SEL0620 - Controle Digital

Projeto de Controladores - Parte 1 (uma entrega por grupo, peso 1)

Importante: Os valores numéricos a serem utilizados estão na Tabela 1, o grupo deve utilizar a linha correspondente ao número do seu grupo no Moodle.

O sistema que será utilizado é um sistema de segunda ordem composto por dois circuitos RC em série separados por um isolador, de acordo com a Figura 1. Nesse sistema, a entrada é um sinal de tensão limitado entre $-10V \leq u(t) \leq +10V$. A saída do sistema é a tensão medida no segundo capacitor $y(t)$. O sistema possui dois estados dados pela tensão $x_1(t)$ e $x_2(t)$ medida nos pontos indicados na figura.

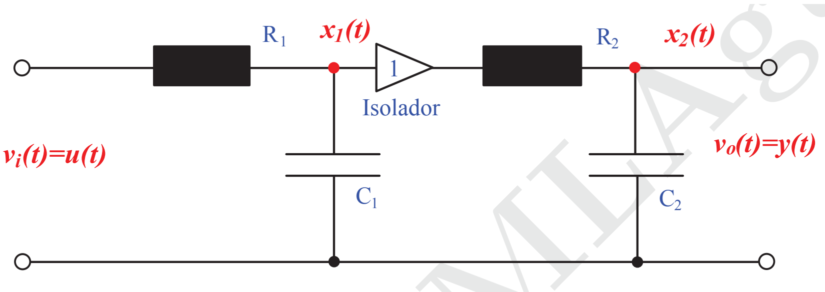

Figura 1: Sistema Dinâmico

Este é um sistema de uso didático, que pode ser construído com facilidade em bancada, e que vai permitir que se teste o projeto de controladores ao longo do curso. É importante lembrar que vários sistemas reais podem ser modelados como sistemas de segunda-ordem. Portanto, o projeto desenvolvido com essa planta didática, poderá servir de exemplo para projetos de controle que o aluno possa ter contato.

Modelagem do Sistema

O isolador faz com que a corrente que passa pelo resistor R_1 seja a mesma que passa pelo capacitor C_1, e a corrente que passa em R_2 é a mesma que passa em C_2:

$$\begin{aligned} i_{R_1} &= i_{C_1} \\ i_{R_2} &= i_{C_2} \end{aligned}$$

Aplicando a Lei de Kirchhoff das correntes no nó indicado por $x_1(t)$:

$$\begin{aligned} \frac{u - x_1}{R_1} &= C_1 \frac{dx_1}{dt} \\ \frac{x_1 - x_2}{R_2} &= C_2 \frac{dx_2}{dt} \end{aligned}$$

Considerando as variáveis de estado como sendo $\mathbf{x} = [x_1 \quad x_2]^T$:

$$\dot{x}_1 = \frac{-x_1}{R_1C_1} + \frac{u}{R_1C_1}$$
$$\dot{x}_2 = \frac{x_1}{R_2C_2} - \frac{x_2}{R_2C_2}$$

A saída do sistema foi escolhida como sendo $y = x_2$.

Portanto, a **representação em espaço de estados** do sistema é dada por:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_1C_1} & 0 \\ \frac{1}{R_2C_2} & \frac{-1}{R_2C_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1C_1} \\ 0 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + 0u$$

Aplicando a Transformada de Laplace nas equações de espaço de estado, obtém-se:

$$sX_1(s) = \frac{-X_1(s)}{R_1C_1} + \frac{U(s)}{R_1C_1}$$
$$sX_2(s) = \frac{X_1(s)}{R_2C_2} - \frac{X_2(s)}{R_2C_2}$$

Reorganizando os termos e substituindo $X_2(s) = Y(s)$:

$$(R_1C_1s + 1)X_1(s) = U(s)$$
$$(R_2C_2s + 1)Y(s) = X_1(s)$$

Portanto, a **função de transferência** do sistema é dada por:

$$G_p(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{(R_1C_1s + 1)(R_2C_2s + 1)} = \frac{1}{(R_1C_1R_2C_2)s^2 + (R_1C_1 + R_2C_2)s + 1}$$

Pode-se escrever a função de transferência do sistema de segunda ordem na forma:

$$G_p(s) = K\frac{w_n^2}{s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2}$$

onde para este sistema:

$$K = 1$$
$$w_n = \sqrt{\frac{1}{(R_1C_1R_2C_2)}}$$
$$\zeta = \frac{(R_1C_1 + R_2C_2)}{2\sqrt{R_1C_1R_2C_2}}$$

Responda as seguintes questões:

1. Mostre no relatório a função de transferência contínua do sistema para os valores numéricos do seu grupo. Quais os pólos do sistema de segunda ordem contínuo? Qual a classificação do sistema de segunda ordem (sobreamortecido, criticamente amortecido ou subamortecido)?

2. Encontre um período de amostragem adequado baseado na largura de banda do sistema. Mostre no relatório como você chegou no valor para o período de amostragem, mostre a largura de banda em rad/s e em Hz, mostre também a frequência de amostragem em rad/s e em Hz.

3. A partir da função de transferência contínua do sistema, encontre e mostre no relatório a função de transferência discreta do sistema considerando um retentor de ordem zero. Para isso, considerando que a função de transferência contínua já foi definida como sendo G, e o período de amostragem foi definido como sendo T0, utilize o seguinte comando no Scilab:

   ```
   Gz = ss2tf(dscr(tf2ss(G),T0))
   ```

4. Quais os pólos e zeros da função de transferência discreta?

5. Elabore um diagrama no **xcos** para simular em malha aberta: (i) a resposta da função de transferência contínua (FTC); (ii) a resposta da função de transferência discreta obtida no item 2 (FTD); (iii) a resposta de um bloco amostrador com holder (sample/holder) colocado na saída da função de transferência contínua (FTCD2). Para todos os três casos, aplique uma entrada degrau a partir de $t = 0$ com amplitude u dada pela Tabela 1. No relatório, mostre o diagrama **xcos** construído e as saídas obtidas pelas três simulações sobrepostas. Utilize tempo de simulação igual a 10 segundos.

6. Para a resposta do sistema contínuo, encontre o tempo de acomodação (t_s) com critério de $\pm 5\%$.

Tabela 1: Parâmetros do sistema.

Grupo	R_1 ($k\Omega$)	C_1 (μF)	R_2 ($k\Omega$)	C_2 (μF)	u (V)	d (V)	t_1 (s)
1	748	2.20	564	2.20	1.01	-0.12	12
2	740	2.20	496	2.20	1.02	0.26	12
3	725	2.20	445	2.20	1.03	-0.13	12
4	709	2.20	403	2.20	1.04	0.27	12
5	692	2.20	369	2.20	1.05	-0.16	12
6	675	2.20	339	2.20	1.06	0.24	12
7	659	2.20	313	2.20	1.07	-0.15	12
8	644	2.20	291	2.20	1.08	0.26	12
9	630	2.20	271	2.20	1.09	-0.17	12
10	616	2.20	254	2.20	1.1	0.28	12
11	455	2.20	343	2.20	1.11	-0.1	12
12	505	2.20	338	2.20	1.12	0.24	12
13	553	2.20	339	2.20	1.13	-0.14	12
14	603	2.20	343	2.20	1.14	0.27	12
15	656	2.20	349	2.20	1.15	-0.11	12
16	713	2.20	358	2.20	1.16	0.25	12
17	776	2.20	369	2.20	1.17	-0.13	12
18	845	2.20	382	2.20	1.18	0.24	12
19	923	2.20	398	2.20	1.19	-0.17	12
20	1012	2.20	417	2.20	1.2	0.22	12
21	582	2.20	438	2.20	1.21	-0.13	12
22	529	2.20	355	2.20	1.22	0.21	12
23	505	2.20	310	2.20	1.23	-0.15	12
24	861	2.20	490	2.20	1.24	0.25	12
25	778	2.20	415	2.20	1.25	-0.18	12
26	855	2.20	429	2.20	1.26	0.24	12
27	942	2.20	448	2.20	1.27	-0.12	12