

Atividade 2

ESO Tensão

Renan Miranda Portela

14 de outubro de 2018

1 OBJETIVO

O objetivo desta atividade foi implementar computacionalmente o processo de otimização topológica em uma viga, mostrada na figura 1.1, pelo método ESO (*Evolutionary Structural Optimization*) usando o critério de tensão.

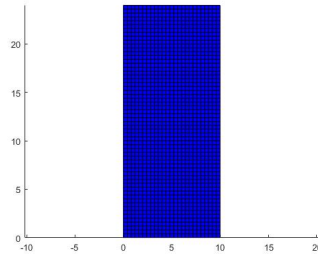


Figura 1.1: Malha inicial

2 METODOLOGIA

A metodologia empregada, mostrada na figura 2.1, foi, em primeiro passo, utilizar o método dos elementos finitos para discretizar a geometria inicial em elementos. Na lateral esquerda da geometria mostrada em 1.1 os nós dos elementos foram engastados e em um nó intermediário na lateral direita foi atribuída uma carga vertical para baixo de 1000 N.

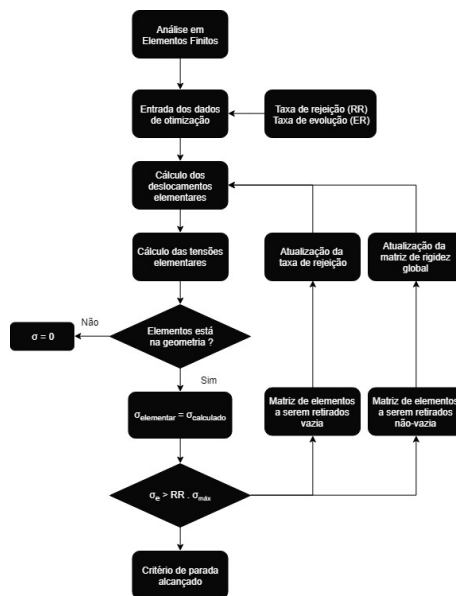


Figura 2.1: Algoritmo ESO-Tensão

Em seguida, foi computada a matriz de elasticidade $[D]$ mostrada na equação 2.1. A partir da matriz de elasticidade calcula-se a matriz de rigidez elementar $[K_e]$ mostrada na equação 2.2 e realizada a montagem da matriz global $[K_g]$.

Aplicando o método ESO-Tensão, foi criado um vetor de retirada de elementos. Aqueles elementos presentes na geometria teriam valor 1 e os retirados da geometria, 0. Os elementos retirados tem a matriz de rigidez elementar redimensionada, diminuindo em 1000 vezes em relação ao valor da matriz elementar original, esse processo de redimensionamento é chamado de *soft kill*.

Em paralelo, foram computados os deslocamentos de cada nó, aqueles que encontravam-se engastados tiveram deslocamento igual a zero. O vetor deslocamento foi utilizado para computar a tensão em cada elemento.

$$[D] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

$$[K_e] = \begin{bmatrix} \frac{D_{11}b}{3a} + \frac{D_{33}a}{3b} & \frac{D_{12}+D_{33}}{4} & -\frac{D_{11}b}{3a} + \frac{D_{33}a}{6b} & \frac{D_{12}-D_{33}}{4} & -\frac{D_{11}b}{6a} - \frac{D_{33}a}{6b} & -\frac{D_{12}-D_{33}}{4} & \frac{D_{11}b}{6a} + \frac{D_{33}a}{3b} & -\frac{D_{12}+D_{33}}{4} \\ \frac{D_{22}a}{3b} + \frac{D_{33}b}{3a} & \frac{-D_{12}+D_{33}}{4} & \frac{D_{11}b}{3a} + \frac{D_{33}a}{3b} & \frac{D_{22}a}{6b} - \frac{D_{33}b}{3a} & -\frac{D_{12}-D_{33}}{4} & -\frac{D_{22}a}{6b} - \frac{D_{33}b}{6a} & \frac{D_{11}b}{6a} - \frac{D_{33}a}{3b} & -\frac{D_{22}a}{4} + \frac{D_{33}b}{6a} \\ \frac{D_{11}b}{3a} + \frac{D_{33}a}{3b} & \frac{-D_{12}+D_{33}}{4} & \frac{D_{11}b}{3a} + \frac{D_{33}a}{3b} & \frac{D_{22}a}{6b} - \frac{D_{33}b}{3a} & -\frac{D_{12}-D_{33}}{4} & -\frac{D_{22}a}{6b} - \frac{D_{33}b}{6a} & \frac{D_{11}b}{6a} - \frac{D_{33}a}{3b} & -\frac{D_{22}a}{4} + \frac{D_{33}b}{6a} \\ \frac{D_{22}a}{6b} - \frac{D_{33}b}{3a} & \frac{D_{11}b}{3a} + \frac{D_{33}a}{3b} & \frac{D_{22}a}{6b} - \frac{D_{33}b}{3a} & \frac{D_{11}b}{3a} + \frac{D_{33}a}{3b} & -\frac{D_{12}-D_{33}}{4} & -\frac{D_{22}a}{6b} - \frac{D_{33}b}{6a} & \frac{D_{11}b}{6a} - \frac{D_{33}a}{3b} & -\frac{D_{22}a}{4} + \frac{D_{33}b}{6a} \\ -\frac{D_{12}-D_{33}}{4} & -\frac{D_{22}a}{6b} - \frac{D_{33}b}{6a} & -\frac{D_{12}-D_{33}}{4} & -\frac{D_{22}a}{6b} - \frac{D_{33}b}{6a} & \frac{D_{11}b}{3a} + \frac{D_{33}a}{3b} & -\frac{D_{12}+D_{33}}{4} & -\frac{D_{11}b}{6a} - \frac{D_{33}a}{6b} & \frac{D_{22}a}{3b} + \frac{D_{33}b}{3a} \\ \frac{D_{11}b}{6a} + \frac{D_{33}a}{3b} & \frac{D_{11}b}{6a} - \frac{D_{33}a}{3b} & \frac{D_{11}b}{6a} - \frac{D_{33}a}{3b} & \frac{D_{11}b}{6a} - \frac{D_{33}a}{3b} & -\frac{D_{12}+D_{33}}{4} & -\frac{D_{11}b}{6a} - \frac{D_{33}a}{6b} & \frac{D_{22}a}{3b} + \frac{D_{33}b}{3a} & \frac{D_{11}b}{3a} + \frac{D_{33}a}{3b} \\ \frac{D_{22}a}{3b} + \frac{D_{33}b}{3a} & \frac{D_{22}a}{3b} + \frac{D_{33}b}{3a} & \frac{D_{22}a}{3b} + \frac{D_{33}b}{3a} & \frac{D_{22}a}{3b} + \frac{D_{33}b}{3a} & \frac{D_{11}b}{3a} + \frac{D_{33}a}{3b} & -\frac{D_{12}+D_{33}}{4} & -\frac{D_{11}b}{6a} - \frac{D_{33}a}{6b} & \frac{D_{22}a}{3b} + \frac{D_{33}b}{3a} \end{bmatrix}$$

simétrico

(2.2)

Em cada iteração realizada, verificava-se os elementos que teriam tensão baixa o suficiente para serem retirados da geometria como na equação 2.3. Os elementos retirados não voltam mais à geometria e tem tensão igualada a zero até o final da otimização. Caso a tensão de todos os elementos restantes na geometria for maior ou igual ao produto da taxa de rejeição pela tensão máxima, a matriz de elementos a serem retirados verifica-se vazia, então aumenta-se a taxa de rejeição até que haja algum elemento a ser retirado da malha mostrada na figura 1.1.

$$\sigma_e < rr \cdot \sigma_{max} \quad (2.3)$$

Utiliza-se como critério de parada o volume final da estrutura. Quando a quantidade de elementos for menor ou igual a um percentual do volume inicial, interrompe-se o laço *while*, finalizando o processo de otimização.

3 RESULTADOS

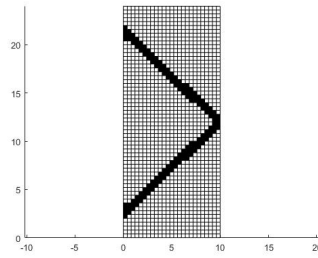
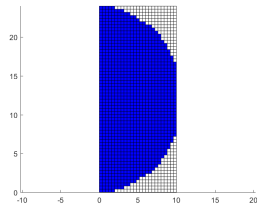
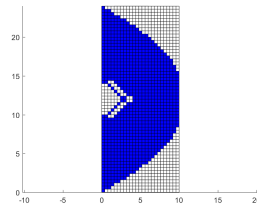


Figura 3.1: Geometria otimizada

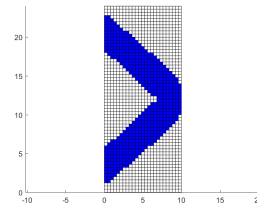
O resultado da geometria otimizada é mostrado na figura 3.1. Essa geometria atendeu o critério de parada da otimização iterativa de alcançar a penalização de 24% da tensão máxima, σ_{max} . A imagem 3.2 mostra a evolução da geometria.



(a) 15 iterações



(b) 33 iterações



(c) 63 iterações

Figura 3.2: Evolução da geometria

Sendo assim, o elemento de viga curta pode ser substituído por uma treliça composta por dois elementos, também chamado de *two-bar*. As tensões máximas, mínimas e as médias são mostradas na figura 3.3. Verifica-se que nas iterações finais a tensão máxima salta de 1,6 para 1,8 MPa.

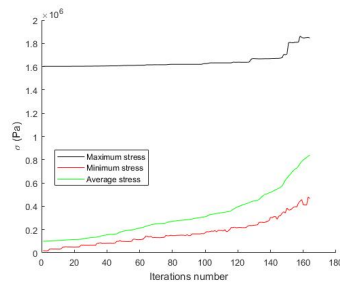


Figura 3.3: Gráfico das tensões

4 CONCLUSÃO

No gráfico mostrado na figura 3.3, verificam-se as tensões máximas e mínimas em cada iteração. As tensões máximas calculadas não variam muito em relação à tensão máxima inicial, enquanto que as tensões mínimas aumentam. Esse aumento das tensões mínimas e a manutenção das tensões máximas evidencia um aumento da eficiência da estrutura decorrente da melhor distribuição das tensões.

REFERÊNCIAS

- [1] Huang, X., Xie, Y.M., *Evolutionary Topology Optimization Of Continuum Structures Methods And Applications*, Wiley, 2010.
- [2] Buchanan, G. R., *Finite Element Analysis*, McGraw-Hill, 1994.