UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

INSTITUTO DE CIÊNCIAS MATEMÁTICAS E COMPUTACIONAIS - ICMC

# Notas de Física

**Renan Wenzel - 11169472**

**Patrícia Christina Marques Castilho - patricia.castilho@ifsc.usp.br**

27 de março de 2023

# Conteúdo

# 1 Aula 00 - 23/03/2023

(Revisão Unidades de Medidas)

# 2 Aula 01 - 27/03/2023

- Revisar propriedades de derivadas;
- Aplicar derivadas em movimento 1D.

## 2.1 Movimentos 1D

Dada uma partícula com posição descrita por $x = x(t)$, em que t é a variável de tempo, denotamos seu deslocamento por $\Delta x = x_2 - x_1 = x(t_2) - x(t_1)$. Analogamente, o intervalo de tmepo é definido por $\Delta t = t_2 - t_1$. Com essas ferramentas, já podemos definir a velocidade média de um objeto em uma dimensão como $\vec{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$. Observe que, quanto menor o intervalo de tempo, mais momentâneo se torna essa definição, de modo que a velocidade instantânea pode ser encontrada como

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{\Delta t} = \vec{v}(t).$$

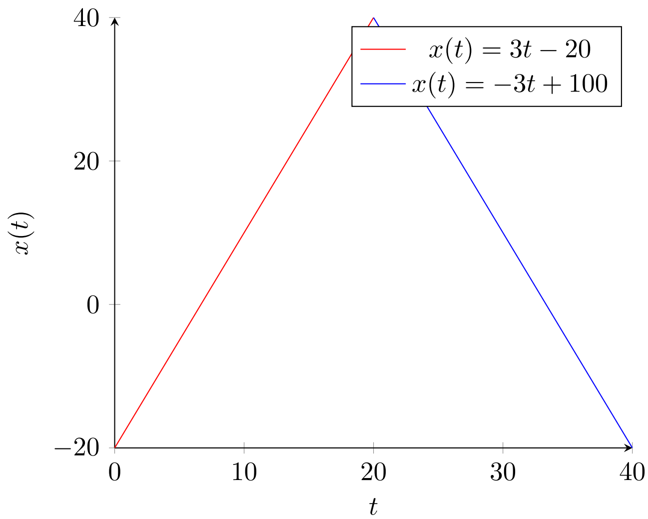
Regras de derivadas:

$$\begin{aligned}
&f(t) = c \Rightarrow \frac{df}{dt} = 0 \text{ Derivada de uma constante é sempre nula;}\\
&f(t) = x^n \Rightarrow \frac{df}{dt} = nx^{n-1} \text{ Regra do tombo;}\\
&f(t) = A\sin(t) \Rightarrow \frac{df}{dt} = A\cos(t);\\
&f(t) = B\cos(t) \Rightarrow \frac{df}{dt} = -B\sin(t);\\
&f(t) = Ce^t \Rightarrow \frac{df}{dt} = Ce^t.
\end{aligned}$$

**Exemplo 1.**

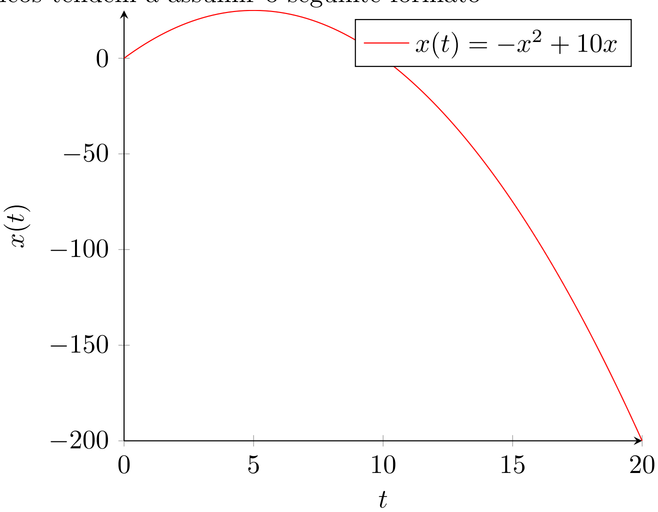
$$\begin{aligned}
&i) f(t) = 3t^4 + t^2 \Rightarrow \frac{df}{dt} = 12t^3 + 2t\\
&ii) f(t) = 5\sin(t) + 3(t^2 + 1) = 5\sin(t) + 3t^2 + 3 \Rightarrow \frac{df}{dt} = 5\cos(t) + 6t
\end{aligned}$$

A partir deste ponto, tome t como tempo, x(t) como posição e v(t) a velocidade instantânea.

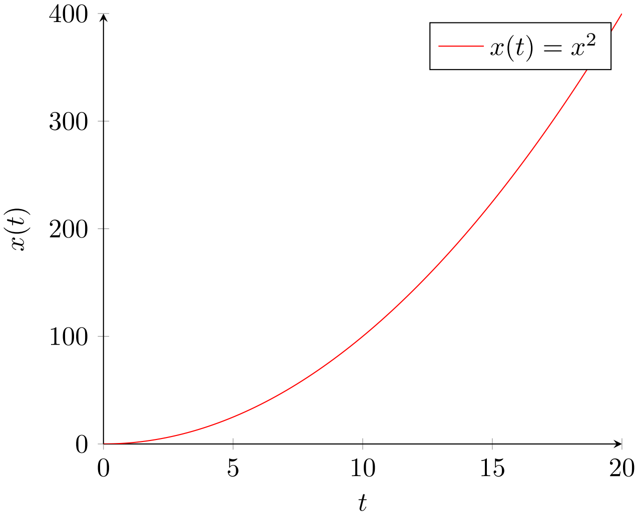


Esse movimento em que a velocidade é descrita por uma linha reta é conhecido como movimento retilíneo uniforme, pois a velocidade $v(t)$ muda de forma linear, i.e., $\frac{dx}{dt} = c$, em que c é uma constante.

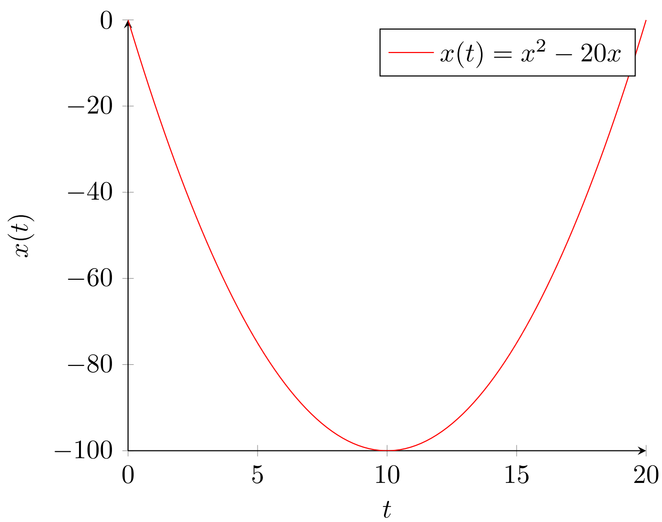
Por outro lado, há outro tipo de movimento, o movimento retilíneo uniformemente variado, em que a velocidade não é constante. A ação responsável por mudar a velocidade é conhecida como aceleração, e os gráficos tendem a assumir o seguinte formato




Ou, caso a velocidade cresça com o tempo,




Há ainda o caso em que a velocidade cresce por um tempo e diminui depois, com gráficos como o que segue




Nestes casos, para calcular o deslocamento da particula, precisamos somar muito mais intervalos de tempo. Para isso, observe que cada instante, a posição da partícula pode ser encontrada multiplicando-se o intervalo de tempo pela velocidade instanânea, i.e., $\Delta x'_i = v'_i \Delta t'_i$. Quebrando os intervalos desta forma, o deslocamento de um ponto a outro é denotado por

$$\Delta x_{1,2} = x(t_2) - x(t_1) \approx \sum_{k=1}^{N} \Delta x'_i = \sum_{k=1}^{N} v'_i \Delta t'_i$$

Assim como para a velocidade instantânea, quanto menor tomarmos o intervalo de tempo, mais preciso é o valor encontrado para $\Delta x_{1,2}$, o que indica uma boa oportunidade para o uso do limite novamente. Com isso, definimos

$$x(t_2) - x(t_1) = \lim_{\Delta t' \to 0} \sum_{i=1}^{N} v(t'_i) \Delta t'_i = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt$$

Este último símbolo, chamado integral, descreve a área "embaixo" da curva da função f(t) dentro do intervalo $[t_1, t_2]$. Supondo que c e k são constantes quaisquer, seguem abaixo algumas das regras de integração:

$$i) f(t) = ct^n \Rightarrow \frac{df}{dt} = nct^{n-1} \Rightarrow F(t) = \frac{ct^{n+1}}{n+1} \text{ (Primitiva de f)}$$

$$ii) \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt = F(t_2) - F(t_1) = \frac{c}{n+1} t_2^{n+1} - \frac{c}{n+1} t_1^{n+1} \text{ (Integral definida de f)}$$

$$iii) \int f(t) dt = \frac{c}{n+1} t^{n+1} + k \text{ (Integral indefinida de f)}$$

Para conferir se a integral está correta, é preciso derivar a função F e, se obter como resultado a função f, significa que está correto. Com este conhecimento em mente, segue que

$$\boxed{x(t) = \int v_0 dt = v_0 t + x_0}$$

Algumas outras regras importantes:

$$iv) \frac{d \sin(t)}{dt} = \cos(t) \Rightarrow \int \cos(t) dt = \sin(t) + c$$

$$v) \frac{d \cos(t)}{dt} = -\sin(t) \Rightarrow \int \sin(t) dt = \cos(t) + c$$

$$vi) \frac{de^t}{dt} = e^t \Rightarrow \int e^t dt = e^t + c$$

Ou seja, em certo sentido, a integral e a derivada são dois lados da mesma moeda, assim como mulitplicação e divisão ou adição e subtração.