

### Laboratório 5 - Projeto de Controladores (Parte 3)

#### Controlador PID

Uma vez que o controlador P não elimina o erro de regime permanente, um controlador PID será implementado nesta prática para zerar esse erro.

Nesta prática, utilizaremos os seguintes valores que foram obtidos das experiências anteriores:

- Período de amostragem para a malha fechada com controlador proporcional com  $K=8$ :  $T_{08} = 0.1874s$
- Planta do sistema discretizada com retentor de ordem zero para o período de amostragem  $T_{08}$ :

$$G_p(s) = k \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

onde para este sistema:

- $k = 8$
- $\omega_n = 1,049820150401$
- $\zeta = 1,030083531574$

Assim, obtemos:

$$G_p(z) = \frac{0.1183201 + 0.135437z}{0.6667703 - 1.6350507z + z^2}$$
$$G_p(z) = \frac{0.135437z^{-1} + 0.1183201z^{-2}}{1 - 1.6350507z^{-1} + 0.6667703z^{-2}}$$

- Tempo de subida,  $t_{r1}$ , do sinal de saída da planta obtido com o sistema de malha fechada com controlador proporcional  $K=1$ :  $t_{r1} = 1.496s$
- Tempo de acomodação  $t_{s1}$ , do sinal de saída da planta obtido com o sistema de malha fechada com controlador proporcional  $K=1$ :  $t_{s1} = 2.774s$

Assim, com os valores acima, podemos responder às seguintes perguntas:

1. Projete um controlador PID discreto que proporcione além do erro de regime nulo, um tempo de subida semelhante (não mais que 20% maior) ou melhor que  $t_{r1}$ , um sobressinal máximo  $M_p$  de 6% ou menor, e um tempo de acomodação  $t_{s1}$  de aproximadamente  $2.4t_{r1}$ . Caso não consiga atender os três requisitos ao mesmo tempo, dê preferência para  $M_p$ , depois para  $t_{s1}$ , e então para  $t_{r1}$ . Algumas sugestões de como fazer o projeto:

Requisitos: **P3 Tempo de subida** até 20% de  $t_{r1} = 1,7952$

**P1 Sobressinal** até 6% de  $M_p$

**P2 Tempo de acomodação** aproximadamente  $2.4 \cdot t_{r1} = 3,5904$

- a. Utilize a seguinte função de transferência para o controlador PID:

$$G_{PID}(z) = \frac{q_0 z^2 + q_1 z + q_2}{z^2 - z}$$

Escolha por tentativa e erro os parâmetros do controlador obedecendo às restrições:  $q_0 \leq 10$ ;  $q_1 \leq -q_0(1 - q_0 b_1)$ ;  $-(q_0 + q_1) \leq q_2 \leq q_0$ .

Lembre-se que o componente **proporcional** do controlador é  $K = q_0 - q_2$ , o componente **integrativo** é  $c_i = (q_0 + q_1 + q_2)/K$ , e o componente **derivativo** é  $c_d = q_2/K$ . Portanto, ao variar o parâmetro  $q_2$  altera-se todos os parâmetros, mas principalmente o componente derivativo  $c_d$ . Também nota-se que  $q_1$  influencia apenas o componente integrativo.

Utilizando o método de tentativa e erro, foram obtidos diversas combinações envolvendo  $q_0$ ,  $q_1$  e  $q_2$ , a maioria não atendendo nenhuma das condições pedidas no enunciado. Em nossa última tentativa, conseguimos um valor de sobressinal máximo com menos de 6%, apesar de o tempo de acomodação e subida não terem sido atendidos, e optamos por utilizar esses valores.

Tabela com os testes de valores para encontrar o melhor possível de $q_0$ , $q_1$ e $q_2$									
$q_0$	$q_1$	$q_2$	Valor final	$M_{p\_pico}$	$M_p$ (%)	$T_s$	$Tr_{1x1}$	$Tr_{2x2}$	$Tr$
0,4	-0,3	0,1	1,006	1,483	47,7	2,624	0,936	2,415	1,479
0,4	-0,35	0,1	0,999	1,332	33,3	11,432	0,936	2,998	2,062
0,35	-0,35	0,1	1	1,179	17,9	8,996	0,937	3,748	2,811
0,35	-0,36	0,1	1	1,14	14	9,37	0,937	4,122	3,185
0,35	-0,36	0,15	0,997	1,349	35,2	14,43	0,937	3,185	2,248
0,35	-0,36	0,09	1	1,097	9,7	9,558	0,937	4,497	3,56
0,35	-0,33	0,09	1	1,213	21,3	8,621	0,937	3,56	2,623
0,37	-0,36	0,09	1	1,166	16,6	8,995	0,937	3,748	2,811
0,37	-0,36	0,06	1	1,042	4,2	5,435	0,937	4,873	3,936
0,375	-0,35	0,05	1	1,054	5,4	8,433	0,937	4,684	3,747

Abaixo, vemos o gráfico da saída para  $q_0 = 0.375$ ,  $q_1 = -0.35$  e  $q_2 = 0.05$ :

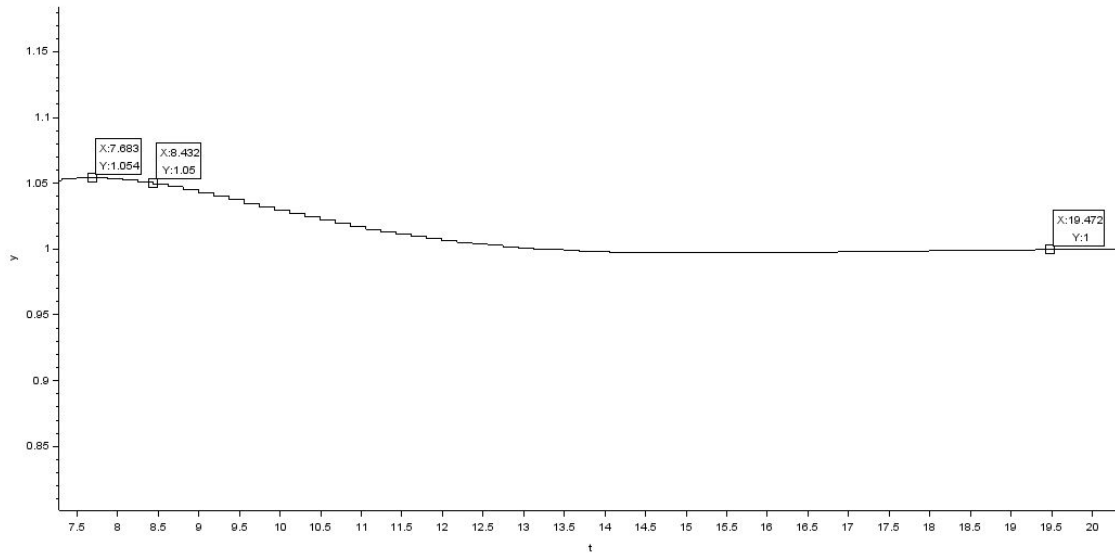


Figura 1 - Tempo de acomodação, sobressinal e valor final

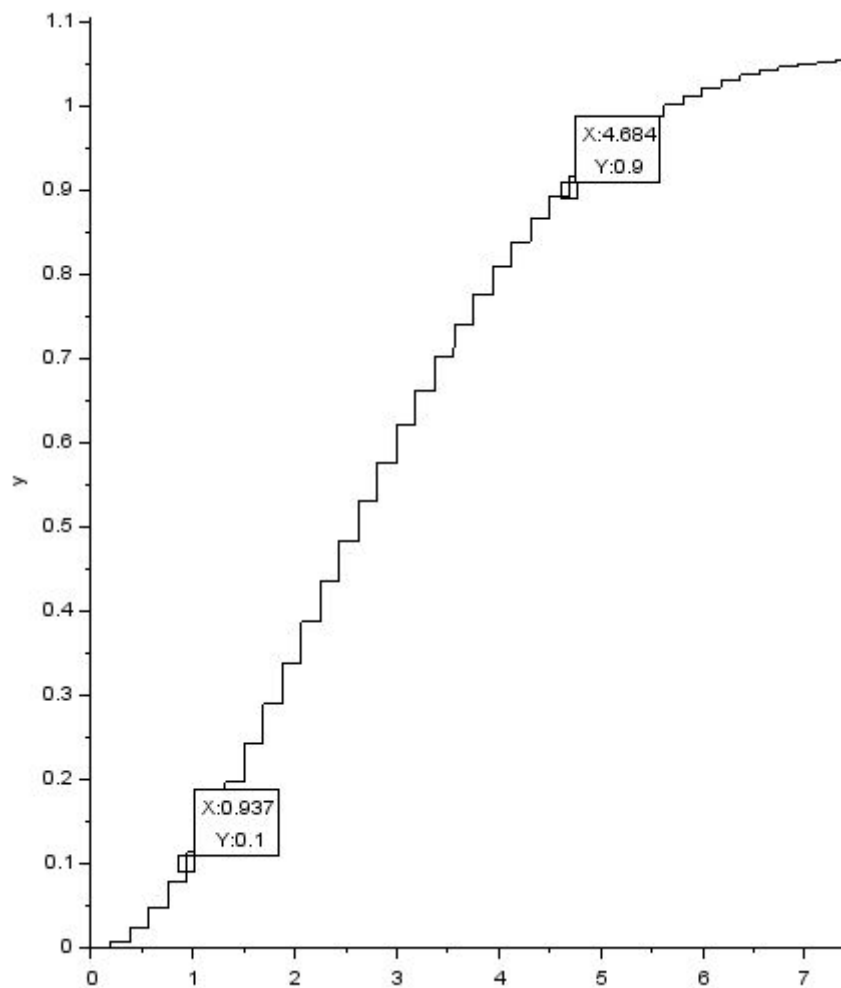


Figura 2 - 10% e 90% do valor final, usados para obter o tempo de subida.

2. Mostre no relatório a função de transferência discreta do controlador projetado  $G_{PID}(z)$ .

Como  $q_0 = 0.375$ ,  $q_1 = -0.35$  e  $q_2 = 0.05$ , temos:

$$G_{PID}(z) = \frac{0.375z^2 - 0.35z + 0.05}{z^2 - z}$$

3. Mostre no relatório a função de transferência discreta do sistema de malha fechada (desconsiderando o distúrbio).

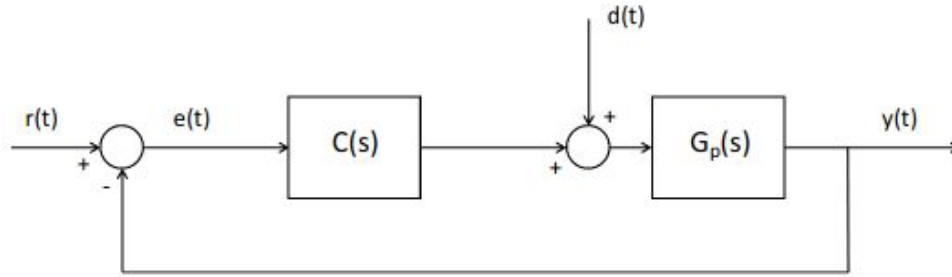


Figura 3 - Malha com realimentação unitária

Desconsiderando o distúrbio na entrada da planta, a função contínua de malha fechada do sistema é dada por:

$$G_{MF}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)G_p(s)}{1 + C(s)G_p(s)}$$

Onde  $C(s)$  é  $G_{PID}(z)$ :

$$G_{MF}(z) = \frac{G_{PID}(z)G_P(z)}{1 + G_{PID}(z)G_P(z)}$$

Assim, substituindo  $G_{PID}(z)$  e  $G_P(z)$ , que são conhecidos, temos:

$$G_{MF}(z) = \frac{0.0007395 - 0.00433z - 0.0003791z^2 + 0.0063486z^3}{0.0007395 - 0.6711003z + 2.3014419z^2 - 2.6287021z^3 + z^4}$$

$$G_{MF}(z) = \frac{0.0063486z^{-1} - 0.0003791z^2 - 0.00433z^{-3} + 0.0007395z^{-4}}{1 - 2.6287021z^{-1} + 2.3014419z^{-2} - 0.6711003z^{-3} + 0.0007395z^{-4}}$$

4. Mostre no relatório os pólos de malha fechada em z.

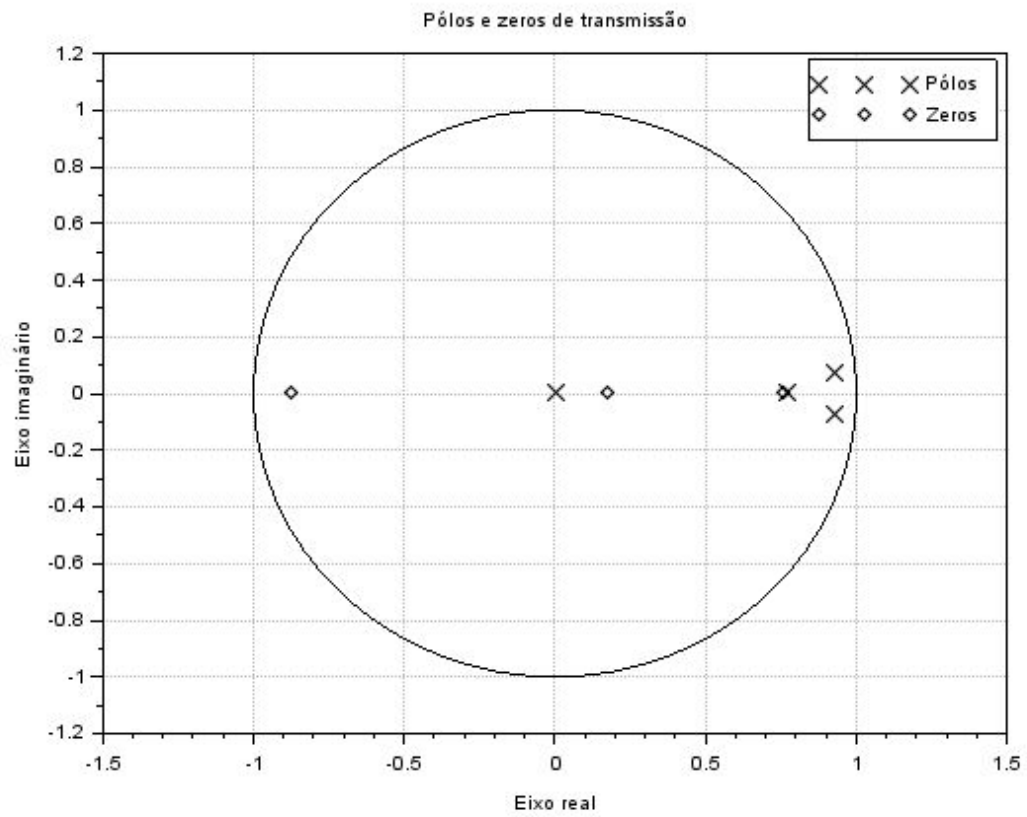


Figura 4 - Pólos e zeros de malha fechada em z.

Assim, temos o polo 0, os polos conjugados  $0.928 \pm 0.072j$  e o polo 0.772.

5. Implemente no xcos o sistema de malha fechada com controlador discreto projetado, e mostre no relatório apenas as curvas discretas de resposta do sistema (sinal de erro, sinal de controle, e sinal de saída do sistema).

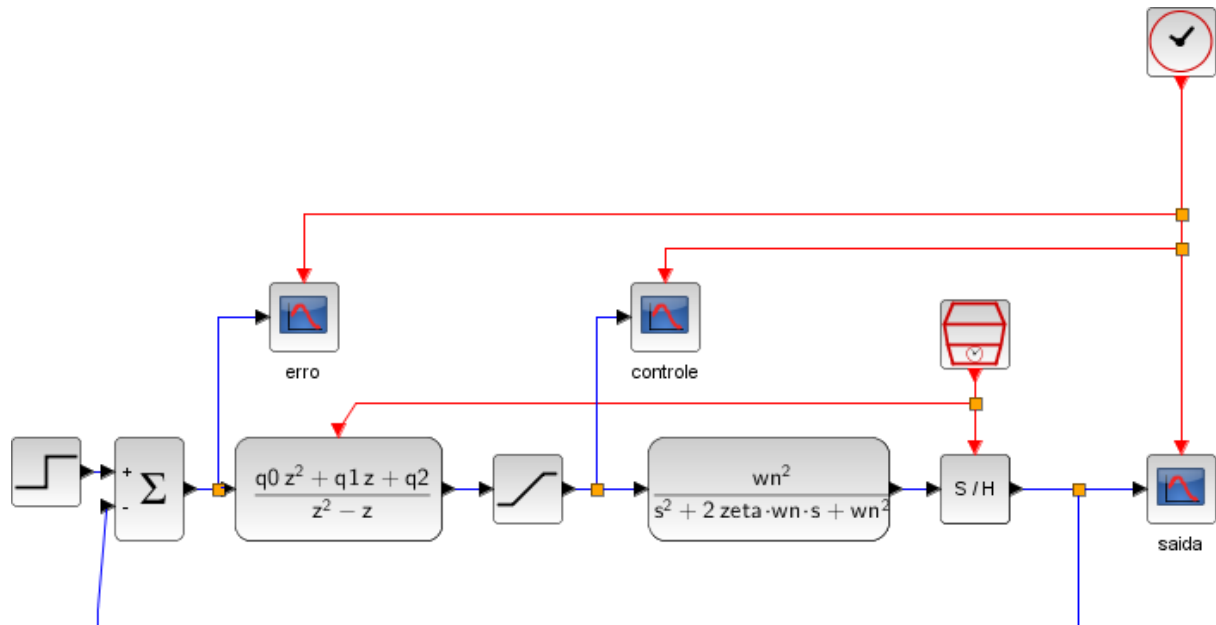
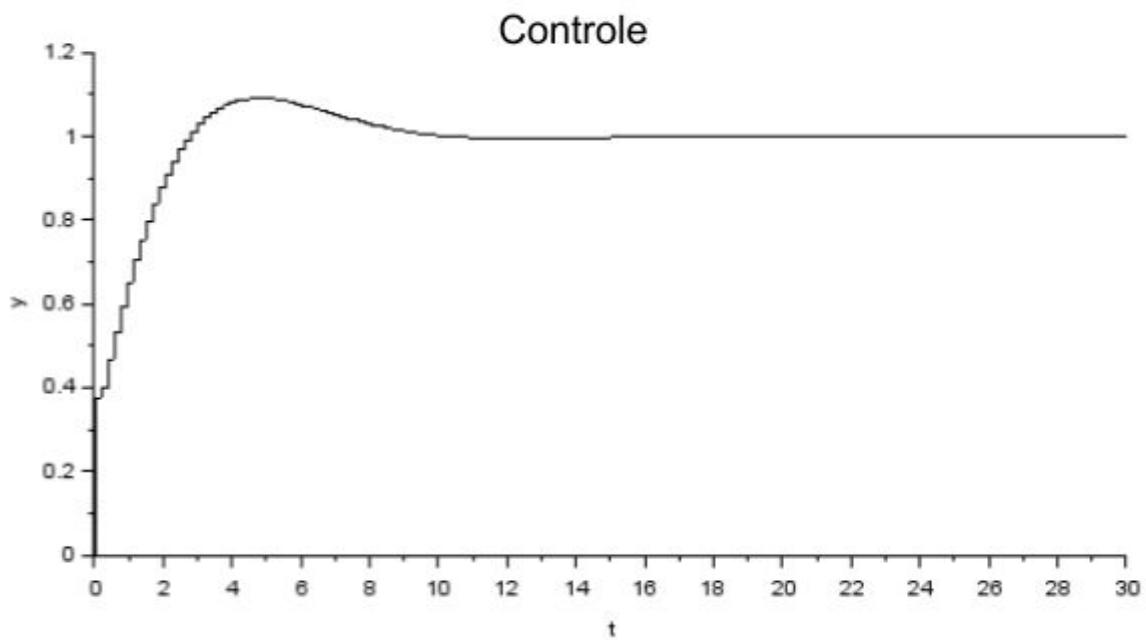


Figura 5 - Implementação no xcos do sistema de malha fechada com o controlador projetado.

Figura 6 - Curva discreta de controle do sistema.



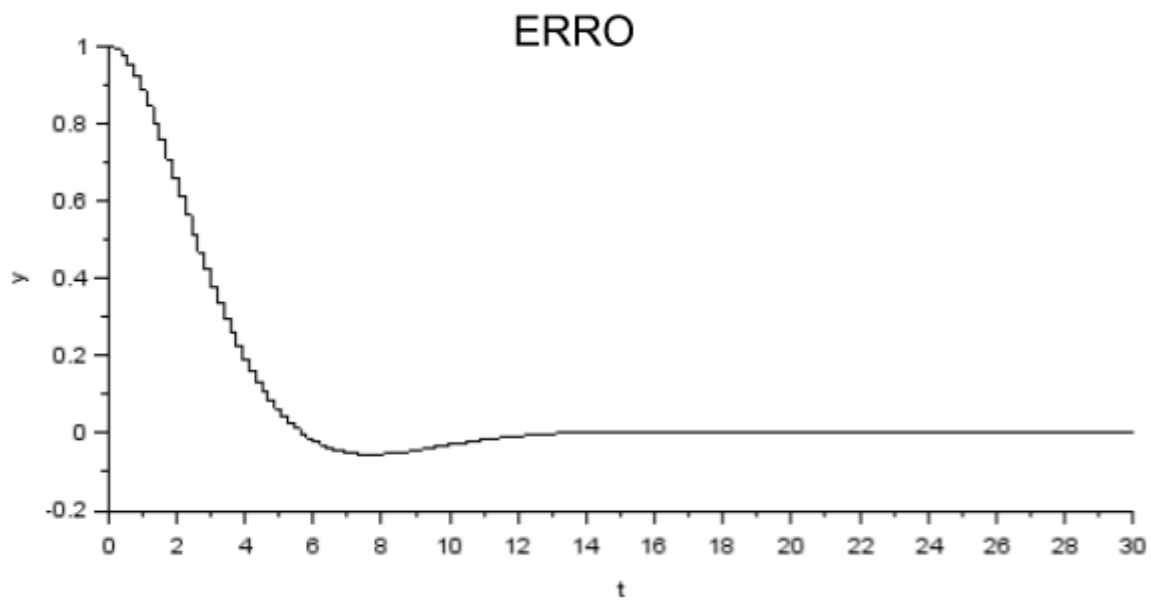


Figura 7 - Curva discreta do erro do sistema.

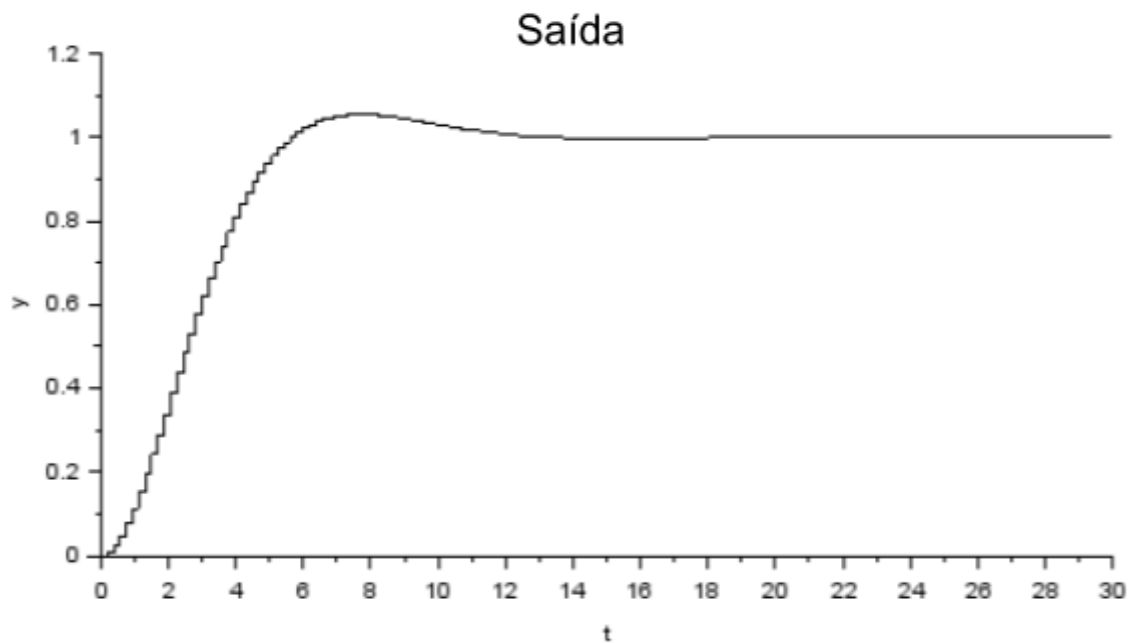


Figura 8 - Curva discreta da saída do sistema.

6. Quais os valores do erro de regime permanente antes do distúrbio e após o distúrbio?

Aplicamos o distúrbio adicionando uma entrada degrau com as seguintes propriedades, incluindo o valor  $d$  referente ao nosso grupo:

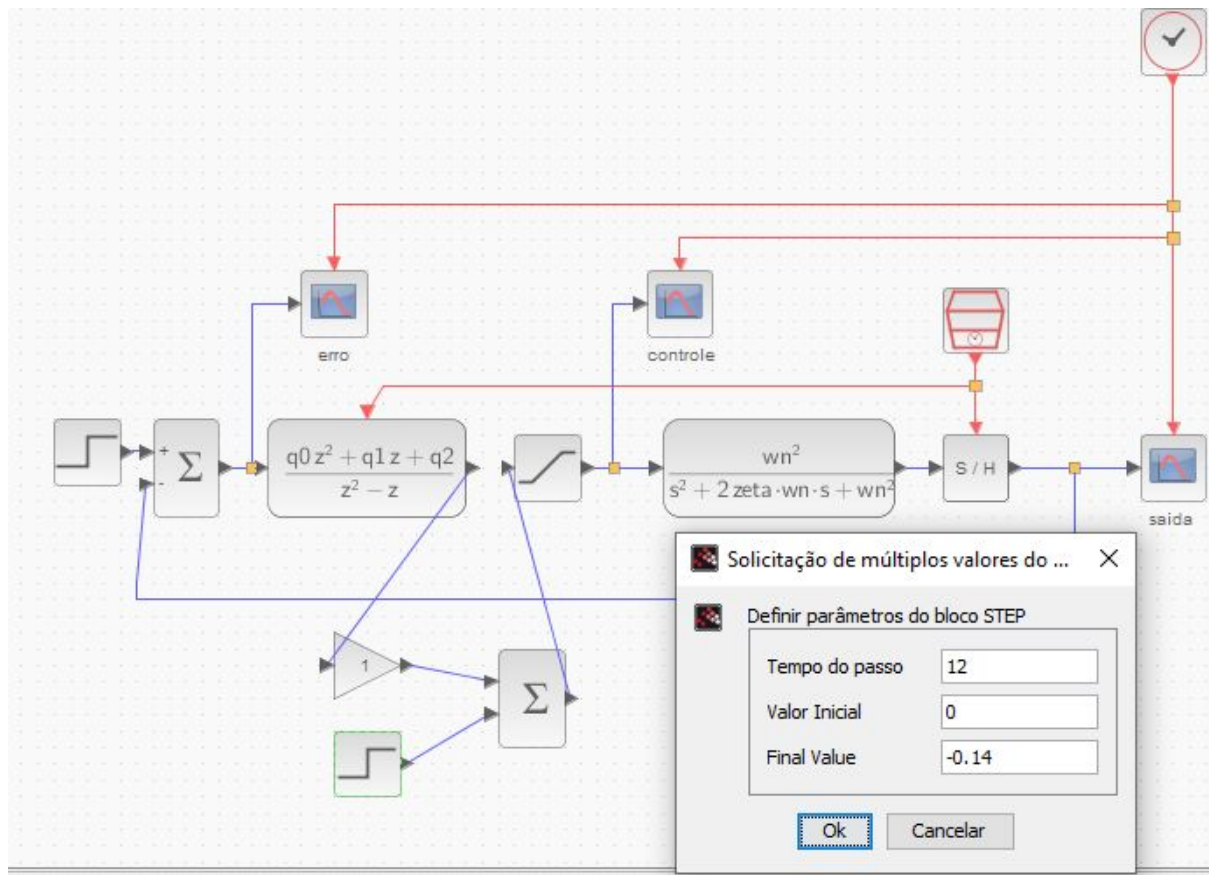


Figura 9 - Propriedades do distúrbio.

Os erros antes e depois do distúrbio são 0, o que pode ser comprovado pelas Figuras 7 e 10.

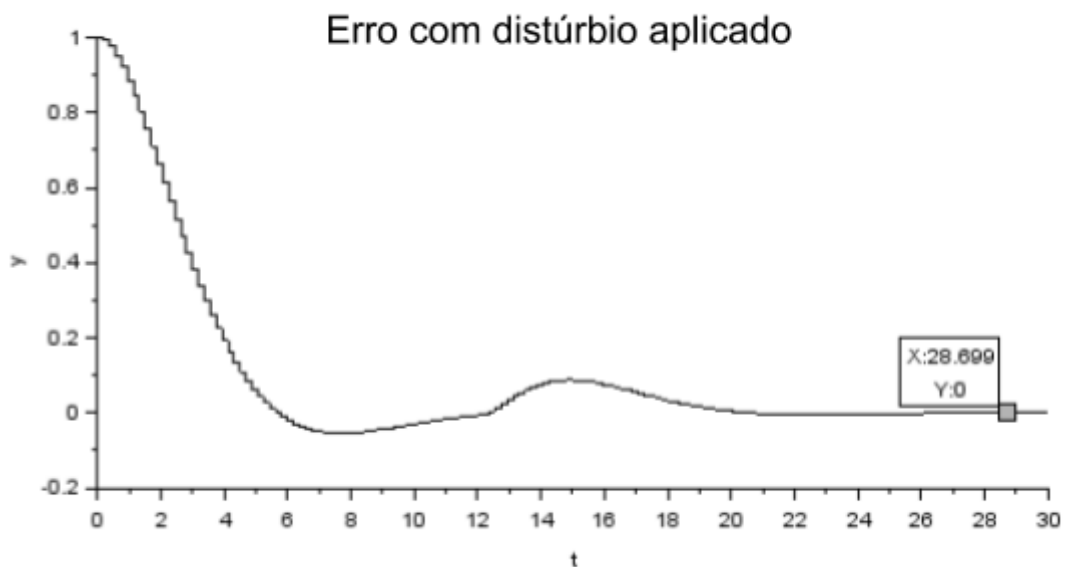


Figura 10 - Curva discreta do erro do sistema após o distúrbio.

É interessante notar que em no instante 12s o erro aumenta um pouco devido a aplicação do distúrbio, porém pode-se ele tende a 0 (assim como antes do distúrbio).



7. Quais os tempos de subida e de acomodação (5%) da saída do sistema de malha fechada antes do distúrbio? Qual o sobressinal do sinal de saída antes do distúrbio?

a. Tempo de subida:

$$T_r = 3.747s$$

b. Tempo de acomodação:

$$T_s = 8.433s$$

c. Sobressinal:

$$M_p = 5.4\%$$

## Anexo:

Foi utilizado o seguinte código durante o processo.

```
s = poly(0, 's');
z = poly(0, 'z');
wn = 1.049820150401;
zeta = 1.030083531574;
TF = syslin("c", (wn^2)/(s^2 + 2*zeta*wn*s + wn^2))
T0 = 0.1874
Gz = ss2tf(dscr(tf2ss(TF), T0))
b1 = 0.135437
q0 = 0.375
q1 = -0.35
q2 = 0.05
q1_min = -(q0*(1-(q0*b1)))
q2_min = -(q0+q1)
q2_max = q0
Gpid = syslin("d", (q0*z^2+q1*z+q2)/(z^2-z))
transf = ((Gz*Gpid)/(1+Gz*Gpid))
plzr(transf) // calculo dos polos e zeros
```