



Aplicación de la Transformada de Fourier Discreta en la compresión de  
Imágenes

No.	ELEMENTO	PUNTEO	NOTA
1.	Carátula		
2.	Objetivos	5	
3.	Marco teórico	15	
4.	Solución y resultados	60	
5.	Conclusiones	5	
6.	Comentario	12	
7.	Bibliografía	3	
	<b>TOTAL</b>	<b>100</b>	

Nombre Completo	Carné
<b>Renato Josue Flores Perez</b>	201709244

**Fecha de Entrega: 23/Oct/2020**

# 1. Marco Teórico

En la ingeniería en sistemas es un tanto improbable encontrar y analizar señales, por lo que a simple vista parecería que la Transformada de Fourier no tiene aplicación real en este campo más que para efectos didácticos o de academia. Sin embargo, cuando se estudia la Transformada Discreta de Fourier aparecen muchas aplicaciones, una de las más comunes es la aplicación de la Transformada Discreta de Fourier (d.c.t) por sus siglas en inglés en la compresión de imágenes.

Esto se logra expresando la imagen como una matriz de pixeles donde cada pixel tiene asociado un nivel de brillo. Mientras con todo el brillo, el pixel se visualiza blanco y con 0 brillo, el pixel se visualiza negro. En este documento únicamente se trabajan imágenes en esta escala simple (blanco y negro) aún si en teoría sería posible generalizar este procedimiento para escalas de color más complejas que involucran a todos los colores.

Para comenzar, debemos definir la d.c.t:

La d.c.t de una secuencia definida  $f[n], n = 0, 1, 2, \dots, N-1$ ; es otra secuencia  $F[k]$  que también tiene  $N$  términos definida como:

$$F[k] = N^{0.5} \sum_{n=0}^{N-1} f[n] \cos\left(\frac{\pi k(n+0.5)}{N}\right); \text{ para } k = 0, 1, 2, 3, \dots, N-1$$

Ahora bien, la definición de la transformada como tal no es de mucha utilidad al aplicarla con el manejo de imágenes, ya que estas son bi-dimensionales. Sin embargo, es posible extender la definición de la d.c.t para 2 dimensiones obteniendo:

$$F[k, l] = \sqrt{MN} \sum_{n=0}^{N-1} \cos\left(\frac{\pi k(n+0.5)}{N}\right) \sum_{m=0}^{M-1} f[n, m] \cos\left(\frac{\pi l(m+0.5)}{M}\right)$$

Empleando esta definición, es posible aplicarla a una imagen donde la primera dimensión ( $k$ ) es la posición en  $x$  de un pixel  $p$ , y la segunda dimensión ( $l$ ) la posición en  $y$ .

# 2. Objetivos

- Comprimir una imagen de tamaño arbitrario para ahorrar espacio de almacenamiento.
- Perder la menor cantidad posible de calidad de imagen en el proceso.

# 3. Resolución

Como se expuso anteriormente, es posible interpretar una imagen como una matriz donde, el valor de cada punto en la matriz es la cantidad de brillo asociada a un pixel de la imagen. Es posible entonces aplicar la d.c.t. a dicha matriz para de esta forma contrastar re-ordenar los pixeles de modo que se puedan agrupar aquellos pixeles con grandes concentraciones. De este modo, es posible reducir el tamaño de la imagen al recotar una parte de la matriz transformada, que tanto se corta esta matriz afectara que tanta calidad de la imagen se perderá. Sin embargo la pérdida de calidad en la imagen es inevitable para su compresión, esta se ve re-compensada por su disminución en tamaño. Dependiendo de la importancia de la imagen y la cantidad disponible de almacenamiento, se decide cuanto truncar de la matriz resultante.

Una vez se desee observar la imagen original, basta con aplicar la d.c.t inversa a la matriz almacenada, reordenando cada pixel nuevamente en su posición original, sin embargo algunos pixeles no se van a encontrar puesto que se desecharon en el paso anterior. Esta falta de pixeles hace que la imagen se vea un poco borrosa.

# 4. Conclusiones

- La pérdida de calidad y nitidez de la imagen luego de su compresión es inevitable. Sin embargo, el ahorro en almacenamiento físico es de gran utilidad.
- La idea que se desea expresar capturada en la imagen no se pierde, aún si esta disminuye en nitidez.

## 5. Comentario

Si bien este método podrá parecer innovador y una excelente idea, últimamente está cayendo en desuso por la mayoría del público general, pues el costo de almacenamiento digital es extremadamente barato en la actualidad. Tan así, que es mucho mas importante conservar e incluso aumentar la nitidez de una imagen que ahorrar tamaño de almacenamiento digital. Este método es de hecho muy antiguo, cerca del año 2005, en aquel entonces, el almacenamiento digital aún era un recurso relativamentepreciado. Sin embargo, con la existencia actual de Terabytes de almacenamiento por costos relativamente bajos, la atención en métodos de compresión se ha desviado un poco. Y puesto que este método en particular sacrifica parte de la nitidez de la imagen en su proceso, será muy difícil justificar su implementación en nuevas aplicaciones de hoy día.

## Referencias

Croft, A. (2017). *Engineering mathematics* (Fifth ed.). Pearson.