

***Integrais de Superfície**

Definida a parametrização de superfícies, vamos entender como funcionam as integrais de uma função sobre uma superfície. Seja S uma superfície suave parametrizada por

em que $D \subseteq \mathbb{R}^2$ e $f(x, y, z)$ é uma função escalar definida e contínua num domínio em \mathbb{R}^3 contendo S . A integral de superfície de f sobre S é dada por

Exemplo 1 Calcule a integral de superfície $\int_S (x + y^2) dS$, em que S é o cilindro $x^2 + y^2 = 4, 0 \leq z \leq 3$.
Solução Usando a parametrização $r(u, v) = (2 \cos u, 2 \sin u, v)$, com $0 \leq u < 2\pi$ e $0 \leq v \leq 3$, temos $r_u = (-2 \sin u, 2 \cos u, 0)$ e $r_v = (0, 0, 1)$. Assim, os vetores tangentes são $r_u = (-2 \sin u, 2 \cos u, 0)$, $r_v = (0, 0, 1)$, tal que o $r_u \times r_v = (2 \cos u, 2 \sin u, 0)$ e $\|r_u \times r_v\| = 4$.

Estando trabalhando com superfícies, é necessário lidar com a questão da orientação dela. No entanto, por questões de