UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

INSTITUTO DE CIÊNCIAS MATEMÁTICAS E COMPUTACIONAIS - ICMC

Notas de Física II

Renan Wenzel - 11169472

Professor - Luis Gustavo Marcassa
E-mail: marcassa@ifsc.usp.br

9 de agosto de 2023

Disclaimer

Essas notas não possuem relação com professor algum.
Qualquer erro é responsabilidade solene do autor.
Caso julgue necessário, contatar: renan.wenzel.rw@gmail.com

Conteúdo

0 Aula 00 - 07/08/2023

Avisos sobre o curso (Ler e baixar o pdf no e-disciplinas!!!!);

1 Aula 01 - 09/08/2023

1.1 Motivações

- Ângulos, velocidade angular e aceleração angular;
- Energia em sistemas com rotação.

1.2 Rotação

Antes de qualquer coisa, convencionamos o sentido antihorário como aquele em que $\Delta\theta > 0$ e o sentido horário como o que $\Delta\theta < 0$. Uma volta completa em torno do círculo é dada pela versão com 2π da fórmula do arco de círculo $\Delta S_i = r_i \Delta\theta = 2\pi r_i$ e, com isso, a variação do ângulo em uma volta completa é dada por

$$\Delta\theta = \frac{S_i}{r_i} = \frac{2\pi r_i}{r_i} = 2\pi rad.$$

Um dos assuntos de importância para nós é o estudo da variação temporal do ângulo. Definimos, nessa lógica, a velocidade angular média por

$$\omega_{med} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}.$$

De modo análogo ao que vimos com cinemática, existe também a velocidade angular instantânea, obtida tomando o limite:

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}.$$

Observa-se de cara que, se $\omega > 0, \theta$ aumenta e, se $\omega < 0, \theta$ diminui. Assim como antes, precisamos ver, também, a unidade. Em cinemática, a unidade de velocidade era metro por segundo. Dessa vez, já que o ângulo move-se em radianos, mas há outras unidades, como a revolução e o grau. Logo, as unidades de ω podem ser $[\omega] = \frac{radianos}{tempo} = \frac{rad}{s}, \frac{graus}{s}, \frac{\text{revolução}}{s}$, em que $1\text{revolução} = 2\pi rad = 360\deg$

Por exemplo, se um CD roda a 3000rpm, pode-se expressar essa velocidade de rotação como

$$\omega = 3000rpm = \frac{3000 \cdot 2\pi}{60} = \frac{600}{6}\pi = 100\pi\frac{rad}{s}.$$

Analogamente, é possível analisar a variação da própria velocidade angular com o tempo, resultando na chamada acelerações angulares média e instantânea:

$$\alpha_{med} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad \alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\theta}{dt}\right) = \frac{d^2\theta}{dt^2}.$$

A unidade dessa grandeza, novamente, similar à versão linear dela, será dada em $[\alpha] = \frac{radiano}{s^2}$, ou $[\alpha] = \frac{grau}{s^2}$, etc. Nessas situações todas, se $\alpha > 0, \omega$ aumenta e, se $\alpha < 0, \omega$ diminui.

Agora, suponha que α é constante. Todos os processos de movimento uniformemente acelerado são válidos aqui também:

Exemplo 1. *Suponha que há um CD que começa no repouso. Ele começa a girar, indo de 0 a 500rpm em 5.5s. Pergunta-se:*

a) Quanto vale α?

b) Quantas voltas o CD dá em 5.5s?

c) Qual é a distância percorrida por uma ponta a 6cm do eixo de rotação?

	Variáveis angulares	**Variáveis escalares**
Posição	$\theta(t) = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{\alpha t^2}{2}$	$s(t) = R\theta(t)$
Velocidade	$\omega(t) = \omega_0 + \alpha t = \frac{d\theta}{dt}$	$v(t) = v_0 + at = \frac{dx}{dt}$
Aceleração	$\alpha(t) = \frac{d\omega(t)}{dt} = \frac{d^2\theta(t)}{dt^2}$	$\lvert\vec{a}(t)\rvert = \frac{dv(t)}{dt} = R\alpha(t), \quad \lvert\vec{a}_{cp}\rvert = \frac{v^2}{R}$
Torricelli	$\omega^2(t) = \omega_0^2 + 2\alpha\Delta\theta$	$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s.$

Tabela 1: Resumo movimento circular.

Soluções:

a) Temos $\omega(0) = 0, \omega(5.5) = 500rpm$. Segue que

$$\omega(t) = \omega_0 + \alpha t \Rightarrow \alpha = \frac{\omega(t)}{t} = \frac{500 \cdot 2\pi}{5.5 \cdot 60} \approx 9.52\frac{rad}{s^2}$$

b) Aplicamos o Torricelli angular com os dados que temos:

$$\omega^2 = 2\alpha\Delta\theta \Rightarrow \delta\theta = \frac{\omega^2}{2\alpha} \approx 144rad \Rightarrow \frac{144}{2\pi}rad \approx 23rotações.$$

c) Por fim, multiplicando a variação do ângulo pelo raio, obtemos

$$\Delta S_i = r\Delta\theta = 6 \cdot 10^{-2} \cdot 144 \approx 8.65m.$$

Olhando de forma cautelosa a fórmula de arco de circulo, podemos derivá-la com respeito ao tempo utilizando o que vimos até agora:

$$\frac{dS_i}{dt} = V_t = r_i\frac{d\theta}{dt} = r_i\omega.$$

Essa derivação resulta em uma velocidade linear, que também pode ser derivada a fim de obter uma aceleração linear

$$\frac{dV_t}{dt} = r_i\frac{d\omega}{dt} \Rightarrow a_t = r_i\alpha.$$

Note a relação entre as duas acelerações que obtivemos, $a_c = \frac{V_t^2}{r_i} = \frac{r_i^2\omega^2}{r_i} = r_i\omega^2$.

1.3 Energia Cinética de Rotação

A energia cinética, como vista previamente, é dada por

$$\mathcal{K} = \frac{1}{2}m_i v_i^2.$$

Agora, imagine um corpo discreto (formado por vários pontos). Somemos as energias deles, tal que a energia cinética total é

$$\mathcal{K}_T = \sum \frac{1}{2}m_i v_i^2.$$

Mas, sabemos que $v_i = r_i\omega$, tal que

$$\mathcal{K} = \frac{1}{2}\sum m_i r_i^2\omega^2 = \frac{1}{2}\left[\sum m_i r_i^2\right]\omega^2$$

Chamemos o termo em colchete de momento de inércia, denotado por $I := \sum m_i r_i^2 = \sum I_i$. Logo,

$$\boxed{\mathcal{K}_T = \frac{1}{2}I\omega^2.}$$