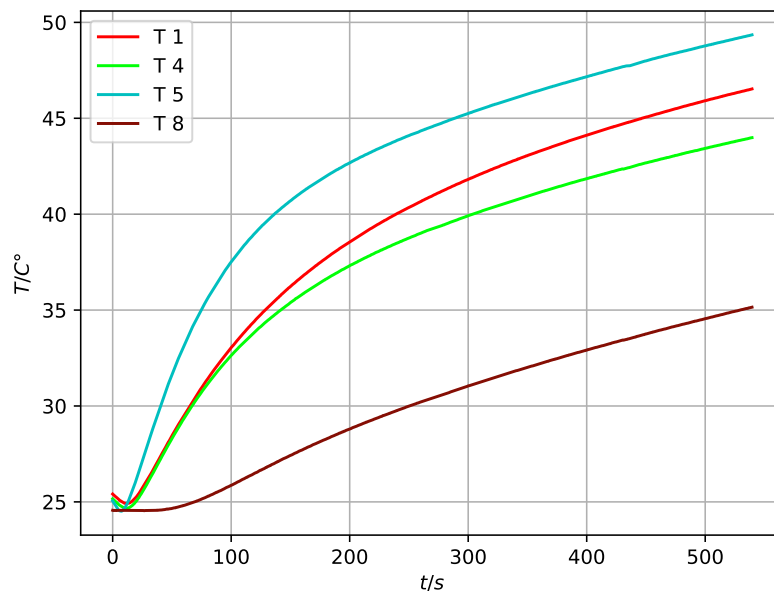
Hierzu wird der Datenlogger auf eine Abtastrate von 2s eingestellt. Sobald die Thermoelemente eine Temperatur von 30 Grad oder kälter (nach der statischen Methode) erreicht haben, wird die Messung begonnen. Eine Spannung  $U_P$  von 8V wird bei maximaler Stromstärke angelegt. Die Stäbe werden nun 40s lang erhitzt ('Heat'), dann 40s abgekühlt

('Cool') und dann wieder 40s lang erhitzt. Dieser Vorgang wird mehrmals wiederholt. Daraufhin werden die Probestäbe wieder hinuntergekühlt, damit zum Schluss eine Messung mit einer Periodendauer von 200s vorgenommen werden kann. Diese Messung wird beendet, sobald eine Temperatur von 80 Grad gemessen wird.

## 5 Auswertung

### 5.1 Statische Methode

Die gemessenen Temperaturen für die vom Peltier-Element fernen Thermoelemente werden in der Abbildung 2 dargestellt. Es wird die Temperatur der fernen Thermoelemente für Messing, Aluminium und Edelstahl gegen die Zeit aufgetragen. Dabei wird einmal die schmale und die breite Platine Messing verwendet.



**Abbildung 2:** Temperaturverläufe der Thermoelemente 1,4,5 und 8

Die einzelnen Thermoelemente erreichen folgende Höchstwerte nach 540 s.

$$T1 = 46.53^{\circ}\text{C}$$

$$T4 = 43.99^{\circ}\text{C}$$

$$T5 = 49.35^{\circ}\text{C}$$

$$T8 = 35.15^{\circ}\text{C}$$

Es lässt sich sagen, dass alle Kurven ein exponentielles Wachstum haben, welches sich für jeden Stoff gegen eine andere Maximaltemperatur nähert. Dabei erreicht das Thermoelement aus Aluminium die höchste Temperatur und hat somit die beste Wärmeleitfähigkeit  $\kappa$ , während Edelstahl die geringste Temperatur erreicht. Bei den beiden Thermoelementen aus Messing, erreicht das breitere Thermoelement die höhere Temperatur aufgrund der größeren Querschnittsfläche.

Aus Gleichung (1) lässt sich der Wärmestrom folgendermaßen bestimmen.

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = -\kappa A \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad (7)$$

Dabei beschreibt die materialabhängige Wärmeleitfähigkeit,  $\Delta x$  den Abstand der Thermoelemente und  $A$  die Querschnittsfläche des Materials. Zur Berechnung des Wärmestroms werden folgende Literaturwerte und gemessene Größen benötigt.

$$\kappa_{\text{Messing}} = 95 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

$$\kappa_{\text{Edelstahl}} = 20 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

$$A_{\text{Messing,breit}} = A_{\text{Edelstahl}} = 4.8 \cdot 10^{-5} \text{m}^2$$

$$\Delta x_{\text{Messing,breit}} = \Delta x_{\text{Edelstahl}} = 0.03 \text{m}$$

Nach Gleichung (7) folgen die Werte für den Wärmestrom, die in den Tabellen 1 und 2 dargestellt sind. Die Temperaturdifferenzen sind in Abbildung 3 dargestellt.

**Tabelle 1:** Wärmestrom Messing,breit

$t/s$	$(T_2 - T_1)/K$	$\frac{\Delta Q_{21}}{\Delta t}/W$
25	3,8	-0,1216
50	5,4	-0,1738
75	5,1	-0,1632
100	4,7	-0,1504
200	3,3	-0,1056
300	2,7	-0,0864

## 5.2 Dynamische Methode

Durch die dynamische Methode kann die Wärmeleitfähigkeit von verschiedenen Materialien bestimmt werden. Bei einer periodischen Erwärmung von 80 s werden die Messwerte aufgenommen. Nach (6) werden die Amplituden aus Abbildung (4) abgelesen und berechnet. Aus den berechneten Werten wird dann der Mittelwert mit folgender Formel gebildet.

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (8)$$

**Tabelle 2:** .Wärmestrom Edelstahl

$t/s$	$(T_7 - T_8)/K$	$\frac{\Delta Q_{78}}{\Delta t}/W$
25	2,0	-0,304
50	6,4	-0,9728
75	8,8	-1,3376
100	9,9	-1,5048
200	10,4	-1,5808
300	10,2	-1,5504

Der dazugehörige Fehler wird folgendermaßen bestimmt.

$$\Delta \bar{x} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad (9)$$

**Tabelle 3:** .Dynamische Messmethode Messing

$A_{\text{fern}}/K$	$A_{\text{nah}}/K$	$\Delta t/s$
15,0	7,0	16
13,0	6,0	17
12,5	4,5	14
13,0	5,5	10
12,0	4,5 13	
11,0	3,5	12
11,5	5,0	13
12,0	4,5	12
12,5	4,0	11
10,0	4,5	12

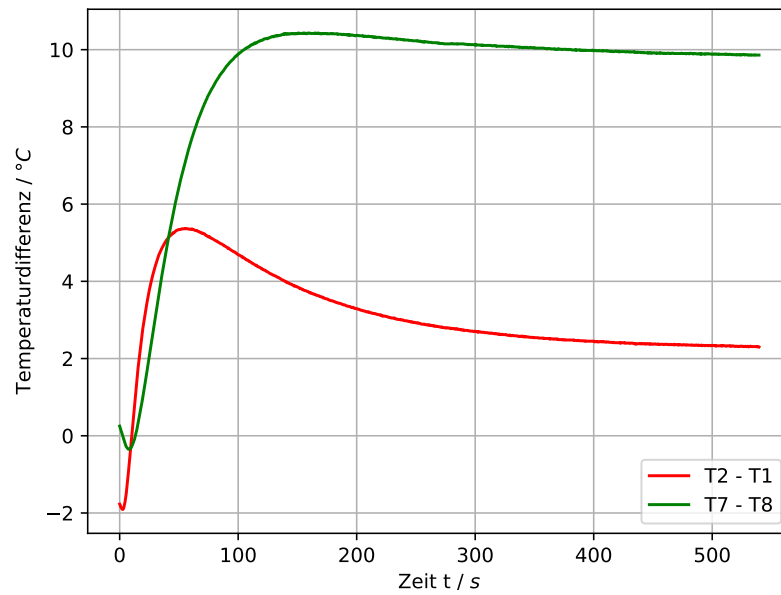
Mit diesen Werte und (6),(8) und (9) ergibt sich für die Wärmeleitfähigkeit von Messing folgender Wert.

$$\bar{\kappa}_{\text{Messing}} = (126.455 \pm 2.150) \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

Diese Messung wird jetzt für Aluminium ausgewertet, wobei die Werte aus Tabelle 4 gemessen werden. Daraus ergibt sich die Abbildung 5. Nach (6),(8) und (9) ergibt sich dann folgender Wert für die Wärmeleitfähigkeit von Aluminium.

$$\bar{\kappa}_{\text{Aluminium}} = (199.139 \pm 3.090) \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

Die dynamische Methode wird nun mit einer Periodendauer von 200s durchgeführt. Es wird die Wärmeleitfähigkeit von Edelstahl experimentell bestimmt. Das Diagramm trägt die gemessene Temperatur des fernen und nahen Thermoelements gegen die Zeit auf.



**Abbildung 3:** Temperaturdifferenzen von Messing und Edelstahl

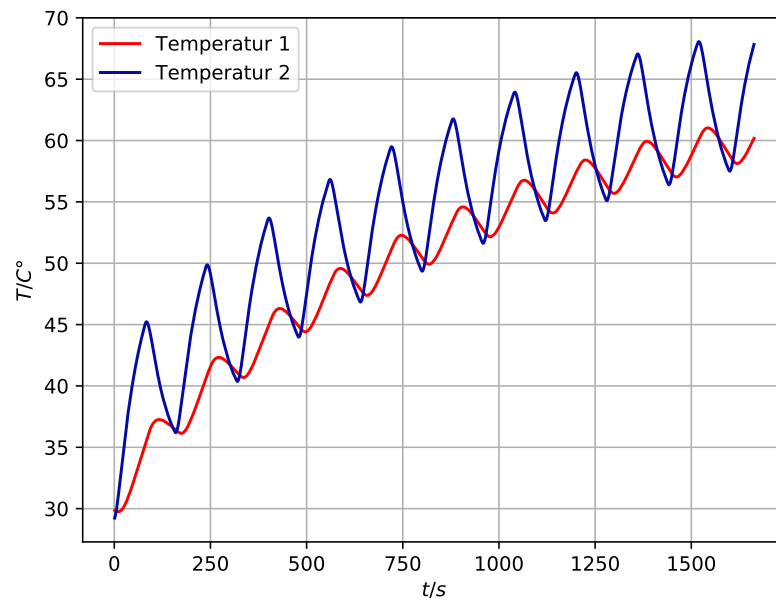
**Tabelle 4:** .Dynamische Messmethode Aluminium

$A_{\text{fern}}/K$	$A_{\text{nah}}/K$	$\Delta t/s$
18,0	11,5	9
15,0	8,0	7
16,0	7,5	8
14,5	5,5	8
13,5	7,0	9
14,0	6,5	10
13,5	6,0	7
14,5	5,0	9
13,0	5,0	8
12,5	6,0	14

Durch die in Tabelle 5 aufgetragenen Werte und nach (6), (8) und (9) wird nun die Wärmeleitfähigkeit von Edelstahl bestimmt. Es ergibt sich folgender Wert.

$$\bar{\kappa}_{\text{Edelstahl}} = (16.055 \pm 0.211) \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$$

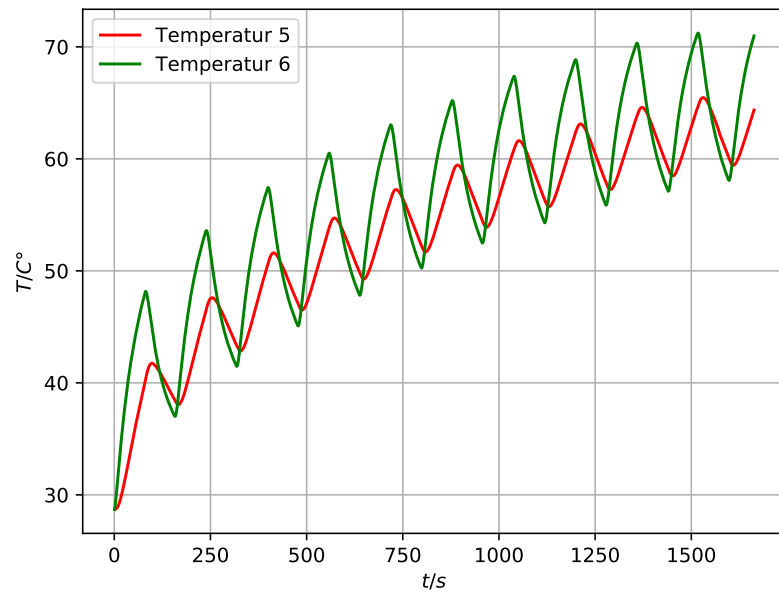




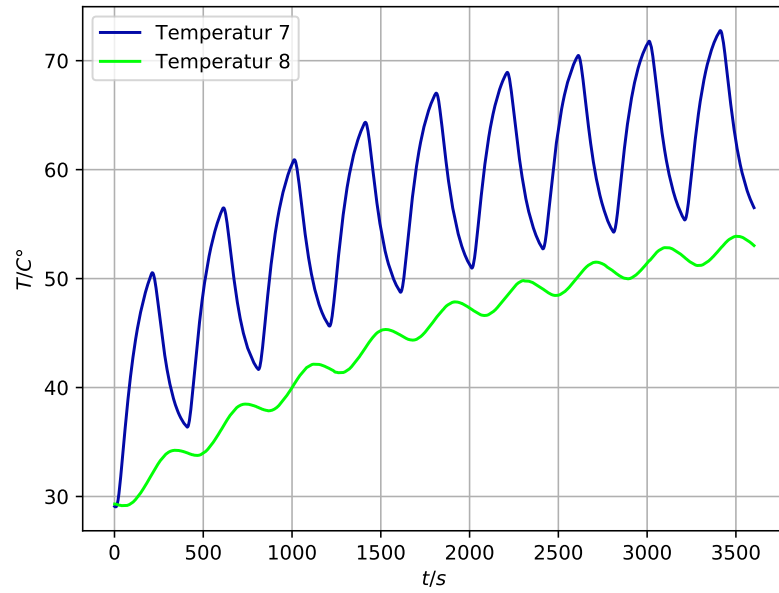
**Abbildung 4:** Dynamische Methode Messing

**Tabelle 5:** .Dynamische Messmethode Edelstahl

$A_{\text{fern}}/K$	$A_{\text{nah}}/K$	$\Delta t/s$
20,0	4,5	52
18,5	4,0	49
19,0	4,0	59
18,5	3,5	56
17,5	3,0	47
18,0	2,5	50
18,5	2,0	42
16,0	2,0	51
15,5	1,5	42



**Abbildung 5:** Dynamische Methode Aluminium



**Abbildung 6:** Dynamische Methode Edelstahl

## 6 Diskussion

Allgemein ließ der Versuch darauf schließen, dass verschiedene Stoffe unterschiedliche Wärmeleitfähigkeiten besitzen. Das kann daran erkannt werden, dass sich die verschiedenen Stoffe unterschiedlich schnell erwärmen und jeweils eine andere Höchsttemperatur anstreben. So hat Aluminium beispielsweise die höchste Wärmeleitfähigkeit und erwärmt sich am schnellsten und Edelstahl am langsamsten. Außerdem fällt auf, dass die übertragene Wärme auch von der Querschnittsfläche der Probe abhängt. Eine größere Querschnittsfläche ist gleichbedeutend mit einer größeren übertragenen Wärmemenge. Bei der statischen Methode fällt auf, dass bei Messing die übertragene Wärmemenge mit der Zeit abnimmt und beim Edelstahl ansteigt. Dies lässt sich auf die verschiedenen Materialeigenschaften der Stoffe schließen. Bei der dynamischen Methode werden die Wärmeleitfähigkeiten von Aluminium, Messing und Edelstahl experimentell bestimmt. Der Literaturwert der Wärmeleitfähigkeit von Messing entspricht  $\kappa_{\text{Messing,Lit}} = 95 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}$ . Der Literaturwert hingegen beträgt  $\kappa_{\text{Messing,Exp}} = (126.455 \pm 2.150) \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}$ . Die absolute Abweichung entspricht  $31.455 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}$  und die relative Abweichung somit 33,1%. Bei Edelstahl betragen die Werte  $\kappa_{\text{Edelstahl,Lit}} = 20 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}$  und  $\kappa_{\text{Aluminium,Exp}} = (16.055 \pm 0.211) \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}$ . Hierbei beträgt die Abweichung  $3.945 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}$  und somit 19,7%. Bei Aluminium betragen die Werte  $\kappa_{\text{Aluminium,Lit}} = 220 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}$  und  $\kappa_{\text{Aluminium,Exp}} = (199.139 \pm 3.090) \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}$ . Dabei ist die Abweichung  $20.861 \frac{\text{W}}{\text{m}\cdot\text{K}}$  und somit 9,5%. Trotz einer Periodendauer von 200s bei Edelstahl anstatt 80s wie bei Messing und Aluminium, ist das genaueste Ergebnis das der dynamischen Messung der Wärmeleitfähigkeit von Aluminium mit der geringeren Periodendauer. Dies lässt sich auf die verschiedene Beschaffenheit des Materials und der ungleichen Anfangstemperatur schließen. Außerdem können äußere Einflüsse wie ein Windstoß das Messergebnis manipulieren.

## 7 Literatur

[1] TU Dortmund. Versuchsanleitung zum Experiment V204 - Wärmeleitung von Metallen. 2018.