

V301

Leerlaufspannung und Innenwiderstand von Spannungsquellen

Jonas Osterholz
jonas.osterholz@tu-dortmund.de

Moritz Rempe
moritz.rempe@tu-dortmund.de

Durchführung: 07.12.2018

Abgabe: 14.12.2018

TU Dortmund – Fakultät Physik – Grundpraktikum

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Zielsetzung | 3 |
| 2 | Theorie | 3 |
| 3 | Aufbau und Durchführung | 4 |
| 4 | Auswertung | 5 |
| 4.1 | Leerlaufspannung und Eigenwiderstand (Messung a) | 5 |
| 4.2 | Klemmenspannung an Monozelle (Messung b) | 5 |
| 4.3 | Systematische Fehler bei der U_0 -Messung | 8 |
| 4.4 | Systematischer Fehler bei nachgeschaltetem Voltmeter | 8 |
| 4.5 | Umgesetzte Leistung | 9 |
| 5 | Diskussion | 10 |
| 6 | Literatur | 11 |

1 Zielsetzung

In diesem Versuch soll die Leerlaufspannung und der Innenwiderstand verschiedener Spannungsquellen gemessen werden.

2 Theorie

Wird einer Spannungsquelle kein Strom entnommen, so wird von einer Leerlaufspannung U_0 an der Ausgangsklemme gesprochen. Fließt über einen äußeren Lastwiderstand R_a ein endlicher Strom I , so kann an der Klemme eine Klemmenspannung U_k gemessen werden, welche unter dem Wert U_0 liegt. Erklärt werden kann dies anhand eines Innenwiderstandes R_i (siehe Abbildung 1) der Spannungsquelle. Aus dem Kirchhoff'schen Gesetz

$$U_0 = IR_i + IR_a$$

folgt somit für die Klemmenspannung

$$U_k = IR_a = U_0 - IR_i \quad (1)$$

Wird R_a nun groß gewählt, wird der Strom I klein und es kann die Vereinfachung

$$U_k \approx U_0 \quad (2)$$

verwendet werden. Aufgrund des Innenwiderstandes R_i kann der idealen Spannungsquelle

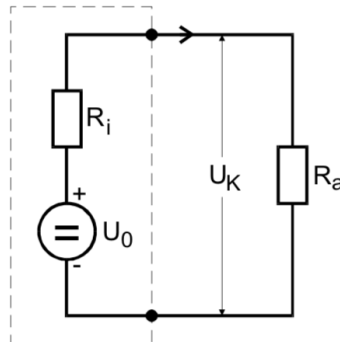


Abbildung 1: Ersatzschaltbild einer realen Spannungsquelle mit Lastwiderstand R_a , [1].

nicht unendlich viel Leistung entnommen werden. Die ideale Spannungsquelle hat hierbei die Eigenschaft, eine unabhängige Spannung U_0 , ohne Innenwiderstand R_i , zu liefern. Die an R_a abgegebene Leistung kann nun durch

$$N = I^2 R_a \quad (3)$$

berechnet werden. Dabei durchläuft die Leistung N ein Maximum, welches bei R_i erreicht wird. Es handelt es sich um eine Leistungsanpassung. Wird der Belastungsstrom verändert,

so verändert sich auch das elektrische Verhalten der Quelle. Der Innenwiderstand wird hierbei als eine differentielle Größe betrachtet:

$$R_i = \frac{dU_k}{dI} \quad (4)$$

3 Aufbau und Durchführung

Zu Beginn wird die Leerlaufspannung einer Monozelle gemessen. Wichtig ist es, den Eingangswiderstand R_V des Voltmeters zu beachten und zu notieren. Nun wird die Klemmenspannung U_K in Abhängigkeit des Belastungsstroms I gemessen. Der Belastungswiderstand kann dabei zwischen $0-50 \, \Omega$ liegen. Dazu muss die Schaltung, die in Abb. 2 zu sehen ist, verwendet werden. Als nächstes wird, wie in Abbildung 3 zu sehen

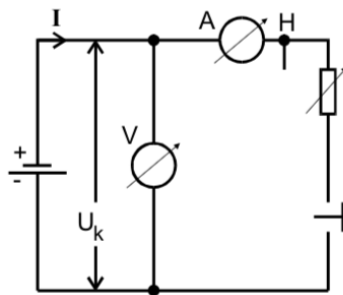


Abbildung 2: Schaltung zur Messung der Klemmenspannung U_k . [1]

ist, eine Gegenspannung an die Monozelle angelegt und wieder U_k in Abhängigkeit von I gemessen. Die Gegenspannungsspannung ist dabei ungefähr 2 V größer als U_0 . Im letzten

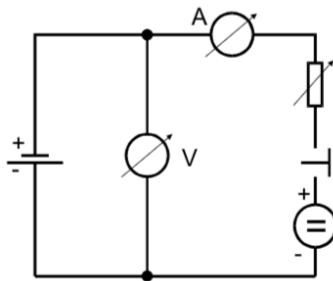


Abbildung 3: Schaltung wie Abb. 2, aber mit Gegenspannung. [1]

Versuchsteil wird dieselbe Messung von U_k vorgenommen, jedoch unter Verwendung des Sinus- und Rechteckausgangs eines RC-Generators anstatt der Monozelle. Der Variationsbereich von R_a des 1 V-Rechteckausgangs liegt dabei zwischen $20 - 250 \, \Omega$ und der des 1 V-Sinusaussgangs zwischen $0,1 - 5 \, k\Omega$.

4 Auswertung

4.1 Leerlaufspannung und Eigenwiderstand (Messung a)

Das Voltmeter hat einen Eingangswiderstand von

$$R_v \geq 10\text{M}$$

. Die Leerlaufspannung beträgt:

$$U_{0,\text{Mono}} = 1.6\text{ V}$$

4.2 Klemmenspannung an Monozelle (Messung b)

Die gemessenen Werte sind in Tabelle 1 abzulesen.

Tabelle 1: Messung der Klemmenspannung an einer Monozelle (Messung b).

| I/mA | U_k/V |
|---------------|----------------|
| 88 | 0,15 |
| 69 | 0,48 |
| 56 | 0,70 |
| 47 | 0,85 |
| 40 | 0,96 |
| 36 | 1,10 |
| 32 | 1,20 |
| 29 | 1,25 |
| 27 | 1,30 |
| 24 | 1,31 |
| 23 | 1,40 |

Aus diesen Werten lassen sich nun der Innenwiderstand und die Leerlaufspannung der Monozelle bestimmen. Dazu wird die allgemeine Geradengleichung verwendet.

$$y = m \cdot x + b \tag{5}$$

Aus den gemessenen Werten und der linearen Regression ergeben sich jeweils Werte für die Steigung m und den Achsenabschnitt b . Dabei entspricht die Steigung der Geraden dem Innenwiderstand R_i , wie aus Gleichung (5) erkennbar wird, und der Achsenabschnitt der Leerlaufspannung U_0 .

$$|m_1| = R_i = (18.998 \pm 0.360)$$

$$b_1 = U_0 = (1.7850 \pm 0.0008)\text{ V}$$

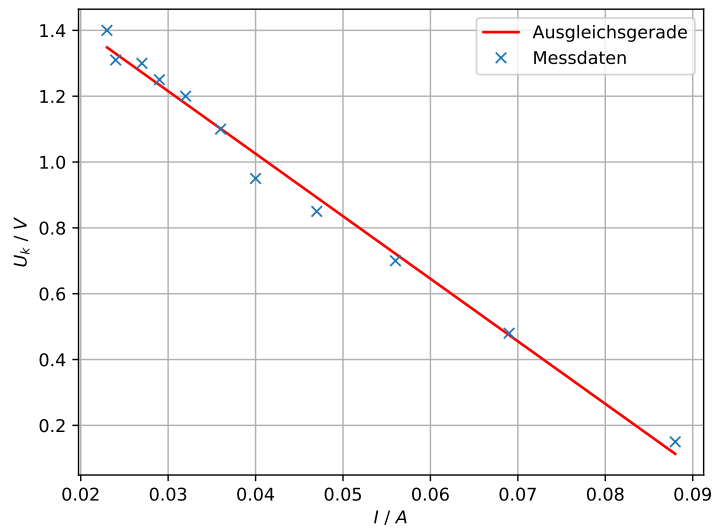


Abbildung 4: Innenwiderstand der Monozelle aus b).

Bei der Methode der Gegenspannung ergeben sich die in der 2 aufgetragenen Werte.

Tabelle 2: Methode der Gegenspannung (Messung c).

| I / mA | U_k / V |
|----------|-----------|
| 120 | 4,00 |
| 90 | 3,50 |
| 74 | 3,20 |
| 63 | 3,00 |
| 57 | 2,90 |
| 54 | 2,80 |
| 50 | 2,70 |
| 45 | 2,60 |
| 43 | 2,60 |
| 35 | 2,45 |
| 31 | 2,40 |

Dort wird ebenfalls nach (6) die lineare Regression angewendet, um die Leerlaufspannung U_0 und den Innenwiderstand R_i zu bestimmen. Dabei ergeben sich folgende Werte.

$$m_2 = R_i = (18.508 \pm 0.119)$$

$$b_2 = U_0 = (1.8090 \pm 0.0005) \text{ V}$$

Bei der Messung mit der Rechtecks- und Sinusspannung ergeben sich die Werte aus 3.

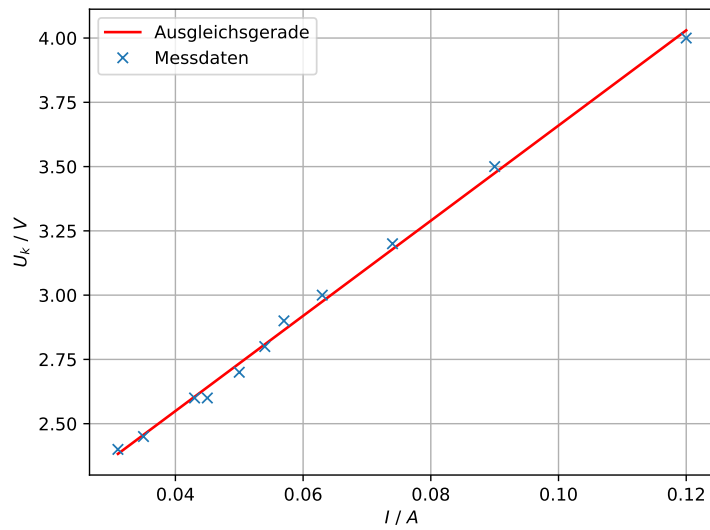


Abbildung 5: Innenwiderstand der Monozelle aus c).

Tabelle 3: Rechtecks- und Sinusspannung(Messung d).

| I/mA | U_k/V | I/mA | U_k/V |
|--------|---------|--------|---------|
| 7,0 | 0,175 | 22,0 | 6,0 |
| 6,2 | 0,210 | 22,0 | 6,2 |
| 5,5 | 0,250 | 21,0 | 6,5 |
| 5,2 | 0,270 | 19,0 | 7,1 |
| 4,6 | 0,280 | 17,5 | 7,5 |
| 4,1 | 0,310 | 16,0 | 7,9 |
| 3,7 | 0,330 | 10,5 | 8,7 |
| 3,3 | 0,360 | 8,0 | 9,1 |
| 3,0 | 0,380 | 3,0 | 9,8 |
| 2,6 | 0,390 | 2,8 | 9,9 |

Für die Rechtecksspannung lassen sich folgende Werte durch (6) und die lineare Regression bestimmen.

$$|m_3| = R_i = (49.381 \pm 3.355)$$

$$b_3 = U_0 = (519.201 \pm 0.075) \text{ mV}$$

Bei der Sinusspannung ergeben sich mit der gleichen Methode folgende Werte:

$$|m_4| = R_i = (189.705 \pm 120.196)$$

$$b_4 = U_0 = (10.560 \pm 0.030) \text{ V}$$

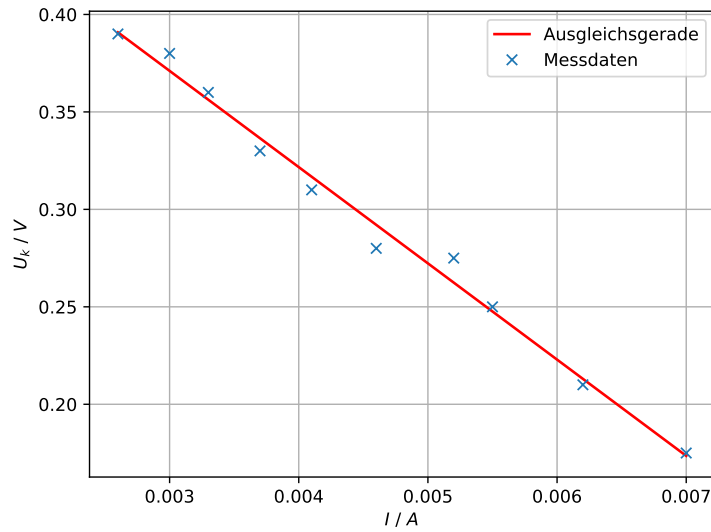


Abbildung 6: Verlauf der Rechteckspannung aus d).

4.3 Systematische Fehler bei der U_0 -Messung

Der systematische Fehler bei der Berechnung für die Leerlaufspannung U_0 wird über die Beziehungen in einer Reihenschaltung und die Kirchhoffschen Regeln bestimmt. Der Fehler kommt aufgrund des endlichen Widerstandes R_V des Voltmeters zustande.

$$U_0 = I \cdot R_{\text{ges}} = I \cdot (R_V + R_i) = \frac{U_k}{R_V} \cdot (R_V + R_i) = U_k \left(1 + \frac{R_i}{R_V} \right)$$

Aus dem Verhältnis U_0/U_k kann der relative Fehler auf $1,8998 \cdot 10^{-6}$ bestimmt werden. Der absolute Fehler beträgt

$$\Delta U_0 = U_{0,\text{exp}} \frac{R_i}{R_V} = 3.04 \cdot 10^{-6} V$$

4.4 Systematischer Fehler bei nachgeschaltetem Voltmeter

Falls das Voltmeter hinter das Amperemeter geschaltet wird, kommt bei einem realen Amperemeter dessen Eigenwiderstand noch dazu. Bei einem idealen Amperemeter ist dieser Eigenwiderstand gleich null. In der Realität wird der Eigenwiderstand möglichst klein gehalten, aber verschwindet nicht. Dadurch ergibt sich für den systematischen Fehler Folgendes:

$$\Delta U_0 = U_{0,\text{exp}} \left(\frac{R_i}{R_V} + \frac{R_A}{R_V} \right)$$

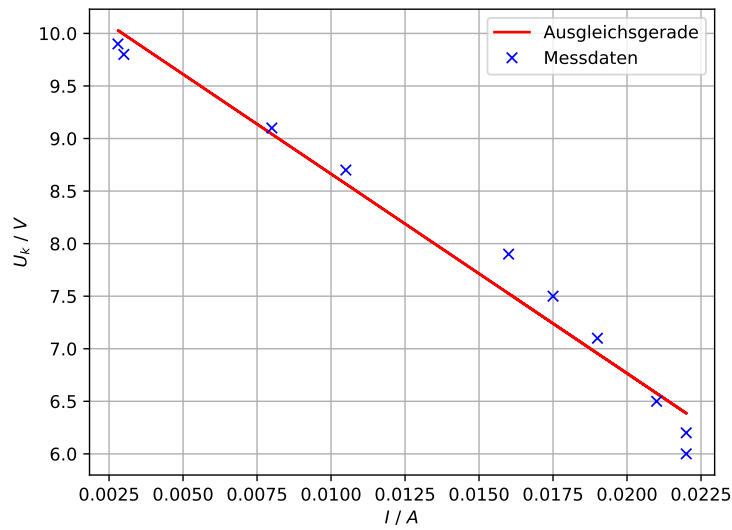


Abbildung 7: Verlauf der Sinusspannung aus d).

4.5 Umgesetzte Leistung

In der Tabelle 4 werden die Werte aus der ersten Messung und zusätzlich der Belastungswiderstand R_a und die Leistung N nach (4) bestimmt. Das Diagramm zeigt die Abhängigkeit der Leistung vom Widerstand in der Theorie und im Experiment. Dabei errechnet sich die theoretische Kurve nach (4) folgendermaßen.

$$N_{\text{theo}} = I^2 R_a = \left(\frac{U_0}{R_i + R_a} \right)^2 \cdot R_a \quad (6)$$

Tabelle 4: Umgesetzte Leistung.

| Rechteckspannung | | Sinusspannung | |
|------------------|---------|---------------|--------|
| I/mA | U_k/V | R_a/Ω | N/mW |
| 88 | 0,15 | 1,71 | 13,2 |
| 69 | 0,48 | 6,96 | 33,1 |
| 56 | 0,70 | 12,50 | 39,2 |
| 47 | 0,85 | 18,09 | 40,0 |
| 40 | 0,96 | 23,75 | 38,0 |
| 36 | 1,10 | 30,56 | 39,6 |
| 32 | 1,20 | 37,50 | 38,4 |
| 29 | 1,25 | 43,10 | 36,3 |
| 27 | 1,30 | 48,15 | 35,1 |
| 24 | 1,31 | 54,58 | 31,4 |
| 23 | 1,40 | 60,87 | 32,2 |

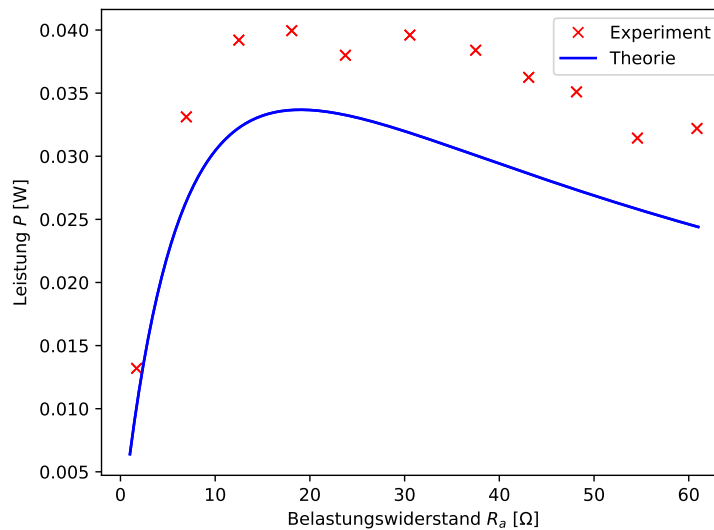


Abbildung 8: Verlauf der umgesetzten Leistung.

5 Diskussion

Die ersten beiden Messungen zur Bestimmung der Leerlaufspannung und des Innenwiderstandes sind sehr genau, da die Fehler sehr gering sind. Für die relativen Fehler des Innenwiderstandes ergeben sich $\sim 1\%$ und für die Leerlaufspannung ergeben sich vernachlässigbar kleine Fehler. Die Messwerte der beiden Messungen sind konsistent linear und haben nur geringe Abweichungen zur Ausgleichsgerade. Außerdem sind die

Werte der Methode mit und ohne Gegenspannung relativ gleich. Bei der umgesetzten Leistung ergeben sich für die experimentellen Werte durchweg höhere Werte als die theoretisch Errechneten. Das lässt sich auf systematische Fehler, Ablesefehler und die Güte der Messgeräte zurückführen.

6 Literatur

[1] TU Dortmund. Versuchsanleitung zum Experiment V301 - Leerlaufspannung und Innenwiderstand von Spannungsquellen. 2018.