FA576 - Prova

Renan da Silva Guedes   RA: 223979

28 de julho de 2020

(1) As duas equações que relacionam carga e deformação da lei de Hooke Generalizada são, respectivamente

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1+\nu}\left(\epsilon_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu}\,\delta_{ij}\,\epsilon_{kk}\right) \tag{1}$$

$$\epsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E}\,\sigma_{ij} - \frac{\nu}{E}\,\delta_{ij}\,\sigma_{kk} \tag{2}$$

onde σ_{ij}

(2) Esquemas

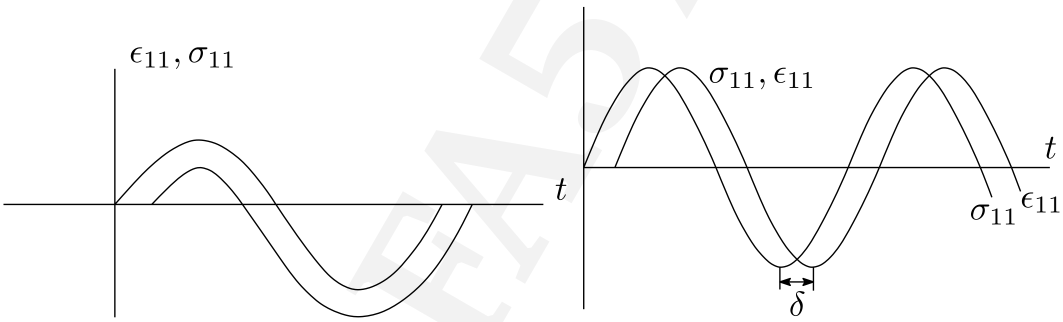


Figura 1: Gráfico à direita ilustrando a resposta ao carregamento em um material viscoelástico, enquanto que à esquerda, elástico.

(4) **(a)** Na equação (3) abaixo, a deformação em i e j dadas como função de t representa o *strain* total. O termo $d\sigma_{ij}(t')/dt'$ representa o *strees rate*, onde σ_{ij} é o tensor *stress*. Por fim, o termo $\psi(t-t')$ denota a função *creep*.

$$\epsilon_{ij}(t) = \int_0^t \frac{d\sigma_{ij}(t')}{dt'}\,\psi(t-t')dt' \tag{3}$$

Ao subdividir os tensores em hidrostáticos e deviatóricos duas funções viscoelásticas seriam envolvidas como segue

$$e_{ij}(t) = \int_0^t \frac{ds_{ij}(t')}{dt'}\,\psi_d(t-t')dt' \tag{4}$$

$$\epsilon_{kk}(t) = \int_0^t \frac{d\sigma_{kk}(t')}{dt'}\, \psi_H(t-t')dt' \tag{5}$$

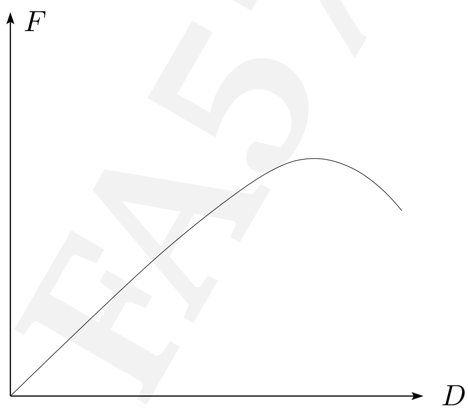
Análogo ao primeiro item, duas funções seriam obtidas como é visto em

$$S_{ij}(t) = \int_0^t \frac{de_{ij}(t')}{dt'}\, \phi_d(t-t')dt' \tag{6}$$

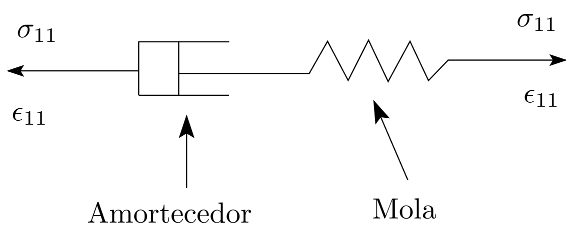
$$\sigma_{kk})(t) = \int_0^t \frac{d\epsilon_{kk}(t')}{dt'}\, \phi_H(t-t')dt' \tag{7}$$

(b) Na equação (8) o termo σ_{ij} é a função *stress* total dependente do tempo. O termo $d\epsilon_{ij}(t')/dt'$ é a taxa de deformação (*strain rate*), onde ϵ_{ij} é o tensor *strain*. A função ϕ é *relaxation*.

$$\sigma_{ij}(t) = \int_0^t \frac{d\epsilon_{ij}(t')}{dt'}\, \phi(t-t')dt' \tag{8}$$

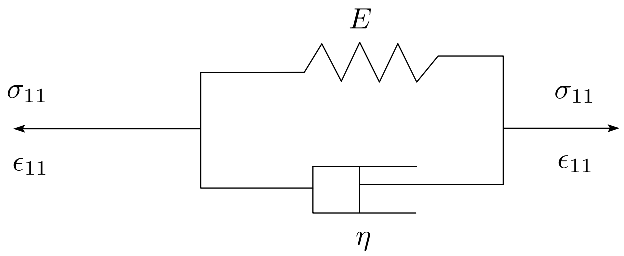


(6) – Modelo de Maxwell



$$\frac{\dot{\sigma}_{11}(M)}{E} + \frac{\sigma_{11}(A)}{\eta} = \dot{\epsilon}_{11} \tag{9}$$

– Modelo de Kelvin



$$\sigma_{11}(t)(T) = E\,\epsilon_{11}(t)(M) + \eta\,\dot{\epsilon}_{11}(t)(A) \tag{10}$$

(7) Para obtenção do módulo E é necessário basear-se no ensaio de cargas de contato e determinação do módulo de firmeza do material. O módulo referido é o de elasticidade ou de Young.

Caso a área de contato não seja obtida é necessário lançar mão da literatura visando obter o módulo de firmeza do material estudado. Ao analisar a equação de Hertz abaixo

$$a = \sqrt[3]{\frac{3F(1-\nu^2)\,R}{4E}} \tag{11}$$

ao rearranjar os termos, temos que

$$\left(\frac{E}{1-\nu^2}\right) = \frac{3FR}{4a^3} \tag{12}$$

dessa forma, por não possuirmos as características associadas à área de contato seria necessário aplicar somente o lado direito de (12) visando obter o módulo E. Porém a consideração a ser feita seria

$$\textit{firmness} = \frac{E}{1-\nu^2} \tag{13}$$

onde *firmness* e ν são conhecidos.

(8) **(a)** A linearidade ou não linearidade geométrica estão vinculadas às características físicas do material ao ser submetido a esforços e solicitações. Sendo que estes podem originar deformações do material e a consequente alteração da sua estabilidade.

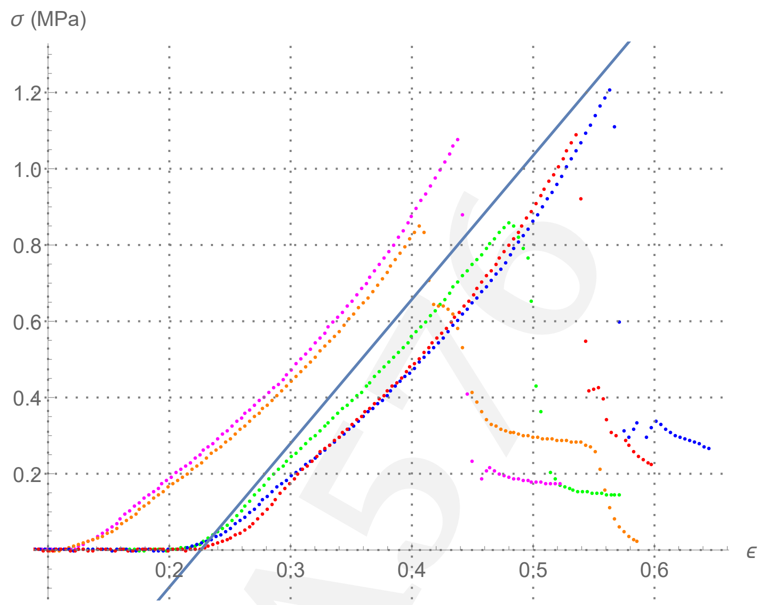
(b) A linearidade material está vinculada às características dependentes do tempo, oriundas das mudanças físicas no interior do corpo afetando a sua uniformidade e semelhanças estruturais em toda sua porção, podendo ocasionar variação das propriedades mecânicas.

(9) As constante a serem obtidas dizem respeito aos módulos E, ν e G. A primeiro – módulo de Young – pode ser retirado da curva tensão (σ) *versus* deformação (ϵ) no trecho onde as duas grandezas de comportam de forma linear, onde a lei de Hooke é válida. Dessa forma, ao basear-se num determinado material devem ser feitos sucessivos ensaios visando analisar o comportamento da tensão em função da deformação. A figura **??** ilustra o procedimento, onde após terem sido realizadas cinco repetições de compressão axial da batata inglesa, sob diferentes velocidades, foi ajustada uma reta que contempla a inclinação do trecho linear das cinco curvas permitindo, desta maneira, obter o módulo E

do material. Para ν – coeficiente do Poisson – ele é obtido da compressão axial sob restrição de corpos de prova, onde a partir das condições de contorno do experimento e fazendo uso da equação da elasticidade

$$\frac{M}{E} = \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \tag{14}$$

sabendo que M é o coeficiente angular do ensaio sob restrição e E o módulo de elasticidade do mesmo material obtido na primeira parte, é possível calcular ν. Por fim, tendo E e ν em mãos é possíve calcular G como função das duas primeiras.



(10)

$$E = \frac{8(1-\nu^2)Z^2F}{\pi D} \tag{15}$$

$$Z = \frac{R}{b} \tag{16}$$

$$\frac{D}{d} = \frac{1}{2Z^2}\left[\ln(2Z) + \frac{1}{2}\right] \tag{17}$$

As três equações apresentadas acima referem-se ao ensaio de compressão diametral de um corpo de prova cilíndrico. E e ν representam o módulo de Young e coeficiente de Poisson, respectivamente. Z é uma grandeza adimensional dada pela razão entre o raio do cilindro (R) e a metade da largura da área de contato. F é a força máxima aplicada na deformação do corpo de prova, enquanto D e d são a deformação e o diâmetro do cilindro, respectivamente.

(11)

$$\mathscr{L}\{f(t)\} = \int_0^\infty f(t)e^{-st}dt \tag{18}$$

Sendo $\psi(t)$ a função *creep* e $\phi(t)$ a função *relaxation*

$$\therefore \psi(s)\phi(s) = \frac{1}{s^2} \tag{19}$$

(12) As perdas podem ser diminuídas a partir do estudo mais aprofundado envolvendo a interação das operações mecanizadas e os esforços suportados por cada material. Ou seja, deve-se haver mais especificidade e adequação entre o que o produto requer para que não sofra danos ou injúrias mecânicas e os elementos ao longo da cadeia de produção, englobando todas as variáveis pertinentes até a fase de comercializar a mercadoria.