

改进 Hybrid A* 的拖挂式移动机器人路径规划算法

焦嵩鸣 陈雨溪 白健鹏

(华北电力大学自动化系 保定 071003)

摘要: 为了提高传统 Hybrid A* 算法的路径规划效率和安全系数,提出一种改进的 Hybrid A* 路径规划算法,并将此算法应用在拖挂式移动机器人系统上。首先,对启发函数进行改进,以减少路径规划过程中的计算量,从而提高规划效率;其次,设计障碍惩罚函数,进而实现提前避开行进路径上的障碍物,避免在 U 型障碍中陷入局部最优解;最后,考虑到拖挂式机器人模型结构的特殊性,无法将其视为质点,为此采用碰撞检测算法来提高规划路径的合理性和准确性。仿真试验验证,提出的改进 Hybrid A* 路径规划算法可适用于拖挂式机器人系统,且具有规划效率和安全性能高、路径平滑等特点,为其在实际应用中的路径规划提供理论依据。

关键词: 拖挂式机器人;路径规划;改进 Hybrid A* 算法;惩罚函数;碰撞检测算法

中图分类号: TP242;TP18 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 510.80

Improved Hybrid A* path planning algorithm for tractor-trailer mobile robot

Jiao Songming Chen Yuxi Bai Jianpeng

(Department of Automation, North China Electric Power University, Baoding 071003, China)

Abstract: In order to improve the path planning efficiency and security based on traditional Hybrid A* algorithm, an improved Hybrid A* path planning algorithm is proposed and applied to a tractor-trailer mobile robot system. Firstly, the heuristic function is improved to reduce the computation in the path planning process, so as to improve the planning efficiency. Secondly, the obstacle penalty function is designed, which in turn realizes the avoidance of obstacles on the travel path in advance and avoids getting into local optimal solutions in U-shaped obstacles. Finally, Because the tractor-trailer model cannot be considered as a prime point, a collision detection algorithm is used to improve the reasonableness and accuracy of the planned path. The simulation results show that the improved Hybrid A* path planning algorithm can be applied to the tractor-trailer mobile robot system, and has the characteristics of high planning efficiency, high security and smooth path, which provides a theoretical basis for its path planning in practical application.

Keywords: tractor-trailer mobile robot; path planning; improved Hybrid A* algorithm; penalty function; collision detection algorithm

0 引言

随着社会经济的发展和人类生活水平的提高,拖挂式移动机器人变得越来越重要,它可以完成货物运输的工作,广泛应用在自动化工厂、仓库、港口、农场、机场、货运中心、高校图书馆等场所^[1-3],拖挂式房车、拖挂式自行车也逐渐出现在了人们的视野中^[4-5]。拖挂式移动机器人是一种具有特殊结构移动机器人,它由牵引车和挂车组合而成,相邻两节车体通过铰链等形式相连。其中,牵引车负责牵引,并为挂车提供动力。相比于单体机器人,拖挂式机器人的承

载能力更强,用途更加广泛。但因其结构特殊,操作难度较大,对操作手或驾驶员的技术要求较高,故对拖挂式机器人自主运动的研究非常重要,而机器人的路径规划研究是此项研究中最为核心部分之一^[6]。路径规划是指在已知地图信息的情况下找出一条从起点到目标点的符合多种约束条件的路径^[7]。

对于拖挂式移动机器人模型的路径规划,国内外的一些学者对其进行了研究,文献[8]提出了一种基于路径跟踪方法的拖挂式机器人路径规划算法,该算法采用了 RRT 基本算法并引入贪心优化算法,提高了算法整体的稳定性和

收稿日期:2022-03-16

• 80 •

搜索路径的安全性,并且更加符合实际运动轨迹,但由于加入了诸多约束和计算方程,算法在搜索耗时上高于基本 RRT 算法,牺牲了原有算法搜索速度快的优点;文献[9]将拖挂车分为三部分,使用改进的粒子群算法对其各部位分别做出路径规划,并成功实现了拖挂车在复杂环境下的转弯机动,但该算法对挂车的路径跟踪能力要求较高;文献[10]提出一种用于拖挂车轮式机器人轨迹预测算法,此算法结合了 Ackerman 结构牵引车的运动特性,并分析了挂车的运动规律,为拖挂车规划出一条合理的运动路径,但需要充分考虑挂车在转弯过程中的横向偏差。

因此,本文将采用 Hybrid A* 算法,利用该算法规划出的路径既满足运动约束条件又满足环境约束条件,且路径连续、光滑。

对于 Hybrid A* 路径规划算法,同样许多学者对其做过一定的改进研究,文献[11]提出一种变曲率 Hybrid A* 算法,该算法利用道路信息实时改变机器人旋转曲率,从而为机器人规划出更为安全、平滑的行进路径;文献[12]提出一种引导式 Hybrid A* 算法,此算法根据可见性图提供的最短路径,并结合机器人的运动学特性规划出一条最佳路径;文献[13]针对路径中的狭窄通道,提出了一种采用分层规划框架的路径规划方法,此方法将传统 Hybrid A* 算法与 STC 算法相结合,从而使机器人安全流畅的通过狭窄路段。文献[14]提出了一种基于等步长分层拓的 Hybrid A* 路径规划方法,该算法通过改进子节点的拓展方式、启发函数以及代价函数,保证算法快速搜索得到一条较平滑的车辆可行行驶路径。

本文针对 Hybrid A* 算法计算量大,运行时间长的问题,对启发函数进行了改进,并且加入了障碍惩罚函数,引导移动机器人尽可能地远离障碍物,在提高安全性的同时,也可避免在 U 型障碍中陷入局部最优解。另外,由于拖挂式移动机器人的整体轮廓会随着运动姿态的变化而变化,若将机器人视为质点,会降低规划路径的合理性和准确性。因此,本文将 Hybrid A* 算法与基于分离轴定理的方向包围盒碰撞检测算法^[15]融合,使得该算法能够较好地适用于拖挂式移动机器人的模型中。

1 拖挂式移动机器人的运动学模型

本文所采用的拖挂式移动机器人模型为非标准型^[16],即相邻两车体通过连接轴相连,如图 1 所示。此模型适用于多种车体的链接形式。在建立其数学模型时,做出如下假设^[17]:

- 1) 车体仅在二维平面上运动,且无需考虑车体的高度;
- 2) 车轮与地面无相对滑动,运动方式为纯滚动;
- 3) 车体关于其纵向轴线对称;
- 4) 车轮与地面是点接触;
- 5) 车体是刚体;

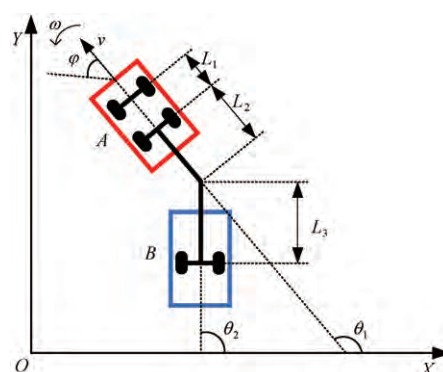


图 1 带一节拖挂车的移动机器人系统的数学模型

6) 用于车体连接的关节之间无相对摩擦。

其中,长方形 A 代表拖挂式机器人中的牵引车,长方形 B 代表拖挂车。 L_1 为牵引车前轮和后轮之间的轴距, L_2 为牵引车后轮轴与链接点之间的距离, L_3 为拖挂车轮轴与链接点之间的距离, $(x_i, y_i) (i = 1, 2, \dots)$ 代表每节车的位置信息, θ_i 代表每节车的方位角,即车体坐标系与空间固定坐标系之间的夹角。 φ 代表牵引车的转向角, v 代表牵引车的行驶速度, ω 代表牵引车的转向角速度。

根据几何关系,可得牵引车与拖挂车之间的位置关系为:

$$x_2 = x_1 - L_2 \cos \theta_1 - L_3 \cos \theta_2 \quad (1)$$

$$y_2 = y_1 - L_2 \sin \theta_1 - L_3 \sin \theta_2$$

拖挂式移动机器人的运动学方程为^[8]:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= v \cos \theta_1 \\ \dot{y}_1 &= v \sin \theta_1 \\ \dot{\theta}_1 &= \omega \end{aligned} \quad (2)$$

$$\dot{\theta}_2 = \frac{v}{L_3} \sin(\theta_1 - \theta_2) - \frac{L_2}{L_3} \omega \cos(\theta_1 - \theta_2)$$

2 改进 Hybrid A* 算法

2.1 传统 Hybrid A* 算法

2010 年,斯坦福大学首次提出了 Hybrid A* 算法^[18],该算法是一种在连续坐标系下的启发式搜索算法,满足移动机器人的运动学约束条件,利用该算法可以规划出一条连续、光滑的路径,如图 2 所示。

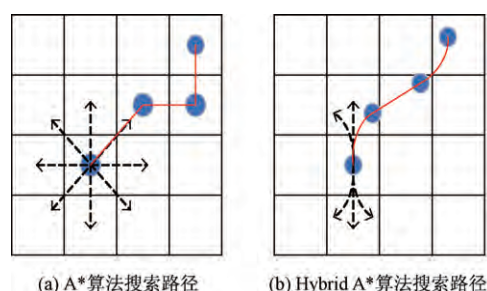


图 2 两种搜索算法的图形比较

其中,图 2(a)中的箭头代表传统 A* 算法的八个搜索方向,圆圈代表扩展节点,折线代表生成的路径;图 2(b)中的箭头代表传统 Hybrid A* 算法的六个搜索方向,圆圈代表扩展节点,曲线代表生成的路径。

Hybrid A* 算法的基本思想与传统 A* 相同,都提出了一种评价函数,在规划路径的过程中,比较各个待扩展节点的评价函数,优先选择函数值最小的节点作为下一步要扩展的路径节点,提高搜索效率。Hybrid A* 算法的评价函数 $F(n)$ 可以表示为:

$$F(n) = G(n) + H(n) \quad (3)$$

式中: $F(n)$ 是节点 n 的评价函数, $G(n)$ 是代价函数,其值为节点 n 与起点之间的实际代价, $H(n)$ 是启发函数,其值为节点 n 与终点之间的估计代价。

与传统的 A* 算法不同的是,Hybrid A* 算法的启发函数 $H(n)$ 是由两种启发信息计算得到的,如式(4)所示。

$$H(n) = \max\{H_1(n), H_2(n)\} \quad (4)$$

其中, $H_1(n)$ 只考虑移动机器人的运动学约束,而不满足环境障碍约束。在计算其数值时,首先要假设移动机器人的行驶环境是无障碍的,接着利用 Reeds-Shepp 曲线获取一条从当前节点到目标节点的最短路径,这条路径的长度就是该节点的启发函数值 $H_1(n)$ 。 $H_2(n)$ 与 $H_1(n)$ 的意义恰恰相反,它只考虑环境障碍约束,而不考虑机器人的运动学约束。其值等于在障碍图中利用传统 A* 算法搜索到的当前节点与目标节点的最短路径长度,这种启发信息的好处是可以发现所有的 U 形障碍和死胡同,并且引导机器人远离这些区域,避免陷入局部最优解。因此,该算法规划出的路径可以同时满足移动机器人的运动学约束与环境障碍约束。

但是,在计算 $H_2(n)$ 的过程中,如果地图较大或较为复杂,那么利用传统 A* 算法在障碍图中进行搜索将非常耗费时间,这会导致路径规划效率大大降低。

2.2 改进 Hybrid A* 算法

为了提高该算法的规划效率,本文对启发函数进行如下改进:启发函数 $H(n)$ 的数值只等于在无阻碍的环境中利用 Reeds-Shepp 曲线获得路径的长度。而为了同时满足环境障碍约束,本文在评价函数 $F(n)$ 中加入障碍惩罚函数 $E(n)$:

$$E(n) = \frac{\alpha}{d} \quad (5)$$

式中: $E(n)$ 为障碍惩罚函数, α 为权重系数,其值可以根据障碍物的数量及分布适当做出调整。 $d = \min(d_i)$ 。假设,牵引车当前位置坐标为 $P(x_0, y_0)$, 车体方向角为 θ_0 , 由几何关系可得,牵引车纵向轴线所在的直线方程为:

$$y = y_0 + \tan\theta_0(x - x_0) \quad (6)$$

车身轮廓所围成矩形的两侧边缘直线方程为:

$$y = -\tan\theta_0 x + c \quad (7)$$

$$c = (x_0 \tan\theta_0 - y_0) \pm \tan\theta_0 \sqrt{\tan^2\theta_0 + 1} \quad (8)$$

3 条直线沿着 θ_0 方向延长,分别记录与障碍物的第一个交点为 $N_i(x_i, y_i) (i = 1, 2, 3)$, 如图 3 所示。

$$d_i = \sqrt{(x_0 - x_i)^2 + (y_0 - y_i)^2} \quad (9)$$

惩罚函数可以使小车预先感知到远处障碍物的存在,提早做出改变方向的决定,避免小车在 U 型障碍中陷入局部最优解,耗费时间。同时,也可以达到使小车与障碍物之间尽可能保持一定的距离的目的。因此,改进 Hybrid A* 算法仍然满足移动机器人的运动学约束和环境障碍约束。

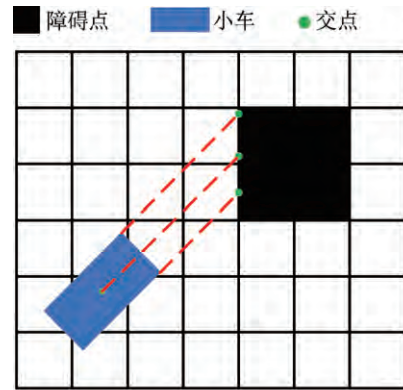


图 3 距离测量方式示意

其次,由于拖挂式移动机器人的牵引车和挂车之间由铰链相连,且总体车身过长,因此在转弯时机器人容易与周围障碍物发生碰撞^[19]。为了减少不必要的转弯,使搜索得到的路径能让机器人尽可能地保持直行,本文在代价函数 $G(n)$ 中采用了陈鑫鹏等^[14]提出的路径航向角改变惩罚函数 $G_1(n)$:

$$G_1(n) = abs(\varphi) \quad (10)$$

式中: φ 为牵引车的转向角。

因此,各个节点的实际代价计算公式如下:

$$G(n) = G_p(n) + \beta \times G_1(n) \quad (11)$$

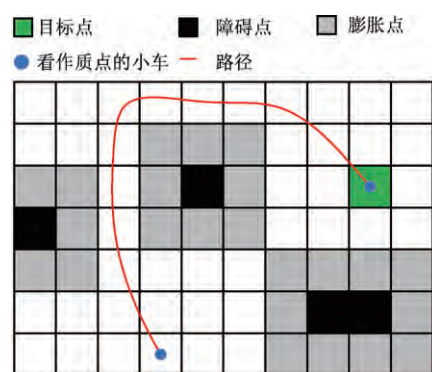
式中: $G(n)$ 为节点 n 的实际代价值; G_p 为节点 n 的父节点的代价值; β 为权重系数,权重系数经由多次实验后得到。

最后,由于拖挂式移动机器人有着特殊的结构,其外形轮廓可看作成一个长宽比较大的长方形,若将障碍物进行膨胀处理并且将机器人看作一个质点,将会存在如下弊端:

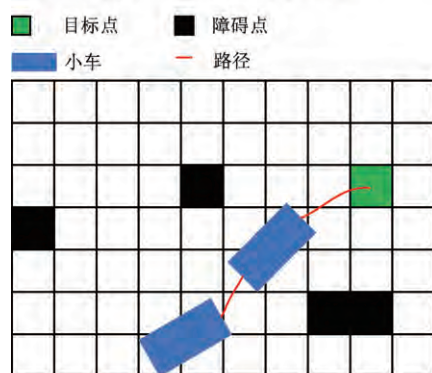
- 1) 如果膨胀尺寸太大,如图 4 所示(以小车车身长度的一半为膨胀尺寸),可能会错过最短路径;
- 2) 如果膨胀尺寸太小,如图 5 所示(以小车车身宽度的一半为膨胀尺寸),可能会导致机器人在实现轨迹跟踪时会与障碍物发生碰撞。

因此,本文将采用如图 6 所示的简化模型进行仿真试验,并且在传统 Hybrid A* 算法中融入了碰撞检测算法。

空间域的碰撞检测应用算法可分为两种:基于几何空间的碰撞检测和基于图像空间的碰撞检测算法^[20]。本文使用了基于几何空间的方向包围盒算法(oriented bounding box, OBB)来判断移动机器人是否与障碍物发生碰撞。其

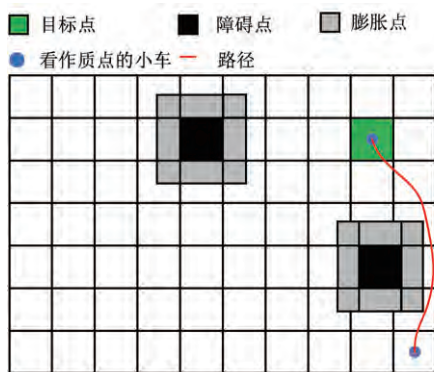


(a) 地图膨胀处理后搜寻的路径

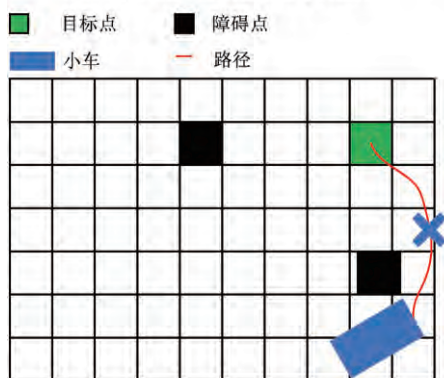


(b) 地图膨胀处理前搜寻路径

图 4 较小膨胀尺寸处理前后对比



(a) 地图膨胀处理后搜寻的路径



(b) 地图膨胀处理前搜寻路径

图 5 较大膨胀尺寸处理前后对比

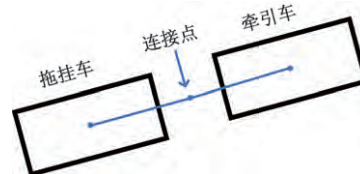


图 6 拖挂式移动机器人的简化模型

中,基于分离轴定理的碰撞检测算法是较为常用的一种 OBB 算法。该算法的基本原理是:若两个凸多边形是无接触无相交的,则至少存在一条分离轴,使得两个待测多边形在该轴上的投影完全无重叠,如图 7 所示。

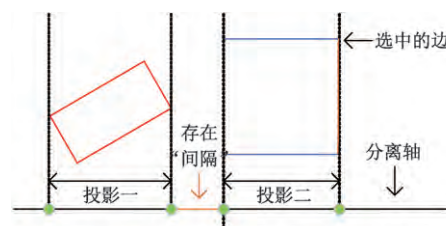


图 7 分离轴定理测试两个多边形相交原理

碰撞检测步骤如下:

- 1) 选中其中一个待测多边形的一条边,其法向量所在的直线则为“分离轴”;
- 2) 将两个待测多边形向“分离轴”上做投影,得到两个投影范围;
- 3) 比较两个投影范围是否完全重叠。若存在“间隔”,则说明两个多边形没有相交,可以停止检测;反之,重新回到步骤 1),检测下一条分离轴。若两个待测多边形在所有分离轴上的投影范围都有重叠,则说明两个多边形相交(多边形平行边对应的分离轴只需要检测其中一个即可)。

由于此算法只适用于凸多边形,因此在对拖挂式移动机器人进行研究时,需要将其模型分为三部分,即分别对牵引车、链接轴以及挂车三部分做碰撞检测,并且设计可行性评价函数 $I(n)$,其值取决于在节点 n 处的拖挂式移动机器人是否与障碍物发生碰撞,如式(13)所示。

$$I(n) = \begin{cases} 0, & \text{发生碰撞} \\ inf, & \text{不发生碰撞} \end{cases} \quad (12)$$

最终,改进 Hybrid A* 算法的评价函数 $F(n)$ 可表示为:

$$F(n) = H(n) + G(n) + E(n) + I(n) \quad (13)$$

改进 Hybrid A* 算法的流程如图 8 所示。

3 试验与分析

在开始规划路径前,需首先对环境信息进行处理,根据不同的情况建立相应的模型,有利于提高路径规划的效率。目前,环境建模方法有栅格法、拓扑法、可视图法、维诺图法等。其中,栅格法具有表示简单、适用度高等特点,可将环

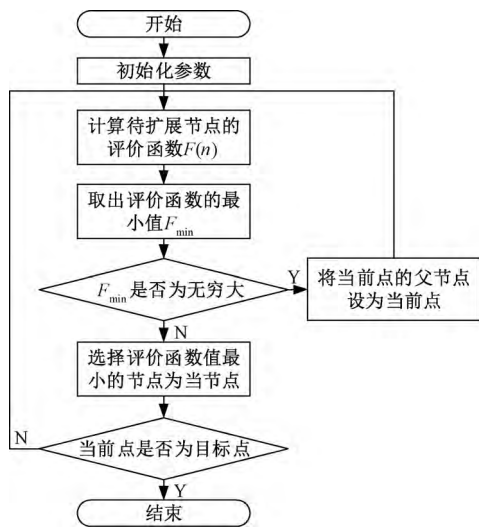


图 8 改进 Hybrid A* 算法流程

境中复杂的障碍物简单明了地表示出来,同时绝大多数的路径搜索算法均可在此方法构建的地图上进行^[21]。

首先,本文采用了 15×30 的栅格地图进行试验,单位栅格的尺寸设为 $1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$,拖挂式移动机器人的牵引车和挂车的身长度均为 0.8 m ,车身宽度均为 0.4 m ,链接轴总长度为 1 m ,并在地图中随机选取 14 个单位栅格作为障碍物。假设拖挂式移动机器人的初始位姿 $(x_o, y_o, \theta_o) = (4, 2, 30^\circ)$, 目标位姿 $(x_g, y_g, \theta_g) = (28, 9, 60^\circ)$, 如图 9 所示,图中黑色方块部分为障碍物,红色为牵引车的行驶轨迹,蓝色为挂车的行驶轨迹,黄色圆圈代表目标范围(若节点 n 处于此范围内,即可表机器人已经到达目的地,随后开始调整位姿以达到期望的目标位姿要求,节点 n 与目标点的连接采用 Reeds-Shepp 曲线)。

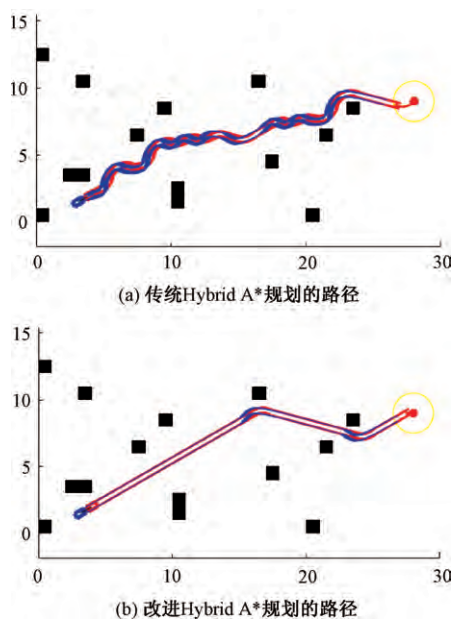


图 9 离散障碍图中算法改进前后的路径对比

在实际应用中,移动机器人作为一种服务型机器人,路径规划所需时间、路径总长度是影响其工作效率的主要因素。另外,由于拖挂式移动机器人结构的特殊性,减少转弯次数会提高机器人行驶的安全性。因此,本次试验将采用算法平均运行时间、搜索节点个数、路径总长度以及转弯数量作为算法改进效果的评价标准。

表 1 离散障碍图中两种路径规划算法数据对比

	平均运行 时间/s	搜索 节点个数	路径 总长度/m	转弯 个数
传统 Hybrid A*	11.04	84	27.68	19
改进 Hybrid A*	1.65	78	27.25	2

由图 9 和表 1 可知,虽然利用改进 Hybrid A* 算法规划出的路径长度和搜索节点数没有大幅度地减小,但是在规划效率上有较为明显地提升,并且最终规划出的路径较为平滑,尤其是机器人的航向角切换次数在极大程度上减少,提高了机器人行驶的安全性。

为进一步验证该算法的有效性,本文基于实验室场景,搭建了尺寸为 30×50 的栅格地图。假设拖挂式移动机器人的初始位姿 $(x_o, y_o, \theta_o) = (4, 3, 0^\circ)$, 移动机器人的目标位姿 $(x_g, y_g, \theta_g) = (5, 25, 60^\circ)$, 如图 10 所示。

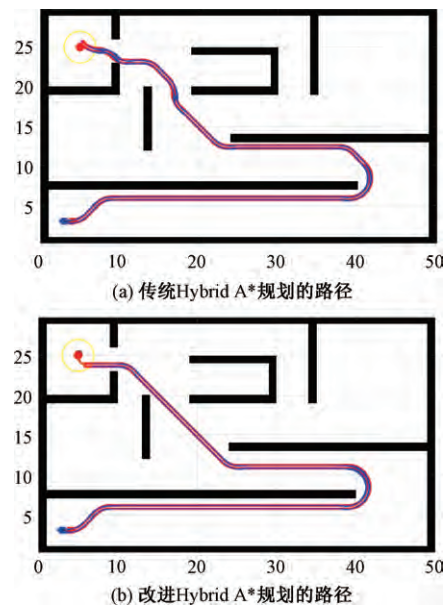


图 10 复杂障碍图中算法改进前后的路径对比

表 2 复杂障碍图中两种路径规划算法数据对比

	平均运行 时间/s	搜索 节点个数	路径 总长度/m	转弯 个数
传统 Hybrid A*	45.06	129	85.46	13
改进 Hybrid A*	3.04	123	84.18	8

由图 10 和表 2 可知,在复杂场景中,改进 Hybrid A* 算法也可以很好的适用。

在平均运行时间方面,改进 Hybrid A* 算法比传统 Hybrid A* 算法缩短了 93.25%。并且,相比于传统算法,改进后算法规划出的路径与障碍物之间的距离较大,可有效防止移动机器人在对规划出的路径进行跟踪时,由定位存在误差或控制效果较差等因素,与障碍物发生刮蹭甚至碰撞。

因此,相比于传统 Hybrid A* 算法,本文改进后的 Hybrid A* 算法不论是应用在简单环境还是应用在复杂环境中,均可以较快地规划出路径,且路径较为平滑,安全性较高。

4 结 论

本文对拖挂式移动机器人的路径规划算法进行了研究,基于拖挂式移动机器人模型特点,并针对于传统 Hybrid A* 算法存在的不足,提出了一种适合拖挂式移动机器人路径规划的改进 Hybrid A* 算法。该算法对原有的启发函数进行了改进,使得规划效率有所提高。并且设计了障碍惩罚函数,使得机器人在路径规划过程中可以预先感知到远处障碍物的存在,提早做出转弯或是直行的决策,有效避免在 U 型障碍中陷入局部最优解而耗费时间。与传统的 Hybrid A* 相比,本文提出的改进算法在平均运行时间上提高了 89.15%,平均转弯数量减少了 63.97%,且规划出的路径较为平滑、安全性较高,为拖挂车在真实环境中的路径规划以及自动驾驶提供理论依据。本文仅利用该算法进行了全局规划,因此,在接下来的工作中,可将其与局部规划算法进行融合,并且在更加复杂、多变的实际环境中进行试验。

参考文献

- [1] ZHOU S, ZHAO H, CHEN W, et al. Robust path following of the tractor-trailers system in GPS-Denied Environments[J]. IEEE Robotics and Automation Letters, 2020, 5(2): 500-507.
- [2] JIN X, DAI S L, LIANG J. Adaptive constrained formation tracking control for A Tractor-Trailer mobile robot team with multiple constraints[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2022, DOI: 10.1109/TAC.2022.3151846.
- [3] 赵晓敏. 基于蚁群算法的 AGV 车辆 End_To_End 最优路径规划研究[J]. 国外电子测量技术, 2020, 39(5): 90-93.
- [4] 徐兴, 糜杰, 王峰, 等. 基于多目标 PID 的拖挂式房车差动制动控制系统设计[J]. 江苏大学学报(自然科学版), 2020, 41(2): 172-180.
- [5] 黄用华, 王昌盛, 杨炼, 等. 拖挂式自行车机器人机构设计与非完整约束分析[J]. 机械设计与研究, 2018, 34(3): 54-57, 62.
- [6] 陈彦杰, 王耀南, 谭建豪, 等. 局部环境增量采样的服务机器人路径规划[J]. 仪器仪表学报, 2017, 38(5): 1093-1100.
- [7] 李志锟, 黄宜庆, 徐玉琼. 改进变步长蚁群算法的移动机器人路径规划[J]. 电子测量与仪器学报, 2020, 34(8): 15-21.
- [8] 方晓波, 钱宏, 刘联明, 等. 基于路径跟踪控制方法的拖挂式机器人系统路径规划算法[J]. 计算机应用, 2017, 37(4): 1116-1121.
- [9] YUAN J. Hierarchical motion planning for multisteering Tractor-Trailer mobile robots with On-Axle hitching [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2017, 22(4): 1652-1662.
- [10] LEI G, ZHENG Y. Research on cooperative trajectory planning algorithm based on Tractor-Trailer wheeled robot [J]. IEEE Access, 2021, DOI: 10.1109/ACCESS.2021.3062392.
- [11] LI C, YU D, LU W, et al. Variable-curvature hybrid A-star search for AMR path planning in limited space[C]. Proceedings of the 2021 3rd International Symposium on Robotics & Intelligent Manufacturing Technology (ISRIMT), 2021: 61-65.
- [12] SEDIGHI S, NGUYEN D V, KUHNERT K D. Guided hybrid A-star path planning algorithm for valet parking applications[C]. Proceedings of the 2019 5th International Conference on Control, Automation and Robotics (ICCAR), 2019: 570-575.
- [13] SHENG W, LI B, ZHONG X. Autonomous parking trajectory planning with tiny passages: A combination of multistage hybrid A-Star algorithm and numerical optimal control [J]. IEEE Access, 2021, 9: 102801-102810.
- [14] 陈鑫鹏, 徐彪, 胡满江, 等. 一种基于等步长分层拓展的混合 A* 路径规划方法[J]. 控制与信息技术, 2021, (1): 17-22, 29.
- [15] 文聪, 徐武, 唐文权. 融合有效约束 OBB 和 PSO 的碰撞检测算法研究[J]. 现代电子技术, 2020, 43(13): 95-98.
- [16] 苑晶, 黄亚楼, 孙凤池. 两种连接形式的拖挂式移动机器人路径跟踪控制[J]. 控制理论与应用, 2008, (3): 398-406.
- [17] 杨凯, 黄亚楼, 徐国华. 带拖车的轮式移动机器人系统的建模与仿真[J]. 系统仿真学报, 2000, (1): 43-46.
- [18] DOLGOV D, THRUN S, MONTEMERLO M, et al. Path planning for autonomous vehicles in unknown semi-structured environments[J]. Int J Robot Res,

2010, 29(5): 485-501.

- [19] 李维东, 乔建刚, 郭蕊. 弯道路段集重型大型货物运输车辆通过宽度研究[J]. 中国安全生产科学技术, 2020, 16(10): 172-177.
- [20] 潘仁宇, 孙长乐, 熊伟, 等. 虚拟装配环境中碰撞检测算法的研究综述与展望[J]. 计算机科学, 2016, 43(S2): 136-139.
- [21] 郭银景, 孟庆良, 孔芳, 等. AUV 路径规划算法研究现状与展望[J]. 计算机科学与探索, 2020, 14(12):

1981-1994.

作者简介

焦嵩鸣, 博士, 副教授, 主要研究方向为机器人感知与控制、电力设备自主巡检等。

E-mail: jiaosongming@ncepu.edu.cn

陈雨溪, 硕士研究生, 主要研究方向为机器人感知与控制。

E-mail: 741118162@qq.com

白健鹏, 硕士研究生, 主要研究方向为机器人感知与控制。

E-mail: 51103321@qq.com