Explanations

Renan Wenzel

2 de fevereiro de 2023

Mostre que $\lim_{x\to 0}x^2=0$. Dado $\epsilon>0$, queremos encontrar um $\delta>0$ satisfazendo " $0<|x-0|<\delta$, então $|x^2-0|<\epsilon$ ". Observe que

$$|x^2 - 0| < \epsilon \Longleftrightarrow |x - 0| < \sqrt{\epsilon}$$

Com isso, colocando $\delta = \sqrt{\epsilon},$ segue que, se $0 < |x-0| < \delta,$ então

$$|x-0| < \delta \Rightarrow |x-0| < \sqrt{\epsilon} \Rightarrow |x^2-0| < \epsilon$$

Portanto, pela definição de limite, $\lim_{x\to 0} x^2 = 0.$ \blacksquare