## SEL0620 - Controle Digital

Projeto de Controladores - Parte 2

(uma entrega por grupo, peso 1)

### Controle Proporcional

Para projeto do controlador proporcional, a mesma planta utilizada na experiência anterior será utilizada:

$$G_p(s) = K \frac{w_n^2}{s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2}$$

onde para este sistema:

$$K = 1$$

$$w_n = \sqrt{\frac{1}{(R_1 C_1 R_2 C_2)}}$$

$$\zeta = \frac{(R_1 C_1 + R_2 C_2)}{2\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}}$$

Nesta etapa, um controlador proporcional  $C(s) = K_p$  será projetado para controlar o sistema em malha fechada. A Figura 1 mostra o diagrama contínuo de controle com realimentação unitária em que a planta está sujeita a um distúrbio na entrada.

Desconsiderando o distúrbio na entrada da planta, a função contínua de malha fechada do sistema é dada por:

$$G_{MF}(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)G_p(s)}{1 + C(s)G_p(s)}$$

O erro do sistema em relação ao sinal de referência da malha fechada é dado por:

$$E(s) = R(s) - Y(s) = R(s) \left( 1 - \frac{C(s)G_p(s)}{1 + C(s)G_p(s)} \right) = \frac{R(s)}{1 + C(s)G_p(s)}$$

Portanto, para um sinal de referência do tipo degrau de amplitude u:

$$R(s) = \frac{u}{s}$$

e o erro pode ser dado por:

$$E(s) = \frac{u}{s(1 + C(s)G_p(s))}$$

O erro em regime permanente em valor absoluto, desconsiderando distúrbio na entrada da planta, considerando uma entrada degrau, planta do sistema de segunda ordem, e controlador proporcional, pode ser calculado através do teorema do valor final:

$$e_{ss} = \lim_{t \to \infty} e(t) = \lim_{s \to 0} sE(s) = \frac{u}{(1 + K_p)}$$

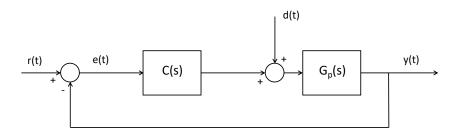


Figura 1: Malha com realimentação unitária

#### Observações importantes:

Consulte a Tabela 1 para encontrar os valores a serem usados que correspondem ao seu grupo. O distúrbio deve ser modelado como um degrau de amplitude d que é aplicado a partir do instante  $t_1$ . Execute as simulações durante 20 segundos.

Coloque um elemento de saturação na entrada da planta para impedir que sinais superiores a 10V e inferiores a -10V sejam aplicados na planta. É importante projetar um controlador de forma que o sinal nunca precise ser saturado, ou seja, a saída do controlador somada ao pior caso de distúrbio nunca ultrapasse os limites de entrada da planta.

Para os itens em que se pede as **curvas de resposta do sistema**, mostre três figuras: (a) sinal da saída, y, do sistema contínuo e discreto no mesmo gráfico sobreposto com a referência degrau; (b) sinal de erro, e, do sistema contínuo e discreto sobrepostos; (c) entrada da planta após o saturador, do sistema contínuo e discreto sobrepostos.

#### Responda as seguintes questões:

- 1. Implemente no **xcos** um sistema de realimentação unitária contínuo (FT) para um controlador proporcional  $C(s) = K_p = 1$ . Qual o tempo de subida da resposta do sistema de malha fechada antes do distúrbio? Qual o tempo de acomodação (5%) do sistema de malha fechada antes do distúrbio? Qual o erro em regime absoluto do sistema antes de ser aplicado o distúrbio? Qual o erro em regime absoluto após o distúrbio ser aplicado? Defina um período de amostragem  $T_0$  adequado, e implemente também o equivalente discreto com zero holder (FTd) do sistema de malha fechada (considere para a malha discreta que o controle proporcional  $C(z) = K_p$ ). Mostre as **curvas de resposta do sistema**.
- 2. Considere agora os seguintes casos:  $K_p = 5$  e  $K_p = 8$ . Qual o erro em regime absoluto do sistema para cada caso antes de ser aplicado o distúrbio? Qual o erro em regime absoluto para cada caso após o distúrbio ser aplicado? Mostre as **curvas de resposta do sistema** para cada caso. Comente se houve saturação na entrada da planta. Comente sobre o efeito do aumento do ganho proporcional no valor do erro em regime, no tempo de subida e de acomodação (5%) antes do distúrbio. Comente se foi possível utilizar o período de amostragem  $T_0$  definido no item anterior para estes casos. Justifique qualquer mudança no valor de  $T_0$ .
- 3. Encontre o valor de  $K_p$  necessário para que o erro de regime permanente (antes

do distúrbio) seja igual a  $e_{ss\%}$  (ver Tabela 1) dado em porcentagem do valor de u. Por exemplo, se  $e_{ss\%} = 10\%$  e u = 1V, então o valor absoluto do erro deve ser 0.1. Verifique se a taxa de amostragem estabelecida no primeiro item é adequada para o processo de malha fechada com este valor de ganho. Explique. Mostre as **curvas de resposta do sistema**. Qual o tempo de subida da resposta do sistema de malha fechada antes do distúrbio? Qual o tempo de acomodação do sistema de malha fechada (critério de 5%) antes do distúrbio?

#### Conceitos a respeito de desempenho da resposta:

A Figura 2 mostra algumas medidas da resposta degrau de um sistema que geralmente são usadas como requisito de projeto de controladores. Considera-se que a entrada de referência degrau é aplicada no instante de tempo t=0. Então, para um sistema que possui resposta em regime permanente  $y_{ss}=1$ :

- 1. **Tempo de subida** (rise time),  $t_r$  é o tempo que a saída do sistema leva para ir de 0.1 a 0.9;
- 2. **Tempo de acomodação** (settling time),  $t_s$  é o tempo que o sistema leva até que a saída fique completamente contida entre dentro da faixa  $\pm 1\%$ ,  $\pm 2\%$  ou  $\pm 5\%$  (a figura mostra o exemplo do  $t_s$  para o critério de 1%);
- 3. Sobressinal (overshoot)  $M_p$  é o valor máximo que o sistema supera seu valor final dividido pelo valor final (geralmente expresso em porcentagem).
- 4. **Tempo de pico** (peak time)  $t_p$  é o tempo em que o sistema atinge o seu valor máximo.

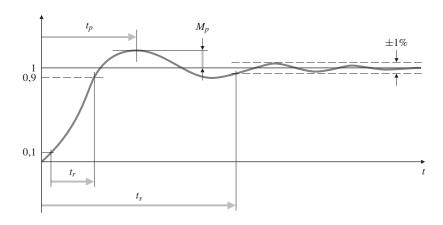


Figura 2: Medidas de desempenho da resposta transitória a uma entrada degrau (Fonte: [1])

| Tabela 1: Parâmetros do sistema. |                 |               |                |               |      |       |           |                |
|----------------------------------|-----------------|---------------|----------------|---------------|------|-------|-----------|----------------|
| Grupo                            | $R_1 (k\Omega)$ | $C_1 (\mu F)$ | $R_2(k\Omega)$ | $C_2 (\mu F)$ | u(V) | d(V)  | $t_1$ (s) | $e_{ss\%}$ (%) |
| 1                                | 748             | 2.20          | 564            | 2.20          | 1.01 | -0.12 | 12        | 15             |
| 2                                | 740             | 2.20          | 496            | 2.20          | 1.02 | 0.26  | 12        | 14             |
| 3                                | 725             | 2.20          | 445            | 2.20          | 1.03 | -0.13 | 12        | 13             |
| 4                                | 709             | 2.20          | 403            | 2.20          | 1.04 | 0.27  | 12        | 12             |
| 5                                | 692             | 2.20          | 369            | 2.20          | 1.05 | -0.16 | 12        | 12.5           |
| 6                                | 675             | 2.20          | 339            | 2.20          | 1.06 | 0.24  | 12        | 13.5           |
| 7                                | 659             | 2.20          | 313            | 2.20          | 1.07 | -0.15 | 12        | 14.5           |
| 8                                | 644             | 2.20          | 291            | 2.20          | 1.08 | 0.26  | 12        | 15.5           |
| 9                                | 630             | 2.20          | 271            | 2.20          | 1.09 | -0.17 | 12        | 15             |
| 10                               | 616             | 2.20          | 254            | 2.20          | 1.1  | 0.28  | 12        | 14             |
| 11                               | 455             | 2.20          | 343            | 2.20          | 1.11 | -0.1  | 12        | 13             |
| 12                               | 505             | 2.20          | 338            | 2.20          | 1.12 | 0.24  | 12        | 12             |
| 13                               | 553             | 2.20          | 339            | 2.20          | 1.13 | -0.14 | 12        | 12.5           |
| 14                               | 603             | 2.20          | 343            | 2.20          | 1.14 | 0.27  | 12        | 13.5           |
| 15                               | 656             | 2.20          | 349            | 2.20          | 1.15 | -0.11 | 12        | 14.5           |
| 16                               | 713             | 2.20          | 358            | 2.20          | 1.16 | 0.25  | 12        | 15.5           |
| 17                               | 776             | 2.20          | 369            | 2.20          | 1.17 | -0.13 | 12        | 15             |
| 18                               | 845             | 2.20          | 382            | 2.20          | 1.18 | 0.24  | 12        | 14             |
| 19                               | 923             | 2.20          | 398            | 2.20          | 1.19 | -0.17 | 12        | 13             |
| 20                               | 1012            | 2.20          | 417            | 2.20          | 1.2  | 0.22  | 12        | 12             |
| 21                               | 582             | 2.20          | 438            | 2.20          | 1.21 | -0.13 | 12        | 12.5           |
| 22                               | 529             | 2.20          | 355            | 2.20          | 1.22 | 0.21  | 12        | 13.5           |
| 23                               | 505             | 2.20          | 310            | 2.20          | 1.23 | -0.15 | 12        | 14.5           |
| 24                               | 861             | 2.20          | 490            | 2.20          | 1.24 | 0.25  | 12        | 15.5           |
| 25                               | 778             | 2.20          | 415            | 2.20          | 1.25 | -0.18 | 12        | 15             |
| 26                               | 855             | 2.20          | 429            | 2.20          | 1.26 | 0.24  | 12        | 14             |
| 27                               | 942             | 2.20          | 448            | 2.20          | 1.27 | -0.12 | 12        | 13             |

# Referências

[1] Gene F. Franklin, J. David Powell, and Abbas Emami-Naeini. Sistemas de Controle para Engenharia. Grupo A / Bookman, 6 edition, 2013.