

# FA576 - Prova

Renan da Silva Guedes

28 de julho de 2020

- (1) As duas equações que relacionam a tensão e deformação radiais da lei de Hooke Generalizada são

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1+\nu} \left( \epsilon_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu} \delta_{ij} \epsilon_{kk} \right) \quad (1)$$

$$\epsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \delta_{ij} \sigma_{kk} \quad (2)$$

- (2) Esquemas

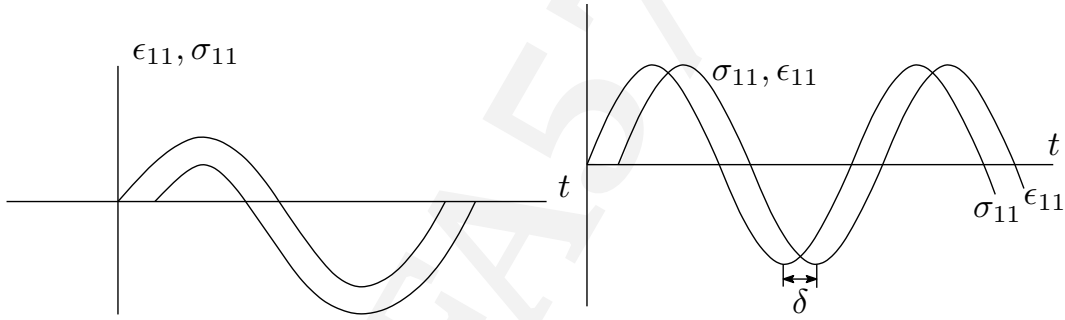


Figura 1: Gráfico à direita ilustrando a resposta ao carregamento em um material elástico, enquanto que à esquerda, inelástico

- (4) (a) Na equação (3) abaixo, a deformação em  $i$  e  $j$  dadas como função de  $t$  representa o *strain* total. O termo  $d\sigma_{ij}(t')/dt'$  representa o *strees rate*, onde  $\sigma_{ij}$  é o tensor *stress*. Por fim, o termo  $\psi(t-t')$  denota a função *creep*.

$$\epsilon_{ij}(t) = \int_0^t \frac{d\sigma_{ij}(t')}{dt'} \psi(t-t') dt' \quad (3)$$

- (b) Na equação (4) o termo  $\sigma_{ij}$  é a função *stress* total dependente do tempo. O termo  $d\epsilon_{ij}(t')/dt'$  é a taxa de deformação (*strain rate*), onde  $\epsilon_{ij}$  é o tensor *strain*. A função  $\phi$  é *relation*.

$$\sigma_{ij}(t) = \int_0^t \frac{d\epsilon_{ij}(t')}{dt'} \phi(t-t') dt' \quad (4)$$

- (7) Para obtenção do módulo  $E$  é necessário basear-se no ensaio de cargas de contato e determinação do módulo de firmeza do material. O módulo referido é o de elasticidade ou de Young.

Caso a área de contato não seja obtida é necessário lançar mão da literatura visando obter o módulo de firmeza do material estudado. Ao analisar a equação de Hertz abaixo

$$a = \sqrt[3]{\frac{3F(1 - \nu^2) R}{4E}} \quad (5)$$

ao rearranjar os termos, temos que

$$\left( \frac{E}{1 - \nu^2} \right) = \frac{3FR}{4a^3} \quad (6)$$

dessa forma, por não possuímos as características associadas à área de contato seria necessário aplicar somente o lado direito de (6) visando obter o módulo  $E$ . Porém a consideração a ser feita seria

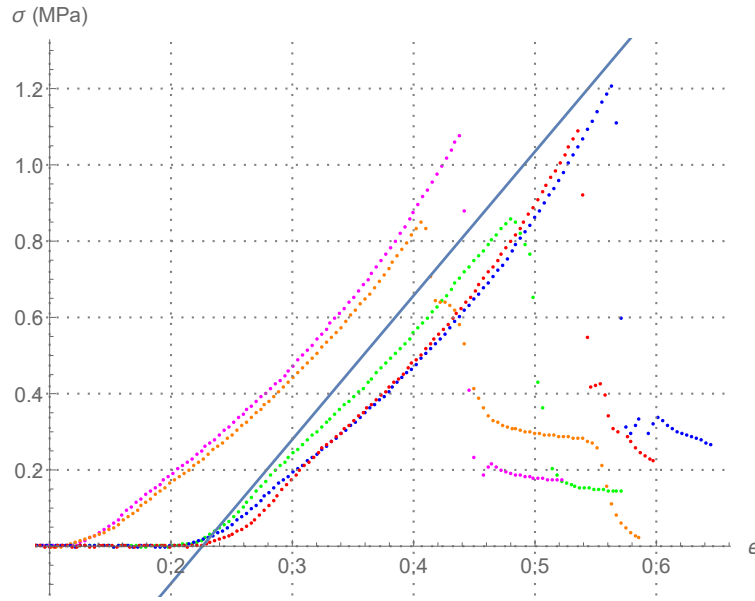
$$firmness = \frac{E}{1 - \nu^2} \quad (7)$$

onde  $firmness$  e  $\nu$  são conhecidos.

- (8) (a) A linearidade ou não linearidade geométrica estão vinculadas às características físicas do material ao ser submetido a esforços e solicitações. Sendo que estes podem originar deformações do material e a consequente alteração da sua estabilidade.
- (b) A linearidade material está vinculada às características dependentes do tempo, oriundas das mudanças físicas no interior do corpo afetando a sua uniformidade e semelhanças estruturais em toda sua porção, podendo ocasionar variação das propriedades mecânicas.
- (9) As constante a serem obtidas dizem respeito aos módulos  $E$ ,  $\nu$  e  $G$ . A primeiro – módulo de Young – pode ser retirado da curva tensão ( $\sigma$ ) *versus* deformação ( $\epsilon$ ) no trecho onde as duas grandezas se comportam de forma linear, onde a lei de Hooke é válida. Dessa forma, ao basear-se num determinado material devem ser feitos sucessivos ensaios visando analisar o comportamento da tensão em função da deformação. A figura ?? ilustra o procedimento, onde após terem sido realizadas cinco repetições de compressão axial da batata inglesa, sob diferentes velocidades, foi ajustada uma reta que contempla a inclinação do trecho linear das cinco curvas permitindo, desta maneira, obter o módulo  $E$  do material. Para  $\nu$  – coeficiente de Poisson – ele é obtido da compressão axial sob restrição de corpos de prova, onde a partir das condições de contorno do experimento e fazendo uso da equação da elasticidade

$$\frac{M}{E} = \frac{1 - \nu}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \quad (8)$$

sabendo que  $M$  é o coeficiente angular do ensaio sob restrição e  $E$  o módulo de elasticidade do mesmo material obtido na primeira parte, é possível calcular  $\nu$ . Por fim, tendo  $E$  e  $\nu$  em mãos é possível calcular  $G$  como função das duas primeiras.



(10)

$$E = \frac{8(1 - \nu^2)Z^2 F}{\pi D} \quad (9)$$

$$Z = \frac{R}{b} \quad (10)$$

$$\frac{D}{d} = \frac{1}{2Z^2} \left[ \ln(2Z) + \frac{1}{2} \right] \quad (11)$$

As três equações apresentadas acima referem-se ao ensaio de compressão diametral de um corpo de prova cilíndrico.  $E$  e  $\nu$  representam o módulo de Young e coeficiente de Poisson, respectivamente.  $Z$  é uma grandeza adimensional dada pela razão entre o raio do cilindro ( $R$ ) e a metade da largura da área de contato.  $F$  é a força máxima aplicada na deformação do corpo de prova, enquanto  $D$  e  $d$  são a deformação e o diâmetro do cilindro, respectivamente.

- (12) As perdas podem ser diminuídas a partir do estudo mais aprofundado envolvendo a interação das operações mecanizadas e os esforços suportados por cada material. Ou seja, deve-se haver mais especificidade e adequação entre o que o produto requer para que não sofra danos ou injúrias mecânicas e os elementos ao longo da cadeia de produção, englobando todas as variáveis pertinentes até a fase de comercializar a mercadoria.