Universidade Estadual de Campinas
Faculdade de Engenharia Mecânica
Engenharia Assistida por Computador

Atividade 8
Flambagem de treliças

Renan Miranda Portela

10 de dezembro de 2018

1 INTRODUÇÃO

Este trabalho apresenta a formulação do processo de otimização da carga crítica em casos de flambagem em sistemas modelados por elementos de barra e os resultados obtidos para os problemas propostos em sala de aula.

O objetivo desta tarefa é a implementação computacional do algoritmo de maximização da carga crítica em elementos de barra.

2 METODOLOGIA

A análise de flambagem elástico-linear inicia pelo cálculo linear do equilíbrio através da equação 2.1

$$[kg]u_0 = F \tag{2.1}$$

Com os deslocamentos u_0, calculam-se os esforços longitudinais em cada barra

$$\bar{N} = \sigma_{xx}A = EA\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{EA}{L}(\bar{u}_j - \bar{u}_i) \tag{2.2}$$

$$\bar{u}_i = cos(\theta)u_i + sen(\theta)v_i \tag{2.3}$$

$$\bar{u}_j = cos(\theta)u_j + sen(\theta)v_j \tag{2.4}$$

Montam-se as matrizes $[k_g]$ e $[k_{geo}]$

$$[k_e] = \frac{EA}{L_e}\begin{bmatrix} cos(\theta)^2 & cos(\theta)sen(\theta) & -cos(\theta)^2 & cos(\theta)sen(\theta) \\ & sen(\theta)^2 & -cos(\theta)sen(\theta) & -sen(\theta)^2 \\ & & cos(\theta)^2 & cos(\theta)sen(\theta) \\ sim. & & & sen(\theta)^2 \end{bmatrix} \tag{2.5}$$

$$[k_g] = A_{i=1}^{nel}[k_e] \tag{2.6}$$

$$[k_{geo_e}] = \frac{-N}{L_e}\begin{bmatrix} sen(\theta)^2 & -cos(\theta)sen(\theta) & -sen(\theta)^2 & cos(\theta)sen(\theta) \\ & cos(\theta)^2 & cos(\theta)sen(\theta) & -cos(\theta)^2 \\ & & sen(\theta)^2 & -cos(\theta)sen(\theta) \\ sim. & & & cos(\theta)^2 \end{bmatrix} \tag{2.7}$$

$$[k_{geo_g}] = A_{i=1}^{nel}[k_{geo_e}] \tag{2.8}$$

O problema dinâmico é governado pela equação

$$([k_g] - \lambda_N([k_{geo_g}]))\phi_j = 0 \tag{2.9}$$

onde λ_N está associado a carga crítica pela equação e ϕ_j são os modos de flambagem.
A equação 2.10 dá o valor da carga crítica da coluna, onde F é a carga aplicada.

$$F_{CR} = \lambda_N F \tag{2.10}$$

O número de sensibilidade são calculados da seguinte maneira

$$\alpha_1^i = \Delta\lambda_i = -{\phi_1^i}^T [\Delta k_e] \phi_1^i \tag{2.11}$$

$$\alpha_i^+ = \Delta\lambda_i = -{\phi_1^i}^T ([k_e^i(A+\Delta A)] - [k_e^i(A)])\phi_1^i \tag{2.12}$$

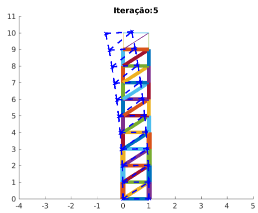
$$\alpha_i^- = \Delta\lambda_i = -{\phi_1^i}^T ([k_e^i(A-\Delta A)] - [k_e^i(A)])\phi_1^i \tag{2.13}$$

Para aumentar λ_1, seleciona-se aumentar os elementos com maior α_i^+ (2.12) e reduzir os elementos com maior α_i^- (2.13).

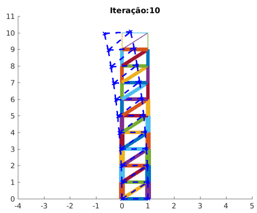
3 Resultados

Na figura 3.1, verifica-se a otimização das áreas das barras da treliça para maximizar a carga crítica da estrutura. As barras mais claras são menores e as mais escuras, maiores. Verifica-se que as barras mais espessas ficaram concentradas na base, enquanto que as mais finas se concentram na região superior.

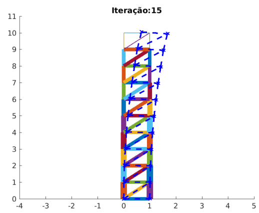
A figura 3.2 mostra a evolução do fator da carga crítica λ_N de 29,41 para 45,80.



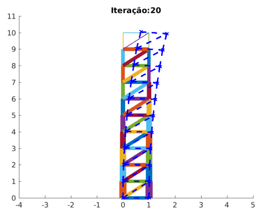
(a) 5 iterações



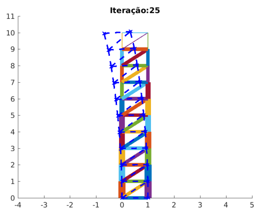
(b) 10 iterações



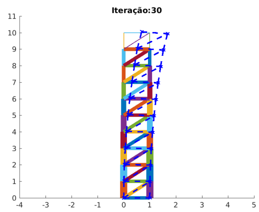
(c) 15 iterações



(d) 20 iterações



(e) 25 iterações



(f) 30 iterações

Figura 3.1: Otimização topológica da treliça sob flambagem

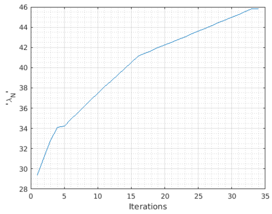


Figura 3.2: Fator de multiplicação λ_N da carga crítica

4 Conclusão

Os resultados demonstraram que o processo de otimização implementado conseguiu maximizar efetivamente a carga crítica das estruturas analisadas. Dessa forma, conclui-se que o programa desenvolvido atendeu aos objetivos propostos, podendo ser empregado na otimização de sistemas mecânicos modelados através de elementos de barra.

Referências

[1] Notas de aula.