

Versuch 606

TU Dortmund, Fakultät Physik
Anfänger-Praktikum

Marc Posorske	Fabian Lehmann
marc.posorske@tu-dortmund.de	fabian.lehmann@tu-dortmund.de

08. November 2012

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	3
2	Durchführung	4
3	Auswertung	5
3.1	Güte des Selektiverstärkers	5
3.2	Probe 1	6
3.3	Probe 2	7
3.4	Probe 3	8
4	Diskussion	9
4.1	Güte	9
4.2	Suszeptibilität seltener Erden	9

1 Theorie

Eine wichtige Größe des Magnetismus ist die Suszeptibilität χ , welche die Magnetisierbarkeit eines Stoffes in einem Magnetfeld angibt.

Im Gegensatz zu diamagnetischen Substanzen, deren induzierte magnetische Momente dem Magnetfeld entgegengerichtet sind, ist bei paramagnetischen Substanzen die Suszeptibilität positiv. Diese Eigenschaft hat den Ursprung in einem nicht verschwindenden Drehimpuls, welcher sich aus den Drehimpulsen der Elektronen, der Elektronenhülle und des Kerns zusammensetzt. Dieser sorgt dafür, dass sich die magnetischen Momente relativ zum angelegten magnetischen Feld ausrichten. Da diese Orientierung durch Bewegung der atomaren Objekte gestört wird, besteht eine Temperaturabhängigkeit der Suszeptibilität. Im Allgemeinen ist diese nicht trivial von der Temperatur und der magnetischen Feldstärke abhängig. Eine konkrete Gleichung für die Berechnung der Suszeptibilität lässt sich aus der Gleichung für die Magnetisierung unter Zuhilfenahme der Quantenphysik mit Benutzung des Landé-Faktors, des Zeeman-Effektes und der Brillouinfunktion herleiten. Bei Hochtemperatur lässt sich χ passend zum Curieschen Gesetz wie folgt nähern.

$$\chi = \frac{\mu_0 \mu_B^2 g_J^2 N J(J+1)}{3kT} \quad (1)$$

$$\chi \sim \frac{1}{T} \quad (2)$$

N ist die Anzahl an magnetischen Momenten pro Volumeneinheit. Sie lässt sich aus der Dichte errechnen. M ist die Molmasse und N_A die Avogadro-Konstante.

$$N = \frac{\rho}{M} * N_A * Z \quad (3)$$

Starken Paramagnetismus weisen Ionen Seltener Erden auf, diese besitzen innere 4f Elektronen, also eine Elektronenhülle mit großen Drehimpulsen. Der Gesamtdrehimpuls \vec{J} ist dabei durch die Hundschen Regeln mit dem Pauli-Prinzip [1] festgelegt:

1. Gesamtspin $\vec{S} = \sum \vec{s}_i$
2. maximaler Drehimpuls $\vec{L} = \sum \vec{l}_i$
3. Gesamtdrehimpuls
 - Schale weniger als halbvoll $\vec{J} = \vec{L} - \vec{S}$
 - Schale mehr als halbvoll $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$

2 Durchführung

Suszeptibilität lässt sich nicht direkt messen, beeinflusst allerdings die Induktivität einer Spule nach Gl.4.

$$L_m = \mu_0 \frac{n^2 F}{l} + \chi \mu_0 \frac{n^2 Q}{l} \quad (4)$$

F : Spulenquerschnitt, Q : Probenquerschnitt

Ein Selektivverstärker filtert Frequenzen, so das Störspannungen zu einem großen Teil ausgeblendet werden können. Eine wichtige Eigenschaft dieses Bauteils ist dabei die Güte Q , welche beschreibt, wann das Verhältnis von U_A zu U_E auf $1/\sqrt{2}$ abgesunken ist.

$$Q = \frac{\nu_0}{\nu_+ - \nu_-} \quad (5)$$

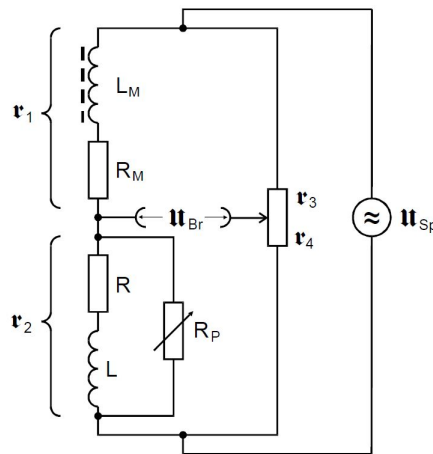


Abbildung 1: Brückenschaltung mit Spulen^[1]

Um Widerstände zu messen wird häufig eine Brückenschaltung (Abb.1) verwendet. Diese beruht auf dem Prinzip Widerstandsverhältnisse zueinander zu messen. Die vier Widerstände, welche in zwei Reihenschaltungen parallel geschaltet sind werden auf Null abgeglichen bevor der unbekannte Widerstand hinzu kommt. Wird als unbekannter Widerstand die be-

kannte Spule mit Materie gefüllt, so lassen sich folgende Gleichungen herleiten.

$$\chi(U_{Br}) = \frac{U_{Br}}{U_{Sp}} \frac{4l}{\omega \mu_0 n^2 Q} \sqrt{R^2 + \omega^2 \left(\mu_0 \frac{n^2}{l} F \right)^2} \quad (6)$$

für $\omega^2 L^2 \gg R^2$:

$$\chi(U_{Br}) = 4 \frac{F U_{Br}}{Q U_{Sp}} \quad (7)$$

$$\chi(\Delta R) = 2 \frac{\Delta R F}{R_3 Q} \quad (8)$$

Die Messapparatur wurde wie in Abbildung 2 aufgebaut. Zu Beginn wurde der Selektiv-

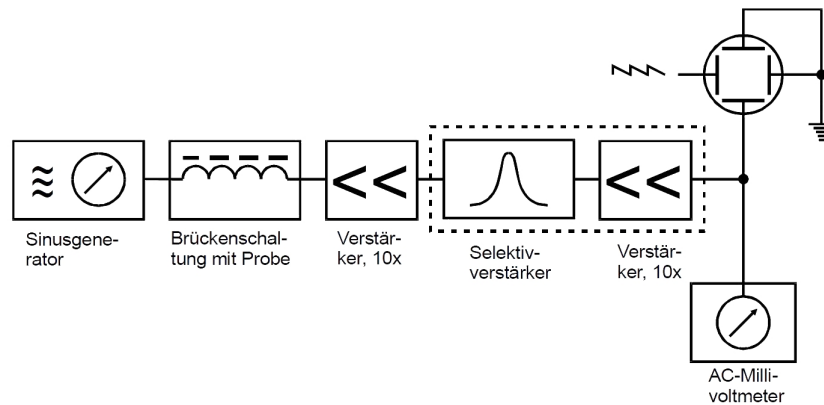


Abbildung 2: Aufbau der Messanordnung^[1]

verstärker ausgekoppelt betrachtet um Werte für die Gütekurve aufzuzeichnen. Dabei wurde unter Frequenzvariation bei fester Eingangsspannung die Ausgangsspannung abgelesen. Um die Verstärkung zu verifizieren wurde dann bei Durchlassfrequenz die selektivverstärkereigene zehnfach Verstärkung getestet, sowie die externe zehnfach Verstärkung überprüft. Darauf folgend wurden die Elemente wieder eingekoppelt (Abb.2) und es wurde mit einem anderen Sinusgenerator die Proben von Nd_2O_3 , Gd_2O_3 und Dy_2O_3 untersucht. Dabei wurde die Brückenschaltung jeweils zuerst auf Null abgeglichen, dann die Probe eingeführt und abermals auf Null abgeglichen.

3 Auswertung

3.1 Güte des Selektivverstärkers

Aus dem Graph 3 lassen sich die Werte $\nu_- = 34,8$, $\nu_0 = 35,0$ und $\nu_+ = 35,3$ ablesen. Aus (5) ergibt sich eine Güte von $q=70$.

Frequenz [kHz]	Ausgangsspannung U_{aus} [mV]
30	31
31	38
32	52
33	78
34	155
34,2	185
34,4	237
34,6	315
34,8	480
35	755
35,2	685
35,4	430
35,6	300
35,8	220
36	180
37	88
38	58,5
39	44
40	35,5

Tabelle 3.1: Güte des Selektivfilters

3.2 Probe 1

Bei der ersten Probe handelt es sich um Nd_2O_3 mit folgenden Werten[2]:

$$J = \frac{9}{2} \quad g_J = \frac{8}{11} \quad \rho = 7,24 \frac{g}{cm^3} \quad N = 2,59 * 10^{28} m^{-3}$$

$$M = 336,48 \frac{g}{mol} \quad F = 86,6 \text{ mm}^2 \quad Q_{real} = 3,00 * 10^{-4} \text{ m}^2$$

Daraus ergibt sich aus dem Curie'schen Gesetz (1) $\chi = 3,020 * 10^{-3}$. Aus der Tabelle 3.2

Brückenspannung U_B [mV]	$\chi_U * 10^{-3}$	ΔR [mΩ]	R_3 [mΩ]	$\chi_R * 10^{-3}$
3,5	4,493	140	2555	3,165
2,8	3,594	90	2552	2,037
3	3,851	100	2550	2,265
3,7	4,750	155	2600	3,444

Tabelle 3.2: Nd_2O_3

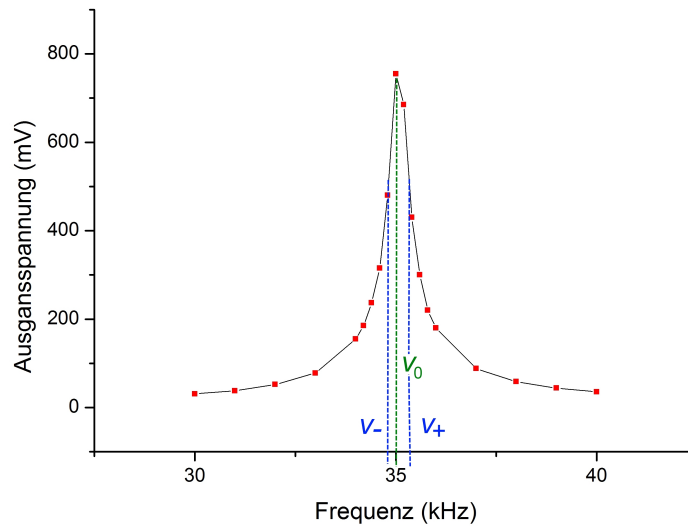


Abbildung 3: Güte des Selektivverstärkers

ergeben sich die gemittelten Werte nach Gleichung 9,10

$$R_3 = 2564,25 \text{ m}\Omega \quad U_{Br} = 3,25 \text{ mV} \quad \Delta R = (121,25 \pm 15,60) \text{ m}\Omega$$

Nach (7) lässt sich über die Brückenspannung χ_U berechnen.

Gemittelt ergibt sich $\bar{\chi}_U = 4,172 \cdot 10^{-3}$.

Aus der Widerstandsmessung ergibt sich nach (8) der gemittelte Wert $\bar{\chi}_R = 2,728 \cdot 10^{-3}$.

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (9)$$

$$\Delta \bar{x} = \left(\frac{1}{N^2 - N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \right)^{1/2} \quad (10)$$

3.3 Probe 2

Bei der zweiten Probe handelt es sich um Gd_2O_3 mit folgenden Werten[2]:

$$J = \frac{7}{2} \quad g_J = 2 \quad \rho = 7,40 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \quad N = 2,46 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$$

$$M = 362,5 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \quad F = 86,6 \text{ mm}^2 \quad Q_{\text{real}} = 3,16 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

Daraus ergibt sich nach (1) $\chi = 13,79 \cdot 10^{-3}$ Aus der Tabelle 3.3 ergeben sich die gemit-

Brückenspannung U_B [mV]	$\chi_U * 10^{-3}$	ΔR [mΩ]	R_3 [mΩ]	$\chi_R * 10^{-3}$
17	20,70	780	2555	16,73
16,5	20,09	775	2550	16,66
17,5	21,3	720	2555	15,44
18	21,92	805	2555	17,27

Tabelle 3.3: Gd_2O_3

telten Werte

$$R_3 = 2553,75 m\Omega \quad U_{Br} = 17,25 mV \quad \Delta R = (770 \pm 17,91) m\Omega$$

Nach (7) lässt sich über die Brückenspannung χ_U berechnen.

Gemittelt ergibt sich $\bar{\chi}_U = 21,01 * 10^{-3}$.

Aus der Widerstandsmessung ergibt sich nach (8) der gemittelte Wert $\bar{\chi}_R = 16,52 * 10^{-3}$.

3.4 Probe 3

Bei der dritten Probe handelt es sich um Dy_2O_3 mit folgenden Werten[2]:

$$J = \frac{15}{2} \quad g_J = \frac{4}{3} \quad \rho = 7,80 \frac{g}{cm^3} \quad N = 2,52 * 10^{28} m^{-3}$$

$$M = 372,998 \frac{g}{mol} \quad F = 86,6 mm^2 \quad Q_{real} = 3,09 * 10^{-4} m^2$$

Daraus ergibt sich nach (1) $\chi = 25,41 * 10^{-3}$ Aus der Tabelle 3.4 ergeben sich die gemit-

Brückenspannung U_B [mV]	$\chi_U * 10^{-3}$	ΔR [mΩ]	R_3 [mΩ]	$\chi_R * 10^{-3}$
35	43,66	1655	2555	36,36
36	44,91	1620	2555	35,60
36,5	45,54	1650	2555	36,25
37	46,16	1660	2550	36,55

Tabelle 3.4: Dy_2O_3

telten Werte

$$R_3 = 2553,75 m\Omega \quad U_{Br} = 36,125 mV \quad \Delta R = (1646,25 \pm 8,98) m\Omega$$

Nach (7) lässt sich über die Brückenspannung χ_U berechnen.

Gemittelt ergibt sich $\bar{\chi}_U = 45,07 * 10^{-3}$.

Aus der Widerstandsmessung ergibt sich nach (8) der gemittelte Wert $\bar{\chi}_R = 36,19 * 10^{-3}$.

Desweiteren war $U_{Sp} = 0,9 V$.

4 Diskussion

4.1 Güte

Für die Güte Bandfilters ergab sich

$$Q = 70$$

Der gemessene Wert unterschreitet sich von Geräteangabe von $Q=100$ deutlich. In Abbildung 3 ist zu erkennen, dass zwei der Messwerte nah an ν_- und ν_+ sind. ν_0 befindet sich nach sowohl nach der Messung, als auch nach der Geräteangabe bei 35kHz. Es ist also auszuschließen, dass das Ergebnis durch eine zu geringe Messwerteanzahl verfälscht wurde.

4.2 Suszeptibilität seltener Erden

Errechnete Suszeptibilitäten:

$$\chi(Nd_2O_3) = 3,02 * 10^{-3} \quad \chi(Gd_2O_3) = 13,79 * 10^{-3} \quad \chi(Dy_2O_3) = 25,41 * 10^{-3}$$

Gemessen durch Brückenspannung:

$$\begin{aligned} \chi(Nd_2O_3) &= (4,17 \pm 0,27) * 10^{-3} & \chi(Gd_2O_3) &= (21,01 \pm 0,39) * 10^{-3} \\ \chi(Dy_2O_3) &= (45,07 \pm 0,53) * 10^{-3} \end{aligned}$$

Gemessen durch Widerstandsvariation:

$$\begin{aligned} \chi(Nd_2O_3) &= (2,73 \pm 0,34) * 10^{-3} & \chi(Gd_2O_3) &= (16,52 \pm 0,39) * 10^{-3} \\ \chi(Dy_2O_3) &= (36,19 \pm 0,21) * 10^{-3} \end{aligned}$$

Vergleicht man nun die Suszeptibilitätswerte der verschiedenen Proben, so ist zwar ein signifikanter Unterschied zu bemerken, jedoch fällt auf, dass zumindest die Größenordnung übereinstimmt. Bei der Messwerablesung waren die Werte teilweise schwierig abzugrenzen, was natürlich zu einer gewissen Ungenauigkeit führt.

Eine weitere Auffälligkeit ist bei dem Vergleich der beiden Messverfahren zu sehen. χ_U ist immer größer als χ_R . Eine mögliche Quelle dieser Abweichung könnte U_{Sp} sein, welches einen größeren Wert besaß als angenommen. Da das Widerstandsvariationsmessverfahren insgesamt näher an den Theoriewerten liegt, ist anzunehmen, dass dieses Verfahren genauer ist oder sich zumindest besser zum Messen eignet.

Bis auf $\chi(R, Nd_2O_3)$ sind außerdem alle Versuchswerte größer als nach der Theorie angenommen wurde.

Literatur

- [1] Versuch Nr.606 - Messung der Suszeptibilität paramagnetischer Substanzen.
- [2] Dr. Rolf Winter. *Das große Tafelwerk*. Cornelsen, 2009.