

Versuch 101
Das Trägheitsmoment
TU Dortmund, Fakultät Physik
Anfänger-Praktikum

Marc Posorske	Fabian Lehmann
marc.posorske@tu-dortmund.de	fabian.lehmann@tu-dortmund.de

22.November 2012

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	3
2	Durchführung	4
2.1	Eigenschaftenbestimmung der Versuchsanordnung	4
2.2	Trägheitsmoment einer Kugel und einer Scheibe	4
2.3	Trägheitsmoment einer Holzpuppe	4
3	Auswertung	4
4	Diskussion	4

1 Theorie

Rotationsbewegungen lassen sich durch drei Parameter charakterisieren. Zum einen durch das Trägheitsmoment I , zum anderen durch das Drehmoment M und die Winkelbeschleunigung $\ddot{\phi}$.

Das Trägheitsmoment ist von der Drehachsenlage und von der Masse des drehenden Körpers abhängig.

$$\text{Punktmasse } I = mr^2 \quad (1)$$

$$\text{i Punktmassen } I = \sum_{k=1}^i m_k r_k^2 \quad (2)$$

$$\text{infinitesimale Massen } I = \int r^2 dm \quad (3)$$

mit r : Drehachsenabstand

Aus diesen Gleichungen (Gl.1-3) lassen sich Trägheitsmomente für geometrische Standardkörper mit Drehungen um ihren Masseschwerpunkt herleiten.

$$\text{ langer dünner Stab } (\vec{l} \perp \vec{\omega}) \quad I = \frac{1}{12} ml^2 \quad (4)$$

$$\text{ Kugel } I = \frac{2}{5} mR^2 \quad (5)$$

$$\text{ Zylinder } (\vec{R} \perp \vec{\omega}) \quad I = \frac{1}{2} mR^2 \quad (6)$$

$$\text{ Zylinder } (\vec{R} \parallel \vec{\omega}) \quad I = m\left(\frac{1}{4}R^2 + \frac{1}{12}h^2\right) \quad (7)$$

Für den Fall, dass die Schwerpunktachse um a parallel verschoben ist, gilt der Steinersche Satz:

$$I = I_{\text{Schwerpunkt}} + ma^2 \quad (8)$$

Das Drehmoment M bei der Rotation ist vergleichbar mit der Kraft F bei Translation.

$$\vec{M} = \vec{F} \times \vec{r} \quad (9)$$

$$M = Fr, \quad \vec{r} \perp \vec{F} \quad (10)$$

$$M = D\phi \quad (11)$$

$$\Rightarrow D = \frac{Fr}{\phi}, \quad \vec{r} \perp \vec{F} \quad (12)$$

D : Winkelrichtgröße

Das Direktionsmoment D beschreibt also eine Proportionalitätskonstante zwischen der Auslenkung ϕ und M . Dieser Zusammenhang kann also eine durch Torsion hervorgerufene rücktreibende Kraft beschreiben, durch welche das System Schwingungen ausführen kann.

Dabei ist eine weitere Größe die Schwingungsdauer T . Damit gibt es nun zwei Möglichkeiten zur Bestimmung des Direktionsmoments. Die statistische Methode (Gl. 12) folgt aus dem Zusammenhang mit dem Drehmoment. Die dynamische Methode (Gl. 14) lässt sich bei bekanntem Trägheitsmoment aus der Periodendauer T bestimmen.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}} \text{ (für kleine Winkel)} \quad (13)$$

$$\Rightarrow D = I \left(\frac{T}{2\pi}\right)^{-2} \quad (14)$$

2 Durchführung

2.1 Eigenschaftenbestimmung der Versuchsanordnung

Um die Winkelrichtgröße D des Versuchsaapparates zu bestimmen, wurde in einem Abstand r von der Drehachse die Kraft $F(\phi)$, welche senkrecht zur Drehachse und zum Drehachsenabstand wirkte, abhängig von dem Auslenkwinkel gemessen.

Das Eigentragheitsmoment I_D der Drillachse wurde durch die Messung unterschiedliche Schwingungsdauer T bei verschiedenen Abständen zweier Massen von der Drehachse bestimmt, welche sich auf einer leichten Metallstange senkrecht zur Drehachse befanden. Auch wurden die Gewichte der Massen und der Stange bestimmt.

2.2 Trägheitsmoment einer Kugel und einer Scheibe

Die Holzkugel, beziehungsweise die Holzscheibe, wurde in die Versuchsanordnung eingespannt, sodass die Drehachse durch den Massenschwerpunkt führte. Daraufhin wurde das Objekt um einen kleinen Drehwinkel ausgelenkt und die jeweilige Schwingungsdauer gemessen. Außerdem wurden die Massen und Ausmaße der Körper bestimmt.

2.3 Trägheitsmoment einer Holzpuppe

Die Versuchsdurchführung verlief analog zu 2.2. Dabei wurde die Holzpuppe in zwei physikalisch verschiedenen Stellungen aufgestellt, einmal mit senkrecht zur Drehachse ausgestreckten Armen und Beinen, das zweite mal mit senkrecht zur Drehachse ausgestreckten Beinen und angewinkelten Armen. Eine Versuchsanordnung mit angewinkelten Beinen war aufgrund einer aperiodischen Schwingung nicht möglich. Desweiteren wurden bei der Körpermaßbestimmung mehrere Messwerte an verschiedenen Stellen des Körpers zwecks einer späteren Vereinfachung durch Zylinder gemessen.

3 Auswertung

4 Diskussion