

Versuch 402 - Dispersionsmessungen am Glasprisma

TU Dortmund, Fakultät Physik
Anfänger-Praktikum

Oliver Zietek

oliver.zietek@tu-dortmund.de

Fabian Lehmann

fabian.lehmann@tu-dortmund.de

20. Dezember 2012

Inhaltsverzeichnis

1	Theorie	2
1.1	Brechung und Dispersion	2
1.2	Dispersion an einem Prisma	2
1.3	Prismenspektralapparat	3
1.4	Bestimmung des Brechungswinkels zwischen brechenden Oberflächen des Prismas	4
1.5	Bestimmung der Brechungswinkel der Spektrallinien	4
2	Durchführung	5
2.1	Bestimmung des Brechungswinkels zwischen brechenden Oberflächen des Prismas	5
2.2	Bestimmung der Brechungswinkel der Spektrallinien	5
3	Auswertung	5
3.1	Bestimmung der Brechungsindices	5
3.2	Bestimmung der Dispersionskurve	6
3.3	Bestimmung der Abbesche Zahl	7
4	Diskussion	8

1 Theorie

1.1 Brechung und Dispersion

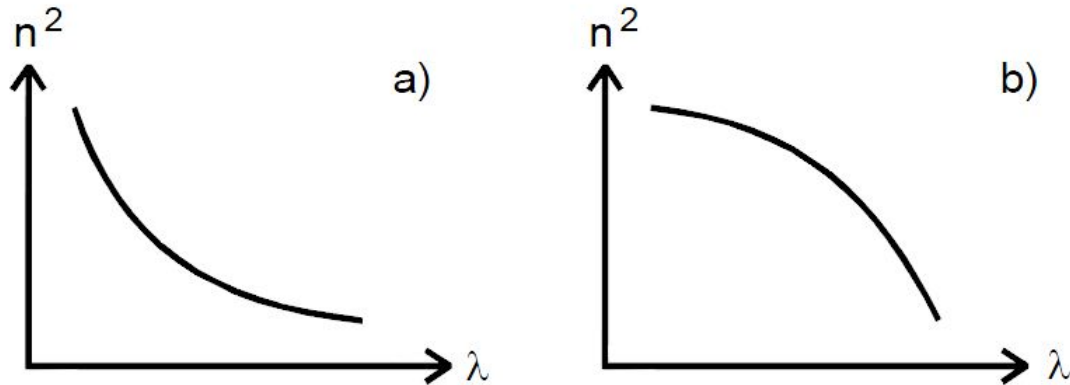


Abbildung 1: Gestalt möglicher Dispersionskurven[1]

Durch Wechselwirkungen mit Elektronen ist die Geschwindigkeit von Licht in Materie geringer als die Vakuumlichtgeschwindigkeit. Dadurch kommt es zu Brechungen an Materiegrenzflächen nach Gleichung (1) mit dem Brechungsindex n . Da die Ausbreitungsgeschwindigkeit von der Wellenlänge λ des Lichtes abhängt, wird Licht unterschiedlicher Frequenz verschieden stark gebrochen. Dieses Phänomen wird Dispersion genannt. Eine Abhängigkeit nach (2) heißt Dispersionskurve[1] (vgl. Abb. 1).

$$n = \frac{v_1}{v_2} \quad (1)$$

v_1, v_2 : materialabhängige Geschwindigkeit von Licht

$$n = f(\lambda) \quad (2)$$

Aus dem Huygensschen Prinzip lässt sich das Snelliussche Brechungsgesetz (Gl. (3)) folgern, bei einem Eintritt unter einem Winkel α folgt mit dem Brechungsindex n ein Austrittswinkel β .

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \quad (3)$$

1.2 Dispersion an einem Prisma

Unter Annahme eines Strahlendurchgangs von sichtbarem Licht von Luft in ein durchsichtiges, farbloses Material lassen sich Dispersionsgleichungen [1] ableiten: Gilt für die Absorptionsstelle λ_1 mit der Wellenlänge λ im Vakuum, dass $\lambda \gg \lambda_1$, so gilt Gleichung

(4), welche in Abbildung 1 als a) dargestellt ist. Gilt hingegen $\lambda \ll \lambda_1$, so gilt Gleichung (5), welche in Abbildung 1 als b) dargestellt ist. Beide Kurven beschreiben normale Dispersion, also Abnahme von n bei Zunahme von λ .

$$n^2(\lambda) = A_0 + \frac{A_2}{\lambda^2} + \frac{A_4}{\lambda^4} + \dots \text{ mit } A_i > 0 \quad (4)$$

$$n^2(\lambda) = 1 - A'_2\lambda^2 - A'_4\lambda^4 - \dots \text{ mit } A'_i > 0, i \geq 2 \quad (5)$$

1.3 Prismenspektralapparat

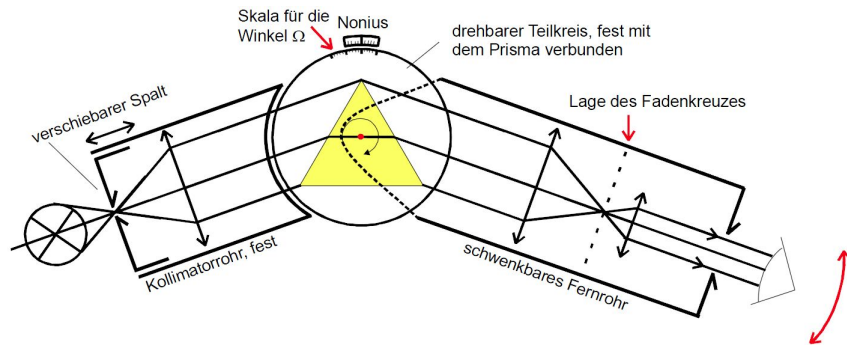


Abbildung 2: Schematische Darstellung des Prismenspektralapparates[1]

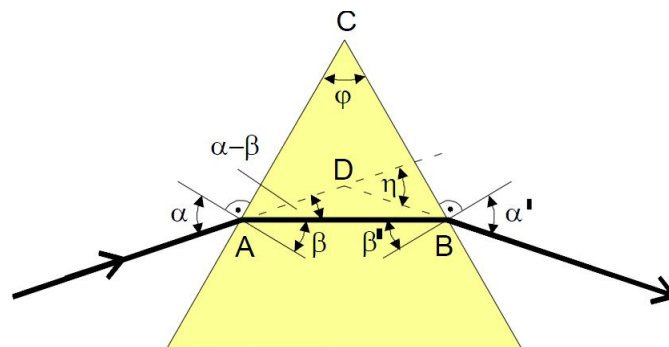


Abbildung 3: Symmetrischer Strahlengang durch ein Prisma[1]

Mit Hilfe eines Prismenspektralapparates (siehe Abb. 2) lässt sich der Brechungsindex abhängig von der Wellenlänge durch Ablesen von Winkeln bestimmen. Das Gerät macht

sich das Snelliussche Brechungsgesetz zu nutze, bei dem symmetrischen Durchgang des Lichtstrahls (Abb. 3) lässt sich folgende Gleichung herleiten.

$$n = \frac{\sin \frac{\eta + \phi}{2}}{\frac{\phi}{2}} \quad (6)$$

$$\text{mit } \alpha = \frac{\eta + \phi}{2} \quad (7)$$

1.4 Bestimmung des Brechungswinkels zwischen brechenden Oberflächen des Prismas

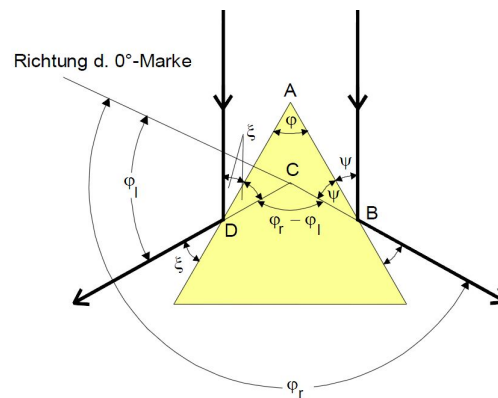


Abbildung 4: Bestimmung des Winkels zwischen den brechenden Oberflächen[1]

Wird das Prisma wie in Abbildung 4 ausgerichtet, kann aus einfachen Winkelbeziehungen durch Messen der Reflektionswinkel beider Lichtstrahlen der brechende Winkel ϕ des Prismas bestimmt werden.

$$\phi = \frac{1}{2}(\phi_r - \phi_l) \quad (8)$$

1.5 Bestimmung der Brechungswinkel der Spektrallinien

Aus zwei zueinander spiegelsymmetrischen Stellungen des Prismas können die Brechungswinkel bestimmt werden. Bei dem Zusammenfallen der gebrochenen Lichtstrahlen mit dem reflektierten Lichtstrahl lässt sich mit Abbildung 5 folgende Beziehung ableiten.

$$\eta = 180 - (\Omega_r - \Omega_l) \quad (9)$$

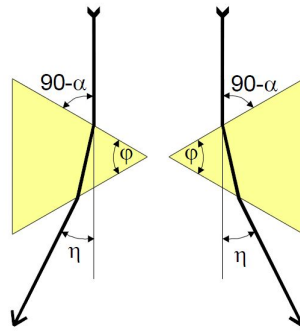


Abbildung 5: Brechwinkelbestimmung mit spiegelbildlicher Prismenstellung[1]

2 Durchführung

2.1 Bestimmung des Brechungswinkels zwischen brechenden Oberflächen des Prismas

Das Prisma wird mit der brechenden Kante ungefähr auf das Kollimatorrohr ausgerichtet (vgl. Abb. 4). Dann werden die Reflektionswinkel mit dem Fernrohr gemessen. Dieser Vorgang wird mehrfach für die verschiedenen Kanten wiederholt.

2.2 Bestimmung der Brechungswinkel der Spektrallinien

Das Prisma wird so lange gedreht, bis die jeweilige Farbe des gebrochenen Lichtspektrums mit dem reflektierten Lichtstrahl zusammenfällt. Dann wird das Prisma in eine spiegelsymmetrische Stellung gebracht und der Vorgang wird wiederholt (vgl. Abb. 5).

3 Auswertung

3.1 Bestimmung der Brechungsindizes

Zur Messung des Brechungsindex benutzen wir einen Prismenspektralapparat. Dabei ist ein Glasprisma auf dem Drehteil eines Goniometers montiert. Durch einen Spalt und eine Sammellinse fällt Licht aus einer Heliumlampe auf das Prisma. Dadurch, dass der Spalt in der Brennebene der Linse steht, erhalten wir paralleles Licht. Nach der Brechung fällt das Licht in die Brennebene einer Lupe, durch welche wir die Spektrallinien sehen können. Da wir nur den symmetrischen Fall betrachten, bei dem $a = a'$ und $b = b'$ ist, folgt

$$n = \frac{\sin\left(\frac{\varphi + \eta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}$$

Um sicherzustellen, dass ein symmetrischer Strahlenverlauf vorliegt, bringt man den gebrochenen Strahl mit dem an der Basis des Prismas reflektierten Strahl zur Deckung.

Dann misst man die Auslenkung des gebrochenen Strahles links und rechts und berechnet den Brechungswinkel wie folgt:

$$-\eta = 180^\circ + \Omega_l - \Omega_r$$

Weiterhin sollte der Winkel an der brechenden Kante gemessen. Dafür wurde diese Kante auf das Kollimatorrohr gerichtet und der Winkel des reflektierten Strahles gemessen. Dieser Winkel wurde auf beiden Seiten fünf mal abgelesen, wobei das Prisma mit der brechenden Kante über den Strahl hinweg auf eine spiegelverkehrte Position gedreht wurde. Damit ergibt sich mit der Formel:

$$\varphi = 180^\circ + \varphi_l - \varphi_r$$

φ_l in $^\circ$	φ_r in $^\circ$	φ in $^\circ$
263,9	23,6+360	60,3
229,2	349,2	60
229,5	349,3	60,2
241,4	1,5+360	60,1
240,0	360,0	60,3

Tabelle 3.1: Winkel Φ an der brechenden Kante des Prismas

Somit lautet der Mittelwert: $\varphi = 60,18^\circ \pm 0,58^\circ$ Der Fehler wird mit der Formel der Standardabweichung des Mittelwertes berechnet.

Für die Indices n und η folgt damit:

Farbe	λ in nm	Ω_l in $^\circ$	Ω_r in $^\circ$	η in $^\circ$	n
Rot	632,8	147,5	27,5 +360	60	1,729
Gelb	594,1	147,3	27,2+360	59,9	1,728
Grün	543,5	146,8	26,7+360	59,9	1,728
Blau	kA	146,4	26,2+360	59,8	1,727

Tabelle 3.2: Brechungsindices n und η

3.2 Bestimmung der Dispersionskurve

Um die Dispersionskurve zu bestimmen, werden die Quadrate der Brechungsindizes gegen Quadrate der Wellenlängen und einmal gegen die Kehrwerte der Wellenlängenquadrate. Somit kann man mit einer linearen Regression $y = mx + b$ bestimmen, durch die Abweichung

der Kurve von den Messwerten kann bestimmt werden, welche Dispersionskurve die richtige ist. Aus der Ausgleichsrechnung ergibt sich für n^2 gegen λ^{-2}

$$n^2(\lambda) = (-0,302 \pm 0,241)\mu m^2 \lambda^{-2} + 2,996 \pm 0,007$$

und für n^2 gegen λ^2 ergibt sich

$$n^2(\lambda) = (0,273 \pm 0,183)\mu m^{-2} \lambda^2 + 2,977 \pm 0,006$$

Durch die berechnung der Abstandskvadratrate s_n und s'_n folgt die richtige Dispersionskurve.

$$s_n = 2,3043$$

$$s'_n = 0,0193$$

Woraus folgt, dass die Dispersionskurve die gültige ist und folgendermaßen aussieht:

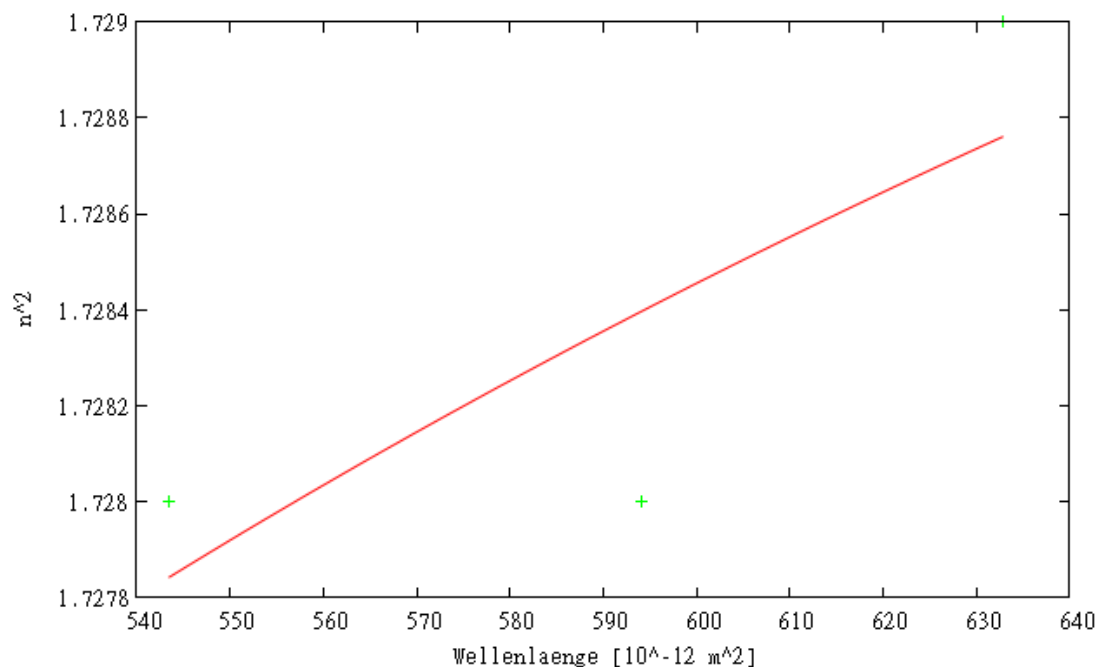


Abbildung 6: Dispersionskurve

3.3 Bestimmung der Abbesche Zahl

Zur Berechnung der Abbeschen Zahl benötigt man die Formel

$$v = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C}$$

Für die man die Brechungsindizes der FRAUNHOFER'schen Linien benötigt. Diese erhält man indem man $\lambda_C = 656\text{nm}$, $\lambda_D = 589\text{nm}$ und $\lambda_F = 486\text{nm}$ in die Formel einsetzt. Dabei muss man beachten, dass A_0 und A_2 fehlerbehaftet sind, da die Messergebnisse, wie in der Diskussion erläutert große Fehler aufweisen wird auf die Fehlerfortpflanzung an dieser Stelle verzichtet.

Somit folgt:

$$n_C = 2,294$$

$$n_D = 2,125$$

$$n_F = 1,717$$

$$v = -1,950$$

4 Diskussion

Die Messung lies einige statistische Fehler zu:

1. Die Apparatur verwackelt bei Drehung des Fernrohres und des Prisma.
2. Die Spektrallinien können nicht als idealisiert betrachtet werden, da man einen Spalt endlicher Breite hat.
3. Der Raum war nicht richtig abgedunkelt bzw. die im Raum befindlichen Lichtquellen, wie Leselampen, haben den Versuch beeinflusst.
4. Auf der Apparatur befindet sich teilweise Staub. Sowohl auf dem Prisma, als auch auf den optischen Bauteilen des Fern- und Kollimatorrohres.

Die Messung des Winkels φ zwischen den Oberflächen war mit $60,18^\circ \pm 0,58^\circ$ im Bereiches der erwarteten 60° des Prismas, abweichen lassen sich auf statistische Fehler beim Messvorgang zurückweisen. Jedoch wurden bei η und n zu kleine abweichungen gemessen, auch dies vermutlich aufgrund von statistischen Fehlern beim messen. Diese sollten laut der Literatur größer sein, dies führte zu Ungenauigkeiten. Dazu gab es nur wenige Punkte die ausgewertet werden konnten, da die Lichtverhältnisse mehr nicht zuließen. Auch dies führte zu weiteren Ungenauigkeiten. Bei der Dispersionskurve wurde die steigung von A_2 bei $n^2(\lambda)$ negativ, dies darf laut Versuchsanleitung nicht geschehen.

Aus diesem Grund weist die Dispersionskurve sowie die Abbesche Zahl grobe Fehler auf und sollte nicht weiterverwendet werden.

Literatur

- [1] Versuch Nr. 402 - Dispersionsmessungen am Glasprisma.
http://129.217.224.2/HOMEPAGE/Anleitung_AP.html (12.12.2012).
- [2] <http://www.ampelplanet.de/studium.htm> (04.01.2013).
- [3] [http://www.enzyklo.de/Begriff/helium neon laser](http://www.enzyklo.de/Begriff/helium%20neon%20laser) (04.01.2013).