

Lab 3 - Projeto Parte 1: Modelagem

O sistema que será utilizado é um sistema de segunda ordem composto por dois circuitos RC em série separados por um isolador, de acordo com a Figura 1. Nesse sistema, a entrada é um sinal de tensão limitado entre $-10V \leq u(t) \leq +10V$. A saída do sistema é a tensão medida no segundo capacitor $y(t)$. O sistema possui dois estados dados pela tensão $x_1(t)$ e $x_2(t)$ medida nos pontos indicados na figura.

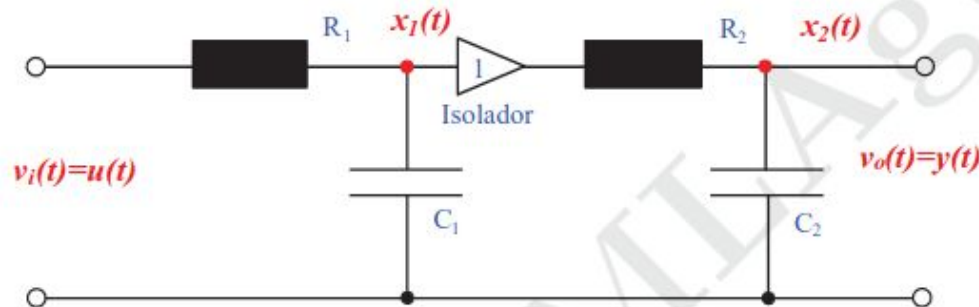


Figura 1 - Sistema Dinâmico

Responda às seguintes questões:

1. Mostre no relatório a função de transferência contínua do sistema para os valores numéricos do seu grupo. Quais os pólos do sistema de segunda ordem contínuo? Qual a classificação do sistema de segunda ordem (sobre-amortecido, criticamente amortecido ou subamortecido)?
2. Encontre um período de amostragem adequado baseado na largura de banda do sistema. Mostre no relatório como você chegou no valor para o período de amostragem, mostre a largura de banda em rad/s e em Hz, mostre também a frequência de amostragem em rad/s e em Hz.
3. A partir da função de transferência contínua do sistema, encontre e mostre no relatório a função de transferência discreta do sistema considerando um retentor de ordem zero.
4. Quais os pólos e zeros da função de transferência discreta?
5. Elabore um diagrama no xcos para simular em malha aberta: (i) a resposta da função de transferência contínua (FTC); (ii) a resposta da função de transferência discreta obtida no item 2 (FTD); (iii) a resposta de um bloco amostrador com holder (sample/holder) colocado na saída da função de transferência contínua (FTCD2). Para todos os três casos, aplique uma entrada degrau a partir de $t = 0$ com amplitude u dada pela Tabela 1. No relatório, mostre o diagrama xcos construído e as saídas obtidas pelas três simulações sobrepostas. Utilize tempo de simulação igual a 10 segundos.
6. Para a resposta do sistema contínuo, encontre o tempo de acomodação (t_s) com critério de $\pm 5\%$.

Respostas

Por sermos do Grupo 13, devemos considerar os seguintes valores:

Tabela 1 - Parâmetros do sistema

R_1 (k Ω)	C_1 (μ F)	R_2 (k Ω)	C_2 (μ F)	u (V)	d (V)	t_1 (s)
553	2.20	339	2.20	1.13	-0.14	12

Q.01

Para montar a função de transferência contínua desse sistema, deve-se considerar a seguinte equação:

$$G_p(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{(R_1 C_1 s + 1)(R_2 C_2 s + 1)} = \frac{1}{(R_1 C_1 R_2 C_2) s^2 + (R_1 C_1 + R_2 C_2) s + 1}$$

Assim, aplicando os valores dados pela Tabela 1 na equação acima, temos:

$$G_p(s) = \frac{1}{(553 * 10^3 * 2,20 * 10^{-6} * 339 * 10^3 * 2,20 * 10^{-6}) s^2 + (553 * 10^3 * 2,20 * 10^{-6} + 339 * 10^3 * 2,20 * 10^{-6}) s + 1}$$

$$G_p(s) \approx \frac{1}{0,907 s^2 + 1,962 s + 1}$$

Utilizando o scilab, foi possível plotar os pólos e zeros da função de transferência acima, obtendo:

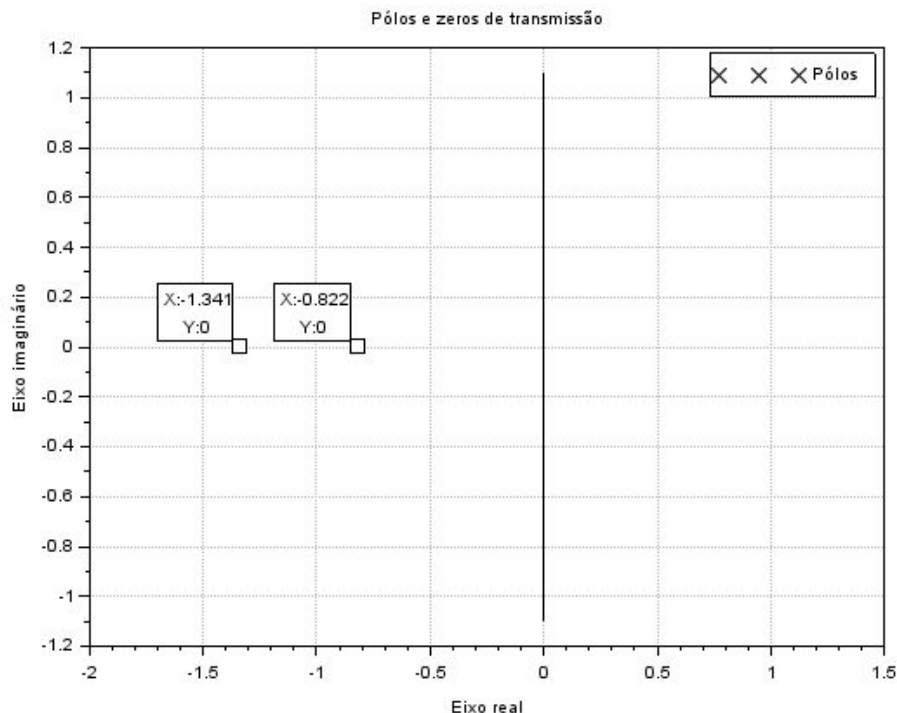


Figura 2 - Pólos e zeros do sistema de segunda ordem contínuo

Sendo assim, vemos que não existem zeros nesse sistema, enquanto existem dois pólos, com valores de aproximadamente -1,341 e -0,822.

Equação do sistema de segunda ordem:

$$G_p(s) = k \frac{w_n^2}{s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2}$$

onde para este sistema:

- $k = 1$

- $w_n = \sqrt{\frac{1}{553 * 10^3 * 2.20 * 10^{-6} * 339 * 10^3 * 2.20 * 10^{-6}}}$

$$w_n = \sqrt{\frac{1}{0.90734028}}$$

$$w_n = 1,049820150401$$

- $\zeta = \frac{553 * 10^3 * 2.20 * 10^{-6} + 339 * 10^3 * 2.20 * 10^{-6}}{2\sqrt{553 * 10^3 * 2.20 * 10^{-6} * 339 * 10^3 * 2.20 * 10^{-6}}}$

$$\zeta = \frac{1,9624}{1,905088218429}$$

$$\zeta = 1,030083531574$$

Como o ζ é o coeficiente de amortecimento e seu valor é aproximadamente 1,030, então temos um sistema sobreamortecido [1].

Q.02

Para determinarmos a largura de banda, ω_b , do sistema, medimos quando o ganho do sistema cai 3dB em relação ao ganho do sistema referente a $\omega \rightarrow 0$. Podemos verificar na figura abaixo:

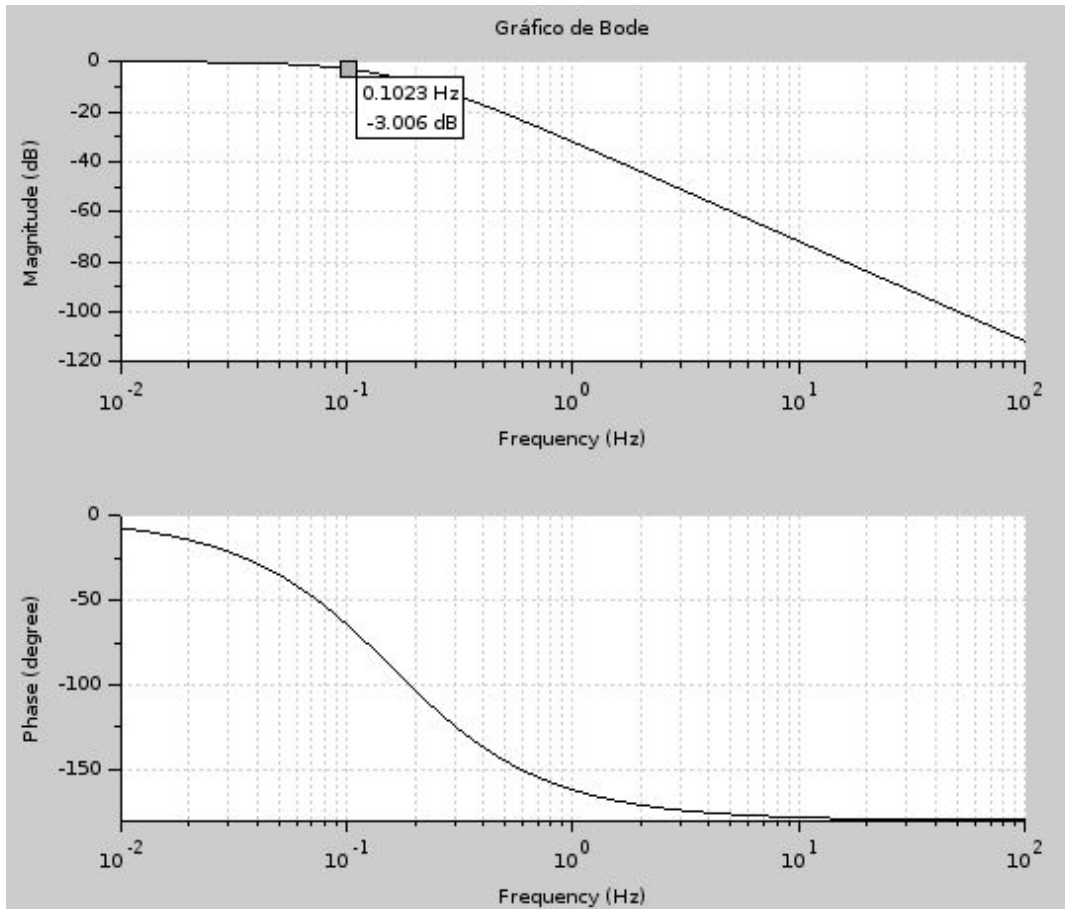


Figura 3 - Diagrama de Bode utilizado para encontrar ω_b

Obtendo, então, $\omega_b = 0,1023$ [Hz] ou $0,0162$ [rad/s].

A frequência de amostragem, F_s , segundo o Teorema da Amostragem, é dada por pelo menos o dobro da frequência, ou seja, $F_s > 2f_0$ [2], sendo $\omega_b = f_0$ [3]. Assim, adotando $F_s = 10\omega_b$, podemos encontrar um período de amostragem adequado baseado na largura de banda do sistema como:

- $F_s = 1,0230$ Hz
- $F_s = 0,1628$ rad/s
- $T = 1/F_s = 0,9775$ s

Q.03

Utilizando a Função de Transferência contínua do sistema dada equação de segunda ordem e usando os valores encontrados para os parâmetros ω_n e ζ , foi possível encontrar a função de transferência discreta, obtendo:

$$G_z = \frac{0.0248577 + 0.955742z}{0.0000257 - 0.019426z + z^2}$$

Q.04

Utilizando o scilab para os cálculos, foi possível obter os pólos e os zeros da função de transferência discreta, obtendo o seguinte diagrama:

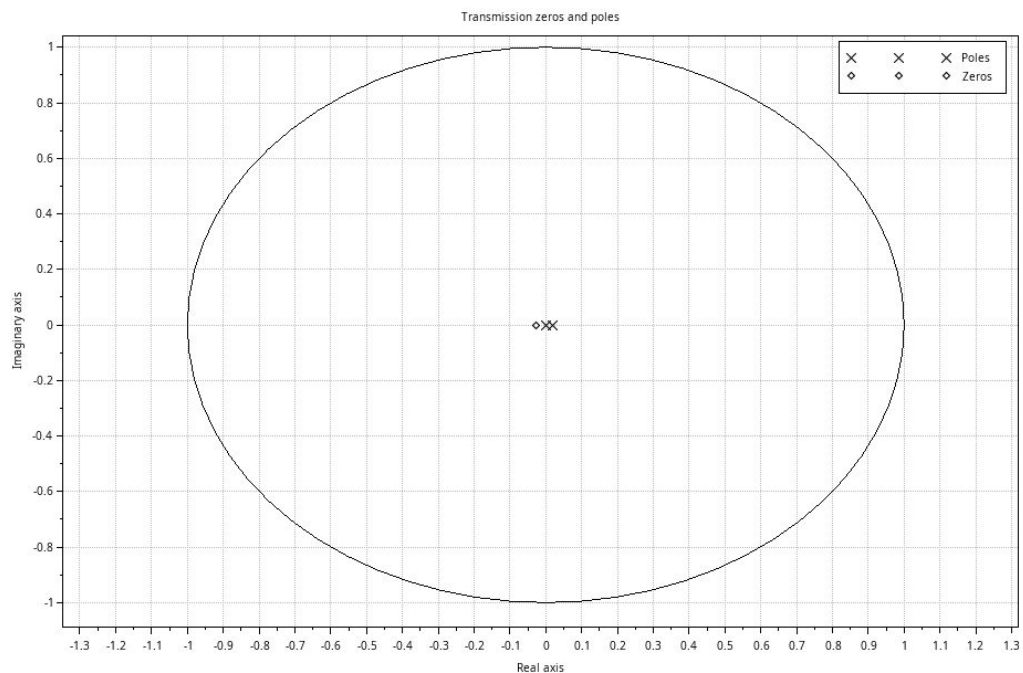


Figura 4 - Pólos e zeros do sistema discreto

Assim, utilizando o datatip para obter os valores, é possível obter que o valor do zero é aproximadamente -0,026:

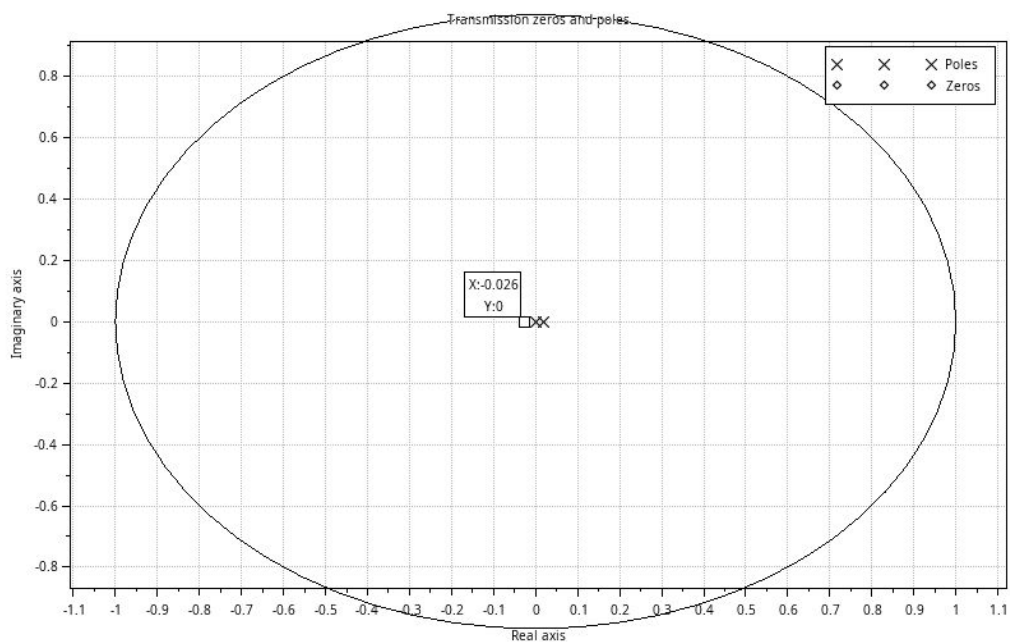


Figura 5 - Pólos e zeros do sistema discreto, com o valor do zero

Com os pólos, é possível obter os valores de 0,001 e 0,18, como pode-se notar nas figuras abaixo:

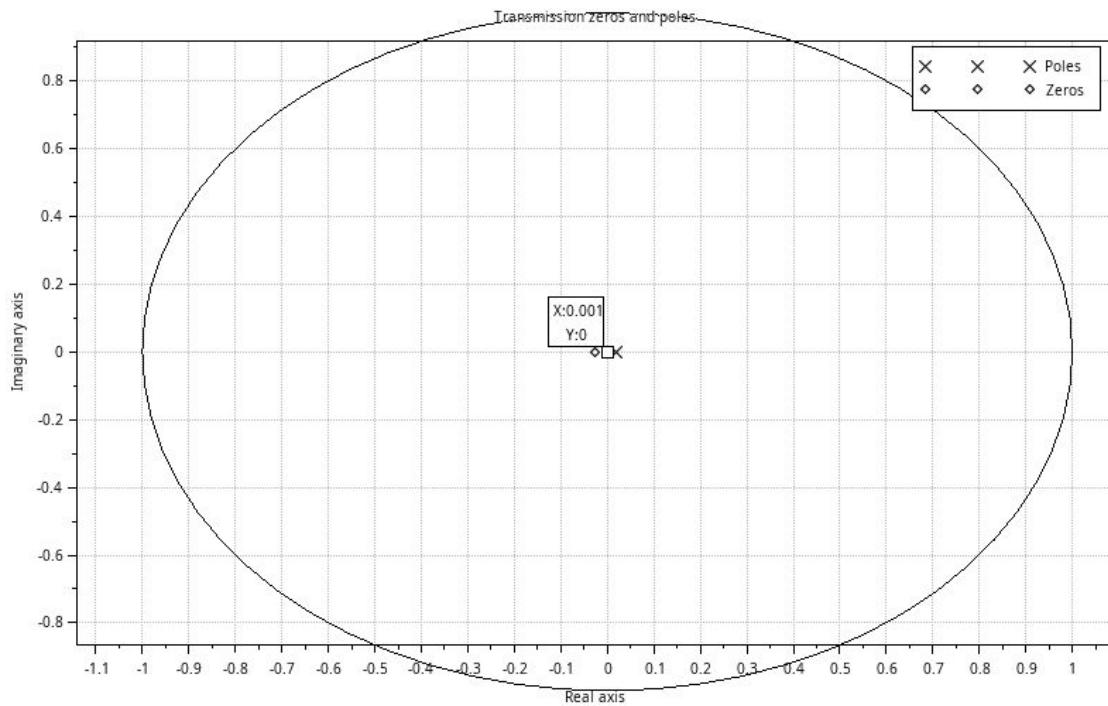


Figura 6 - Pólos e zeros do sistema discreto, com o valor de um dos pólos

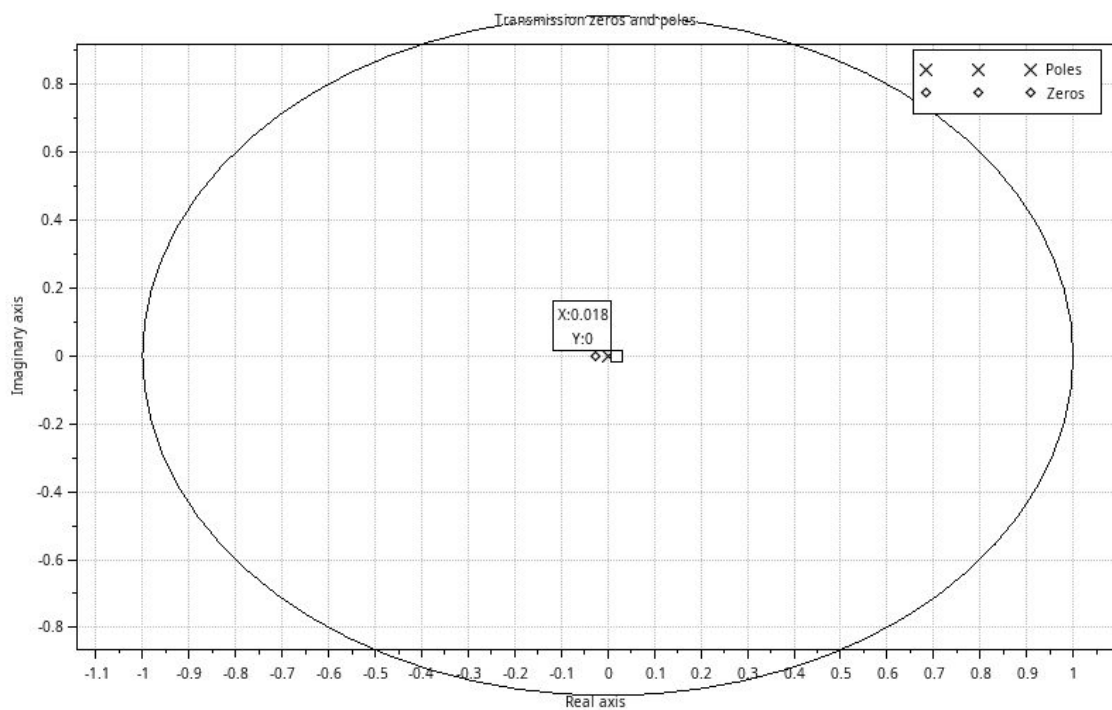


Figura 7 - Pólos e zeros do sistema discreto, com o valor do pólo restante

Q.05

Utilizando a ferramenta xcos, foi possível criar um diagrama para simular a função de transferência em malha aberta, obtendo:

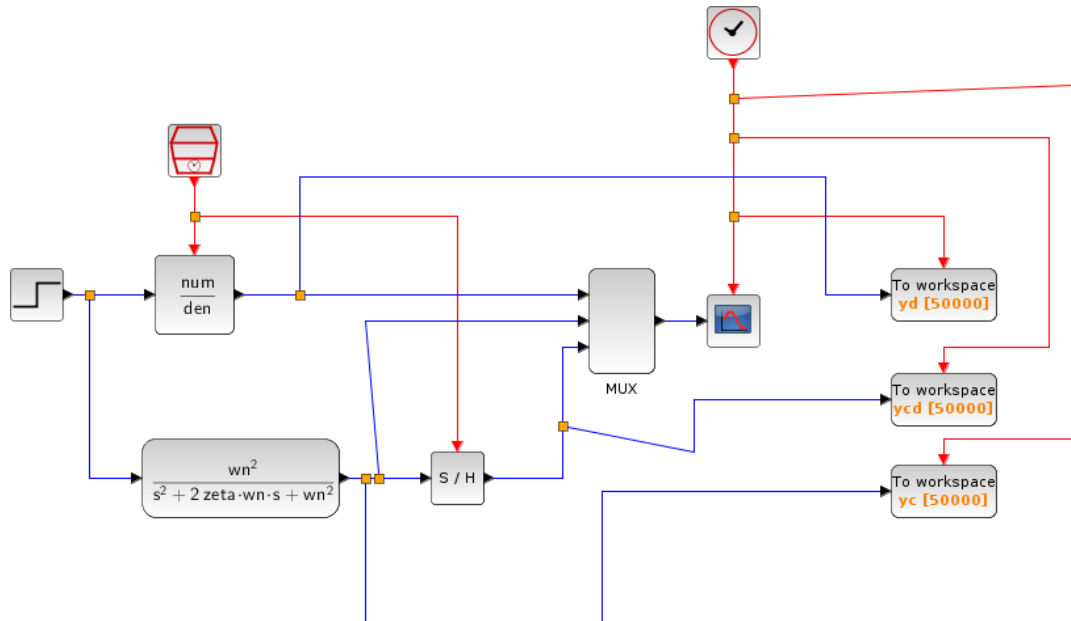


Figura 8 - Diagrama para simulação de uma função de transferência em malha aberta

Para a resposta da função de transferência contínua (FTC), foi obtido:

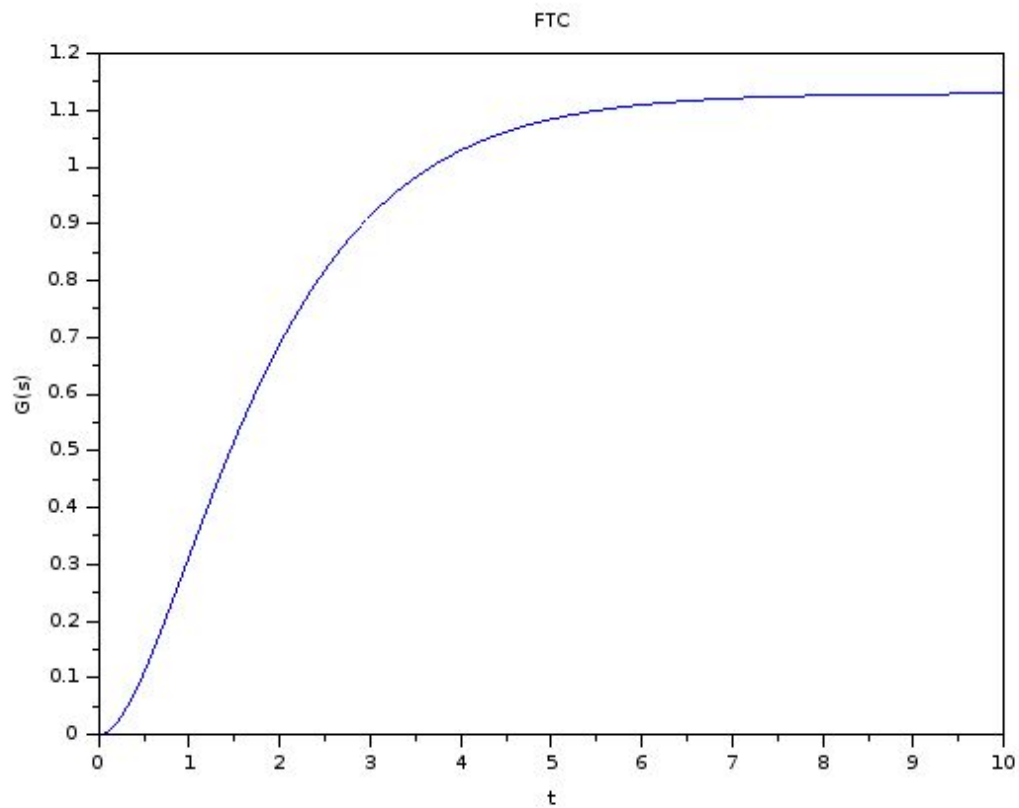


Figura 9 - Resposta da função de transferência contínua

Para a resposta da função de transferência discreta (FTD) obtida no item 2, foi obtido:

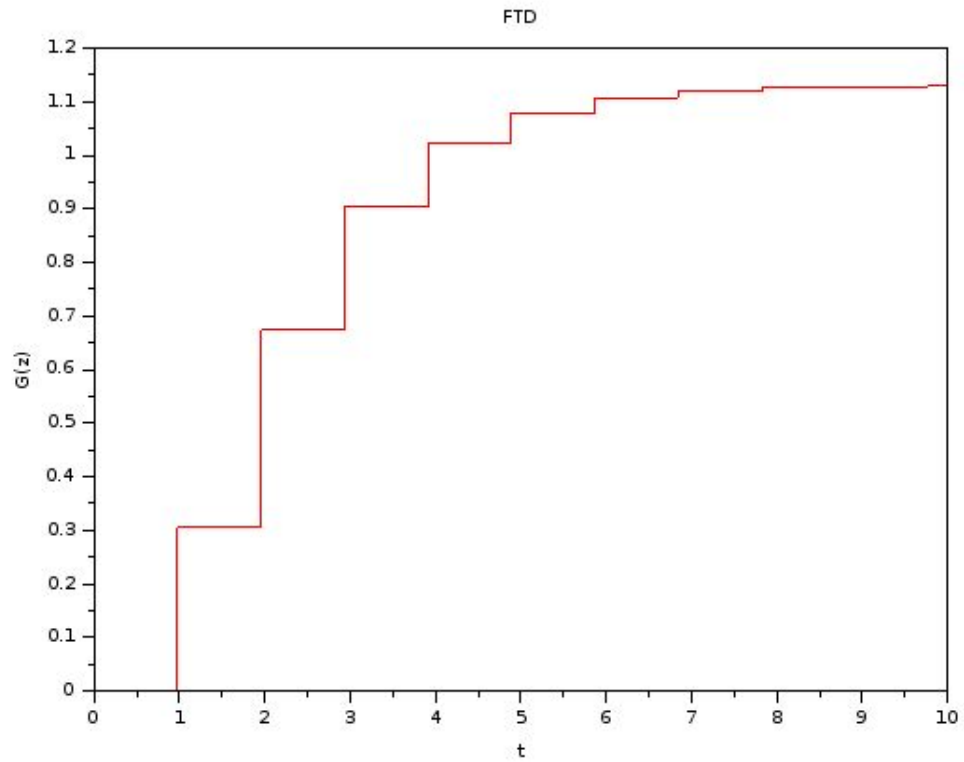


Figura 10 - Resposta da função de transferência discreta

Para a resposta de um bloco amostrador com holder colocado na saída da função de transferência contínua (FTCD2), foi obtido:

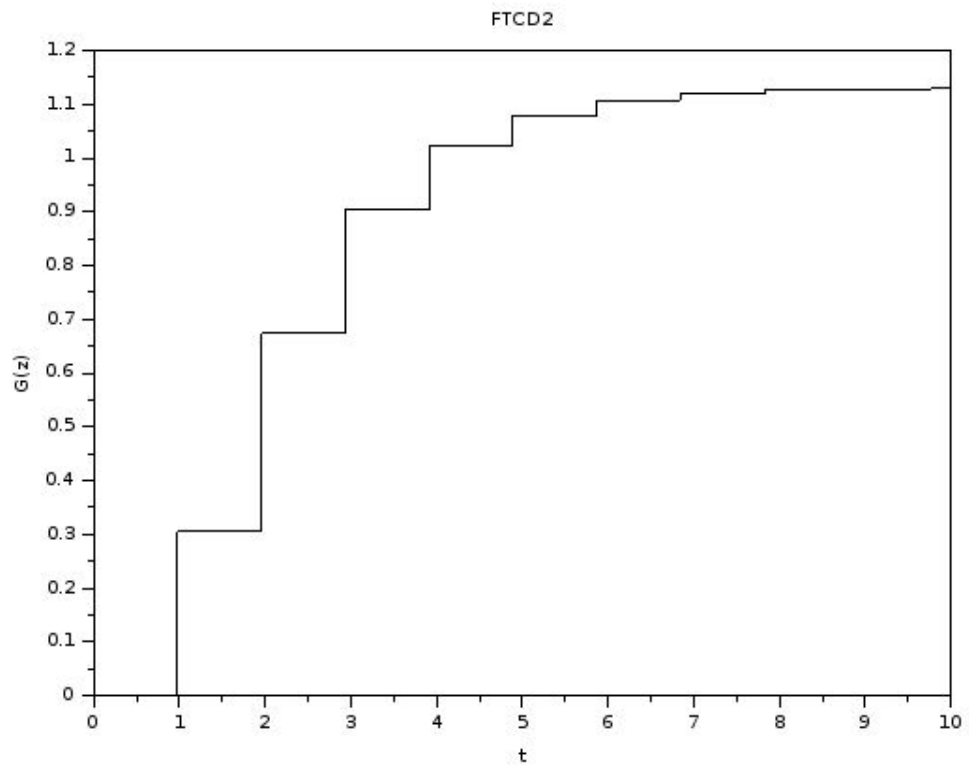


Figura 11 - Resposta de um bloco amostrador com holder na saída da função de transferência contínua

Reunindo todas as respostas em um único gráfico, foi obtido:

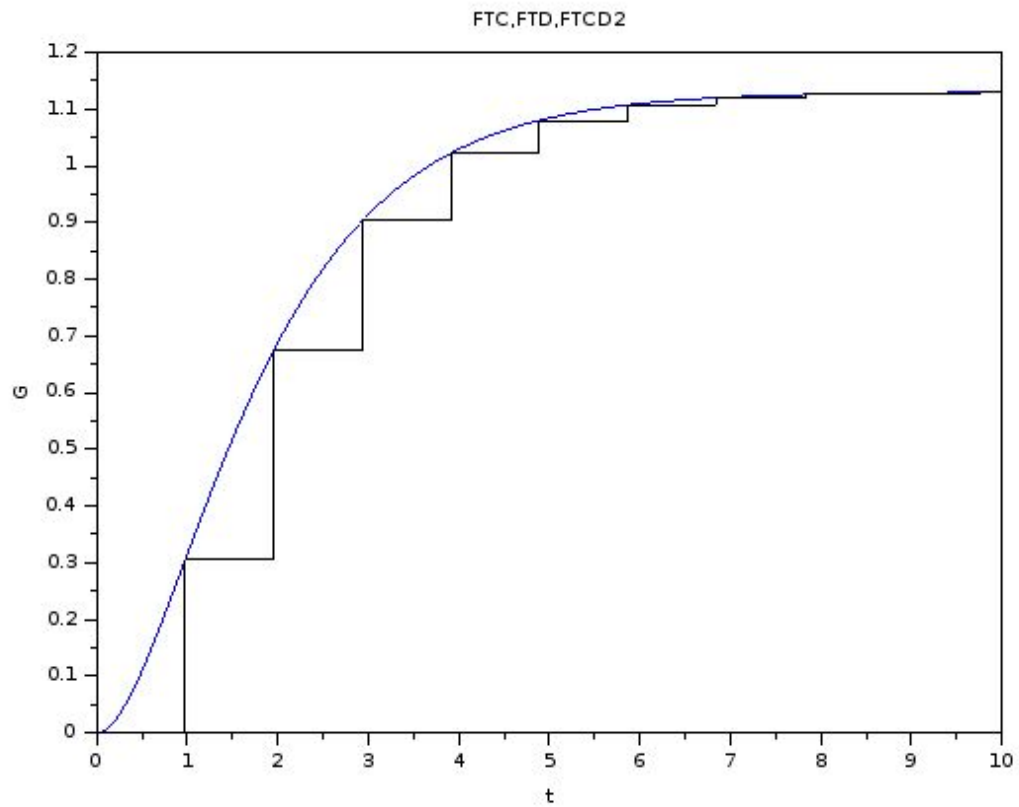


Figura 12 - FTC, FTD e FTCD2

Assim, pode-se perceber que as saídas do FTD e do FTCD2 se sobrepõem, o que condiz com o esperado do sample/holder, que é responsável por discretizar sinais contínuos.

Q.06

Para obter o tempo de acomodação, deve-se aplicar a seguinte relação [4]:

$$\begin{aligned}
 e^{-\zeta\omega_n t_s} &= \pm 0,05 \\
 \zeta\omega_n t_s &= \mp \ln 0,05 = \pm 2,9957 \\
 t_s &= \frac{\pm 2,9957}{\zeta\omega_n} \\
 t_s &= \frac{\pm 2,9957}{1.030083531574 * 1.049820150401}
 \end{aligned}$$

Com os valores já obtidos de ζ e ω_n , podemos encontrar o tempo de acomodação t_s :

$$t_s = \pm 2,7701s$$

Anexo:

Código para encontrar os pólos e zeros Q.01:

```
s = poly(0, 's');
n = [1];
d = [0.907*s^2 + 1.962*s + 1];
h = syslin('c', n./d);
plzr(h);
```

Código para plotar o diagrama de bode Q.02:

```
// Definição de uma função de transferência contínua

s = poly(0, 's');
wn = 1.049820150401;
zeta = 1.030083531574;
TF = syslin("c", (wn^2)/(s^2 + 2*zeta*wn*s + wn^2))

// Gráfico de Bode
figure(1);
clf();
f = 0.01:0.001:100;
bode(TF, f)
title("Gráfico de Bode");

// colocando o toggle datatype mode o mais proximo de -3db temos a
largura de faixa wb
```

Adicionando seguinte trecho a encontrar a função de transferência discreta do sistema considerando um retentor de ordem zero. Q.03:

```
T0 = 4.8875
Gz = ss2tf(dscr(tf2ss(G), T0))
```

Para questão Q.05, alteramos o código da seguinte maneira para que pudéssemos trabalhar com o xcos, devido a um erro que ele estava apresentando no formato dos parâmetro.

```
wb=0.1023
T0 = 1/(10*wb)
[Gz, num, den] = ss2tf(dscr(tf2ss(G), T0))
h = syslin('d', num./den);
plzr(h);
```

Referências Bibliográficas

[1]:

https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/5514443/mod_resource/content/5/Aula3SCI2020_A.pdf

[2]:

<https://www.nrc.gov/docs/ML0037/ML003737890.pdf>

[3]:

http://www.fon.hum.uva.nl/praat/manual/Nyquist_frequency.html

[4]:

<http://www.ece.ufrgs.br/~fetter/eng04037/spec.pdf>