UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA
ENGENHARIA ASSISTIDA POR COMPUTADOR

Atividade 6
BESO Frequência

Renan Miranda Portela

10 de dezembro de 2018

1 INTRODUÇÃO

Este trabalho apresenta os resultados obtidos através da implementação computacional do *Bi-directional Evolutionary Structural Optimization Method* (BESO) em problemas de maximização da primeira frequência natural propostos por [1].

2 METODOLOGIA

O comportamento de uma estrutura submetida a vibrações livres sem amortecimento pode ser representado pelo problema de autovalores obtidos pela equação 2.1.

$$([kg]-\omega_j^2[mg])\phi_j = 0 \tag{2.1}$$

onde $[kg]$ é a matriz de rigidez global, $[mg]$ é a matriz de massa global, ω_j a j-ésima frequência natural do sistema e ϕ_j o autovetor correspondente da j-ésima frequência escolhida.

A relação entre os autovalores e autovetores é obtida através do coeficiente de *Rayleigh* 2.2.

$$\omega_j^2 = \frac{\phi_j^T[kg]\phi_j}{\phi_j^T[mg]\phi_j} \tag{2.2}$$

Utilizando o método BESO, o problema de maximização da j-ésima frequência natural de uma estrutura é dada por

$$\max_{\substack{V^* - \sum_{i=1}^{N} V_i x_i = 0 \\ x_i = x_{min} ou 1}} \omega_j$$

No trabalho [1], a interpolação é feita pelas equações 2.3 e 2.4.

$$\rho(x_i) = x_i\rho_0 \tag{2.3}$$

$$E(x_i) = [\frac{x_{min}-x_{min}^p}{1-x_{min}^p}(1-x_{min}^p)+x_i^p]E_0 \tag{2.4}$$

onde E_0 e ρ_0 são módulo de Elasticidade e densidade do material respectivamente, e p corresponde ao expoente de penalidade.

Utilizando as equações 2.1 e 2.2, encontramos a expressão do número de sensibilidade.

$$\alpha_i = \frac{1}{p}\frac{d\omega_j}{dx_i} \tag{2.5}$$

Para $x_i = 1$

$$\alpha_i = \frac{1}{2\omega_j}\phi_j^T(\frac{1-x_{min}}{1-x_{min}^p}[ke]_i - \frac{\omega_j^2}{p}[me]_i)\phi_j \tag{2.6}$$

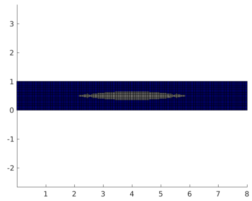
Para $x_i = x_{min}$

$$\alpha_i = \frac{1}{2\omega_j}\phi_j^T\left(\frac{x_{min}^{p-1} - x_{min}^p}{1 - x_{min}^p}[ke]_i - \frac{\omega_j^2}{p}[me]_i\right)\phi_j \tag{2.7}$$

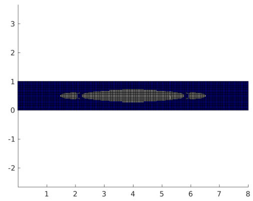
3 RESULTADOS

3.1 VIGA DE EXTREMIDADES BI-APOIADAS

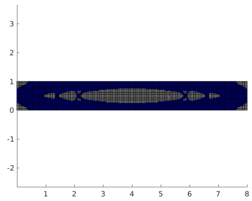
O primeiro caso sugerido por [1] propõe a maximização da primeira frequência de uma viga bi-apoiada. A viga tem um módulo de elasticidade $E = 10MPa$, coeficiente de *Poisson* $\nu = 0.3$, densidade $\rho = 1kg/m^3$. A otimização propõe a retirada de 2% dos elementos a cada iteração, permanecendo apenas 50% do volume inicial e um filtro com raio $r_{min} = 0.075m$. A malha é de 320 por 40 elementos.



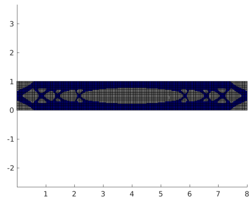
(a) 15 iterações



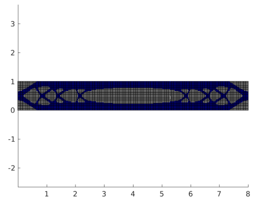
(b) 30 iterações



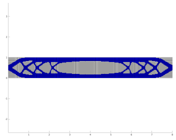
(c) 45 iterações



(d) 60 iterações



(e) 75 iterações



(f) Estrutura final

Figura 3.1: Evolução da topologia

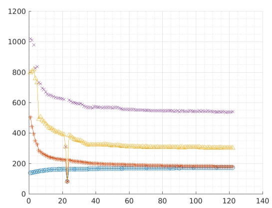
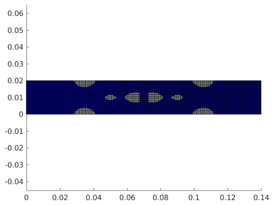


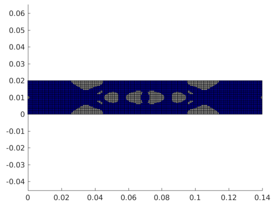
Figura 3.2: Valores das quatro primeiras frequências ao longo das iterações

3.2 Viga de extremidades bi-engastadas

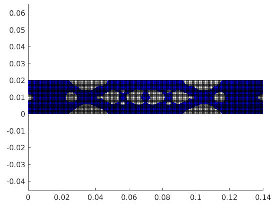
No caso da estrutura bi-engastada, o comprimento da viga é de 14 cm por 2 cm de largura. O raio mínimo r_{min} do filtro é de 15 cm. A malha é de 280 por 40 e uma massa concentrada é adicionada ao nó central da geometria.



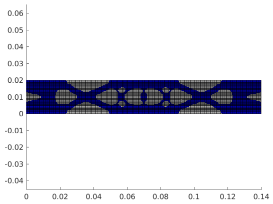
(a) 15 iterações



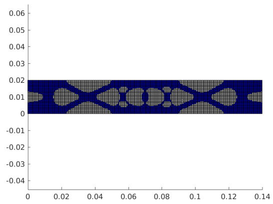
(b) 30 iterações



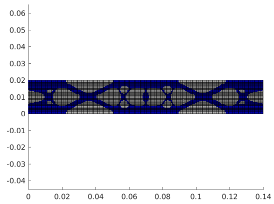
(c) 45 iterações



(d) 60 iterações

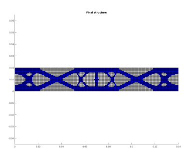


(e) 75 iterações

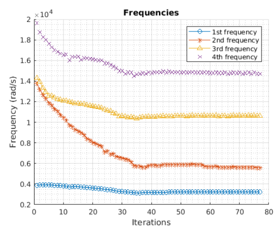


(f) Estrutura final

Figura 3.3: Progresso da otimização topológica da geometria



(a) Estrutura final



(b) Maximização da primeira frequência.

Figura 3.4: Evolução da topologia

4 Conclusão

Apesar dos resultados obtidos serem ligeiramente diferentes dos resultados apresentados por [1], o programa implementado é bastante estável e converge com as frequências encontradas no resultado [1]. Assim, a implementação feita é validada.

Referências

[1] Huang, X., Xle, Y.M., *Evolutionary Topology Optimization Of Continuum Structures Methods And Applications*, Wiley, 2010.

[2] Notas de aula.