Universidade Federal do Espírito Santo – Centro Tecnológico
Curso: Ciência da Computação
Nome do aluno: Renan Campista
Título: Interpolação polinomial por partes via splines cúbicas
Data de entrega: 28/11/2023
Professor(a): Cláudia Galarda Varassin

UFES

Objetivos Gerais:

O trabalho teve como objetivo principal implementar um programa em Python para realizar interpolação cúbica por splines naturais. Utilizando este método, buscamos criar polinômios cúbicos suaves que passam por um conjunto de pontos fornecidos.

O Que Foi Feito:

Desenvolvimento de um programa em Python que implementa a interpolação cúbica por splines naturais. Este programa realiza a interpolação cúbica natural de um conjunto de pontos de entrada. Ele solicita ao usuário a quantidade de pontos de interpolação, os valores de x e y para esses pontos, um valor z para calcular a spline cúbica nesse ponto e a quantidade de pontos m para os quais as imagens das splines serão calculadas. O programa verifica se a entrada está correta, calcula os coeficientes dos polinômios cúbicos naturais e, em seguida, imprime e plota as splines resultantes. O gráfico gerado mostra os pontos de interpolação em vermelho e as splines em um intervalo específico.

Execuções

1. **Problema 1**

   Obter as splines interpoladoras dos seguintes dados:

   5
   1.0 1.3 2.0 3.0 3.5
   0.5 0.2 0.8 1.7 1.3
   1.1
   26

   Fazer o gráfico das splines em D = [a = 1.0, b = 3.5] usando m = 26 pontos (contando com x0 = 1.0 e b = 3.5)

Saida gerada pelo programa:

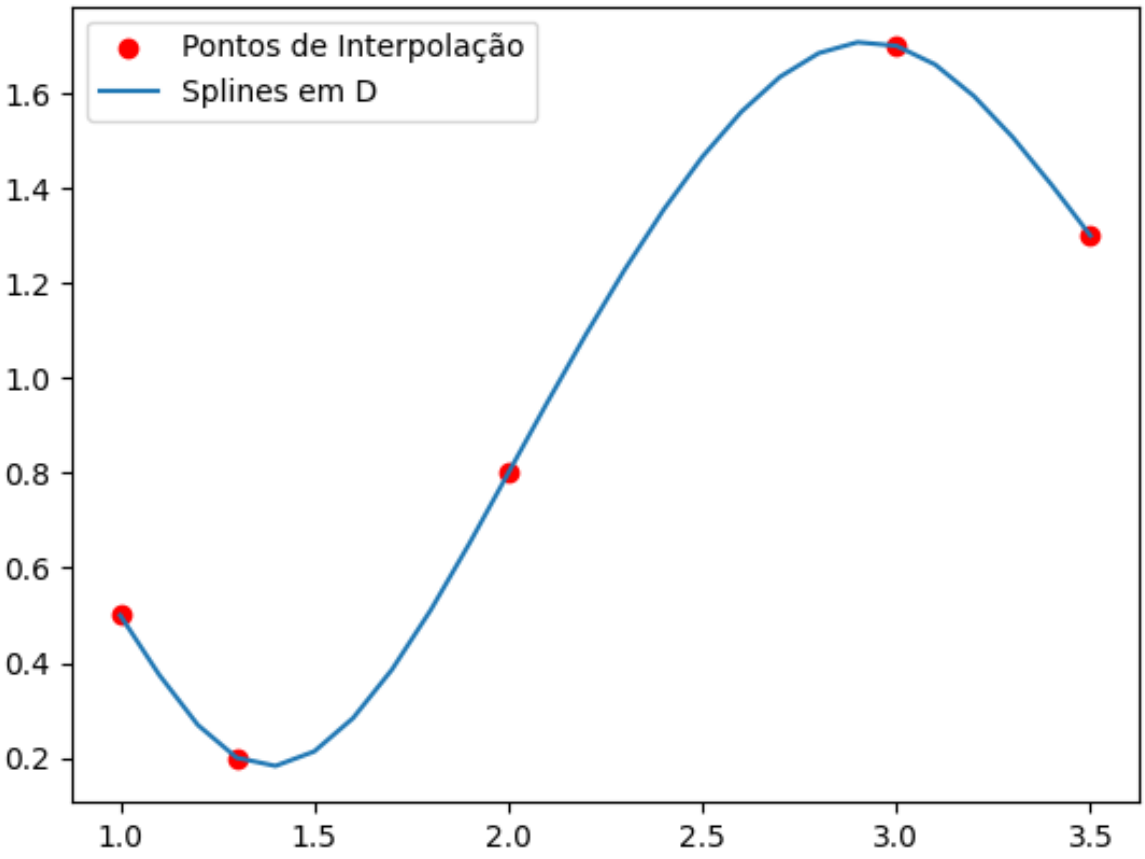
Para z = 1.1, si(z) = 0.3751042106151379
Valores de xi e suas respectivas imagens si(x) para o conjunto de m pontos em D:
x0 = 1.0, si(x0) = 0.5
x1 = 1.1, si(x1) = 0.3751042106151379
x2 = 1.2, si(x2) = 0.2688802632689225
x3 = 1.3, si(x3) = 0.19999999999999996
x4 = 1.4, si(x4) = 0.18266909362681877
x5 = 1.5, si(x5) = 0.21322854008703312
x6 = 1.6, si(x6) = 0.28355316609809916
x7 = 1.7000000000000002, si(x7) = 0.3855177983774729
x8 = 1.8, si(x8) = 0.5109972636426101
x9 = 1.9, si(x9) = 0.651866388610967
x10 = 2.0, si(x10) = 0.8
x11 = 2.1, si(x11) = 0.9480795797822971
x12 = 2.2, si(x12) = 1.0920132309509747
x13 = 2.3, si(x13) = 1.2285157117542822

Universidade Federal do Espírito Santo – Centro Tecnológico
Curso: Ciência da Computação
Nome do aluno: Renan Campista
Título: Interpolação polinomial por partes via splines cúbicas
Data de entrega: 28/11/2023
Professor(a): Cláudia Galarda Varassin

UFES

x14 = 2.4000000000000004, si(x14) = 1.3543017804404696
x15 = 2.5, si(x15) = 1.4660861952577842
x16 = 2.6, si(x16) = 1.5605837144544763
x17 = 2.7, si(x17) = 1.6345090962787951
x18 = 2.8, si(x18) = 1.684577098978989
x19 = 2.9000000000000004, si(x19) = 1.7075024808033072
x20 = 3.0, si(x20) = 1.6999999999999997
x21 = 3.1, si(x21) = 1.6604557252552525
x22 = 3.2, si(x22) = 1.5939409670070035
x23 = 3.3000000000000003, si(x23) = 1.507198346131128
x24 = 3.4000000000000004, si(x24) = 1.4069704835035015
x25 = 3.5, si(x25) = 1.3

Gráfico



Universidade Federal do Espírito Santo – Centro Tecnológico
Curso: Ciência da Computação
Nome do aluno: Renan Campista
Título: Interpolação polinomial por partes via splines cúbicas
Data de entrega: 28/11/2023
Professor(a): Cláudia Galarda Varassin

UFES

2. Problema 2

Obter as splines interpoladoras dos seguintes dados:

9

0.0	1.25	2.5	3.75	5.0	6.25	7.5	8.75	10.0
2.0	3.0	4.3	4.5	4.0	3.4	3.1	3.6	2.4

3.0

51

Fazer o gráfico das splines em D = [a = 0.0, b = 10.0] usando m = 51.

Saida gerada pelo programa:

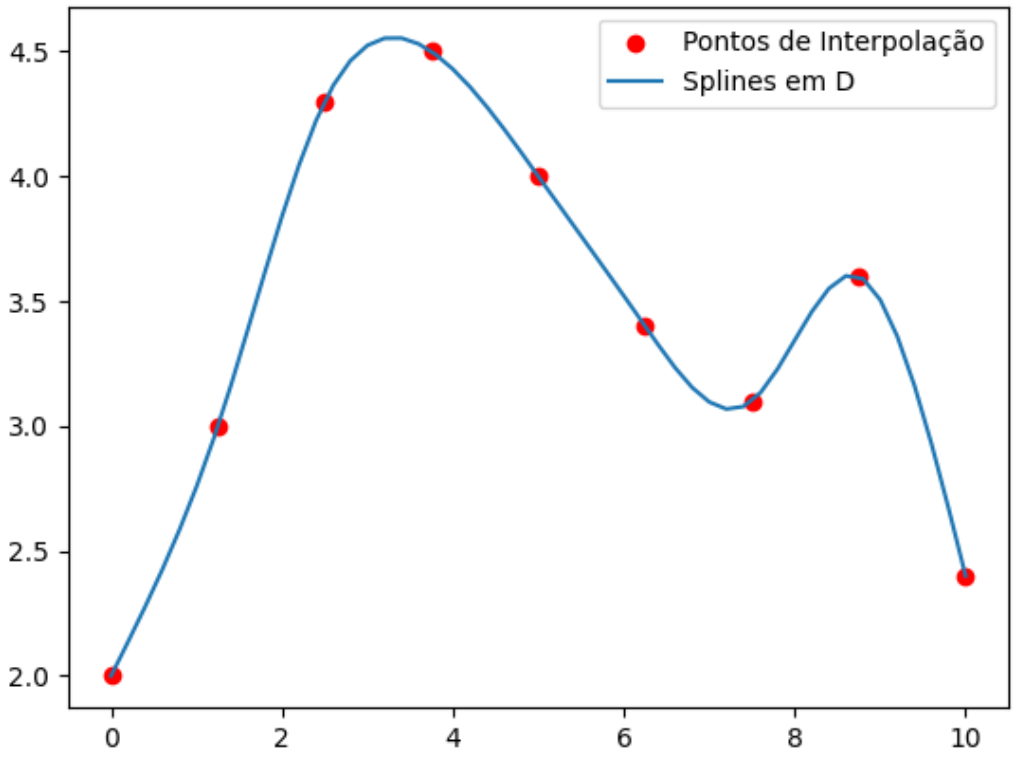
Para z = 3.0, si(z) = 4.524707805596465
Valores de xi e suas respectivas imagens si(x) para o conjunto de m pontos em D:
x0 = 0.0, si(x0) = 2.0
x1 = 0.2, si(x1) = 2.137179810309278
x2 = 0.4, si(x2) = 2.2779568918998527
x3 = 0.6000000000000001, si(x3) = 2.4259285160530197
x4 = 0.8, si(x4) = 2.584691954050074
x5 = 1.0, si(x5) = 2.7578444771723123
x6 = 1.2000000000000002, si(x6) = 2.9489833567010315
x7 = 1.4000000000000001, si(x7) = 3.1607066650957294
x8 = 1.6, si(x8) = 3.386915744329897
x9 = 1.8, si(x9) = 3.6170340453608247
x10 = 2.0, si(x10) = 3.840448011782032
x11 = 2.2, si(x11) = 4.046544087187039
x12 = 2.4000000000000004, si(x12) = 4.224708715169367
x13 = 2.6, si(x13) = 4.364642174963182
x14 = 2.8000000000000003, si(x14) = 4.463262965537555
x15 = 3.0, si(x15) = 4.524707805596465
x16 = 3.2, si(x16) = 4.553427249484536
x17 = 3.4000000000000004, si(x17) = 4.5538718515463925
x18 = 3.6, si(x18) = 4.530492166126657
x19 = 3.8000000000000003, si(x19) = 4.487734037113402
x20 = 4.0, si(x20) = 4.4294733431516935
x21 = 4.2, si(x21) = 4.3584790055964655
x22 = 4.4, si(x22) = 4.2773927634756985
x23 = 4.6000000000000005, si(x23) = 4.188856355817379
x24 = 4.800000000000001, si(x24) = 4.095511521649485
x25 = 5.0, si(x25) = 4.0
x26 = 5.2, si(x26) = 3.9044779216494847
x27 = 5.4, si(x27) = 3.809158984388807
x28 = 5.6000000000000005, si(x28) = 3.7137712777614134
x29 = 5.800000000000001, si(x29) = 3.6180428913107505

Universidade Federal do Espírito Santo – Centro Tecnológico
Curso: Ciência da Computação
Nome do aluno: Renan Campista
Título: Interpolação polinomial por partes via splines cúbicas
Data de entrega: 28/11/2023
Professor(a): Cláudia Galarda Varassin

UFES

x30 = 6.0, si(x30) = 3.521701914580265
x31 = 6.2, si(x31) = 3.4244764371134018
x32 = 6.4, si(x32) = 3.326695594698085
x33 = 6.6000000000000005, si(x33) = 3.2339198515463914
x34 = 6.800000000000001, si(x34) = 3.154403249484536
x35 = 7.0, si(x35) = 3.096422091310751
x36 = 7.2, si(x36) = 3.0682526798232694
x37 = 7.4, si(x37) = 3.078171317820324
x38 = 7.6000000000000005, si(x38) = 3.13385385802651
x39 = 7.800000000000001, si(x39) = 3.2291658014727544
x40 = 8.0, si(x40) = 3.344162297496318
x41 = 8.200000000000001, si(x41) = 3.4582980453608254
x42 = 8.4, si(x42) = 3.551027744329897
x43 = 8.6, si(x43) = 3.6018060936671574
x44 = 8.8, si(x44) = 3.590173756701031
x45 = 9.0, si(x45) = 3.5060730486008835
x46 = 9.200000000000001, si(x46) = 3.3596478397643583
x47 = 9.4, si(x47) = 3.1633630303387332
x48 = 9.600000000000001, si(x48) = 2.9296835204712797
x49 = 9.8, si(x49) = 2.671074210309277
x50 = 10.0, si(x50) = 2.3999999999999995

Gráfico



Universidade Federal do Espírito Santo – Centro Tecnológico
Curso: Ciência da Computação
Nome do aluno: Renan Campista
Título: Interpolação polinomial por partes via splines cúbicas
Data de entrega: 28/11/2023
Professor(a): Cláudia Galarda Varassin

UFES

Instruções para Rodar o Programa:

1. Execute o script Python em um ambiente que suporte a linguagem Python (por exemplo, um terminal ou IDE).
2. O programa solicitará a entrada dos seguintes dados via teclado:
    - A quantidade de pontos de interpolação (n).
    - Os valores de x separados por espaço.
    - Os valores de y separados por espaço.
    - O valor de z.
    - A quantidade de pontos m para calcular as imagens das splines em D.
3. Após fornecer os dados, o programa calculará si(z) e imprimirá os valores de si(x) para o conjunto de pontos igualmente espaçados em D.
4. O programa também plotará as splines e os pontos de interpolação e salvará esse gráfico em um arquivo chamado “spline.png”

Observações:

- Certifique-se de fornecer os dados conforme solicitado pelo programa.
- Garanta que o ambiente de execução tenha o Python instalado.
- Pode ser necessário instalar a biblioteca Matplotlib, dependendo do ambiente, usando o comando pip install matplotlib.

Código Utilizado:

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

def cubic_spline_natural(x, y):
    """
    Calcula os coeficientes dos polinômios cúbicos naturais para interpolação.

    Args:
        x (list): Lista de coordenadas x dos pontos de interpolação.
        y (list): Lista de coordenadas y dos pontos de interpolação.

    Returns:
        tuple: Coeficientes dos polinômios cúbicos naturais (a, b, c, d).
    """
    n = len(x)
    h = {k: x[k+1] - x[k] for k in range(n - 1)}

    # Construção da matriz tridiagonal
    A = np.zeros((n, n))
    for i in range(1, n - 1):
```

```
            A[i, i-1] = h[i-1]
            A[i, i] = 2 * (h[i-1] + h[i])
            A[i, i+1] = h[i]

        A[0, 0] = 1
        A[-1, -1] = 1

        # Construção do vetor B
        B = np.zeros(n)
        for k in range(1, n - 1):
            B[k] = 3 * ((y[k+1] - y[k]) / h[k] - (y[k] - y[k-1]) / h[k-1])

        # Resolução do sistema linear para obter os coeficientes c
        c = np.linalg.solve(A, B)

        # Cálculo dos demais coeficientes a, b, d
        a = y
        b = np.zeros(n-1)
        d = np.zeros(n-1)
        for k in range(n-1):
            b[k] = (1/h[k]) * (a[k+1] - a[k]) - (h[k]/3) * (2*c[k] + c[k+1])
            d[k] = (c[k+1] - c[k]) / (3 * h[k])

        return a, b, c, d

    def evaluate_spline(x, a, b, c, d, xi):
        """
        Avalia o valor da spline cúbica no ponto xi.

        Args:
            x (list): Lista de coordenadas x dos pontos de interpolação.
            a (list): Coeficientes a dos polinômios cúbicos naturais.
            b (list): Coeficientes b dos polinômios cúbicos naturais.
            c (list): Coeficientes c dos polinômios cúbicos naturais.
            d (list): Coeficientes d dos polinômios cúbicos naturais.
            xi (float): Ponto onde a spline cúbica é avaliada.

        Returns:
            float: Valor da spline cúbica no ponto xi.
        """
        k = 0
        while x[k+1] < xi:
            k += 1

        # Distância do ponto xi para o ponto inicial do intervalo
        dx = xi - x[k]
```

```
•
•       # Avaliação do polinômio cúbico no ponto xi
•       result = a[k] + b[k] * dx + c[k] * dx**2 + d[k] * dx**3
•       return result
•
•   # Entrada dos valores via teclado
•   n = int(input("Digite a quantidade de pontos de interpolação: "))
•   x_values = list(map(float, input("Digite os valores de x separados por
    espaço: ").split()))
•   y_values = list(map(float, input("Digite os valores de y separados por
    espaço: ").split()))
•   z_value = float(input("Digite o valor de z: "))
•   m = int(input("Digite a quantidade de pontos m para calcular as imagens
    das splines em D: "))
•
•   # Verifica se o número de pontos de interpolação é igual
•   if len(x_values) != n or len(y_values) != n:
•       print("Erro: O número de pontos de interpolação não é igual.")
•   else:
•       a, b, c, d = cubic_spline_natural(x_values, y_values)
•
•       # Calcular si(z)
•       si_z = evaluate_spline(x_values, a, b, c, d, z_value)
•       print(f"Para z = {z_value}, si(z) = {si_z}")
•
•       # Imprimir valores xi e suas respectivas imagens si(x) para o con-
    junto de m pontos em D
•       print("Valores de xi e suas respectivas imagens si(x) para o conjun-
    to de m pontos em D:")
•       for i, xi in enumerate(np.linspace(x_values[0], x_values[-1], m)):
•           si_xi = evaluate_spline(x_values, a, b, c, d, xi)
•           print(f"x{i} = {xi}, si(x{i}) = {si_xi}")
•
•       # Gerar pontos igualmente espaçados em D para plotagem
•       plot_points = np.linspace(x_values[0], x_values[-1], m)
•
•       # Calcular as imagens das splines em D
•       spline_images = [evaluate_spline(x_values, a, b, c, d, xi) for xi in
    plot_points]
•
•       # Plotar as splines em D
•       plt.scatter(x_values, y_values, color='red', label='Pontos de Inter-
    polação')
•       plt.plot(plot_points, spline_images, label='Splines em D')
•       plt.legend()
•       plt.savefig('spline.png')
```