

# Versuch 301 - Leerlaufspannung und Innenwiderstand von Spannungsquellen

TU Dortmund, Fakultät Physik  
Anfänger-Praktikum

Fabian Lehmann

fabian.lehmann@tu-dortmund.de

6. Dezember 2012

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Theorie</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Durchführung</b>	<b>2</b>
2.1	Monozelle mit Verbraucher . . . . .	3
2.2	Monozelle mit Verbraucher und Gegenspannung . . . . .	4
2.3	Sinus- und Rechteckspannung mit Verbraucher . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Auswertung</b>	<b>4</b>
3.1	Innenwiderstand und Leerlaufspannung der verschiedenen Spannungsquellen	4
3.2	Direkte Messung der Leerlaufspannung der Monozelle . . . . .	10
3.3	Umgesetzte Leistung des Belastungswiderstandes bei einer Monozelle . . .	10
<b>4</b>	<b>Diskussion</b>	<b>11</b>
4.1	Innenwiderstand und Leerlaufspannung . . . . .	11
4.2	Der systematische Fehler . . . . .	12
4.3	Die umgesetzte Leistung im Belastungswiderstand . . . . .	12

# 1 Theorie

Eine ideale Spannungsquelle liefert eine konstante Spannung unabhängig von dem Strom, welcher ihr entnommen wird. Im Gegensatz dazu stellt man fest, dass eine reale Spannungsquelle sehr wohl von dem entnommenen Strom abhängt. Um dieses Verhalten vereinfacht darzustellen, stellt man sich die reale Spannungsquelle als eine ideale Spannungsquelle mit der konstanten Spannung  $U_0$ , auch Leerlaufspannung genannt, in Reihe geschaltet mit einem Widerstand  $R_i$  vor. So ist zu erklären, dass bei entnommenem Strom die Klemmspannung kleiner ist als die Leerlaufspannung. Wird der Verbraucher vereinfacht durch einen Widerstand  $R_a$  dargestellt, so lassen sich aus den Kirchhoffschen Gesetzen folgende Beziehungen für die Klemmspannung  $U_k$  und die Leistung  $N$  herleiten [1] (vgl. Abb. 1).

$$U_k = IR_a = U_0 - IR_i \quad (1)$$

$$N = I^2 R_a \quad (2)$$

Kompliziertere Spannungsquellen wie elektrische Generatoren lassen sich teilweise auch über einen Innenwiderstand darstellen, der nun aber eine differentielle Größe ist.

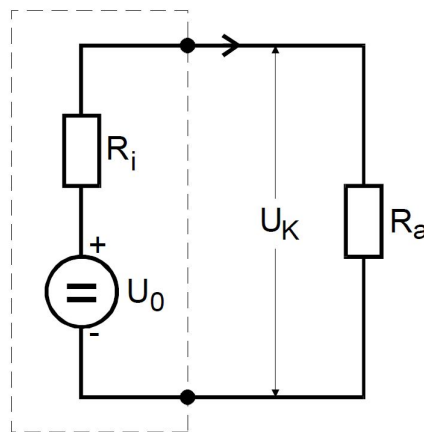


Abbildung 1: Ersatzschaltbild einer realen Spannungsquelle [1]

# 2 Durchführung

Es wurde versucht mittels verschiedenen Versuchsanordnungen Leerlaufspannung und Innenwiderstand verschiedener Spannungsquellen zu bestimmen. Zu Beginn wurde die Leerlaufspannung einer Monozelle direkt mit einem Spannungsmessgerät gemessen. Danach wurden komplexere Versuchsmethoden durchgeführt.

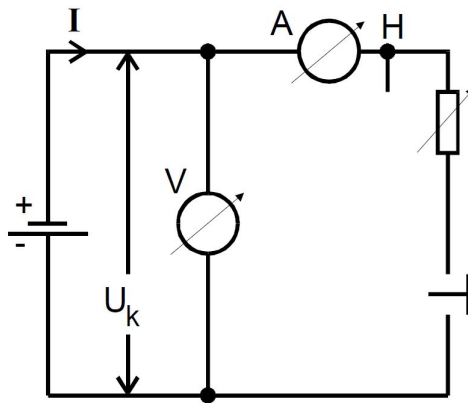


Abbildung 2: Versuchsanordnung 1 [1]

## 2.1 Monozelle mit Verbraucher

Es wurde ein Schaltkreis wie in Abbildung 2 aufgebaut. Dann ist bei Variation des Belastungswiderstandes jeweils die Spannung  $U_k$  und der Stromfluss  $I$  abgelesen worden.

## 2.2 Monozelle mit Verbraucher und Gegenspannung

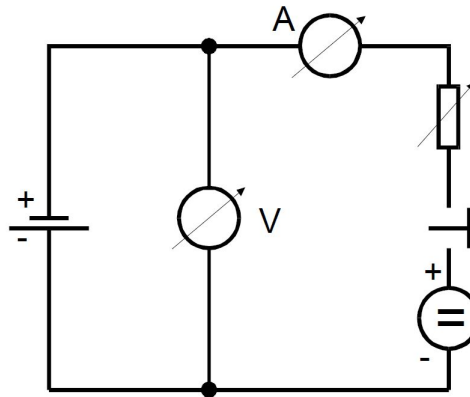


Abbildung 3: Versuchsanordnung 2 (mit Gegenspannung) [1]

Nun wurde der Schaltkreis mit einer Gegenspannung erweitert (Abb. 3). Anschließend wurde bei konstanter Gegenspannung abermals  $U_k$  in Abhängigkeit von  $I$  abgelesen.

## 2.3 Sinus- und Rechteckspannung mit Verbraucher

Abermals wurde ein Schaltkreis wie in Abbildung 2 aufgebaut, diesmal wurde statt der Monozelle ein RC-Generator als Spannungsquelle eingebaut. Dann wurde in passendem Frequenzbereich jeweils bei Rechteck- und Sinusspannung abermals  $U_k$  abhängig von  $I$  unter Variation des Belastungswiderstandes gemessen.

# 3 Auswertung

## 3.1 Innenwiderstand und Leerlaufspannung der verschiedenen Spannungsquellen

Trägt man die Messwerte (Tab. 3.1 - 3.4) der einzelnen Versuche auf (Abb. 4 - 7), so lässt sich jeweils eine lineare Regression [2] durchführen und daraus über Gleichung 1 auf die Leerlaufspannung und den Innenwiderstand schließen.

Monozelle mit Belastungswiderstand (0-50  $\Omega$ )

$$U_k = U_0 - IR_i \quad (3)$$

$$\Leftrightarrow y = b + a * x \quad (4)$$

$$\Leftrightarrow U = 1.5927 \text{ V} + (-6.5829)\Omega * I \quad (5)$$

$$-a = (6.5829 \pm 0.1742)\Omega = R_i \quad (6)$$

$$b = (1.5927 \pm 0.0205) \text{ V} = U_0 \quad (7)$$

Monozelle mit Belastungswiderstand (0-50  $\Omega$ ) und Gegenspannung (3,575 V)

$$U_k = U_0 + IR_i \quad (8)$$

$$\Leftrightarrow y = b + a * x \quad (9)$$

$$\Leftrightarrow U = 1.6662 \text{ V} - 6.6078 \Omega * I \quad (10)$$

$$a = (6.6078 \pm 0.2212) \Omega = R_i \quad (11)$$

$$b = (1.6662 \pm 0.0320) \text{ V} = U_0 \quad (12)$$

Rechteckspannung mit Belastungswiderstand (20-250  $\Omega$ )

$$U_k = U_0 - IR_i \quad (13)$$

$$\Leftrightarrow y = b + a * x \quad (14)$$

$$\Leftrightarrow U = 0.5728 \text{ V} + (-48.1232) \Omega * I \quad (15)$$

$$-a = (48.1232 \pm 1.1149) \Omega = R_i \quad (16)$$

$$b = (0.5728 \pm 0.0050) \text{ V} = U_0 \quad (17)$$

Sinusspannung mit Belastungswiderstand (0,1-5 k $\Omega$ )

$$U_k = U_0 - IR_i \quad (18)$$

$$\Leftrightarrow y = b + a * x \quad (19)$$

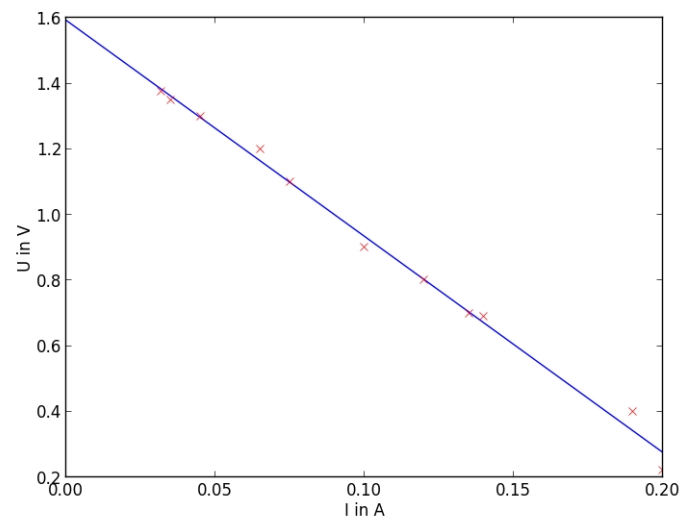
$$\Leftrightarrow U = 1.8024 \text{ V} + (-535.9086) \Omega * I \quad (20)$$

$$-a = (535.9086 \pm 4.5713) \Omega = R_i \quad (21)$$

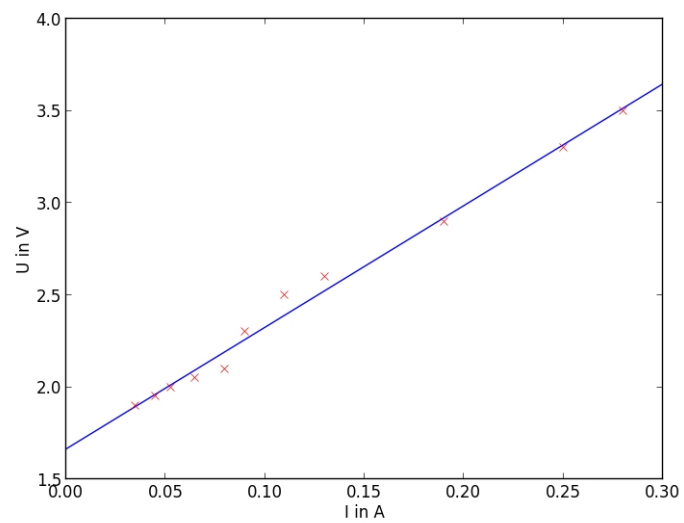
$$b = (1.8024 \pm 0.0069) \text{ V} = U_0 \quad (22)$$

U [V]	I [mA]
0,220	200
0,400	190
0,690	140
0,700	135
0,800	120
0,900	100
1,100	75
1,200	65
1,300	45
1,350	35
1,375	32

**Tabelle 3.1:** Monozelle mit Belastungswiderstand (0-50  $\Omega$ )



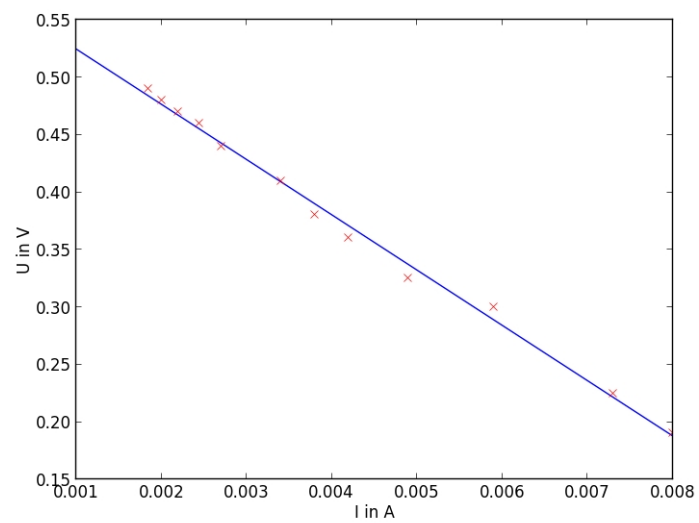
**Abbildung 4:** Monozelle mit Belastungswiderstand (0-50  $\Omega$ )



**Abbildung 5:** Monozelle mit Belastungswiderstand (0-50  $\Omega$ ) und Gegenspannung (3,575 V)

U [V]	I [mA]
3,50	280,0
3,30	250,0
2,90	190,0
2,60	130,0
2,50	110,0
2,30	90,0
2,10	80,0
2,05	65,0
2,00	52,5
1,95	45,0
1,90	35,0

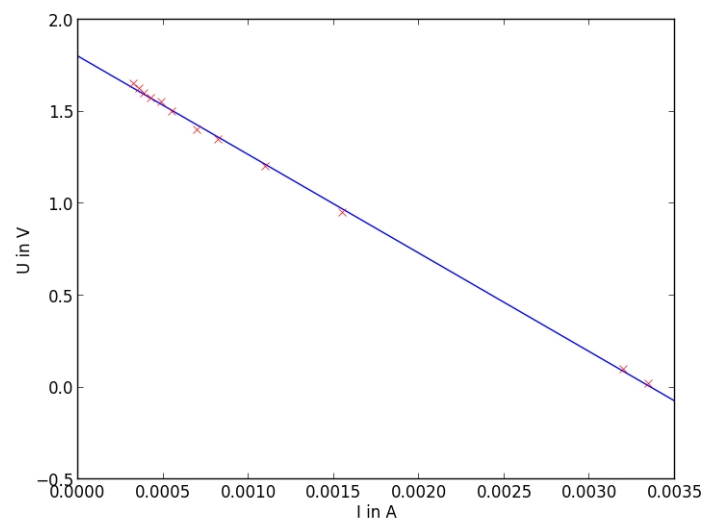
**Tabelle 3.2:** Monozelle mit Belastungswiderstand (0-50  $\Omega$ ) und Gegenspannung (3,575 V)



**Abbildung 6:** Rechteckspannung mit Belastungswiderstand (20-250  $\Omega$ )

U [mV]	I [mA]
190	8,00
225	7,30
300	5,90
325	4,90
360	4,20
380	3,80
410	3,40
440	2,70
460	2,45
470	2,20
480	2,00
490	1,85

**Tabelle 3.3:** Rechteckspannung mit Belastungswiderstand (20–250  $\Omega$ )



**Abbildung 7:** Sinusspannung mit Belastungswiderstand (0,1–5  $k\Omega$ )



U [mV]	I [mA]
16,5	3,350
95,0	3,200
950,0	1,550
1200,0	1,100
1350,0	0,825
1400,0	0,700
1500,0	0,556
1550,0	0,490
1575,0	0,430
1600,0	0,390
1625,0	0,360
1650,0	0,330

**Tabelle 3.4:** Sinusspannung mit Belastungswiderstand (0,1–5 k $\Omega$ )

### 3.2 Direkte Messung der Leerlaufspannung der Monozelle

Da bei der Messung der Leerlaufspannung  $U_0 = 1,575 \text{ V}$  der Eingangswiderstand  $R_V = 10 \text{ M}\Omega$  einen endlichen Wert besaß kommt es mit  $R_i = 6.5829 \Omega$  (Gl. 6) zu einem Messfehler nach Gleichung 1.

$$\Delta U_0 = \frac{U_{0,mess}}{R_V} * R_i = 1,0368 * 10^{-6} \text{ V} \quad (23)$$

### 3.3 Umgesetzte Leistung des Belastungswiderstandes bei einer Monozelle

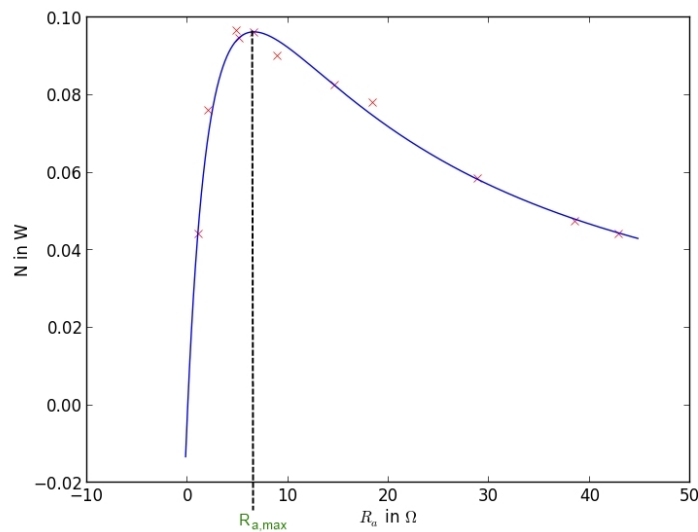


Abbildung 8: Umgesetzte Leistung des Belastungswiderstandes (Monozelle)

Aus Tabelle 3.5 lässt sich mit Gleichung 2 und 1 Abbildung 8 erstellen. Außerdem ist mit den Werten aus Gleichung 6 und 7 die Theoriekurve eingezeichnet worden.

$$R_a = \frac{U_k}{I} \quad (24)$$

$$\Rightarrow N_{Versuch} = I * U_k \quad (25)$$

$$U_k = U_0 - IR_i \quad (26)$$

$$\Rightarrow N_{Theorie} = I(U_0 - IR_i) \quad (27)$$

$R_a [\Omega]$	N [W]
1,1000	0,0440
2,1053	0,0760
4,9286	0,0966
5,1852	0,0945
6,6667	0,0960
9,0000	0,0900
14,6667	0,0825
18,4615	0,0780
28,8889	0,0585
38,5714	0,0473
42,9688	0,0440

Tabelle 3.5: Umgesetzte Leistung des Belastungswiderstandes (Monozelle)

## 4 Diskussion

### 4.1 Innenwiderstand und Leerlaufspannung

Waren die verschiedenen Probleme durch defekte Versuchsgeräte ausgeräumt, so waren die einzelnen Messungen immer noch recht ungenau, da teilweise neben den Ablesefehlern auch noch ein Knopf zur Aktivierung des Belastungswiderstands gedrückt werden musste, dabei hing der Belastungswiderstand von der Kraft des Druckes ab.

$$U_{0,direkt} = 1,575 \text{ V} \quad (28)$$

$$\Delta U_{0,direkt} = 1,0368 * 10^{-6} \text{ V} \quad (29)$$

$$U_{0,belastet} = (1.5927 \pm 0.0205) \text{ V} \quad (30)$$

$$R_{i,belastet} = (6.5829 \pm 0.1742) \Omega \quad (31)$$

$$U_{0,belastet+gegen} = (1.6662 \pm 0.0320) \text{ V} \quad (32)$$

$$R_{i,belastet+gegen} = (6.6078 \pm 0.2212) \Omega \quad (33)$$

Der Wert der direkten Messung der Leerlaufspannung der Monozelle passt gut zu den errechneten Werten der linearen Regression der Monozelle. Dabei ist anzumerken, dass die direkte Messung im Gegensatz zu den anderen Messreihen nur auf einem einzelnen Wert beruht. Der aus den Messreihen erkennbare Unterschied des Innenwiderstands liegt nicht einmal im einstelligen Prozentbereich, woraus sich auf eine einigermaßen gute Genauigkeit schließen lässt.

Bei den zwei anderen Spannungsquellen lassen sich folgende Ergebnisse festhalten:

$$R_{i,Rechteckspannung} = (48.1232 \pm 1.1149) \Omega \quad (34)$$

$$U_{0,Rechteckspannung} = (0.5728 \pm 0.0050) \text{ V} \quad (35)$$

$$R_{i,Sinusspannung} = (535.9086 \pm 4.5713) \Omega \quad (36)$$

$$U_{0,Sinusspannung} = (1.8024 \pm 0.0069) \text{ V} \quad (37)$$

Bei dem Vergleich mit den Werten der Monozelle zeigt sich, dass bei deutlich größerem Innenwiderstand der Rechtecksspannungsquelle die Leerlaufspannung wesentlich kleiner ist. Die Leerlaufspannung der Sinusspannungsquelle ist größer als die der Monozelle, jedoch ist der Innenwiderstand noch viel größer als der Innenwiderstand der Rechtecksspannungsquelle. Diese Ergebnisse weisen auf einen komplexeren Zusammenhang zwischen den einzelnen Größen.

#### 4.2 Der systematische Fehler

Wird das Voltmeter hinter dem Amperemeter angelegt, also sozusagen um das Amperemeter herum, so wird natürlich nur die durch das Amperemeter verursachte Spannung gemessen, welche je nach Güte des Amperemeters verschieden kleine Werte besitzt, jedoch nicht die eigentlich zu messende Spannung  $U_k$  widerspiegelt.

Wird das Voltmeter hinter dem Amperemeter angelegt, also sozusagen um den Belastungswiderstand, so misst das Amperemeter nicht nur den Strom, der durch den Belastungswiderstand fließt, sondern auch den je nach Güte des Voltmeters verschieden kleinen Strom, welcher durch das Voltmeter selbst fließt. Das führt ebenfalls zu einem verfälschten Messergebnis.

#### 4.3 Die umgesetzte Leistung im Belastungswiderstand

Aus Abbildung 8 wird deutlich, dass die Messwerte relativ gut zu den aus der Theorie erwarteten Werten passen. Bis auf ein paar vermutliche Mesungenauigkeiten kann nicht ohne weiteres auf eine systematische Abweichung geschlossen werden. Gut erkennbar ist auch das Maximum der Kurve. Die maximale Leistung scheint bei einem Widerstand von  $R_{a,max} = 7\Omega$  erreicht zu werden.

### Literatur

- [1] *Versuch Nr. 301 – Leerlaufspannung und Innenwiderstand von Spannungsquellen.*
- [2] John R. Taylor. *An introduction to error analysis.* University Science Books, 2 edition, 1997.

307

a)  $U_0 = 1,575 \text{ V}$

$R_V = 10 \text{ M}\Omega$

d) Rechteck:

Sinus:

U	I	U	I [mA]
190 mV	8 mA	16,5 mV	3,35
225 mV	7,3 mA	95 mV	3,2
300 mV	5,9 mA	0,95 V	1,55
325 mV	4,9 mA	1,2 V	1,1
360 mV	4,2 mA	1,35 V	0,825
380 mV	3,8 mA	1,4 V	0,7
410 mV	3,4 mA	1,5 V	0,556
440 mV	2,7 mA	1,55 V	0,49
460 mV	2,45 mA	1,575 V	0,433
470 mV	2,20 mA	1,6 V	0,39
480 mV	2,00 mA	1,625 V	0,36
490 mV	1,85 mA	1,65 V	0,33

b)	U	I
	0,22 V	0,2 A
	0,69 V	0,14 A
	0,9 V	0,1 A
	1,2 V	75 mA
	1,2 V	65 mA
	1,3 V	45 mA
	1,35 V	35 mA
	1,375 V	32 mA
	0,4 V	0,19 A
	0,7 V	0,135 A
	0,8 V	0,12 A

d	U	I
	3,5 V	0,28 A
	3,3 V	0,25 A
	2,9 V	0,19 A
	2,6 V	0,13 A
	2,5 V	0,11 A
	2,3 V	0,09 A
	2,1 V	80 mA
	2,05 V	65 mA
	2,0 V	52,5 mA
	1,95 V	45 mA
	1,9 V	35 mA

0,1 A