

V504

Thermische Elektronenemission

Jonas Osterholz
jonas.osterholz@tu-dortmund.de

Moritz Rempe
moritz.rempe@tu-dortmund.de

Durchführung: 16.04.2019

Abgabe: 23.04.2019

TU Dortmund – Fakultät Physik – Grundpraktikum

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	3
1.1	Der glühelektrische Effekt	3
1.2	Die Hochvakkum-Diode	4
1.3	Die Langmuir-Schottkysche Raumladungsgleichung	5
1.4	Das Anlaufstromgebiet einer Hochvakuum-Diode	5
1.5	Die Kennlinie einer Hochvakuum-Diode	6
2	Aufbau und Durchführung	7
3	Auswertung	8
3.1	Bestimmung des Sättigungsstroms	8
3.2	Untersuchung des Langmuir-Schottkyschen Gesetzes	10
3.3	Anlaufstromgebiet & Kathodentemperatur	11
3.4	Kathodentemperaturen bei verschiedenen Heizleistungen	13
3.5	Austrittsarbeit von Wolfram	14
4	Diskussion	15
5	Literatur	16

1 Theorie

1.1 Der glühelektrische Effekt

Die thermische Elektronenemission beschreibt das Lösen von freien Elektronen aus aufgeheizten Metallen. Dieses Phänomen wird auch als **glühelektrischer Effekt** bezeichnet und ist durch die Ionisierung der Atome in Metallmolekülen möglich. Dadurch entstehen freie Elektronen, die die kristalline, periodisch angeordnete Gitterstruktur des Moleküls als Wolke umgeben und auch **Leitungselektronen** genannt werden. Sie sind auch der Grund für die hohe elektrische und thermische Leitfähigkeit. Näherungsweise kann von einem konstanten Gitterpotential ausgegangen werden. Um das Elektron aus dem Metall zu lösen, müssen die Elektronen im Vergleich zum Vakuum aber eine materialabhängige Austrittsarbeit $e_0\phi$ verrichten, da es sich in einem Potentialtopf, wie es in Abbildung 1 gezeigt wird, befindet. ξ gibt dabei das zu überwindene elektrische Potential an.

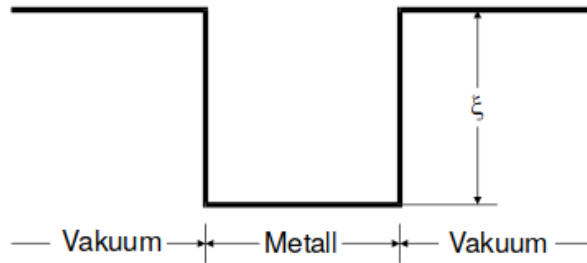


Abbildung 1: Elektron im Potentialtopf.

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Elektronen bestimmte Energiewerte im Metall annehmen, lässt sich durch die **Fermi-Diracsche Verteilungs-Funktion**

$$f(E) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E-\zeta}{k_B T}\right) + 1} \quad (1)$$

beschrieben. Dabei ist f die Wahrscheinlichkeit, E der Energiewert, ζ die fermische Grenzenergie und k die Boltzmannkonstante. Durch die Näherung $\zeta \gg kT$ bei Raumtemperatur lässt sich die Gleichung auf

$$f(E) \approx \exp\left(\frac{\zeta - E}{k_B T}\right) \quad (2)$$

bringen und wie in Abbildung 2 bei unterschiedlichen Temperaturen darstellen. Die fermische Grenzenergie ζ gibt dabei die maximale Energie beim absoluten Temperaturnullpunkt an, die aufgrund der Quantentheorie und des Pauli-Prinzips erreicht wird. Bei Temperaturen $T > 0$ gibt es also die Möglichkeit, dass Elektronen mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit Energien annehmen, die größer als die Austrittsarbeit sind, und sich somit aus dem Metall lösen. Je höher also die Temperatur des Metalls,

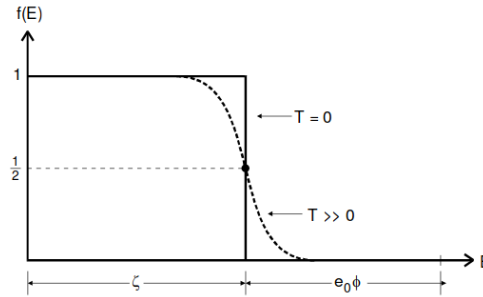


Abbildung 2: Verlauf der Wahrscheinlichkeitsverteilung bei diskreten Energieniveaus

desto höher die Wahrscheinlichkeit, dass Elektronen Energien größer als die Austrittsarbeit annehmen. Aus der Gleichung 2 folgt nun die **Richardson-Gleichung**. Für die Richardson-Gleichung und somit die Sättigungsstromdichte folgt schließlich durch Integration über den Impulsraum

$$j_s(T) = 4\pi \frac{e_0 m_0 k_B^2}{h^3} T^2 \exp\left(\frac{-e_0 \phi}{k_B T}\right), \quad (3)$$

wobei e_0 die Elementarladung, m_0 die Elektronenmasse und ϕ das Potential des Metalls darstellen.

1.2 Die Hochvakuum-Diode

Zur Messung der thermischen Elektronenemission wird eine Hochvakuum-Diode verwendet. Dabei wird die Kathode, meist ein Metalldraht, über die Heizspannung auf Temperaturen von $1000 - 3000K$ erhitzt, sodass sich Elektronen aus dem Metall lösen. Des Weiteren wird eine Saugspannung zwischen Kathode und Anode angelegt, die die emittierten Elektronen aus der Kathode zur Anode absaugen. Dadurch entsteht ein Anodenstrom, der die Elektronenemission nachweist. Der ganze Vorgang muss im Vakuum stattfinden, da die emittierten Elektronen ansonsten mit den Gasmolekülen wechselwirken könnten und der Draht durchbrennen könnte.

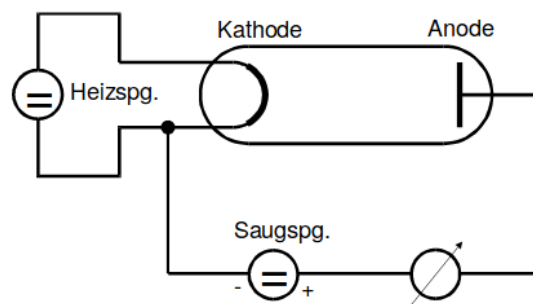


Abbildung 3: Beschaltung einer Hochvakuum-Diode

1.3 Die Langmuir-Schottkysche Raumladungsgleichung

Über die Bestimmung des Anodenstroms nach Abbildung 3 wird festgestellt, dass die Abhängigkeit des Anodenstroms zur Saugspannung erst bei hinreichend hoher Saugspannung verschwindet. Bei niedrigen Spannungen erreichen nicht alle emittierten Elektronen die Anode. Auf dem Weg zur Anode erfahren die Elektronen eine Beschleunigung, sie bewegen sich also nicht mit einer konstanten Geschwindigkeit fort. Daraus lässt sich schließen, dass das Ohmsche Gesetz, also die Proportionalität von Spannung und Strom, in der Diode nicht gültig ist. Außerdem kann aus der räumlich kontinuierlichen Stromdichte $j = \rho \cdot v$ gefolgert werden, dass die Ladungsdichte neben der Geschwindigkeit ebenfalls nicht konstant ist und zur Anode hin abnimmt. Dadurch wird das elektrische Feld der Kathode in Abhängigkeit der Ladungsdichte ρ abgeschirmt und es ergibt sich ein kleinerer als nach Gleichung 3 zu erwartender Sättigungsstrom. Um das Potential und das elektrische Feld quantitativ zu berechnen, wird die Potentialgleichung oder Poissonsche Gleichung

$$\Delta V = -\frac{1}{\epsilon_0} \rho \quad (4)$$

als Ausgangspunkt verwendet. Durch Umformungen und Erweiterungen ergibt sich für das Potential

$$\sqrt[4]{V^3} = \frac{3}{4} \sqrt{\frac{4j}{\epsilon_0 \sqrt{2e_0/m_0}}} x, \quad (5)$$

wobei x der Abstand zur Kathode ist und $V(0) = 0$ gilt. Außerdem folgt nach $E = -\text{grad}(V)$, dass sich die Feldstärke nach einem $\sqrt[3]{x^4}$ -Gesetz ausbreitet. Aus den Gleichungen 4 und 5 folgt für die Ladungsdichte eine $x^{-\frac{2}{3}}$ -Abhängigkeit, was in Abbildung 4 für die essentiellen Größen dargestellt ist. Zuletzt folgt als Gleichung für die Stromdichte

$$j = \frac{4}{9} \epsilon_0 \sqrt{2e_0/m_0} \frac{V^{\frac{3}{2}}}{a^2}, \quad (6)$$

welche auch als Langmuir-Schottkysche-Raumladungsgleichung bezeichnet wird. Es wird deutlich, dass das Ohmsche Gesetz mathematisch auch seine Gültigkeit in der Hochvakuum-Diode verliert. Das Gebiet, in welchem das Langmuir-Schottkysche-Raumladungsgesetz gilt, wird auch als Raumladungsgebiet definiert.

1.4 Das Anlaufstromgebiet einer Hochvakuum-Diode

Als Anlaufstrom wird der Strom bezeichnet, der bei $V = 0$ trotzdem gemessen werden kann, obwohl nach Gleichung 6 die Stromdichte dann ebenfalls verschwinden sollte. Dieser entsteht durch die überschüssige Energie einiger Elektronen nach Abzug der Austrittsarbeit ϕ und der fermischen Grenzenergie ζ . Der Energieüberschuss

$$\Delta E = E - (\zeta + e_0 \phi) \quad (7)$$

liefert die kinetische Energie für die emittierten Elektronen. Dadurch ist es möglich, dass die Elektronen somit sogar gegen ein geringes Gegenfeld anlaufen können. Die Abbildung

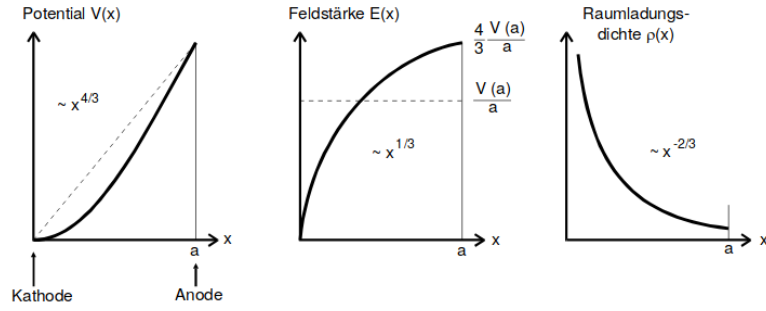


Abbildung 4: Ortsabhängigkeit des Potentials V , der Feldstärke E und der Raumladungsdichte ρ im Raumladungsgebiet einer Hochvakuum-Diode

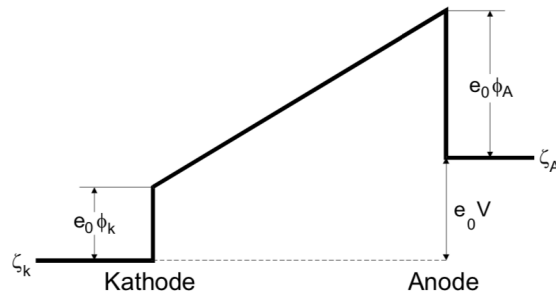


Abbildung 5: Das Anlaufstromgebiet mit den verschiedenen Energieniveaus bzw. Potentialen

5 zeigt, dass die Anode ebenfalls eine Austrittsarbeit besitzt. Außerdem verschieben sich die fermischen Grenzenergien bei einer dazugeschalteten Spannung um e_0V zueinander. Zusätzlich wird der Abbildung 5 entnommen, dass Elektronen, die die Anode erreichen, eine Energie größer als $e_0\phi_A + \zeta_A$ besitzen müssen.

Analog zur Bestimmung der Energie in Gleichung 2 wird die Abhängigkeit der Stromdicht vom angelegten Potential mit

$$j(V) = j_0 \exp\left(-\frac{e_0\phi_A + e_0V}{k_B T}\right) = \text{const.} \exp\left(-\frac{e_0V}{k_B T}\right) \quad (8)$$

1.5 Die Kennlinie einer Hochvakuum-Diode

Die Kennlinie der Hochvakuum-Diode beschreibt die Abhängigkeit des Anodenstroms I_A von der angelegten Spannung U . Es werden grundsätzlich drei verschiedene Gebiete der Kennlinie definiert. Das Anlaufstromgebiet, welches im Bereich $V < 0$ liegt, lässt sich durch einen exponentiellen Zusammenhang kennzeichnen. Die Kennlinie setzt sich dann in dem Raumladungsgebiet fort, welches eine $\sqrt{V^3}$ -Abhängigkeit aufweist. Dies folgt aus der Raumladungsgleichung 6, welche aber noch von der Anodenspannung abhängt. Der Anodenstrom hängt allerdings nicht von der Anodenspannung, sondern von der Temperatur, ab. Nach der Richardson-Gleichung 3 geht der Anodenstrom aber einem

Sättigungswert I_S entgegen, da die Anzahl der auszulösenden Elektronen begrenzt ist. Dadurch folgt auf das Raumladungsgebiet noch das Sättigungsstromgebiet. Eine typische Kennlinie für eine gewählte Kathodentemperatur ist in Abbildung 6 dargestellt.

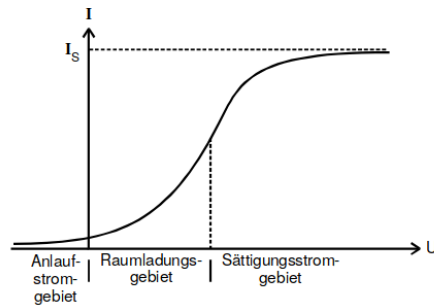


Abbildung 6: Kennlinie einer Hochvakuum-Diode

2 Aufbau und Durchführung

Der erste Teil des Versuchs war es fünf verschiedene Kennlinien durch Variation der Heizleistung zu bestimmen. Dazu wurde die Schaltung aus Abbildung 7 verwendet. Dabei wird eine gewählte Heizleistung mit dem regelbaren Konstantspannungsgerät eingestellt und pro gewählter Heizleistung 20 oder mehr Werte pro Kennlinie aufgezeichnet. Diese Messung wird für 4 verschiedene Heizleistungen wiederholt.

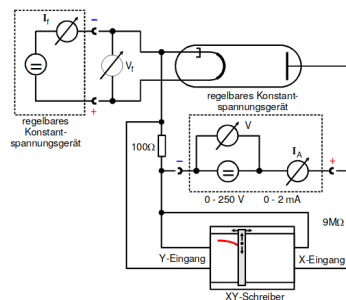


Abbildung 7: Schaltung zur Messung der Kennlinie.

Im zweiten Teil des Experiments wurde bei maximaler Heizspannung erneut nach Abbildung 7 eine Kennlinie aufgezeichnet. Hierbei wurden 40 Werte aufgenommen um damit den Bereich der Gültigkeit des Langmuir-Schottkyschen Raumladungsgesetzes zu identifizieren. Im nächsten Versuchsteil wurde das Anlaufstromgebiet anhand Abbildung 8 untersucht. Hierbei wird ein geringes Gegenfeld erzeugt und der Anodenstrom mit einem Nanoamperemeter gemessen.

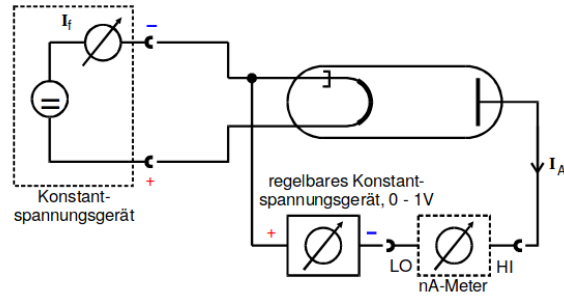


Abbildung 8: Schaltung zur Untersuchung des Anlaufstromgebietes.

3 Auswertung

3.1 Bestimmung des Sättigungsstroms

Die Daten der Messung vom Strom I in Abhängigkeit von der Spannung U zwischen Anode und Kathode befinden sich in Tabelle 1 & 2. Diese Werte sind in der Abbildung 9 grafisch abgebildet.

Tabelle 1: Messdaten der Hochvakuumdiode (I_1 bis I_4).

$\frac{U}{V}$	$\frac{I_1}{mA}$	$\frac{I_2}{mA}$	$\frac{I_3}{mA}$	$\frac{I_4}{mA}$
10	0.022	0.029	0.034	0.036
20	0.048	0.067	0.078	0.087
39	0.079	0.109	0.134	0.146
40	0.105	0.155	0.191	0.216
50	0.118	0.202	0.252	0.288
60	0.130	0.248	0.323	0.371
70	0.138	0.281	0.385	0.453
80	0.145	0.305	0.444	0.527
90	0.148	0.310	0.511	0.625
100	0.150	0.329	0.560	0.716
110	0.153	0.340	0.615	0.801
120	0.155	0.348	0.661	0.884
130	0.156	0.354	0.689	0.955
140	0.158	0.357	0.716	1.035
150	0.159	0.361	0.739	1.100
160	0.160	0.362	0.753	1.165
170	0.161	0.363	0.763	1.217
180	0.161	0.365	0.773	1.268
190	0.162	0.367	0.780	1.316
200	0.162	0.369	0.788	1.353

Tabelle 2: Messdaten der Hochvakuumdiode (I_5 , maximale Heizleistung).

$\frac{U}{V}$	$\frac{I_5}{mA}$
5	0.015
10	0.032
15	0.055
20	0.080
25	0.109
30	0.145
35	0.181
40	0.220
45	0.265
50	0.303
55	0.352
60	0.417
65	0.466
70	0.514
75	0.578
85	0.683
95	0.801
105	0.950
115	1.096
125	1.227
135	1.363
145	1.501
155	1.631
165	1.773
175	1.910
180	1.980
185	2.060
190	2.130
195	2.210
200	2.280
205	2.350
210	2.420
215	2.500
220	2.560
225	2.640
230	2.720
235	2.790
240	2.860
245	2.930
250	3.000

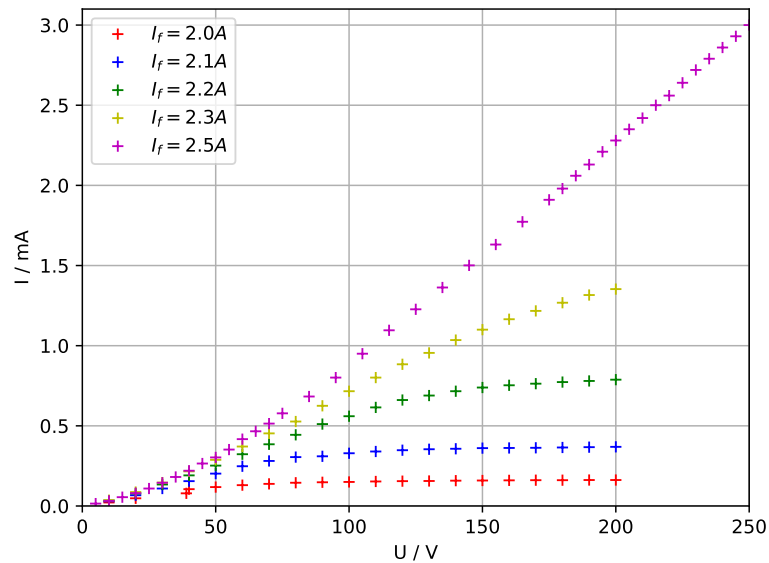


Abbildung 9: Kennlinie der Hochvakuumdiode.

Aus diesen Kennlinien lässt sich der Sättigungsstrom I_S ablesen. Er ist an der Abflachung der Kennlinie erkennbar. Es wird nicht der letzte Wert, sondern der Wert, bei dem keine Steigung mehr sichtbar ist, als Sättigungsstrom-wert verwendet. Sofern keine Abflachung erkennbar ist, wird der letzte gemessene Wert verwendet. Somit ergeben sich für die verschiedenen Heizströme I_f folgende Sättigungsströme. Zu beachten ist jedoch, dass für den maximalen Heizstrom

$I_f = 2,5\text{A}$ keine Sättigung zu erreichen war und somit lediglich der höchste gemessene Wert angegeben wird.

$$I_{S1} = 0,162\text{mA}$$

$$I_{S2} = 0,368\text{mA}$$

$$I_{S3} = 0,785\text{mA}$$

$$I_{S4} = 1,353\text{mA}$$

$$I_{S5} = 3,000\text{mA}$$

3.2 Untersuchung des Langmuir-Schottkyschen Gesetzes

Aus den Messdaten aus Tabelle 2 wird nun der Exponent der Strom-Spannungs-Beziehung bestimmt:

$$I = k \cdot U^q. \quad (9)$$

Die Messdaten sind in Abbildung 10 doppelt logarithmisch dargestellt. Mithilfe einer linearen Regression, welche ebenfalls in Abbildung 10 abgebildet ist, über curve-fit von

scipy.optimize und

$$\ln\left(\frac{I}{A}\right) = q \cdot \ln\left(\frac{U}{V}\right) + \ln\left(\frac{k}{AV^{-1}}\right)$$

ergeben sich somit folgende Werte:

$$q = 1.4163 \pm 6.658710^{-5}$$

$$\ln\left(\frac{k}{AV^{-1}}\right) = -6.6868 \pm 0.0014$$

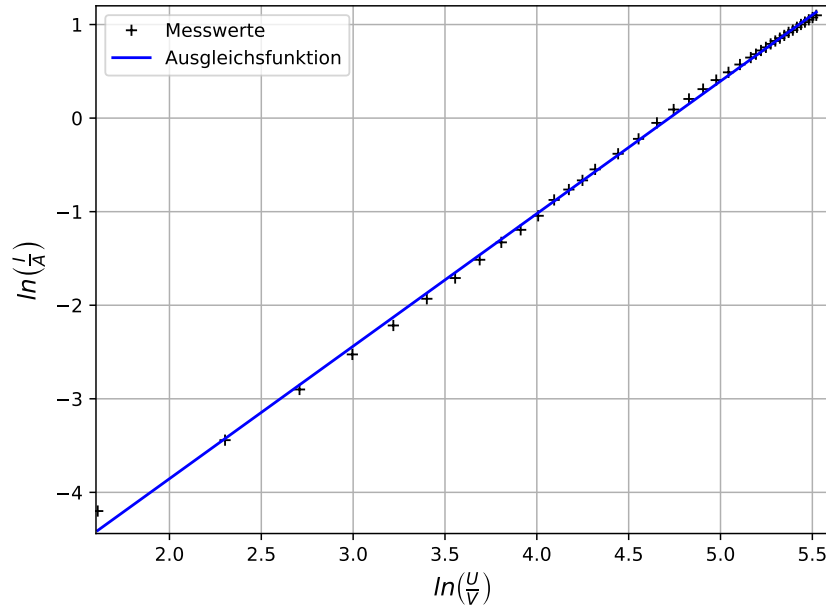


Abbildung 10: Diodenkennlinie im Raumladungsgebiet bei $I_H = 2.5A$.

Das Langmuir-Schottkysche Gesetz besagt für q einen Wert von

$$q_{\text{theo}} = \frac{3}{2} \quad [1].$$

Somit besteht eine Abweichung von

$$\Delta q = \frac{|q_{\text{theo}} - \bar{q}|}{q_{\text{theo}}} = 5,9\%.$$

3.3 Anlaufstromgebiet & Kathodentemperatur

In Tabelle 3 ist der gemessene Diodenstrom I bei angelegter Gegenspannung U notiert. Das verwendete Amperemeter hat jedoch einen Innenwiderstand von

$$R_i = 1M$$

und kann daher nicht vernachlässigt werden. Somit ist in Tabelle 3 zusätzlich die korrigierte Gegenspannung U_c aufgetragen. Diese wird durch

$$U_c = U + I \cdot R_i$$

berechnet.

In Abbildung 11 sind die korrigierte Spannung U_c und der Diodenstrom I aufgetragen. Es gilt

$$I = C \cdot \exp\left(\frac{e_0 U_c}{k_b T}\right).$$

Aus diesem Grund werden die Daten in Abbildung 12 halb-logarithmisch dargestellt und eine lineare Regression mit

$$\ln\left(\frac{I}{A}\right) = \frac{e_0}{k_b T} \cdot U + \ln(C) = m \cdot U + b$$

durchgeführt.

Aus dem Fit ergibt sich für die Steigung m

$$m = 4.812 \pm 0.005.$$

Da $m = \frac{e_0}{k_b T}$, ergibt sich für die Kathodentemperatur T der Wert

$$T = (2411.1 \pm 2.5) \text{ K}.$$

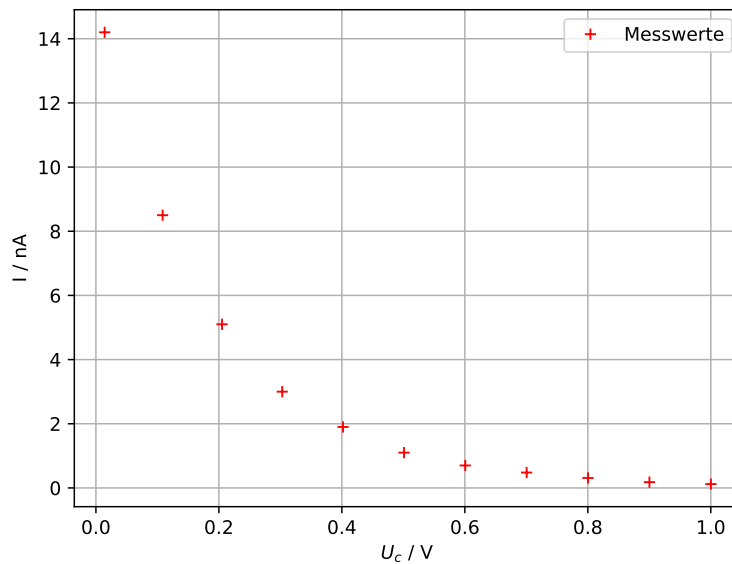


Abbildung 11: Messwerte des Anlaufstromgebiets.

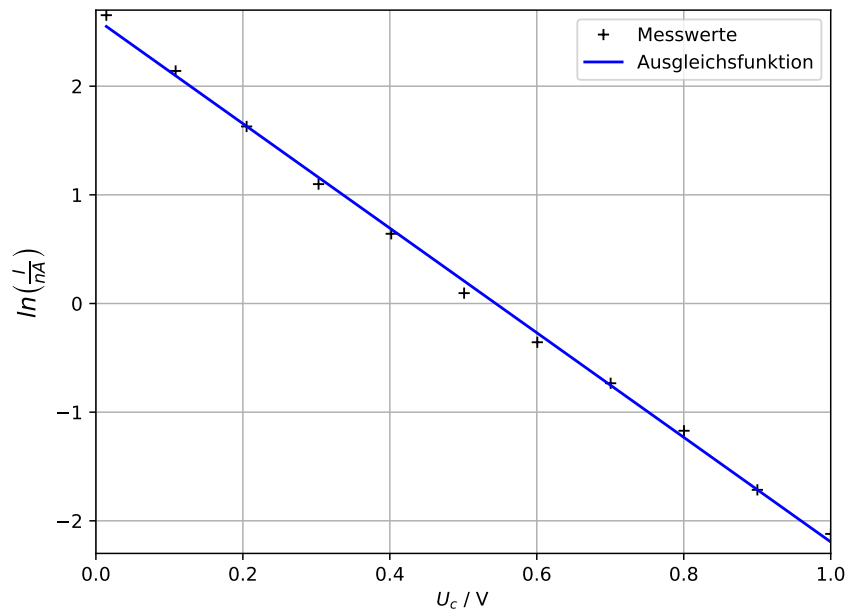


Abbildung 12: Regression der Messwerte des Anlaufstromgebiets.

Tabelle 3: Strom bei (korrigierter) Gegenspannung im Anlaufstromgebiet und bei maximaler Heizleistung.

$\frac{U}{V}$	$\frac{U_c}{V}$	$\frac{I}{mA}$
0.0	0.0142	14.20
0.1	0.1085	8.50
0.2	0.2051	5.10
0.3	0.3030	3.00
0.4	0.4019	1.90
0.5	0.5011	1.10
0.6	0.6007	0.70
0.7	0.7005	0.48
0.8	0.8003	0.31
0.9	0.9002	0.18
1.0	1.0001	0.12

3.4 Kathodentemperaturen bei verschiedenen Heizleistungen

Nun werden die Kathodentemperaturen bei den unterschiedlichen Heizleistungen aus Tabelle 1 und 2 bestimmt. Dazu wird die Leistungsbilanz der Kathode verwendet

$$N_{zu} = N_{Str} + N_{WL},$$

wobei N_{zu} die zugeführte Leistung, N_{Str} die Strahlungsleistung und N_{WL} die Wärmeleitung ist. Die Wärmestrahlung N_{Str} ist durch das Stefan-Boltzmannsche Gesetz definiert als

$$N_{\text{Str}} = A\eta\sigma T^4.$$

Die Fläche der Kathode beträgt

$$A = 0.32 \text{ cm}^2,$$

und der Absorptionsgrad

$$\eta = 0,25[1].$$

Somit ergibt sich für die Kathodentemperatur, bei einer Wärmeleitung von $N_{\text{WL}} = 1\text{W}$:

$$T = \sqrt[4]{\frac{U_{\text{H}}I_{\text{H}} - 1\text{W}}{A\eta\sigma}}.$$

Hierbei ist

$$\sigma = 5,6704 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}^4}.$$

I_{H} und U_{H} sind Heizstrom und Heizspannung. Die verwendeten Messdaten und Ergebnisse sind in der Tabelle 4 aufgetragen.

Tabelle 4: Berechnung der Kathodentemperatur.

$\frac{I_{\text{H}}}{\text{A}}$	$\frac{U_{\text{H}}}{\text{V}}$	$\frac{T}{\text{K}}$
2.0	4.0	1399.7
2.1	4.5	1467.1
2.2	4.8	1513.1
2.3	5.0	1549.0
2.5	6.0	1664.5

3.5 Austrittsarbeit von Wolfram

Mithilfe der Richardson-Gleichung 3 kann die Austrittsarbeit W_{A} des Kathodenmaterials berechnet werden. Hierzu werden die zuvor bestimmten Werte des Sättigungsstroms I_{S} und der Kathodentemperaturen T verwendet.

Über die Gleichung

$$W_{\text{A}} = -\log\left(\frac{I_{\text{S}}h^3}{e_0m_0k_{\text{b}}^2T^2}\right) \cdot k_{\text{b}}T$$

wird nun die Austrittsarbeit für Wolfram bestimmt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 5 aufgetragen.

Tabelle 5: Austrittsarbeit von Wolfram.

$\frac{I_S}{mA}$	$\frac{T}{K}$	$\frac{W_A}{eV}$
0.161	1399.7	4.18
0.368	1467.1	4.29
0.781	1513.1	4.34
1.353	1549.0	4.37
3.000	1664.5	4.61

Daraus ergibt sich für den Mittelwert:

$$W_A = 4.36 \pm 0.07 \text{eV}$$

Der theoretische Wert für Wolfram beträgt

$$W_A \approx 4,6 \text{eV}[2].$$

Somit besteht eine Abweichung von

$$\Delta W_A = \frac{|W_A - \bar{W}_A|}{W_A} = 5,5\%.$$

4 Diskussion

Die bestimmten Kennlinien und Werte liegen alle nah an den theoretisch erwarteten Messwerten. Die Fits passen sehr gut zu den Theoriewerten und decken sich sehr gut. Der Sättigungsstrom werden bei fast allen Messreihen erreicht.

$$I_{S1} = 0,162 \text{mA}$$

$$I_{S2} = 0,368 \text{mA}$$

$$I_{S3} = 0,785 \text{mA}$$

$$I_{S4} = 1,353 \text{mA}$$

$$I_{S5} = 3,000 \text{mA}$$

Lediglich bei der maximalen Heizleistung kann kein Sättigungsbereich gefunden werden. Bei den anderen Messreihen konnte I_S jedoch leicht abgelesen / bestimmt werden. Auch die Langmuir-Schottkysche Raumladungsgleichung kann bestätigt werden, mit einem Wert von $q = 1.4163 \pm 6.658710^{-5}$, bei einem Literaturwert von $q_{\text{theo}} = \frac{3}{2}$ [1] (Abweichung von 5,9%). Es besteht nur eine sehr geringe Abweichung bei den gemessenen Werten zum Theoriewert.

Die durch Regression bestimmte Kathodentemperatur ($T = 2411.1 \text{ K}$) weicht jedoch stark von den, über eine Leistungsbilanz, bestimmten Temperaturen ab (1399 - 1664 K). Beachtenswert ist hierbei der große Abstand der beiden berechneten Temperaturen, obwohl sie bei den gleichen Heizleistungen bestimmt wurden. Für die Austrittsarbeit W_A von Wolfram ergibt sich $W_A = 4.36 \pm 0.07 \text{eV}$. Der theoretische Wert beträgt $W_A \approx 4,6 \text{eV}[2]$, was zu einer Abweichung von 5,5% führt.

5 Literatur

- [1] TU Dortmund. Versuchsanleitung zum Experiment V504 - Thermische Elektronen-emission. 2019.
- [2] <https://de.wikipedia.org/wiki/Austrittsarbeit>. 19.04.2019