

V601

Der Franck-Hertz-Versuch

Jonas Osterholz

Moritz Rempe

Durchführung: 14.05.2019

Abgabe: 21.05.2019

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|--------------------------------|-----------|
| 1 | Zielsetzung | 3 |
| 2 | Theorie | 3 |
| 3 | Aufbau und Durchführung | 5 |
| 4 | Auswertung | 6 |
| 4.1 | Fehlerrechnung | 6 |
| 4.2 | Mittlere Weglängen | 7 |
| 4.3 | Die Skala | 7 |
| 4.4 | Energieverteilung | 8 |
| 4.5 | Franck-Hertz Kurven | 11 |
| 4.6 | Ionisierungsenergie | 12 |
| 5 | Diskussion | 13 |
| 6 | Literatur | 13 |

1 Zielsetzung

Im folgenden Versuch wird mithilfe des Frank-Hertz-Versuches die Anregungsenergie ($E_1 - E_0$) von Quecksilber Atomen, sowie deren Ionisationsenergie bestimmt.

2 Theorie

Der Franck-Hertz-Versuch ist ein sogenanntes Elektronenstoßexperiment, welches dazu dient, die Energiewerte der Elektronenhülle von Atomen zu bestimmen. Wechselwirken Elektronen mit Atomen, hier Hg-Atome, so kommt es zu elastischen und unelastischen Stößen. Dabei nimmt das Quecksilber-Atom Energie auf. Diese Energie kann anhand der Energiedifferenz des Elektrons vor und nach dem Stoß bestimmt werden. Kommt es zu einem unelastischen Stoß, so wird das Hg-Atom in seinen ersten angeregten Zustand mit der Energie E_1 versetzt. Die Energiedifferenz beträgt dann:

$$\frac{m_0 v_{\text{vor}}^2}{2} - \frac{m_0 v_{\text{nach}}^2}{2} = E_1 - E_0 \quad (1)$$

m_0 ist dabei die Ruhemasse des Elektrons, v_{vor} und v_{nach} sind die Geschwindigkeiten des Elektrons vor und nach dem Stoß.

Mithilfe der Gegenfeldmethode kann diese Energie bestimmt werden. Schematisch ist der Franck-Hertz-Versuch in Abbildung 1 abgebildet.

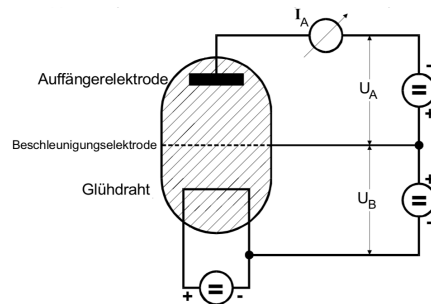


Abbildung 1: Schematischer Aufbau des Frank-Hertz-Versuches.

In dem Gefäß befindet sich Quecksilber, welches verdampft und sich somit ein Gleichgewichtsdruck $p_{\text{Sättigung}}$ einstellt. Dieser Druck ist nur temperaturabhängig. Mithilfe einen Glühdrahtes werden Elektronen freigesetzt, welche durch eine Beschleunigungsspannung U_B zu einer netzförmigen Elektrode hin beschleunigt werden. Die Elektronen erhalten somit die kinetische Energie

$$\frac{m_0 v_{\text{vor}}^2}{2} = e_0 U_b. \quad (2)$$

Dies gilt jedoch nur, sofern die Elektronen vorher eine Geschwindigkeit von $v = 0$ besaßen. Hinter der Beschleunigungselektrode liegt die Auffängerelektrode, welche negativ geladen

ist. Die Elektronen werden abgebremst, weshalb nicht alle Elektronen zu der Elektrode gelangen. An der Auffängerelektrode wird ein Auffängerstrom I_A gemessen. Es gelangen nur die Elektronen zur Auffängerelektrode, deren Geschwindigkeit folgende Ungleichung erfüllt:

$$\frac{m_0}{2} v_z^2 \geq e_0 U_A \quad (3)$$

Die restlichen Elektroden laufen wieder zurück zur Beschleunigungselektrode. Im sog. Beschleunigungsraum stoßen die Elektronen mit den Hg-Atomen zusammen, wodurch es bei geringerer Elektronenenergie E zu elastischen, und bei größeren Elektronenenergien zu unelastischen Stößen kommt. Bei elastischen Stößen ist der Energieverlust ΔE sehr klein:

$$\Delta E = \frac{4m_0 M}{(m_0 + M)^2} E \approx 1,1 \cdot 10^{-5} E \quad (4)$$

Ist die Elektronenenergie jedoch größer oder gleich der Energiedifferenz $E_1 - E_0$, so wird das Quecksilberatom durch einen unelastischen Stoß angeregt. Das Hg-Atom erhält die Energiedifferenz und emittiert im ersten Zustand ein Photon mit der Energie

$$h\nu = E_1 - E_0. \quad (5)$$

Das Atom geht wieder in seinen Grundzustand über.

Mithilfe der Gegenfeldmethode kann nun der Strom I_A an der Auffängerelektrode beobachtet werden. Sein Verlauf ist in Abbildung 2 dargestellt.

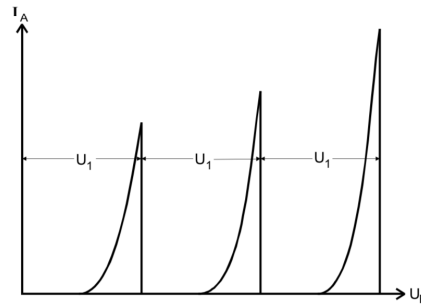


Abbildung 2: Verlauf des Auffängerstroms I_A in Abhängigkeit der Beschleunigungsspannung U_B .

Wird die Beschleunigungsspannung kontinuierlich erhöht, so steigt auch der Strom an. Ab einem gewissen Wert erreichen die Elektronen jedoch einen Energiewert von $E_1 - E_0$, wodurch es zu unelastischen Stößen kommt. Nach dem Stoß können die Elektronen nicht mehr zur Auffängerelektrode gelangen. Wird die Spannung weiter erhöht, so genügt die Energie nach dem Stoß aus, um zur Auffängerelektrode zu gelangen. Wird nun wieder ein Wert erreicht, bei dem die Elektronen nach dem ersten unelastischen Stoß noch immer einen Energiewert von $E_1 - E_0$ besitzen, so kommt es zu einem 2. unelastischen Stoß und die Energie reicht erneut nicht um bis zur Elektrode zu gelangen. Diese Zusammenhänge sind im schematischen Verlauf gut erkennbar. Der Abstand zweier Maxima ist das erste

Anregungspotential des Hg-Atoms:

$$U_1 = \frac{1}{e_0}(E_1 - E_0) \quad (6)$$

Die mittlere Weglänge \bar{w} muss klein gegen den Abstand zwischen Beschleunigungs- und Auffängerelektrode sein, damit Stöße zwischen Elektronen und Hg-Atomen auftreten. Diese Weglänge kann über den Sättigungsdruck $p_{\text{Sätt}}$ angepasst werden. Der Druck ergibt sich nach

$$p_{\text{Sätt}} = 5,5 \cdot 10^7 e^{-\frac{6876}{T}}. \quad (7)$$

Daraus lässt sich die Weglänge bestimmen:

$$\bar{w} = \frac{0,0029}{p_{\text{Sätt}}} \quad (8)$$

Die tatsächlich gemessene Kurve des Stromes I_A weicht jedoch von der theoretischen Kurve ab. Dafür gibt es verschiedene Ursachen. Zum einen weicht das Beschleunigungspotential von der angelegten Beschleunigungsspannung ab, da der Glühdraht und die Beschleunigungselektrode unterschiedliche Austrittsarbeiten besitzen. Für das effektive Beschleunigungspotential ergibt sich:

$$U_{B, \text{eff}} = U_B - \frac{1}{e_0}(\phi_b - \phi_G) \quad (9)$$

ϕ ist dabei die Austrittsarbeit des Glühdrahtes, bzw. der Beschleunigungselektrode. Der Term $\frac{1}{e_0}(\phi_b - \phi_G)$ wird als Kontaktpotential K bezeichnet, um das die Kurve verschoben ist. Die Elektronen sind zudem hinter der Beschleunigungskathode nicht monoenergetisch. Vielmehr besitzen die Elektronen eine Energieverteilung, weshalb die unelastischen Stöße nicht bei einer bestimmten Beschleunigungsspannung auftreten. Somit flacht die Kurve ab und verbreitert sich. Und auch der Dampfdruck $p_{\text{Sätt}}$ beeinflusst das Aussehen der Kurve. Da wie bereits erwähnt die mittlere Weglänge sehr klein gewählt sein muss, wird ein konstanter Dampfdruck benötigt. Fällt dieser jedoch ab, sinkt auch die Wahrscheinlichkeit für Zusammenstöße. Wird der Druck zu hoch, so treten mehr Stöße auf, wodurch noch weniger Elektronen die Auffängerelektrode erreichen.

3 Aufbau und Durchführung

Der grundlegende Aufbau des Frank-Hertz-Versuches wurde bereits in der Theorie 2 beschrieben. Zur Auswertung wird ein Milimeterpapier mit XY-Schreiber verwendet.

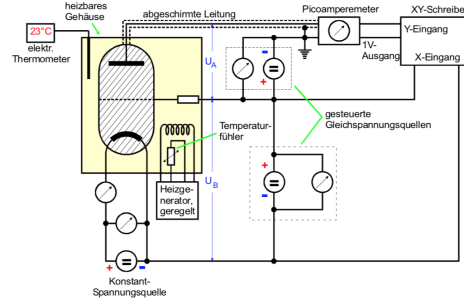


Abbildung 3: Aufbau des Frank-Hertz-Versuches.

Die Versuchsbestandteile werden wie in Abbildung 3 verbunden.

Vor jeder Messung wird der XY-Schreiber passend eingestellt. Im ersten Teil wird die integrale Energieverteilung der Elektronen aufgenommen. Hierzu wird bei Raumtemperatur ($T \approx 20^\circ\text{C}$) und bei einer Temperatur von $140 - 160^\circ\text{C}$ der Auffängerstrom I_A in Abhängigkeit von der Bremsspannung U_A gemessen. Die Beschleunigungsspannung U_B bleibt dabei bei einem konstanten Wert von 11V . Zum Erhitzen des Gases wird eine Kathodenheizung verwendet.

Im zweiten Teil wird die Ionisierungsspannung von Quecksilber bestimmt. Die Bremsspannung U_A wird auf -30V gestellt. Bei $100 - 110^\circ\text{C}$ wird nun I_A gegen U_B aufgenommen. Zum Schluss werden drei Frank-Hertz-Kurven bei $160 - 200^\circ\text{C}$ aufgenommen. U_B wird dabei von 0V bis 60V verändert.

4 Auswertung

4.1 Fehlerrechnung

Für die Auswertung müssen jeweils der Mittelwert einzelner Größen und seine Unsicherheit berechnet werden. Die Formeln dazu sind im Folgenden angegeben, wobei die individuellen Fehlerformeln für zusammengesetzte Größen im späteren Verlauf gesondert angegeben werden. Der Mittelwert \bar{x} und seine Unsicherheit $\Delta\bar{x}$ ergeben sich aus N mal ermittelten Werten x_i , $i \in \mathbb{N}^{\leq N}$ durch

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad \text{und} \quad \Delta\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N(N-1)}}. \quad (10)$$

Setzt sich eine Größe F aus n fehlerbehafteten Größen x_j zusammen, so berechnet sich der absolute Gauß-Fehler dieser Größe durch

$$\Delta F = \sqrt{\sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial F}{\partial x_j} \right)^2 (\Delta x_j)^2}. \quad (11)$$

4.2 Mittlere Weglängen

Die mittleren Weglängen \bar{w} lässt sich nach Gleichung (7) und (8) bestimmen. Wichtig für die Messung ist das Verhältnis von dem Abstand zwischen Beschleunigungs- und Auffängerelektrode a und der mittleren Weglänge \bar{w} . Die berechneten Werte sind in Tabelle 1 aufgelistet, wobei $a = 1 \cdot 10^{-2}$ m beträgt.

| Temperatur T [K] | mittlere Weglänge \bar{w} [m] | Verhältnis $\frac{a}{\bar{w}}$ |
|--------------------|---------------------------------|--------------------------------|
| 295.95 | $6.941 \cdot 10^{-3}$ | 1.541 |
| 417.35 | $7.537 \cdot 10^{-6}$ | $1.327 \cdot 10^3$ |
| 433.15 | $4.132 \cdot 10^{-6}$ | $2.420 \cdot 10^3$ |
| 443.15 | $2.889 \cdot 10^{-6}$ | $3.462 \cdot 10^3$ |
| 456.25 | $1.850 \cdot 10^{-6}$ | $5.406 \cdot 10^3$ |

Tabelle 1: Die mittleren Weglängen für die verschiedenen Temperaturen und deren Verhältnis zu a .

Es wird deutlich dass das Verhältnis von a und \bar{w} mit steigender Temperatur deutlich größer wird. Daraus kann eine höhere Stoßwahrscheinlichkeit gefolgert werden, da sich die Geschwindigkeit der Moleküle mit steigender Temperatur erhöht.

4.3 Die Skala

In diesem Abschnitt wird die Skala S der Spannungs- bzw x-Achse bestimmt. Ein Skalenanteil wird dabei als ein Centimeterkästchen definiert und die Spannung wird außerdem auf ein solches normiert.

| | Spannungsbereich [V] | Skalenanteile [Skt_x] |
|----------------------------|----------------------|---------------------------|
| Energieverteilung | (0-2) | 4.6 |
| | (2-4) | 4.5 |
| | (4-6) | 4.6 |
| | (6-8) | 4.5 |
| | (8-10) | 4.6 |
| Franck-Hertz-Kurven | (0-10) | 4.1 |
| | (10-20) | 4.3 |
| | (20-30) | 4.2 |
| | (30-40) | 4.1 |
| | (40-50) | 4.1 |
| | (50-56) | 2.3 |
| Ionisationsenergie | (0-5) | 3.8 |
| | (5-10) | 3.9 |
| | (10-15) | 3.7 |
| | (15-20) | 3.7 |
| | (20-25) | 3.9 |
| | (25-30) | 3.8 |

Tabelle 2: Die Skalen der Messreihen.

Nach Gleichung 10 werden die Mittelwerte der Skalenanteile mit den abgelesenen Werten aus Tabelle 2 bestimmt. Es ergeben für die verschiedenen Messungen folgende Skalenanteile.

$$S_{x,E} = (0,439 \pm 0,002) \frac{V}{Skt_x}$$

$$S_{x,F} = (2,429 \pm 0,032) \frac{V}{Skt_x}$$

$$S_{x,I} = (1,316 \pm 0,013) \frac{V}{Skt_x}$$

Dabei wurden die selben Skalierungen für jeweilige Messungen innerhalb eines Messbereichs verwendet.

4.4 Energieverteilung

In diesem Versuchsteil wird die integrale Energieverteilung bei einer konstanten Beschleunigungsspannung von $U_B = 11 \text{ V}$ und einer Temperatur von $T = 295,95 \text{ K}$ mittels eines x-y-Schreibers aufgezeichnet. Durch Differenzierung dieser Funktion wird die differentielle Energieverteilung bestimmt. Dazu werden Steigungsdreiecke in das Diagramm eingezeichnet und die berechnete Steigung für verschiedene Spannungen in Tabelle 3 aufgelistet.

Nach der Normierung der maximalen Steigung ergibt sich die differentielle Energieverteilung, die in Abbildung 4 aufgetragen ist.

| Spannung U [V] | Steigung m [$\frac{A}{V}$] | Spannung U [V] | Steigung m [$\frac{A}{V}$] |
|----------------|------------------------------|----------------|------------------------------|
| 0.439 | 1.50 | 6.146 | 0.45 |
| 0.878 | 1.30 | 6.585 | 0.40 |
| 1.317 | 1.20 | 7.024 | 0.35 |
| 1.756 | 1.10 | 7.463 | 0.35 |
| 2.195 | 1.00 | 7.902 | 0.30 |
| 2.634 | 0.90 | 8.078 | 0.25 |
| 3.073 | 0.85 | 8.341 | 0.34 |
| 3.512 | 0.80 | 8.561 | 0.4 |
| 3.951 | 0.80 | 8.780 | 0.5 |
| 4.390 | 0.60 | 8.868 | 1.0 |
| 4.829 | 0.55 | 8.912 | 1.5 |
| 5.268 | 0.50 | 9.000 | 0.5 |
| 5.707 | 0.50 | 9.131 | 0.34 |

Tabelle 3: Messwerte zur Steigung der eingezeichneten Steigungsdreiecke bei $T = 295,95 \text{ K}$.

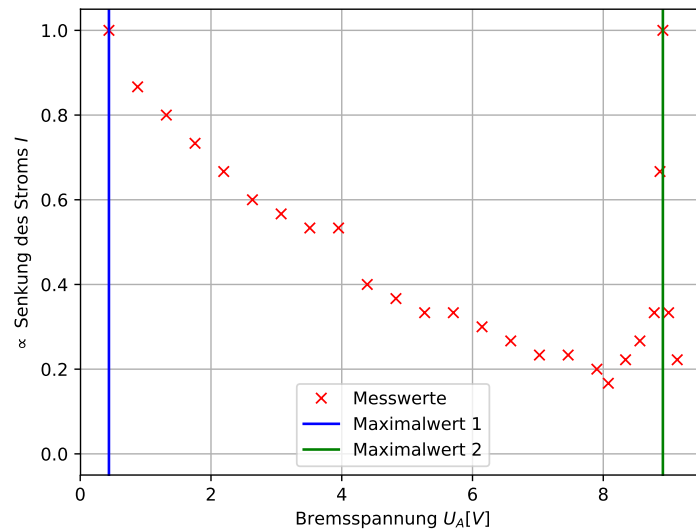


Abbildung 4: Differentielle Energieverteilung bei $T = 295,95 \text{ K}$.

Es werden Maxima bei $U_{\max,1} = 0,439 \text{ V}$ und $U_{\max,2} = 8,912 \text{ V}$ festgestellt. Mittels Gleichung (9) lässt sich das Kontaktpotential K nach

$$K = U_B - U_{\max} \quad (12)$$

bestimmen. Für die Kontaktpotentiale ergeben sich mit den abgelesenen Werten

$$K_1 = 10,561 \text{ V} \quad \text{und} \quad K_2 = 3,088 \text{ V}.$$

Physikalisch sinnvoll erscheint allerdings nur K_2 , da K_1 praktisch im Verhältnis zur angelegten Beschleunigungsspannung zu groß ist.

Die zweite Messung wurde bei einer Temperatur von $T = 417,35\text{ K}$ und gleicher Beschleunigungsspannung aufgezeichnet. Die dabei gemessenen Werte sind in Tabelle 4 aufgetragen.

| Spannung U [V] | Steigung m [$\frac{A}{V}$] |
|------------------|--------------------------------|
| 0.351 | 1.00 |
| 0.790 | 1.00 |
| 1.229 | 0.94 |
| 1.668 | 0.88 |
| 2.107 | 0.83 |
| 2.546 | 0.78 |
| 2.985 | 0.72 |
| 3.424 | 0.61 |
| 3.863 | 0.44 |
| 4.302 | 0.37 |
| 4.565 | 0.09 |
| (5-10) | 0.00 |

Tabelle 4: Messwerte zur Steigung der eingezeichneten Steigungsdreiecke bei $T = 417,35\text{ K}$

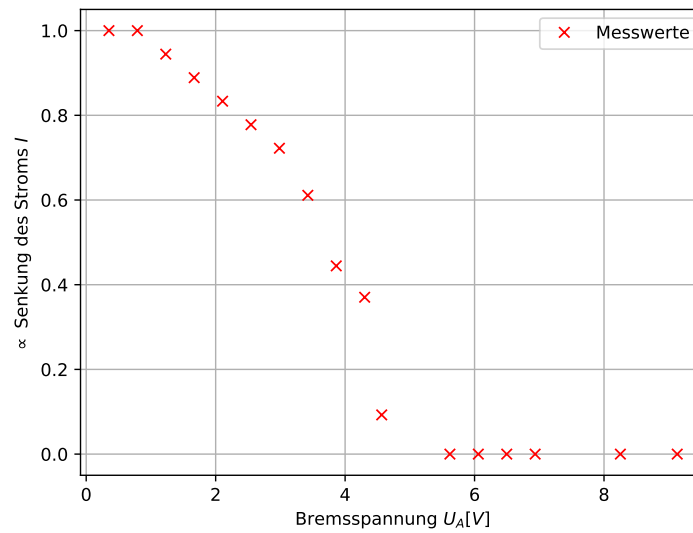


Abbildung 5: Differentielle Energieverteilung bei $T = 417,35\text{ K}$.

Die Abbildung 5 zeigt die differentielle Energieverteilung für $T = 417,35\text{ K}$. Es wird

deutlich, dass die integrale Energieverteilung schon bei kleineren Bremsspannungen ihr Minimum erreicht. Die Elektronen verlieren also bei höheren Temperaturen bei Steigerung der Bremsspannung schneller ihre Energie. Daraus lässt sich schließen, dass mehr Stoßprozesse stattfinden.

4.5 Franck-Hertz Kurven

Die Franck-Hertz Kurven weisen ein periodisch wiederkehrendes System auf. Dabei werden die gemessenen Abstände zwischen den Maxima U_1 wie in Abbildung 2 abgelesen und in Tabelle 5 aufgelistet.

| | Abstand der Maxima [$Sk t_x$] | Abstand der Maxima [V] |
|------------------------|---------------------------------|------------------------|
| $T = 433,15 \text{ K}$ | 2.1 | 5.101 ± 0.067 |
| | 2.2 | 5.343 ± 0.070 |
| | 2.2 | 5.344 ± 0.070 |
| $T = 443,15 \text{ K}$ | 2.0 | 4.858 ± 0.064 |
| | 2.1 | 5.101 ± 0.067 |
| | 2.1 | 5.101 ± 0.067 |
| | 2.2 | 5.344 ± 0.070 |
| | 2.4 | 5.830 ± 0.077 |
| $T = 456,25 \text{ K}$ | 2.0 | 4.858 ± 0.064 |
| | 2.1 | 5.101 ± 0.067 |
| | 2.1 | 5.101 ± 0.067 |
| | 2.2 | 5.344 ± 0.070 |
| | 2.3 | 5.587 ± 0.074 |

Tabelle 5: Abstand der Maxima bei den Franck-Hertz Kurven für die verschiedenen Temperaturen.

Aus Gleichung 10 wird dann der Mittelwert und der dazugehörige Fehler bestimmt und es ergibt sich

$$\overline{U_1} = (5,232 \pm 0,076) \text{ V}.$$

Anschließend wird nach Gleichung (6) das Anregungspotential der Quecksilber-Atome auf

$$E_1 - E_0 = e_0 U_1 = (5,232 \pm 0,076) \text{ eV} = (8,371 \pm 0,122) 10^{-19} \text{ J}$$

berechnet. Zusätzlich wird die Wellenlänge mittels Gleichung (5) und des Zusammenhangs $\lambda = \frac{c}{\nu}$ auf

$$\lambda = \frac{h c}{E_1 - E_0} = (237,151 \pm 3,440) \text{ nm}$$

bestimmt. Das emittierte Licht liegt somit noch im Ultravioletten Bereich. Beim zentral elastischen Stoß kann aufgrund der hohen Massendifferenz der beiden Stoßpartner davon ausgegangen werden, dass das Elektron nahezu keine Energie verliert und somit nur eine

Richtungsänderung erfährt. So kann das Elektron bei dem nächsten Stoß ein Hg-Atom anregen. Somit muss bei der Auswertung der Energieverlust beim zentral elastischen Stoß nicht berücksichtigt werden.

4.6 Ionisierungsenergie

Zur Bestimmung der Ionisationsenergie wird die Nullstelle mittels einer linearen Regression der Form

$$y = m \cdot x$$

berechnet. Dazu wird die Messung mit einer negativen Bremsspannung von $U_A = -30 \text{ V}$ verwendet und das nahezu lineare Ende der Messkurve genähert. Die abgelesenen Werte sind in Tabelle 5 aufgelistet.

| Spannung $U_B[\text{V}]$ | Strom I (normiert) |
|--------------------------|----------------------|
| 21.056 ± 0.208 | 0.219 |
| 21.714 ± 0.215 | 0.258 |
| 22.372 ± 0.221 | 0.290 |
| 23.030 ± 0.227 | 0.335 |
| 23.688 ± 0.234 | 0.380 |
| 23.346 ± 0.241 | 0.425 |
| 25.004 ± 0.247 | 0.471 |
| 25.662 ± 0.254 | 0.529 |
| 26.320 ± 0.260 | 0.587 |
| 26.978 ± 0.267 | 0.645 |
| 27.636 ± 0.273 | 0.716 |
| 28.294 ± 0.280 | 0.787 |
| 28.952 ± 0.286 | 0.865 |
| 29.610 ± 0.293 | 0.935 |
| 30.268 ± 0.299 | 1 |

Tabelle 6: Der normierte Strom in Abhängigkeit von der Beschleunigungsspannung für $T = 417,35 \text{ K}$.

Die lineare Regression aus Abbildung 6 liefert mittels Bestimmung der Parameter die Nullstelle

$$U_0 = U_{\text{Ion}} + K = (19,099 \pm 0,100) \text{ V}.$$

Mit dem Kontaktpotential aus dem Abschnitt Energieverteilung ergibt sich für die Ionisationsenergie

$$E_{\text{Ion}} = e_0 (U_0 - K) = (16,011 \pm 0,200) \text{ eV}.$$

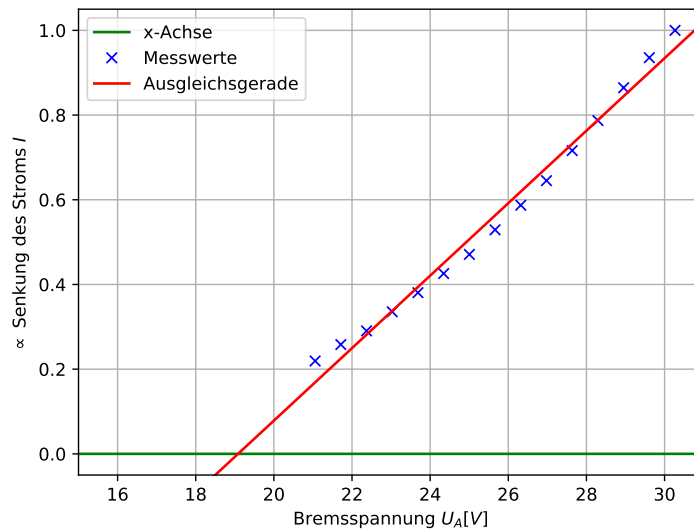


Abbildung 6: Lineare Regression zur Bestimmung der Ionisationsenergie.

5 Diskussion

Die Anregungsenergien bzw. die Wellenlängen für Quecksilber betragen experimentell ermittelt und als Literaturwert

$$\lambda_{\text{exp}} = (237,151 \pm 3,440) \text{ nm} \quad \text{und} \quad \lambda_{\text{Lit}} = 253 \text{ nm}.$$

Die daraus resultierende relative Abweichung beträgt 6.3%. Im Folgenden sind der Literaturwert und der experimentell ermittelte Wert der Ionisierungsenergien aufgelistet.

$$E_{\text{Ion,Lit}} = 10,438 \text{ eV}.$$

$$E_{\text{Ion}} = (16,011 \pm 0,200) \text{ eV}.$$

Der dabei auftretende Fehler liegt bei 53.4%. Dies folgt aus Fehlern der Messgeräte und des Ablesens bei den aufgezeichneten Messkurven. Des Weiteren lässt sich sagen, dass das Kontaktpotential aus einer ungenauen Messkurve entnommen wurde. Dabei lassen sich Ablesefehler bei so kleinen Maßstäben kaum vermeiden. Die unkonstante Temperatur und generell die Temperatureinstellungen haben ebenfalls Einfluss auf das Messergebnis gehabt. Außerdem wurden zwei Kontaktpotentiale festgestellt, wobei Ersteres deutlich zu groß ist und auch auf Messfehler schließen lässt.

$$K_1 = 10,561 \text{ V} \quad \text{und} \quad K_2 = 3,088 \text{ V}$$

6 Literatur

[1] TU Dortmund. Versuchsanleitung zum Experiment V601 - Der Franck-Hertz-Versuch. 2019.