

FA576 - Prova

Renan da Silva Guedes

RA: 223979

29 de julho de 2020

- (1) As duas equações que relacionam carga e deformação da lei de Hooke Generalizada são, respectivamente

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1+\nu} \left(\epsilon_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu} \delta_{ij} \epsilon_{kk} \right) \quad (1)$$

$$\epsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \delta_{ij} \sigma_{kk} \quad (2)$$

onde σ_{ij} é a tensão normal aplicada ao material, ϵ_{ij} a deformação radial, δ_{ij} o delta de Kronecker, E e ν constantes do material, ϵ_{kk} e σ_{kk} a deformação e tensão longitudinais, respectivamente.

- (2) Esquemas

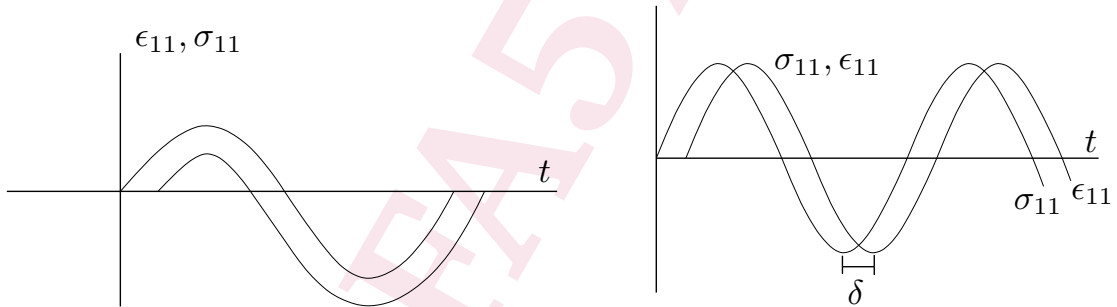


Figura 1: Gráfico à direita ilustrando a resposta ao carregamento em um material viscoelástico, enquanto que à esquerda, elástico.

- (3) A superfície de ruptura representa a área externa do corpo de prova sujeita à ação de esforços. Podendo estes ocasionar a ruptura a depender da magnitude das tensões no material.
- (4) (a) Na equação (3) abaixo, a deformação em i e j dadas como função de t representa o *strain* total. O termo $d\sigma_{ij}(t')/dt'$ representa o *strees rate*, onde σ_{ij} é o tensor *stress*. Por fim, o termo $\psi(t - t')$ denota a função *creep*.

$$\epsilon_{ij}(t) = \int_0^t \frac{d\sigma_{ij}(t')}{dt'} \psi(t - t') dt' \quad (3)$$

Ao subdividir os tensores em hidrostáticos e deviatóricos duas funções viscoelásticas seriam envolvidas como segue

$$e_{ij}(t) = \int_0^t \frac{ds_{ij}(t')}{dt'} \psi_d(t-t') dt' \quad (4)$$

$$\epsilon_{kk}(t) = \int_0^t \frac{d\sigma_{kk}(t')}{dt'} \psi_H(t-t') dt' \quad (5)$$

(b) Na equação (6) o termo σ_{ij} é a função *stress* total dependente do tempo. O termo $d\epsilon_{ij}(t')/dt'$ é a taxa de deformação (*strain rate*), onde ϵ_{ij} é o tensor *strain*. A função ϕ é *relaxation*.

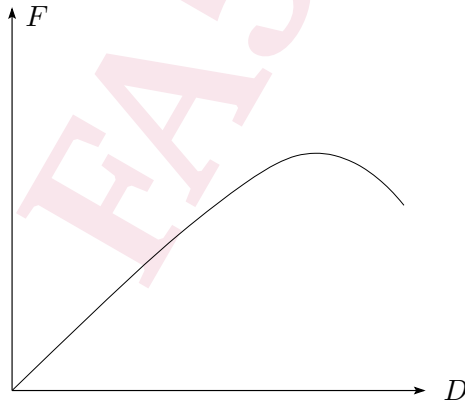
$$\sigma_{ij}(t) = \int_0^t \frac{d\epsilon_{ij}(t')}{dt'} \phi(t-t') dt' \quad (6)$$

Análogo ao primeiro item, duas funções seriam obtidas como é visto em

$$S_{ij}(t) = \int_0^t \frac{de_{ij}(t')}{dt'} \phi_d(t-t') dt' \quad (7)$$

$$\sigma_{kk}(t) = \int_0^t \frac{d\epsilon_{kk}(t')}{dt'} \phi_H(t-t') dt' \quad (8)$$

(5) Modelo sugerido

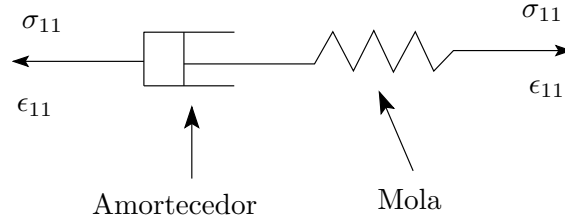


O parâmetro obtido da análise do gráfico é a força máxima ocorrente na maior ordenada da plotagem força *versus* deformação. Dessa forma, é possível obter o lado direito da equação (9) e determinar o módulo *firmness*, por exemplo, baseando-se somente na força aplicada e características geométricas do corpo de prova ensaiado.

$$b = \sqrt{\frac{4 F (1 - \nu^2) R}{\pi l E}} \Rightarrow \left(\frac{E}{1 - \nu^2} \right) = \frac{4 F R}{\pi l b^2} \quad (9)$$

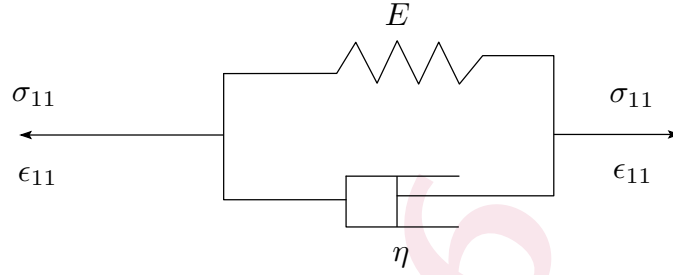
onde b é a metade da largura da área de contato, l é o comprimento do cilindro (ou da área de contato), R é o raio do corpo cilíndrico e F é a força aplicada (ortogonal ao plano de contato).

(6) – Modelo de Maxwell



$$\frac{\dot{\sigma}_{11}(M)}{E} + \frac{\sigma_{11}(A)}{\eta} = \dot{\epsilon}_{11} \quad (10)$$

– Modelo de Kelvin



$$\sigma_{11}(t)(T) = E \epsilon_{11}(t)(M) + \eta \dot{\epsilon}_{11}(t)(A) \quad (11)$$

- (7) Para obtenção do módulo E é necessário basear-se no ensaio de cargas de contato e determinação do módulo de firmeza do material. O módulo referido é o de elasticidade ou de Young.

Caso a área de contato não seja obtida é necessário lançar mão da literatura visando obter o módulo de firmeza do material estudado. Ao analisar a equação de Hertz abaixo

$$a = \sqrt[3]{\frac{3F(1 - \nu^2) R}{4E}} \quad (12)$$

ao rearranjar os termos, temos que

$$\left(\frac{E}{1 - \nu^2} \right) = \frac{3FR}{4a^3} \quad (13)$$

dessa forma, por não possuímos as características associadas à área de contato seria necessário aplicar somente o lado esquerdo de (13) visando obter o módulo E . Porém a consideração a ser feita seria

$$firmness = \frac{E}{1 - \nu^2} \quad (14)$$

onde $firmness$ e ν são conhecidos.

- (8) (a) A linearidade ou não linearidade geométrica estão vinculadas às características físicas do material ao ser submetido a esforços e solicitações. Sendo que estes podem originar deformações do material e a consequente alteração da sua estabilidade.

- (b) A linearidade material está vinculada às características dependentes do tempo, oriundas das mudanças físicas no interior do corpo afetando a sua uniformidade e semelhanças estruturais em toda sua porção, podendo ocasionar variação das propriedades mecânicas.
- (9) As constante a serem obtidas dizem respeito aos módulos E , ν e G . A primeira – módulo de Young – pode ser retirada da curva tensão (σ) *versus* deformação (ϵ) no trecho onde as duas grandezas se comportam de forma linear, onde a lei de Hooke é válida. Dessa forma, ao basear-se num determinado material devem ser feitos sucessivos ensaios visando analisar o comportamento da tensão em função da deformação. A figura (2) ilustra o procedimento, onde após terem sido realizadas cinco repetições de compressão axial da batata inglesa, sob diferentes velocidades, foi ajustada uma reta que contempla a inclinação do trecho linear das cinco curvas permitindo, desta maneira, obter o módulo E do material. Para ν – coeficiente de Poisson – ele é obtido da compressão axial sob restrição de corpos de prova, onde a partir das condições de contorno do experimento e fazendo uso da equação da elasticidade

$$\frac{M}{E} = \frac{1 - \nu}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \quad (15)$$

sabendo que M é o coeficiente angular do ensaio sob restrição e E o módulo de elasticidade do mesmo material obtido na primeira parte, é possível calcular ν . Por fim, tendo E e ν em mãos é possível calcular G – módulo de elasticidade transversal – como função das duas primeiras.

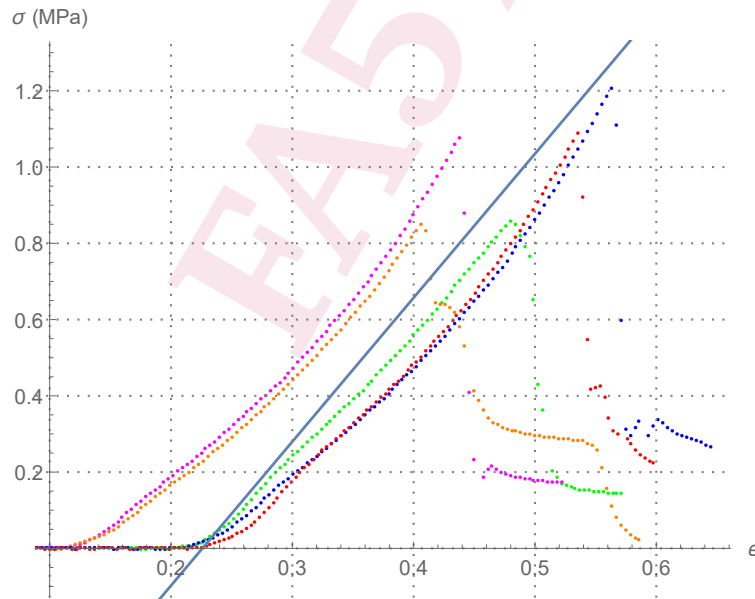


Figura 2: Linearização do trecho visando obter o módulo E

(10)

$$E = \frac{8(1 - \nu^2)Z^2 F}{\pi D} \quad (16)$$

$$Z = \frac{R}{b} \quad (17)$$

$$\frac{D}{d} = \frac{1}{2Z^2} \left[\ln(2Z) + \frac{1}{2} \right] \quad (18)$$

As três equações apresentadas acima referem-se ao ensaio de compressão diametral de um corpo de prova cilíndrico. E e ν representam o módulo de Young e coeficiente de Poisson, respectivamente. Z é uma grandeza adimensional dada pela razão entre o raio do cilindro (R) e a metade da largura da área de contato. F é a força máxima aplicada na deformação do corpo de prova, enquanto D e d são a deformação e o diâmetro do cilindro, respectivamente.

(11)

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st}dt \quad (19)$$

Sendo $\psi(t)$ a função *creep* e $\phi(t)$ a função *relaxation*

$$\therefore \psi(s)\phi(s) = \frac{1}{s^2} \quad (20)$$

- (12) As perdas podem ser diminuídas a partir do estudo mais aprofundado envolvendo a interação das operações mecanizadas e os esforços suportados por cada material. A partir do conhecimento das diferentes propriedades intrínsecas de cada produto, deve-se haver maior adequação entre o que os mesmos suportam para que não sofram danos ou injúrias mecânicas e apresentar elementos ao longo da cadeia de produção que englobem todas as variáveis pertinentes até a fase de se comercializar a mercadoria, considerando a variação das propriedades do produto com base em cada ambiente onde ele se encontra.